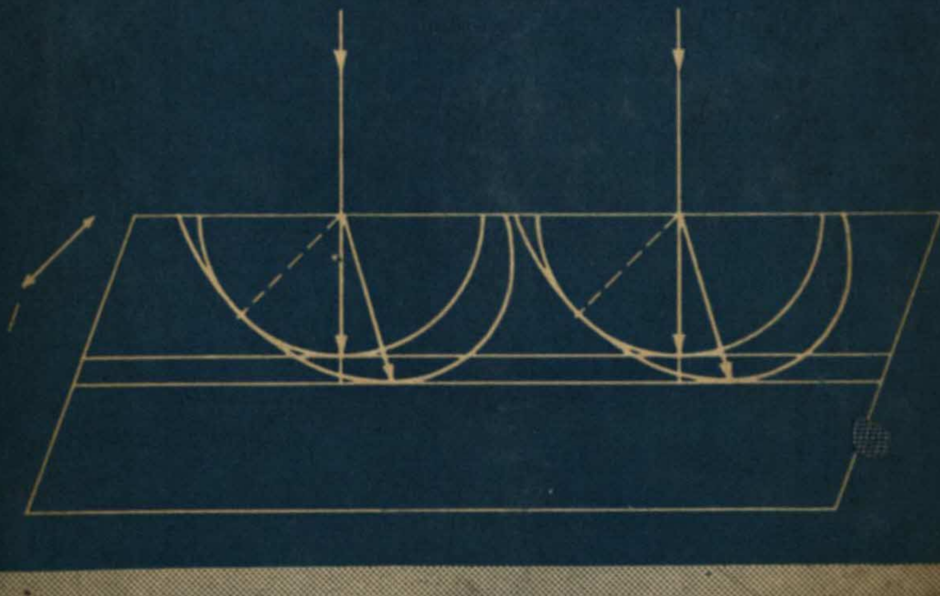
ডঃ বিজয়শঙ্কর বসাক

ভৌত আলোকবিজ্ঞান



পশ্চিমবঙ্গ রাজ্য পুস্তক পর্ষদ

ভৌত আলোকবিজ্ঞান

ভৌত আলোকবিজ্ঞান

[PHYSICAL OPTICS.]

বিজয়শঙ্কর বসাক পি, এইচ্ ডি (কলিকাতা)
অধ্যক্ষ এবং
ভূতপূর্ব পদার্থবিদ্যার অধ্যাপক এবং বিভাগীয় প্রধান
প্রেসিডেন্সি কলেজ, কলিকাতা।

পশ্চিমবঙ্গ রাজ্য পুস্তক পর্ষদ
(পশ্চিমবঙ্গ সরকারের একটি সংস্থা)

BHOUTA ALOKBIJNAN
Bijoysankar Basak

প্রথম প্রকাশ : সেপ্টেম্বর, ১৯৮০

প্রকাশক :
পশ্চিমবঙ্গ রাজ্য পুস্তক পর্ষদ ;
আর্য ম্যানসন (নবম তল)
৬-এ রাজা সুবোধ মল্লিক স্কোয়ার ;
কলিকাতা-৭০০০১৩ ।

মুদ্রক :
সুরেশ দত্ত ;
মডার্ন প্রিণ্টার্স ;
১২ উল্টাডাঙ্গা মেন রোড ;
কলিকাতা-৭০০০৬৭ ।

চিত্রাঙ্কন ও প্রচ্ছদ : শ্রীগোরা দাস

Published by Prof. Dibyendu Hota, Chief Executive Officer, West Bengal State Book Board under the Centrally Sponsored Scheme of production of books and literature in regional language at the University level, launched by the Government of India, the Ministry of Education and Social Welfare (Department of Culture), New Delhi.

উৎসর্গ

স্বর্গত পিতৃদেব

হরেন্দ্রলাল বসাকের স্মৃতির উদ্দেশ্যে

মুখবন্ধ (PREFACE).

ভৌত আলোকবিজ্ঞান পুস্তকটি লিখিয়া পশ্চিমবঙ্গ রাজ্য পুস্তক পর্ষদে প্রথম জমা দিয়াছিলাম ১২ই নভেম্বর, ১৯৭৫ সনে ; নানা কারণে এটি ছাপাইয়া বাহির করিতে বিলম্ব হইয়া গেল।

পুস্তকটি লেখা হইয়াছে পশ্চিমবঙ্গের বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের স্নাতক ক্রমের ছাত্রছাত্রীদের ব্যবহারের জন্য। অবশ্য বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের পাঠক্রমের মধ্যে অনেকটাই পার্থক্য বর্তমান যদিও ইহার বৃহৎ অংশের মোটামুটি মিল আছে। এই সম্পাতী অংশ ভিন্নও যে সমস্ত অংশ পরস্পর হইতে পৃথক সে সমস্তগুলির গুরুত্বপূর্ণ বিষয় যথাসম্ভব অন্তর্ভুক্ত করা হইয়াছে। ইহা সত্ত্বেও সমস্ত বিষয় আলোচনা করা সম্ভব হয় নাই। একটি বড় অসুবিধা হইয়াছে অনেক ইংরাজী শব্দের প্রচলিত বাংলা পরিভাষার অভাব। কলিকাতা বিশ্ববিদ্যালয়ের যে বৈজ্ঞানিক পরিভাষা মুদ্রিত আছে তাহাতে অনেক প্রয়োজনীয় শব্দের বাংলাই অনুপস্থিত। এজন্য আরও দুই একটি পুস্তকের সাহায্য গ্রহণ করিতে হইয়াছে। কোন কোনও স্থানে শব্দকোষ ঘাটিয়া নিজেকেই প্রয়োজনীয় শব্দ বাছিয়া নিতে হইয়াছে। শব্দগুলি কতটা উপযুক্ত হইয়াছে তাহা এই পুস্তক যাহারা ব্যবহার করিবেন তাহাদের বিচারসাপেক্ষ। তবে শব্দচয়নের সময় ইহারা যাহাতে আদি ইংরাজী বৈজ্ঞানিক শব্দের অর্থবহ হয় সেদিকে যথাসম্ভব দৃষ্টি দেওয়া হইয়াছে।

ভৌত আলোকবিজ্ঞান বিষয়টির অনেকাংশই প্রত্যয়াত্মক (conceptual). পদার্থবিদ্যার অনেক অংশের তুলনায়ই এই অংশে গাণিতিক অপেক্ষা প্রত্যয়ের উপর জোর বেশী। সেইজন্যই বক্তব্য বিষয় বুঝাইবার জন্য চিত্র এবং বর্ণনার উপর আনুপাতিক বেশী জোর দেওয়া হইয়াছে যদিও প্রয়োজনমত গাণিতিক হিসাবও সঙ্গে সঙ্গে সমভাবেই লিপিবদ্ধ করা হইয়াছে। এই ধরণের পুস্তকে মৌলিক বিষয় ব্যবহার করার সুযোগ খুবই সীমাবদ্ধ। এই পুস্তকটিও এই নীতির ব্যতিক্রম নহে। বিভিন্ন পুস্তক এবং মৌলিক রচনার সাহায্য নেওয়া হইয়াছে এই পুস্তক প্রণয়নে। তবে সমস্ত তথ্য একটি সামগ্রিক চিত্র সৃষ্টির জন্য লেখকের ধারণা মত ব্যবহার করা হইয়াছে। কিছু কিছু জায়গায় বক্তব্য বিষয় প্রাঞ্জলরূপে উপস্থাপন করার জন্য কিছু বর্ণনা যোগ করিতে হইয়াছে যেগুলি প্রচলিত পুস্তক বা মৌলিক রচনাতে পাওয়া যায় না। তবুও এইগুলিকে "মৌলিক ধারণা" বলিয়া দাবী করা হইতেছে না। যাহারা এই

পুস্তক ব্যবহার করিবেন, রচনায় কতদূর কৃতকার্য্য হইয়াছি তাহারাই বিচার করিবেন।

এই পুস্তক রচনার পর বিভিন্ন অংশ বিভিন্ন ব্যক্তি পড়িয়া দেখিয়া কিছু রদবদলের প্রস্তাব করিয়াছেন এবং তাহার অনেকটাই গ্রহণ করায় পুস্তকের গুণাগুণ উৎকর্ষলাভ করিয়াছে বলিয়া আমার দৃঢ় ধারণা। প্রথম, দ্বিতীয় ও পঞ্চম অধ্যায় দেখিয়াছেন যথাক্রমে আমাদের কলেজের অধ্যাপক অমলকুমার রায়চৌধুরী, মদনগোপাল বসাক এবং নিতাইচন্দ্র মুখোপাধ্যায়। তৃতীয় অধ্যায়টি আমাদের কলেজের অধ্যাপক রাসবিহারী চক্রবর্তী পুঙ্খানুপুঙ্খরূপে দেখিয়াছেন। চতুর্থ অধ্যায়টি আমার পুত্র সৌমেন বসাক (বর্তমানে শিকাগো বিশ্ববিদ্যালয়ে গবেষণারত) পরীক্ষা করিয়াছে। ইহাদের প্রত্যেককেই আমার আন্তরিক ধন্যবাদ জ্ঞাপন করিতেছি। পশ্চিমবঙ্গ রাজ্য পুস্তক পর্ষদের মুখ্য প্রশাসন আধিকারিক অধ্যাপক দিব্যেন্দু হোতা এবং ঐ প্রতিষ্ঠানের কর্মচারীবৃন্দের সহযোগিতা কৃতজ্ঞতার সহিত স্বীকৃত হইতেছে। মডার্ন প্রিণ্টার্সের সুরেশ দত্ত যত্নসহকারে বইটির মুদ্রণ করিয়াছেন এবং শ্রীগোরা দাস যথেষ্ট নৈপুণ্যের সহিত পুস্তকের ছবিগুলি ও প্রচ্ছদ আঁকিয়াছেন ; এজন্য উভয়েই আমার ধন্যবাদার্হ। পরিশেষে নিবেদন এই যে যথেষ্ট যত্ন সত্বেও পুস্তকে ভুলভ্রান্তি থাকা অসম্ভব নয়। সেরূপ ক্ষেত্রে আমাকে জানাইলে বাধিত হইব। পুস্তকের উৎকর্ষ-সাধনে কোনও প্রস্তাবও সাদরে গৃহীত হইবে।

বিজয়শঙ্কর বসাক

কলিকাতা
১লা আগস্ট, ১৯৮০

সূচীপত্র (INDEX)

পৃষ্ঠা

দ্বিতীয় পরিচ্ছেদ (Second Chapter)

পৃষ্ঠা

পঞ্চম পরিচ্ছেদ (Fifth Chapter)

প্রথম পরিচ্ছেদ

ভূমিকা

আলোকবিজ্ঞানকে সাধারণভাবে তিন ভাগে ভাগ করা যায়। (১) জ্যামিতিক আলোকবিজ্ঞান (geometrical optics), (২) ভৌত আলোকবিজ্ঞান (physical optics) এবং (৩) কোয়াণ্টাম আলোকবিজ্ঞান (quantum optics)। জ্যামিতিক আলোকবিজ্ঞানে বিভিন্ন মাধ্যমের ভিতর দিয়া আলোকরশ্মির চলাচলের ফলে যে সমস্ত ফলের উদ্ভব হয় (যথা প্রতিফলন, প্রতিসরণ ইত্যাদি) সেইগুলিই অনুসন্ধান করা হয়। আলোকের প্রতিফলন এবং প্রতিসরণের সূত্রসমূহই এই বিভাগে প্রধান ভূমিকা গ্রহণ করিয়া থাকে। বিভিন্ন প্রকার দর্পণ, লেন্স এবং প্রিজ্‌মের উপর আলোক রশ্মি পড়িলে তাহারা যে নিয়মানুসারে প্রতিফলিত অথবা প্রতিসৃত হয় জ্যামিতিক আলোকবিজ্ঞানের আলোচ্য বিষয় হইল সেই সমস্ত নিয়মাবলী। আবার বস্তু ও আলোকের পরস্পর প্রতিক্রিয়া যখন গণ্য করা হয় তখন সেই সমস্ত পরীক্ষাগুলি ভৌত আলোকবিজ্ঞানের অন্তর্গত বলিয়া মনে করা হইয়া থাকে। এই সমস্ত পরীক্ষা হইতে আলোকের স্বরূপ সম্বন্ধে জ্ঞান লাভ করা যাইতে পারে। কোনও বস্তুর মাধ্যমে আলোকের বিকীরণ (emission) এবং শোষণ (absorption) এই জ্ঞানলাভের ব্যাপারে অনেক সাহায্য করিয়া থাকে। অবশ্য বিকীরণ এবং শোষণের পূর্ণ ও সন্তোষজনক ব্যাখ্যা করিবার জন্য কোয়াণ্টাম মতবাদই অধিকতর উপযোগী। আলোকের প্রকৃতি সম্বন্ধেও ভৌত ও জ্যামিতিক আলোকবিজ্ঞানের ধারণা আলাদা রকমের এবং খানিকটা আপাত পরস্পর বিরোধী। জ্যামিতিক আলোকবিজ্ঞানে যেখানে আলোকরশ্মি সমসত্ত্ব (homogeneous) মাধ্যমে সরলরেখায় চলে বলিয়া ধরা হয়, ভৌত আলোকবিজ্ঞানে সেখানে আলোককে তরঙ্গ বলিয়া মনে করা হয়। তবে শেষ পর্যন্ত দেখা যায় যে এই দুই চিত্রের মধ্যে প্রকৃতপক্ষে কোনও বিরোধ বা অসামঞ্জস্য নাই। এবং এই তরঙ্গ চিত্রের সাহায্যে অনেকগুলি সংঘটনের (phenomena) ব্যাখ্যা করা যায়, যথা—আলোকের ব্যবর্তন (diffraction), ব্যতিচার (interference) ও সমবর্তন (polarisation). এইগুলিকে আলোকের শাস্ত্রীয় তরঙ্গচিত্র (classical wave picture) বলা যাইতে পারে। বর্তমান সংজ্ঞা অনুসারে এইগুলি ভৌত আলোকবিজ্ঞানের অন্তর্গত। আবার যদি আলোক ও বস্তুর অণু পরমাণুর

পরস্পর প্রতিক্রিয়া বিবেচনা করা যায় তবে দেখা যায় যে তরঙ্গ মতবাদ দিয়া ইহাদের ব্যাখ্যা করা যায় না। সেখানে প্ল্যাঙ্ক (Planck) ও আইনষ্টাইন (Einstein) প্রবর্তিত কোয়ান্টাম মতবাদ (quantum theory) ভিন্ন ঐ সমস্ত ব্যাপারের ব্যাখ্যা করা সম্ভব হয় না। এই শাখাকে বলা যাইতে পারে কোয়ান্টাম আলোকবিজ্ঞান। জিনিষটাকে আর একভাবেও দেখা যাইতে পারে। আমাদের দৈনন্দিন জীবনে আলোকের যে চিত্র আমরা চোখে দেখিতে পাই, যথা দর্পণ ও লেন্সের সাহায্যে বস্তুর প্রতিকৃতি সৃষ্টি করা অথবা প্রিজমের সাহায্যে আলোকের পরিবর্তন (modification) যাহা কোনও যন্ত্রের সাহায্য ছাড়াই সাদা চোখে দেখিতে পাওয়া যায় সেটাকে জ্যামিতিক আলোকবিজ্ঞান বলা যাইতে পারে। যদি আরও সূক্ষ্মতর মানের পর্যবেক্ষণের সাহায্য নেওয়া যায়, [যাহাতে ব্যতিচার-মাপক (interferometer), ঝাঝরি (grating) ইত্যাদির সাহায্য প্রয়োজন হয়] তবে আলোকের ব্যবর্তন, ব্যতিচার ও সমবর্তন ইত্যাদি পরীক্ষা করা যাইতে পারে। এই সংঘটনগুলিকে (phenomena) ভৌত আলোকবিজ্ঞান নামে অভিহিত করা হয়। যদি আরও অধিক সূক্ষ্ম মানের পর্যবেক্ষণ প্রয়োগ দ্বারা আলোক এবং পদার্থের অণু ও পরমাণুর প্রতিক্রিয়া (interaction) অনুসন্ধান করা যায় তবে সেই সমস্ত অনুসন্ধান কোয়ান্টাম আলোকবিজ্ঞানের অন্তর্ভুক্ত বলা যাইতে পারে। সুতরাং এই সংজ্ঞা অনুসারে আলোকবিজ্ঞানের উপরোক্ত তিন শাখা সংঘটনগুলির আপেক্ষিক সূক্ষ্মতা দ্বারা নির্দিষ্ট হইয়া থাকে বলা চলিতে পারে।

উল্লিখিত আলোচনা হইতে বলা যায় যে ভৌত আলোকবিজ্ঞান প্রধানতঃ আলোকের তরঙ্গচিত্রের উপর নির্মিত হইয়াছে। সুতরাং এই শাখার আলোচনাকালে আমরা স্বভাবতই তরঙ্গচিত্রের সাহায্য নিতে বাধ্য হইব। এজন্য তরঙ্গচিত্রের বিভিন্ন ধর্ম এবং গুণাবলীর সহিত প্রথমেই পরিচিত হওয়া সুবিধাজনক এবং আবশ্যক। তরঙ্গের সমীকরণসমূহ খুব সামান্যই রদবদল করিয়া বিভিন্ন ভৌত প্রক্রিয়ার বর্ণনার জন্য ব্যবহার করা চলে। উদাহরণ স্বরূপ বলা যাইতে পারে, আলোকের বিভিন্ন ধর্ম, শব্দের গতি ও প্রকৃতি, জলতরঙ্গের এবং ভূমিকম্প ইত্যাদির সময় ভূমির কম্পন, এ সমস্ত প্রক্রিয়াই তরঙ্গচিত্রের সমীকরণ দ্বারা সহজেই ব্যাখ্যা করা হইয়া থাকে। আলোক সৃষ্টির সময় যে ভ্রংশের ফলে ইহার উদ্ভব হয় বর্তমান আলোচনাকালে তাহার খুব স্পষ্ট সংজ্ঞা দিবার প্রয়োজন নাই। আলোর এই ভ্রংশ ভেক্টর (vector) অথবা স্কেলার (scalar) রাশি তাহাও নির্দিষ্ট করিবার দরকার নাই। অবশ্য শেষ পর্যন্ত ইহার প্রয়োজন হইবে যখন সমবর্তনের আলোচনায় আসা যাইবে। কিন্তু

তাহার পূর্বে আলোর ব্যবর্তন ও ব্যতিচারের ব্যাখ্যার জন্য ইহার নির্দিষ্ট সংজ্ঞা নির্দেশ করা এড়ানো যাইতে পারে।

সাধারণভাবে আলোক তরঙ্গের গতির তিনটি বৈশিষ্ট্য লক্ষণীয় ঃ—

১। প্রতিমুহূর্তে মাধ্যমের যে কোনও বিন্দুতে আলোকতরঙ্গের কয়েকটি সুনির্দিষ্ট এবং পরিমাপযোগ্য ভৌত ধর্ম থাকে।

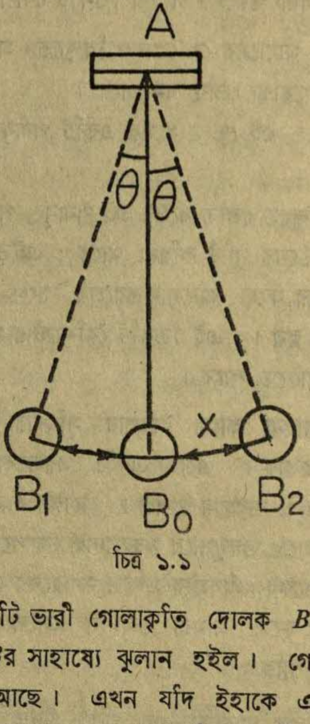
২। সেই বিন্দুতে এই ভৌত ধর্মের একটি পর্যাবৃত্ত পরিবর্তন (periodic change) হইয়া থাকে।

৩। কোনও বিন্দুতে ভৌত ধর্মের এই পর্যাবৃত্ত পরিবর্তন পরমুহূর্তে সংলগ্ন বিন্দুতে অনুরূপ পরিবর্তনের সৃষ্টি করিয়া থাকে ; এইভাবে এক বিন্দু হইতে পরবর্তী বিন্দুতে গমনের ফলে আলোকতরঙ্গের ভ্রংশ মাধ্যমের ভিতর দিয়া অবিরতভাবে প্রবাহিত হয়। এই তিনটি বৈশিষ্ট্যের সমন্বয়ে চলমান তরঙ্গের চিত্র সহজেই পাওয়া যাইতে পারে।

তরঙ্গচিত্রের আলোচনা কালে ধারণার সুবিধার জন্য একটি সহজবোধ্য মানসচিত্রের সাহায্য দরকার। এজন্য একটি সরলদোল কম্পকের (simple harmonic oscillator) ব্যবহার প্রশস্ত। কারণ আলোকের উদ্ভবের বর্তমান যে মতবাদ প্রচলিত আছে তদনুসারে সরলদোল কম্পকের ভূমিকা মুখ্য এবং প্রাথমিক। এই কম্পকের ধর্মাবলীর সহিত সঞ্চরণের (propagation) সাধারণ সমীকরণের সংযোগের ফলে আমরা চলমান আলোকতরঙ্গের একটা সুস্পষ্ট আলেখ্য গঠন করতে পারি।

সরল দোল কম্পকের সহজতম এবং প্রকৃষ্ট উদাহরণ হিসাবে একটি সংঘর্ষ-বিহীন (frictionless) সরল দোলক বাছিয়া নেওয়া যাইতে পারে। এই দোলকের গঠনপ্রণালী খুবই সহজসাধ্য। যদিও এরূপ দোলক সত্যসত্যই সম্পূর্ণ সংঘর্ষবিহীন করা যায় না, কারণ দোলনকালে বায়ুমণ্ডলের এবং অন্যান্য প্রকারের বাধা (যত কমই হোক না কেন) সংঘর্ষ হিসাবে দোলকের উপর ক্রিয়া করিবেই তবুও গাণিতিক কৌশল হিসাবে এই সংঘর্ষবিহীন দোলক খুবই সুবিধাজনক। সংঘর্ষের সম্পূর্ণ অনুপস্থিতি ধরিয়া লইলে গাণিতিক প্রক্রিয়া অনেক সহজসাধ্য হইয়া আসে। অথচ এইভাবে যে সিদ্ধান্তে পৌছান যায় তাহা পরীক্ষালব্ধ ফল হইতে সাধারণত খুব তফাৎ হয় না। অধিকন্তু প্রয়োজনবোধে সংঘর্ষের প্রভাব মূল গাণিতিক প্রক্রিয়ার সহিত যোগ করা যাইতে পারে এবং বলাই বাহুল্য যে এবারের সিদ্ধান্ত পরীক্ষালব্ধ ফলের সহিত আরও ভালভাবে মিলিয়া যাইবে। বর্ণিত সরলগোলকে সংঘর্ষের উপস্থিতি

থাকিলেও ইহার পরিমাণ এত কম যে প্রাথমিকভাবে সেটা অগ্রাহ্য করিলেও যে ফলাফল পাওয়া যায় তাহা খুবই মূল্যবান এবং কার্যকরী। চিত্রে একটি



চিত্র ১.১

শক্ত খুঁটি A হইতে একটি ভারী গোলাকৃতি দোলক B একটি সরু শক্ত ও প্রসারণবিহীন সুতা ABর সাহায্যে ঝুলান হইল। গোড়ায় দোলকটি স্থির অবস্থায় B_0 অবস্থানে আছে। এখন যদি ইহাকে একধারে একটু টানিয়া B_1 পর্যন্ত নিয়া যাওয়া হয় যাহাতে ১.১ নং চিত্রে প্রদর্শিত কোণ θ ন্যূনাধিক 4° অতিক্রম না করে এবং এই অবস্থায় দোলকটি ছাড়িয়া দেওয়া হয় তবে সেটি B_1 এবং B_2 এর মধ্যে দুলিতে থাকিবে। দোলকটির দোলনের পথ একটি বৃত্তের চাপের (arc) আকৃতির হইবে। সংঘর্ষের ফলে কোণ θর মান ক্রমশঃ কমিয়া আসিতে থাকিবে, কিন্তু এই হ্রাসের পরিমাণ খুবই সামান্য হওয়ায় পরপর দুইটি θর মান প্রায় সমান ধরা যায়। বৃত্তের চাপের পথে দোলকের গতি যদি লক্ষ্য করা যায় তবে দেখা যাইবে যে এই গতি সময়ের সহিত নিম্নলিখিত সমীকরণ দ্বারা যুক্ত

$$y = f(t) \tag{1.1}$$

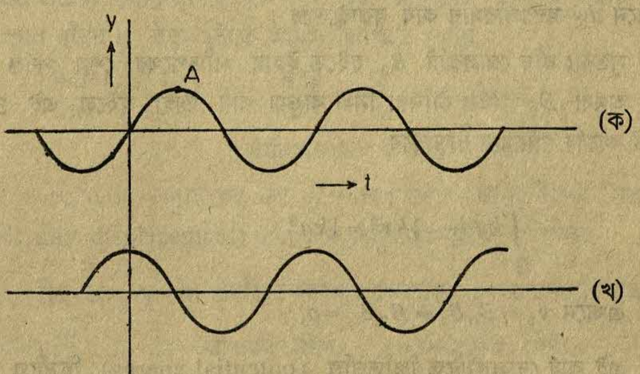
এখানে y যে কোনও সুবিধামত বিন্দু হইতে বলের বৃত্তের চাপের পথে ভ্রংশ বুঝাইতেছে, $f(t)$ সময়ের অপেক্ষক (function of time).

এই সরল দোলকটির দোলন লক্ষ্য করিলে নিম্নলিখিত ফলাফল দেখা যাইবে। এবং এই পর্যবেক্ষণ হইতে কয়েকটি প্রয়োজনীয় সংজ্ঞাও পাওয়া যায়।

(ক) দোলকের সূতা AB একটি উল্লম্ব তলে দুলিতে থাকিবে। দোলকটির সাম্যাবস্থা (equilibrium position) B_0 দিয়া পরপর দুইবার যাইতে ইহার সর্বদা একই সময় লাগিবে। এই পর্যবেক্ষণ হইতে দোলকের দোলনকালের সংজ্ঞা পাওয়া যাইতে পারে। একই বিন্দু দিয়া পরপর একই দিকে যাইতে দোলকের যে সময় লাগে তাহাকে বলা হয় **দোলনকাল** বা **পর্যায়** (period)। এবং দোলকটির ভ্রংশ y এর সর্বোচ্চ সীমা দেখা যাইবে $+a$ অথবা $-a$ (B_0 অবস্থানে y এর মান 0 ধরিলে) এই aকে বলা হয় **বিস্তার** (amplitude)। পূর্বেই বলা হইয়াছে যে সংঘর্ষের দরুণ 'a'র মান ক্রমাগত কমিয়া আসিতে থাকিবে, কিন্তু পরপর দুইটি দোলনকাল বিবেচনা করিলে এই হ্রাস খুবই সামান্য।

(খ) দোলকের সূতা AB দুলিবার সময় ইহার সাম্যাবস্থা AB_0 এর সহিত যে কোণ θ সৃষ্টি করিয়া থাকে তাহাকে বলা হয় দশা (phase)। এই দশা শব্দটি দ্বারা বুঝা যায় যে দোলকটি দোলনক্রমের (cycle of oscillation) কোন অবস্থায় আছে।

যদি দোলকের ভ্রংশ y এবং সময় t এর একটি রেখাচিত্র আকা যায় তাহা হইলে নিম্নলিখিত ১.২ নং চিত্রের আকার দেখা যাইবে।



চিত্র ১.২

এই লেখাচিত্র যে ব্যঞ্জকের (expression) দ্বারা বোঝান যায় তাহা এইরূপ ঃ—

$$y = a \sin (wt - \phi) \quad (1.2)$$

অথবা $$y = a \cos (wt - \phi) \quad (1.3)$$

এই ব্যঞ্জকের মধ্যে a হইল গোলকের বিস্তার (amplitude), $(wt-\phi)$ কে বলা হয় দশা (phase) এবং ϕ দশা-ধ্রুবক (phase constant or epoch) বুঝাইতেছে। এই $(wt-\phi)$ ১.১ নং চিত্রের θ'র সমার্থক। w এখানে গোলকটির বৃত্তীয় কম্পাঙ্ক (circular frequency) বুঝাইতেছে। গোলকের গতি এই সমস্ত সংখ্যা a, w এবং ϕ এর মানের উপর নির্ভর করিবে যদিও লেখাচিত্রের সাধারণ চেহারা একই রকম হইবে। ১.২ (ক) এবং ১.২ (খ) একই তরঙ্গের বিভিন্ন প্রকাশভঙ্গি এবং ইহারা শুধু y অক্ষের দিকে পরস্পর $\frac{\pi}{2}$ দশা পার্থক্যের দ্বারা বিচ্ছিন্ন।

গোলকটি যদি সাম্যাবস্থা B_0 হইতে একদিকে সরাইয়া আনা যায় তবে ইহা একটি প্রত্যানয়ন বল (restoring force) F B_0র দিকে অনুভব করিবে। এই বল ভ্রংশের সমানুপাতিক হইবে ; সুতরাং y ভ্রংশের জন্য ইহা লেখা যাইতে পারে ky যদি আনুপাতিক ধ্রুবক (constant of proportionality) k ধরা হয়।

$$F=ky \tag{1.4}$$

এই বলের বিরুদ্ধে যদি দোলকটির dy ভ্রংশ বাড়ানো হয় তবে যে কার্য করিতে হইবে তাহার পরিমাণ dw লেখা যাইতে পারে

$$dw=F\cdot dy=kydy \tag{1.5}$$

এখানে dw স্বল্পপরিমাণ কার্য বুঝাইতেছে।

সুতরাং যদি গোলকটি B_0 হইতে ইহার গতিপথের শেষ পর্যন্ত অর্থাৎ B_1 অথবা B_2 পর্যন্ত টানিয়া নিয়া যাওয়া যায় তাহা হইলে এই প্রক্রিয়ায় মোট কার্যের পরিমাণ দাঁড়াইবে

$$\int_0^{y_0} kydy=\tfrac{1}{2}ky^2\Big|_0=\tfrac{1}{2}ka^2 \tag{1.6}$$

এখানে $y_0=B_0B_1=B_0B_2=a.$

এই কার্য দোলকটিতে স্থিতিশক্তি (potential energy) হিসাবে সঞ্চিত হইবে। দোলনকালে স্থিতিশক্তি পর্যায়ক্রমে এই মান এবং মূল্যের মধ্যে পরিবর্তিত হইতে থাকিবে। একই সঙ্গে ইহার গতিশক্তিও দুইটি সীমার মধ্যে আবর্তিত হইতে থাকিবে। তবে এটা দেখানো যাইতে পারে যে এই দোলনকালে স্থিতি এবং গতিশক্তির যোগফল ধ্রুবক থাকিবে ; শুধুমাত্র ইহারা স্থিতিশক্তি

হইতে গতিশক্তি এবং গতিশক্তি হইতে স্থিতিশক্তি এরকমভাবে রূপ পরিবর্তন করিয়া থাকে।

গতির সমীকরণ

সমীকরণ 1.2 অথবা 1.3 হইতে আমরা গতির সমীকরণ পাইতে পারি। 1.2 কে যদি সময় t এর সাপেক্ষে অন্তরকলন (differentiate) করা যায় তবে পাওয়া যায়

$$\frac{dy}{dt}=\dot{y}=wa\cos(wt-\phi)=\pm w\sqrt{a^2\cos^2(wt-\phi)}$$

$$=\pm w\sqrt{a^2[1-\sin^2(wt-\phi)]}=\pm w\sqrt{a^2-y^2} \qquad (1.7)$$

$$\frac{d^2y}{dt^2}=\ddot{y}=-w^2a\sin(wt-\phi)=-w^2y \qquad (1.8)$$

বা $\ddot{y}=-w^2y$ (1.9)

সমীকরণ 1.8 অথবা 1.9 সরল দোলগতির মূল সমীকরণ। এই সমীকরণ সরল দোলগতির সংজ্ঞা হইতে সোজাসুজি পাওয়া যাইতে পারে।

কোনও দোলকের গতির সময় যদি উহার উপর প্রযুক্ত বল এমনভাবে ক্রিয়া করে যে উহা সর্বদা কোনও নির্দিষ্ট বিন্দুর দিকে গতির বিপরীতমুখী হয় এবং ভ্রংশের সমানুপাতিক হয় তবে উক্ত দোলকের দোলন সরল দোলগতি সম্পন্ন হইবে। ইহা হইতে আমরা লিখিতে পারি ঃ

$$\frac{md^2y}{dt^2}=-ky \quad \text{বা} \quad \frac{d^2y}{dt^2}=-\frac{k}{m}=-w^2y$$

(সমীকরণ 1.9 ব্যবহার করিয়া) (1.10)

এখানে $m=$ দোলকের ভর, $k=$ একক ভ্রংশের জন্য উৎপন্ন বল (force for unit displacement) এবং $w=$ দোলকের বৃত্তীয় কম্পাঙ্ক।

চিত্র নং ১.১ (এ) প্রদর্শিত সাধারণ দোলকের ক্ষেত্রে অবশ্য পাওয়া যাইবে $w=\sqrt{\frac{g}{l}}$. $g=$ অভিকর্ষ ত্বরণ, $l=$ দোলকের দৈর্ঘ্য। $w=\sqrt{\frac{k}{m}}$ প্রকৃতপক্ষে পাওয়া যায় ব্যাবর্ত দোলকের (torsional pendulum) এর বেলায়।

সুতরাং $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$ (1.11)

কম্পাঙ্ক ν এবং বৃত্তীয় কম্পাঙ্ক ω এর মধ্যে সম্বন্ধ লেখা যায়

$$\omega = 2\pi\nu \tag{1.12}$$

এবং দোলকের পর্যায় (period) T কম্পাঙ্কের সহিত নিম্নলিখিতভাবে সংশ্লিষ্ট

$$\nu = \frac{1}{T} \tag{1.13}$$

$$\therefore \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{1.14}$$

কাজেই দেখা যাইতেছে যে দোলকের পর্যায় বা দোলনকাল দোলকের ভর m, এবং একক ভ্রংশের জন্য উৎপন্ন বল k এর উপর নির্ভর করে এবং যথাক্রমে ইহাদের বর্গমূলের সমানুপাতিক (directly proportional) ও ব্যস্তানুপাতিক (inversely proportional). কোনও কেলাসজাতীয় কঠিন পদার্থে এক বা একাধিক স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক (natural frequency) বর্তমান থাকে। এই স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক স্বচ্ছ কঠিন পদার্থে আলোর বিচ্ছুরণে (dispersion) খুবই গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা গ্রহণ করে। এই স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের উৎপত্তির কারণ কঠিন পদার্থের সৃষ্টিকারী ক্ষুদ্রতর কণাগুলির কম্পন; আর এই কম্পনের কম্পাঙ্কের বা পর্যায়ের মান নির্ভর করিবে সমীকরণ (1.14) অনুসারে k এর মানের উপর। কণাগুলি নিজেদের গঠন এবং পারিপার্শ্বিকের উপর নির্ভর করিয়া একটি বলক্ষেত্রের (force field) মধ্যে অবস্থিত থাকে। যদি একটি কণা ইহার চারিদিকে অবস্থিত অন্যান্য কণার সহিত আলগাভাবে এই বল-ক্ষেত্রের দ্বারা সংযুক্ত থাকে (loosely bound) তবে এই ক্ষেত্রে একক ভ্রংশের জন্য উৎপন্ন বল k স্বভাবতই কম হইবে। 1.14 অনুসারে ইহার অর্থ এই যে পর্যায় T অনুরূপক্ষেত্রে অপেক্ষাকৃত বেশী হইবে অর্থাৎ বস্তুটির স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের মান কম দাঁড়াইবে। অবশ্য এই ক্ষেত্রে ধরা হইয়াছে যে কণাগুলির অন্যান্য মান বিভিন্ন ক্ষেত্রে একই আছে। অপরদিকে যদি বলক্ষেত্র (force field) এক থাকে তবে বিভিন্ন বস্তুর স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক নির্ভর করিবে কণার ভরের উপর। কণার ভরের বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে দোলনকালেরও বৃদ্ধি হইবে। সুতরাং ইহা হইতে মনে করা যাইতে পারে যে একই উপাদানের ক্ষেত্রে কণাগুলি যদি আণবিক অবস্থায় থাকে তবে তাহার দোলনকাল পারমাণবিক কণার দোলনকাল হইতে বেশী হইবে। কারণ সাধারণভাবে অণুর ভর পরমাণুর ভর হইতে বেশী। অবশ্য এই আলোচনা খুবই গুণগতভাবে (qualitatively) করা হইল। কঠিন পদার্থের স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের মান আরও অনেক জটিল

কারণের উপর নির্ভরশীল। এখানে শুধু মোটামুটি ভাবে কম্পাঙ্কের উপর m এবং k এর প্রভাবের আলোচনা করা হইল।

দোলকের গতিশক্তির সমীকরণ লেখা যায়

গতিশক্তি (Kinetic Energy) $= \frac{1}{2}m\dot{y}^2 = \frac{1}{2}mw^2(a^2 - y^2)$

$$= \frac{mw^2a^2}{2} - \frac{mw^2y^2}{2} \qquad (1.15)$$

$\therefore$ মোট শক্তি $E =$ স্থিতিশক্তি + গতিশক্তি

$$\text{or } E = \frac{1}{2}mw^2a^2 - \frac{1}{2}mw^2y^2 + \frac{1}{2}ky^2$$

(1.11) প্রয়োগ করিয়া পাওয়া যায়

$$E = \frac{1}{2}mw^2a^2 - \frac{1}{2}mw^2y^2 + \frac{1}{2}mw^2y^2$$
$$= \frac{1}{2}mw^2a^2 \qquad (1.16)$$

(1.16) এর তিনটি রাশিই (m, w এবং a) দোলনের অবস্থা নিরপেক্ষ। সুতরাং দোলনকালে মোটশক্তির পরিমাণ দোলনের সকল দশায়ই অপরিবর্তিত থাকিবে। অবশ্য বাস্তব ক্ষেত্রে মাধ্যমের সহিত সংঘর্ষের দরুণ বিস্তার a-র মান ক্রমে কমিয়া আসিতে থাকায় এই মোটশক্তির পরিমাণও সমানুপাতিক ভাবে কমিতে থাকিবে এবং কালক্রমে যখন a শূন্যে পরিণত হইবে তখন মোটশক্তির পরিমাণও নিঃশেষিত হইবে।

উপরে আলোচিত সমীকরণ 1.8 এবং 1.9 সরল দোলগতির মূল সমীকরণ। আর যেহেতু ইহারা দ্বিতীয় ক্রমের অন্তরকলন সমীকরণ (differential equation of the second order) সেইজন্য ইহার সমাধানে (solution) দুইটি ইচ্ছাধীন ধ্রুবক (arbitrary constants) বর্তমান থাকে। এই সমাধান বিভিন্ন আকারে লেখা যাইতে পারে

(i) $y = a\sin(wt - \phi) = a\sin\delta$ (1.17)

(ii) $y = a\cos(wt - \phi') = a\cos\delta'$ (1.18)

(iii) $y = A\cos wt + B\sin wt$ (1.19)

(i) নং সমীকরণে ইচ্ছাধীন ধ্রুবক দুইটি a এবং ϕ ; $[(wt - \phi) = \delta]$.

(ii) নং সমীকরণে ইহারা যথাক্রমে a এবং ϕ' এবং (iii) নং সমীকরণে এই ধ্রুবক দুইটি A এবং B.. এই জাতীয় দ্বিতীয় ক্রমের অন্তরকলন সমীকরণে ধ্রুবক দুইটির মান নির্ণয় করিতে হইলে সাধারণত গতির দুইটি প্রারম্ভিক অবস্থা (initial condition) জানা দরকার। যদি মাত্র একটি প্রারম্ভিক অবস্থা জানা থাকে তবে দুইটি ধ্রুবকের মধ্যে একটি ধ্রুবকের মানই সম্পূর্ণ নির্ণয়

করা সম্ভব হইবে। এই প্রারম্ভিক অবস্থা দুইটিও বিভিন্ন আকারে দেওয়া যায়। যথা গতির কোনও একটি সময়ে ভ্রংশ y, গতিবেগ $\dot{y}$ অথবা ত্বরণ $\ddot{y}$ এর তিনটির মধ্যে $\dot{y}$ এবং অপর দুইটির মধ্যে যে কোন একটির মান দেওয়া থাকিলেই ইচ্ছাধীন ধ্রুবক দুইটি নির্ণয় করা যায় এবং সমাধানটি ব্যবহার করিয়া দোলনের ধর্ম জানা যায় (কারণ সমীকরণ 1.9 অনুসারে y এবং $\ddot{y}$ পরস্পর সম্বন্ধযুক্ত)। আবার ইহার পরিবর্তে গতির চক্রের যে কোনও দুইটি সময় t_1 এবং t_2 এর y, $\dot{y}$ অথবা $\ddot{y}$ এর যে কোনও একটি রাশির মান জানা থাকিলেও ইচ্ছাধীন ধ্রুবক দুইটি বাহির করা যায়। অবশ্য কোনও একটি পরীক্ষা ব্যবস্থার জন্য বৃত্তীয় কম্পাঙ্ক w সংখ্যাটিও ধ্রুবক, কিন্তু ইহা ইচ্ছাধীন ধ্রুবক নহে। ইহার মান নির্ভর করে দোলকের নিজস্ব ধর্মের উপর ; যেমন উপরের আলোচনায় দেখা গিয়াছে যে সমীকরণ (1.11) অনুসারে ইহা নির্ভর করে m এবং k এর মানের উপর।

যদি দেওয়া থাকে যে দোলনের আরম্ভের সময় (অর্থাৎ যখন $t=0$) $y=0$ এবং $\dot{y}=v$ · তবে 1.17 এবং 1.7 ব্যবহার করিয়া পাওয়া যায়

$$\phi=0 \text{ এবং } a=\frac{v}{w}$$

অতএব 1.17 কে লেখা যায় $y=\dfrac{v}{w}\sin wt$

আবার যদি দেওয়া থাকে $y=y_1$ যখন $t=t_1$

এবং $y=y_2$ যখন $t=t_2$

তাহা হইলে (1.19) দাড়াইবে

$$y=\left[\frac{y_1\cos wt_2-y_2\cos wt_1}{\sin w\,(t_1-t_2)}\right]\sin wt+\left[\frac{y_2\sin wt_1-y_1\sin wt_2}{\sin w(t_1-t_2)}\right]\cos wt$$

কারণ প্রদত্ত শর্ত হইতে পাওয়া যায়

$$y_1=A\cos wt_1+B\sin wt_1\ ;\ y_2=A\cos wt_2+B\sin wt_2.$$

or $y_1\sin wt_2=A\cos wt_1\sin wt_2+B\sin wt_1\sin wt_2$

and $y_2\sin wt_1=A\cos wt_2\sin wt_1+B\sin wt_2\sin wt_1$

দ্বিতীয়টি হইতে প্রথমটিকে বিয়োগ করিয়া লেখা যায়

$$y_2\sin wt_1-y_1\sin wt_2=A\sin wt_1\cos wt_2-A\cos wt_1\sin wt_2$$
$$=A\sin w\,(t_1-t_2)$$

$$\therefore\ A=\frac{y_2\sin wt_1-y_1\sin wt_2}{\sin w\,(t_1-t_2)}$$

অনুরূপভাবে $B = \dfrac{y_1 \cos wt_2 - y_2 \cos wt_1}{\sin w(t_1 - t_2)}$

আর সমীকরণ (i), (ii) এবং (iii) একই অন্তরকলন সমীকরণের সমাধান হইলেও ইহাদের ইচ্ছাধীন ধ্রুবক দুইটি এক নাও হইতে পারে। ইহাদের প্রত্যেকের প্রারম্ভিক অবস্থা যদি এক হয় তবে অবশ্য নিম্নলিখিত সর্ত পালিত হইতে হইবে

$$A = -a \sin\phi \qquad B = a \cos \phi$$

কারণ তাহা হইলে (iii) কে লেখা যায়

$$y = a \sin wt \cos \phi - a \cos wt \sin \phi = a \sin (wt - \phi)$$

অর্থাৎ (iii) হইতে (i) এ আসা যায় এবং দেখানো যায় যে ইহারা উভয়েই একই সমীকরণের বিভিন্ন রূপ।

আবার লেখা যায়

$$A = a \cos \phi' \qquad B = -a \sin \phi'$$

তাহা হইল দাড়ায়

$$y = a \cos wt \cos \phi' - a \sin wt \sin \phi'$$
$$= a \cos (wt - \phi')$$

অর্থাৎ এই ক্ষেত্রে সমীকরণ (iii) হইতে (ii) এ আসা যায়।

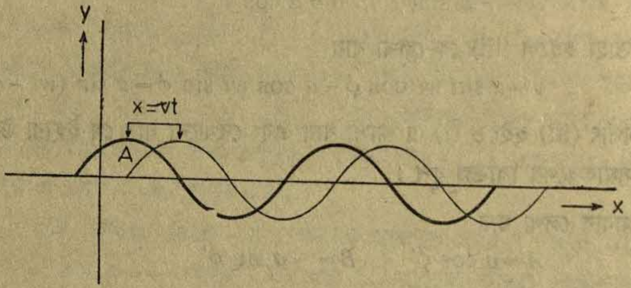
উপরোক্ত আলোচনা হইতে ϕ এবং ϕ' এর মধ্যের সম্বন্ধও সহজেই বাহির করা যায়।

তরঙ্গগতি (Wave motion)

গতিশীল তরঙ্গ (Progressive wave)

যখন কোনও উৎসের কম্পনের ফলে তরঙ্গের সৃষ্টি হয় সেই তরঙ্গ উৎস হইতে ছড়াইয়া পড়ে। এই তরঙ্গকে বলা যাইতে পারে গতিশীল তরঙ্গ (progressive wave). নানা ধরণের উৎস হইতে এইরূপ গতিশীল তরঙ্গের উদ্ভব হয়। যেমন শান্ত জলে ঢিল ফেলিলে পতনের স্থান হইতে তরঙ্গরাশি জল পৃষ্ঠের চতুর্দিকে ছড়াইয়া পড়ে। অনুরূপভাবে কোনও আলোক উৎস সৃষ্টি করিলে

তাহা হইতেও আলোকতরঙ্গ চতুর্দিকে মাধ্যমের মধ্য দিয়া গমন করে। আবার একটি একটি সরু ধাতুর তার দুইপ্রান্তে টান করিয়া ধরিয়া যদি ইহার কোনও স্থানে দৈর্ঘ্যের সমকোণে আঘাত করা যায় তাহা হইলেও এই তারের মধ্যে তরঙ্গের সৃষ্টি হয় এবং নিম্নের আকৃতির তরঙ্গ উভয় দিকে গমন করিতে থাকে। যে কোনও মুহূর্তে যদি এই কম্পনশীল তারের একটি ছবি লওয়া হয় তবে তাহার আকৃতি হইবে সাধারণত নিম্নের চিত্র নং ১.৩ এর অনুরূপ। এই চিত্রে



চিত্র ১.৩

তারের কোনও বিন্দুর শান্ত (undisturbed) অবস্থা হইতে ভ্রংশ যদি y হয় এবং তারের দৈর্ঘ্যের দিক বুঝাইতে যদি x ব্যবহার করা যায় তবে লেখা যাইতে পারে

$$y=f(x) \tag{1.20}$$

এখানে $f(x)$ বুঝাইতেছে দৈর্ঘ্য x এর একটি অপেক্ষক (function). পূর্বেই বলা হইয়াছে যে এই ভ্রংশ y এর সঠিক প্রকৃতি স্পষ্ট করিয়া বলিবার প্রয়োজন নাই; ইহা উপরোক্ত জলের ঢেউয়ের মধ্যে যে কোনও স্থানের শান্ত অবস্থা হইতে চ্যুতি বুঝাইতে পারে। অথবা একটি পরিবর্তনশীল বৈদ্যুতিক ক্ষেত্রের (electric field) মানের ওঠানামা হইতে পারে। যেহেতু তরঙ্গটি গতিশীল y এর মান x এবং সময় t এর উপর নির্ভরশীল হইবে। যদি ধরা যায় $t=0$, তবে y শুধু x এর উপর নির্ভর করিবে এবং এই বেলায় উপরের সমীকরণ 1.20 পাওয়া যাইবে। এরূপ অবস্থায় তরঙ্গের চিত্রটিকে বলা যাইবে তরঙ্গের রূপরেখা (wave profile). অবশ্য এইরূপ রূপরেখা পাইতে হইলে $t=0$ হওয়া আবশ্যিক নহে যে কোনও সময়েই যদি কম্পনশীল তারের একটি ছবি লওয়া যায় তবে একটি তরঙ্গ রূপরেখা পাওয়া যাইবে। শুধু স্থানাঙ্ক উৎসের (origin of coordinates) সাপেক্ষে ইহার অবস্থানের পরিবর্তন দেখা যাইবে। অবশ্য

সমীকরণ 1.20 দ্বারা যে তরঙ্গ বুঝান হইয়াছে সেটি গতিশীল নয়। গতিশীল তরঙ্গ বুঝাইতে হইলে স্বভাবতই ইহার ধরণ হইবে

$$y=f(x, t) \qquad (1.21)$$

অর্থাৎ $f(x, t)$ যুগপৎ x এবং t এর অপেক্ষক। যদি ধরিয়া লওয়া যায় যে চিত্রে প্রদর্শিত তরঙ্গ রূপরেখাটি অপরিবর্তিত আকারে x এর ধনাত্মক দিকে ধ্রুবক গতি v হারে অগ্রসর হইতেছে t সময় পরে আবার একটি ছবি তুলিলে দেখা যাইবে এই অপরিবর্তিত তরঙ্গ রূপরেখা vt দূরত্ব অতিক্রম করিয়াছে।

চিত্র নং ১.৩এ এই অবস্থা সরু সরু রেখার দ্বারা বুঝানো হইয়াছে।

যদি এবার স্থানাঙ্ক উৎস x এর ধনাত্মক দিকে vt সরাইয়া লওয়া হয় এবং নূতন দূরত্ব x এর বদলে X দিয়া বুঝানো হয় তবে লেখা যাইতে পারে (নূতন স্থানাঙ্ক উৎসের জন্য)

$$y=f(X) \qquad 1.22$$

কিন্তু আগের উৎস এবং নূতন উৎস নিম্নলিখিতরূপে সংযুক্ত

$$x=X+vt$$

সুতরাং লেখা যায়

$$y=f(x-vt) \qquad 1.23$$

যে তরঙ্গ v ধ্রুবক গতিবেগে অপরিবর্তিত রূপরেখায় x অক্ষের ধনাত্মক দিকে গমন করে সেই জাতীয় তরঙ্গের জন্য ১.২৩ সমীকরণটিই সর্বাপেক্ষা সাধারণ ব্যঞ্জক (expression). যেভাবে এই ব্যঞ্জকটি পাওয়া গিয়াছে তাহা হইতে সহজেই বুঝা যায় যে যদি উক্ত তরঙ্গটি x অক্ষের ঋনাত্মক দিকে গমন করে তবে সংশ্লিষ্ট সমীকরণটি হইবে

$$y=f(x+vt) \qquad 1.24$$

সমীকরণ 1.23 কে x এর সাপেক্ষে (with respect to x) অন্তরকলন করিয়া পাওয়া যায়

$$\frac{\partial y}{\partial x}=f'(x-vt)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}=f''(x-vt)$$

এখানে f' একবার অন্তরকলনের ফল বুঝাইতেছে এবং f'' দুইবার অন্তরকলনের ফল বুঝাইতেছে। ব্যঞ্জকের মান কি হইবে তাহা অপেক্ষক f এর প্রকৃতির উপর নির্ভর করিবে। 1.25

আবার 1.23 কে t এর সাপেক্ষে অন্তরকলন করিলে অনুরূপভাবে লেখা যায়

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -vf'(x - vt)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 f''(x - vt) \qquad 1.26$$

সুতরাং এই দুইটি অন্তরকলনের ফলে লেখা যায়

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \qquad 1.27$$

সমীকরণ 1.27 টিকে বলা যায় একমাত্রিক (one dimensional) তরঙ্গের সর্বাপেক্ষা সাধারণ অন্তরকলন সমীকরণ (differential equation)। 1.24 সমীকরণ হইতেও এই একই ব্যঞ্জকে আসা যায়। অতএব 1.23 এবং 1.24 উভয়েই এই অন্তরকলন সমীকরণ 1.27 এর সমাধান। একমাত্র তফাৎ এই যে 1.23 এর ক্ষেত্রে তরঙ্গের গতি x এর ধনাত্মক দিকে কিন্তু 1.24 এর ক্ষেত্রে ইহা x এর ঋণাত্মক দিকে। এই উক্তির সত্যতা সমীকরণ 1.23 যেভাবে লব্ধ হইয়াছে তাহার সাহায্যেই বুঝা যায়। কিন্তু ইহা দেখানো যাইতে পারে যে

$$y = Af(x - vt) + Bf(x + vt) \qquad 1.28$$

এটিও 1.27 এর একটি সমাধান। সমীকরণ 1.28 এ A এবং B দুইটি ইচ্ছাধীন ধ্রুবক (arbitrary constants) ঃ সহজেই বুঝা যায় যে সমীকরণ 1.28 এ প্রথমটি x এর ধনাত্মক দিকে এবং দ্বিতীয়টি ইহার ঋণাত্মক দিকে গমনকারী দুইটি তরঙ্গের সমষ্টি।

এখানে ধরা হইয়াছে যে তরঙ্গ দুইটির রূপরেখা (profile) একরকম। কিন্তু ইহা আবশ্যক নহে এবং সমাধানটিকে আরও সাধারণ করিয়া লেখা যায়

$$p = Af_1(x - vt) + Bf_2(x + vt) \qquad 1.29$$

এখানে f_1 এবং f_2 অপেক্ষক (function) দুইটি আলাদা হওয়ায় তরঙ্গ দুইটির রূপরেখাও আলাদা হইবে।

f এর প্রকৃতির উপর নির্ভর করিয়া তরঙ্গের রূপরেখা বিভিন্ন প্রকারের হইবে। ইহার মধ্যে সর্বাপেক্ষা সরল প্রকৃতির তরঙ্গ হইবে সেইগুলি যেখানে f এর স্থান লইবে sine অথবা cosine. এইরূপ একটি তরঙ্গের বিষয় আলোচিত হইয়াছে সমীকরণ 1.2 এবং 1.3 দুইটিতে। এখানে ভ্রংশ হইবে

সরল দোলগতিসম্পন্ন (simple harmonic). এই প্রসঙ্গে পাওয়া গিয়াছে অন্তরকলন সমীকরণ 1.9

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -w^2y$$

এই জাতীয় যে সমস্ত অন্তরকলন সমীকরণে $y, \frac{dy}{dt}$ অথবা $\frac{dy^2}{dt^2}$ এর প্রথম বর্গের বেশী ঘাতের (power) পদ বর্তমান থাকে না তাহাদের একঘাত সমীকরণ (linear equation) বলা হয়। ইহার উপর যদি এই সমীকরণে y-নিরপেক্ষ (independent of y) কোনও পদ বর্তমান না থাকে তবে সমীকরণটিকে সমমাত্রও (homogeneous) বলা হয়। এইজাতীয় একঘাত এবং সমমাত্র অন্তরকলন সমীকরণের একটি খুব চিত্তাকর্ষক এবং গুরুত্বপূর্ণ ধর্ম আছে। এই সমীকরণের দুইটি সমাধানের যোগফলও একটি নূতন সমাধান। অবশ্য যে সমস্ত সমীকরণ একঘাত নয় তাহাদের ক্ষেত্রে এই ধর্ম বর্তমান নাই। এই ধর্মটির অস্তিত্ব নিম্নলিখিতরূপে প্রমাণ করা যায়।

ধরা যাক যে অন্তরকলন সমীকরণটি নিম্নপ্রকারের পাওয়া গিয়াছে

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -Ay + By^2 + Cy^3 + Dy^4 + \cdots \qquad 1.30$$

ইহাদের মধ্যে B, C, D ইত্যাদি ধ্রুবকগুলি (A বাদে) যদি শূন্য হয় অথবা এত ক্ষুদ্র হয় যে ইহাদের শূন্য বলিয়া ধরিয়া লওয়া যায় তবে সমীকরণ 1.30 কে একঘাত সমমাত্র বলা যাইবে। ধরা যাক y_1 এবং y_2 সমীকরণ 1.30 এর দুইটি পৃথক সমাধান। স্বভাবতই ইহাদের ক্ষেত্রে প্রারম্ভিক অবস্থা (initial conditions) আলাদা হইবে। তবে ইহাদের উভয়ের বেলাই 1.30 এর সর্ত পালিত হইবে। সুতরাং

$$\frac{d^2y_1}{dt^2} = -Ay_1 + By_1{}^2 + Cy_1{}^3 + Dy_1{}^4 + \cdots \qquad 1.31$$

$$\frac{d^2y_2}{dt^2} = -Ay_2 + By_2{}^2 + Cy_2{}^3 + Dy_2{}^4 - \cdots \qquad 1.32$$

যদি অধিস্থাপনের নীতি (principle of superposition) বৈধ হয় তবে লেখা যাইতে পারে

$$\frac{d^2(y_1+y_2)}{dt^2} = -A(y_1+y_2) + B(y_1+y_2)^2 + C(y_1+y_2)^3 + D(y_1+y_2)^4 \qquad 1.33$$

দেখা যায় যে সমীকরণ 1.33 শুধুমাত্র তখনই বৈধ হইবে যখন B, C, D ইত্যাদি ধ্রুবকগুলি শূন্য হইবে। কারণ 1.31 এবং 1.32 যোগ করিবার পর দেখা যাইবে যে সমীকরণ 1.33 সত্য হইবে একমাত্র নিম্নলিখিত সর্তগুলি পালিত হইলে

$$\frac{d^2y_1}{dt^2}+\frac{d^2y_2}{dt^2}=\frac{d^2(y_1+y_2)}{dt^2} \qquad 1.34$$

$$-Ay_1-Ay_2=-A(y_1+y_2) \qquad 1.35$$

$$By_1{}^2+By_2{}^2=B(y_1+y_2)^2 \qquad 1.36$$

$$Cy_1{}^3+Cy_2{}^3=C(y_1+y_2)^3 \qquad 1.37$$

সমীকরণ 1.34 এবং 1.35 উভয়েই বৈধ। কিন্তু B, C ইত্যাদি শূন্য না হইলে সমীকরণ 1.36 এবং 1.37 বৈধ নহে। অতএব দেখা যাইতেছে যে একমাত্র একঘাত সমমাত্র সমীকরণের ক্ষেত্রেই এই অধিস্থাপনের নীতি বৈধ। অর্থাৎ y_1 এবং y_2 যদি সমীকরণের দুইটি সমাধান হয় তবে ইহাদের যোগফলও একটি নূতন সমাধান। অবশ্য যোগ করিবার সময় প্রত্যেকটিতে একটি ইচ্ছাধীন ধ্রুবক (arbitrary constant) আসিবে।

পূর্বেই বলা হইয়াছে যে $y=f(x\mp vt)$ এই জাতীয় তরঙ্গ সমীকরণে অপেক্ষক f এর সর্বাপেক্ষা সরল প্রকৃতি হইবে যখন ইহা একটি sine অথবা cosine অপেক্ষক হইবে। এইক্ষেত্রে $t=0$ সময়ে যে তরঙ্গরূপরেখা পাওয়া যাইবে তাহা লেখা যাইতে পারে

$$y=a\sin mx \quad \text{or} \quad a\cos mx \qquad 1.38$$

যদি পরেরটি নেওয়া হয় তবে t সময় বাদে দাড়াইবে

$$y=a\cos m\,(x-vt) \qquad 1{\cdot}39$$

এখানে a বিস্তার (amplitude) বুঝাইতেছে। তরঙ্গ রূপরেখার x অক্ষের দিকে $\frac{2\pi}{m}$ দূরত্ব পরপর পুনরাবৃত্তি হয়। এই দূরত্বকে বলা হয় তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ. সুতরাং লেখা যায়

$$y=a\cos\frac{2\pi}{\lambda}(x-vt) \qquad 1.40$$

আবার $\frac{v}{\lambda}=\nu$ (ν = কম্পাঙ্ক) ; $w=2\pi\nu$ (w = বৃত্তীয় কম্পাঙ্ক)

এবং $\frac{2\pi}{\lambda}=k$ [k = সঞ্চরণ সংখ্যা (propagation number)].

সুতরাং লেখা যায়

$$y = a\cos(kx - 2\pi vt) \quad 141$$

or $$y = a\cos(wt - kx) \quad 1.42$$

অনুরূপভাবে লেখা যায়

$$y = a\sin(wt - kx) \quad 1.43$$

1.42 এবং 1.43 উভয়েই একই তরঙ্গ বুঝাইতেছে। শুধুমাত্র তফাৎ এই যে ইহারা স্থানাঙ্ক উৎসের সাপেক্ষে $\frac{T}{4}$ সময়ের ব্যবধানে নেওয়া হইয়াছে। এই সম্বন্ধে T একটি পর্যায় বা দোলনকাল (period) বুঝাইতেছে।

সমীকরণ 1.41 এবং 1.43 যে সমস্ত তরঙ্গের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য হইবে তাহাদের কিছু বৈশিষ্ট্য থাকিবে। প্রথমত w একটি ধ্রুবক হওয়ায় তরঙ্গের বৃত্তীয় কম্পাঙ্ক এবং তরঙ্গদৈর্ঘ্যও ধ্রুবক হইবে। অর্থাৎ এই সমীকরণের দ্বারা যে তরঙ্গ বুঝানো হইবে তাহা হইবে সম্পূর্ণ একবর্ণী (monochromatic). অবশ্য সম্পূর্ণ একবর্ণী আলোকতরঙ্গ উৎপন্ন করা অসম্ভব বলা চলে। মাইকেলসনের ব্যতিচার মাপকের আলোচনা হইতে দেখা যাইবে যে প্রতিটি বর্ণালিরই তরঙ্গদৈর্ঘ্যের একটি বিস্তৃতি (spread) বর্তমান। এই বিস্তৃতি যত কম হইবে বর্ণালীটিকে তত আদর্শ একবর্ণী বলিয়া গণ্য করা চলিবে, কিন্তু কোন ক্ষেত্রেই প্রায় এই বিস্তৃতি শূন্য হয় না। অতএব আদর্শ একবর্ণী তরঙ্গও পাওয়া যায় না। সমীকরণ দুইটিতে x দূরত্বের কোন সীমা নাই; সুতরাং সংশ্লিষ্ট আলোকতরঙ্গেরও কোন সীমা নাই। আবার ইহার বিস্তার a এর মানও ধ্রুবক যাহা আলোকউৎসের মন্দনের (damping) জন্য সাধারণত কমিতে থাকে। তবে কোন উৎস হইতে খুব সরু এবং তীক্ষ্ণ (sharp and fine) একটি বর্ণালীরেখা যদি নিরবচ্ছিন্নভাবে (continuously) নির্গত হইতে থাকে তবে ঐ বর্ণালীরেখার তরঙ্গদৈর্ঘ্যকে কার্যকরীভাবে একবর্ণী বলিয়া ধরা যায়।

ইহা ছাড়া দেখা গিয়াছে যে আলোচ্যক্ষেত্রে ধারণার সুবিধার জন্য একটি টানা তারের বেলায় সৃষ্ট তরঙ্গের কথা আলোচিত হইয়াছে। এই তরঙ্গে তারের কোন বিন্দুর ভ্রংশের কথা যদি ধরা যায় তবে দেখা যাইবে যে ইহা এমন একটি তলে ঘটিয়া থাকে যে তলটি x দিকের সহিত সমান্তরাল। তরঙ্গের ক্ষেত্রে এইরূপ ভ্রংশকে বলা হয় তরঙ্গের সমবর্তন (polarisation). সুতরাং সংশ্লিষ্ট তরঙ্গ একবর্ণী ছাড়া সমবর্তিতও হইবে।

তরঙ্গের দশা ও দশা-পার্থক্য (Phase of a wave and phase difference)

যদি তরঙ্গের দুইটি সমীকরণ লেখা যায়

$$y_1 = a\cos(wt - kx) \qquad 1.44$$

$$y_2 = a\cos[(wt - kx) + \delta] \qquad 1.45$$

তবে দেখা যাইবে যে দুইটি সমীকরণই একই তরঙ্গকে বুঝাইতেছে, শুধু স্থানাঙ্ক উৎসের সাপেক্ষে একটি তরঙ্গ অন্যটির তুলনায় $\frac{\delta}{k}$ দূরত্ব সরিয়া গিয়াছে। এই δ রাশিটিকে পূর্বে দশা-ধ্রুবক বলা হইয়াছে। আর দুইটি তরঙ্গের মধ্যে দশার পার্থক্য হইবে δ. প্রথমক্ষেত্রের $(wt - kx)$ তরঙ্গের দশা বুঝাইবে অর্থাৎ কোন আলোচ্য সময়ে উৎসটি দোলনক্রমের কোন অবস্থায় আছে তাহা নির্দেশ করিবে। দ্বিতীয়ক্ষেত্রের দশা $[(wt - kx) + \delta]$. অতএব দুইটি তরঙ্গের মধ্যে দশার পার্থক্য দাঁড়াইবে δ। এই আলোচনা হইতে লেখা যায় যে তরঙ্গের দুইটি বিন্দুর মধ্যে দূরত্ব যদি $\triangle x$ হয় তবে পাওয়া যায়

$$(x_1 - x_2) = \triangle x = \frac{\delta}{k} = \frac{\lambda}{2\pi}\delta$$

[সমীকরণ 1.44 এ t এর একটি ধ্রুবক মান আরোপ করিলে দেখা যায় যে দশা দূরত্বের সমানুপাতে পরিবর্তিত হয়।]

$$\text{বা} \quad \delta = \text{দশা-পার্থক্য} = \frac{2\pi}{\lambda}\triangle x = \frac{2\pi}{\lambda} \times \text{পথ দূরত্ব} \qquad 1.46$$

আলোকতরঙ্গের ক্ষেত্রে তরঙ্গের দশার পরম মান (absolute value) নির্ণয় করা সম্ভব নয়, কারণ সহজেই বুঝা যায় যে দশার মান সংশ্লিষ্ট স্থানাঙ্ক উৎসের অবস্থানের উপর নির্ভর করিবে। তবে সৌভাগ্যের বিষয় এই যে সাধারণত এই পরম মান নির্ণয়ের প্রয়োজন খুব কমই ঘটিয়া থাকে। অবশ্য এক্স্-রশ্মির (x-rays) সাহায্যে কেলাসের গঠন অনুসন্ধান করিতে এইরূপ পরম-মানের নির্ণয়ের প্রয়োজন হয় এবং এই ক্ষেত্রে দশার নির্ণয়ই সমস্ত অনুসন্ধানের মধ্যে সর্বাপেক্ষা শক্ত অংশ।

যাহা হোক ভৌত আলোক বিজ্ঞানের পরীক্ষা সমূহের বেলায় দশার এই পরম মান নির্ণয়ের প্রয়োজন হয় না। কিন্তু দুইটি অধিস্থাপিত (superposed) তরঙ্গের বেলায় ইহাদের মধ্যে দশা-পার্থক্যের নির্ণয় করা খুবই আবশ্যক; আর এইরূপ নির্ণয় খুব সূক্ষ্মভাবেই করা যায়। এই দশা-পার্থক্যের মান সমীকরণ 1.46 অনুসারে দাঁড়াইয়াছে

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}\triangle x.$$

এখানে $\triangle x$ দুইটি তরঙ্গের মধ্যে পথ-পার্থক্য। **ব্যতিচারের পরীক্ষায় এই সম্বন্ধের বহুল এবং গুরুত্বপূর্ণ প্রয়োগ দেখা যাইবে।** তাছাড়া ব্যবর্তন এবং সমবর্তনের পরীক্ষার বেলায়ও এই দশা-পার্থক্যের ধারণার অনেক প্রয়োগের দৃষ্টান্ত দেখা যাইবে। তবে এইখানে একটি বিষয় পরিষ্কাররূপে বুঝা দরকার। যে পথ-পার্থক্যের কথা বলা হইয়াছে তাহা প্রকৃতপক্ষে আলোক-পথ (optical path) বুঝাইতেছে। সুতরাং যদি আলোকরশ্মি দুইটি শূন্যের মধ্য দিয়া ভ্রমণ করে তাহার জন্য পথ-পার্থক্য $\triangle x$ হইবে

$$\triangle x = (x_1 - x_2)$$

কিন্তু যদি ইহারা কোন মাধ্যমের মধ্য দিয়া যায় সেক্ষেত্রে মাধ্যমের মধ্যে আলোকপথ হইবে μx (μ = মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক)। সুতরাং পথ-পার্থক্যের রাশি এক্ষেত্রে দাঁড়াইবে

$$\triangle x = (\mu_1 x_1 - \mu_2 x_2)$$

এখানে x_1 দূরত্ব যে মাধ্যমে মাপা হইয়াছে তাহার প্রতিসরাঙ্ক μ_1 এবং x_2 ও μ_2 দ্বিতীয় মাধ্যমের জন্য সংশ্লিষ্ট রাশি। যদি রশ্মি দুয়ের অধিক মাধ্যমের মধ্য দিয়া গমন করে তবে লেখা যায়

$$\triangle x = \sum_m \mu_m x_m - \sum_n \mu_n x_n \qquad 1.47$$

উপরের সমীকরণ 1.47 এ প্রথম রশ্মিটি m সংখ্যক বিভিন্ন মাধ্যমের মধ্য দিয়া যাইতেছে এবং দ্বিতীয় রশ্মিটি n সংখ্যক বিভিন্ন মাধ্যমের মধ্য দিয়া যাইতেছে। আর ইহা হইতে দশা-পার্থক্য পাওয়া যাইবে

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}\left[\sum_m \mu_m x_m - \sum_n \mu_n x_n\right] \qquad 1.48$$

তরঙ্গের ত্রিমাত্রিক সঞ্চরণ (Propagation of three-dimensional waves)

যখন কোন উৎস হইতে তরঙ্গের সৃষ্টি হইয়া ইহা উৎসের চতুর্দিকে মাধ্যমের ভিতর ছড়াইয়া পড়ে তখন সেই তরঙ্গের সমীকরণ লিখিতে 1.21 হইতে কিছু প্রয়োজনীয় পরিবর্তন করিতে হয়। এখানে কোনও বিন্দুর স্থানাঙ্ক (coordinates) যদি x, y, z দিয়া বুঝানো হয় তবে এই বিন্দুতে দশা ξ লেখা যাইতে পারে

$$\xi = f(x, y, z, t) \qquad 1.49$$

এই 1.49 সমীকরণে f x, y, z এবং t এর অপেক্ষক।

সমস্ত প্রকার তরঙ্গ, যথা আলোক তরঙ্গ, বিদ্যুৎচুম্বকীয় তরঙ্গ, অথবা ভূকম্পন-তরঙ্গ, সমস্ত ক্ষেত্রে দুইটি বৈশিষ্ট্য বর্তমান থাকে। প্রথমত প্রতিটি ধরণের তরঙ্গের ক্ষেত্রেই উৎপন্ন শক্তি উৎস হইতে দূরের বিন্দুসমূহে সঞ্চারিত হইয়া থাকে। দ্বিতীয়ত সব ক্ষেত্রেই ভ্রংশ মাধ্যমের মধ্য দিয়া গমনকালে ইহার বিকৃতি ঘটাইলেও এই বিকৃতি স্থায়ী হয় না আর মাধ্যমের কণাগুলির তাহাদের গড় অবস্থান হইতে কোনরূপ স্থায়ী বিচ্যুতি ঘটে না। সুতরাং উপরোক্ত তরঙ্গের ক্ষেত্রে যদি একটি কোনও বিন্দুর কথা বিবেচনা করা হয় তবে এই বিন্দুর দশা সময়ের সহিত পরিবর্তিত হইবে এবং একটি পর্যায়কালে বিভিন্ন মানের মধ্য দিয়া যাইবে। কিন্তু এই পরিবর্তনের প্রতিটি পর্যায়ে একবার করিয়া পুনরাবৃত্তি ঘটিবে। তবে যে কোনও একটি সময় $t=t_1$ বিবেচনা করিলে সেই সময়ে একটি তলের সমস্ত বিন্দুতে দশার মান সমান হইবে। এই তলকে বলা যায় তরঙ্গতল (wave surface) অথবা তরঙ্গমুখ (wave front). অবশ্য পরপর এইরূপ অসংখ্য তরঙ্গতল বর্তমান থাকিবে যাহাদের একটির মধ্যে সমস্ত বিন্দুতে দশার মান একই হইলেও একটি তরঙ্গতল এবং ইহার পূর্ব বা পরবর্তীটিতে দশার মান আলাদা। যে কোনও একটি তরঙ্গতলের সমীকরণ হইবে

$$\xi_{t=t_1} = f_1(x, y, z) = \xi_{t_1} \tag{1.50}$$

এখানে ξ_1 আলোচ্য তরঙ্গতলে t_1 সময়ে দশার মান সময়ের পরিবর্তনের সঙ্গে সঙ্গে এই তরঙ্গতলের দশা ξ এরও পরিবর্তন হইবে এবং ইহা পর্যায়ক্রমে 0 হইতে 2π এর মধ্যে আবর্তিত হইতে থাকিবে। তরঙ্গতল বা তরঙ্গমুখের আকৃতি বিভিন্ন ক্ষেত্রে বিভিন্ন প্রকারের হইয়া থাকে। সমমাত্র (homogeneous) মাধ্যমে একটি ক্ষুদ্র বিন্দুর আকারের উৎস হইতে উৎপন্ন তরঙ্গের বেলায় প্রতিটি তরঙ্গমুখ গোলকীয় (spherical) হইবে এবং বিভিন্ন তরঙ্গমুখ বিভিন্ন ব্যাসের সমকেন্দ্রিক গোলকীয় পাওয়া যাইবে। যদি উৎস হইতে অনেক দূরের তরঙ্গমুখ বিবেচনা করা যায় তবে ইহার বক্রতা (curvature) এত কম হইবে যে ইহাকে প্রায় সমতল বলিয়া ধরা চলিতে পারে। এইরূপ তরঙ্গকে সমতল-তরঙ্গ (Plane wave) বলা হয়। সমতল-তরঙ্গের তরঙ্গমুখও সমতল হইবে এবং এই তরঙ্গমুখ নিজতলের লম্বদিকে তরঙ্গের সঞ্চরণের গতিবেগ v বেগে গমন করে। তরঙ্গমুখের লম্বের ডিরেকসন কোসাইন (direction cosines) যদি l, m, n হয় এবং যদি সঞ্চরণ দিক $x : y : z = l : m : n$ হয় তবে তরঙ্গমুখগুলির সমীকরণ লেখা যায়

$$lx + my + nz = \text{ধ্রুবক} \tag{1.51}$$

আর যে কোনও সময় t তে ξ_t ধ্রুবক হইবে যাহাতে সমীকরণ 1.51 পালিত হয়। ইহা হইতে লেখা যায়

$$\xi = f(lx + my + nz - vt) \tag{1.52}$$

সমীকরণ 1.52 উপরের সমস্ত সর্তই পালন করিতেছে ; ইহা এমন একটি সমতল তরঙ্গ বুঝাইতেছে যাহা অপরিবর্তিত আকৃতিতে v গতিবেগে l, m, n দিকে গমন করিতেছে।

কোন তরঙ্গের ক্ষেত্রে যদি লেখা যায়

$$\xi = wt - k(lx + my + nz) + \delta \tag{1.53}$$

তবে ইহার ভ্রংশ ψ দাঁড়াইবে

$$\begin{aligned} \psi &= a \sin \xi \\ &= a \sin [wt - k(lx + my + nz) + \delta] \end{aligned} \tag{1.54}$$

t এর সাপেক্ষে দুইবার অন্তরকলন করিয়া পাওয়া যায়

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = -w^2 a \sin [wt - k(lx + my + nz) + \delta] = -w^2\psi \tag{1.55}$$

আবার x, y এবং z এর সম্বন্ধে অনুরূপভাবে অন্তরকলন করিয়া পাওয়া যায়

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} &= -k^2 l^2 \psi \\ \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} &= -k^2 m^2 \psi \\ \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} &= -k^2 n^2 \psi. \end{aligned}\right\} \tag{1.56}$$

$$\therefore \quad \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} = -k^2(l^2 + m^2 + n^2)\psi = -k^2\psi \tag{1.57}$$

কারণ l, m, n তরঙ্গমুখের লম্বের ডিরেকসন কোসাইন (direction cosine) বুঝাইতেছে এবং ইহা হইতে পাওয়া যায়

$$l^2 + m^2 + n^2 = 1 \tag{1.58}$$

$$\therefore \quad \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} = \frac{k^2}{w^2} \frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} \tag{1.59}$$

কিন্তু পূর্বেই দেখা গিয়াছে

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}; \quad w = 2\pi\nu$$

$$\therefore \quad \frac{k}{w} = \frac{2\pi}{\lambda}\,\frac{1}{2\pi\nu} = \frac{1}{\lambda\nu} = \frac{1}{v} \quad [v = \text{তরঙ্গের গতিবেগ}]$$

$$\therefore \quad \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\delta y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\delta z^2} = \frac{1}{v^2}\,\frac{\delta^2\psi}{\delta t^2} \tag{1.60}$$

এইটি তরঙ্গ সঞ্চরণের ত্রিমাত্রিক সমীকরণ। ইহাকে সংক্ষেপে লেখা হইয়া থাকে

$$\nabla^2\psi = \frac{1}{v^2}\,\frac{\delta^2\psi}{\delta t^2} \tag{1.61}$$

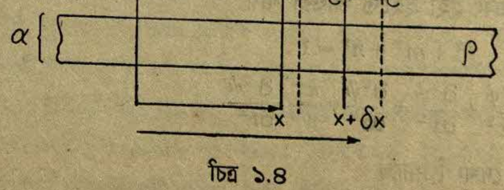
অঙ্কশাস্ত্রে এইটি একটি অতীব গুরুত্বপূর্ণ সমীকরণ কারণ এটি ধ্রুবক গতিবেগের সমস্ত তরঙ্গের ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য। ইহার একটি বিশেষ সমাধান লেখা হইয়াছে সমীকরণ 1.54। এই ক্ষেত্রে তরঙ্গটির প্রকৃতি সরল-দোলগতি সম্পন্ন হইবে। 1.61 সমীকরণের সাধারণ সমাধান লেখা যাইতে পারে

$$\psi = f\,[vt - k(lx + my + nz)] \tag{1.62}$$

এই সমীকরণটি এমন একটি সমতল তরঙ্গ বুঝাইতেছে যাহার রূপরেখা (profile) সরল-দোলগতির আকারের নাও হইতে পারে।

তরঙ্গের সঞ্চরণ বেগ (Velocity of propagation of waves)

তরঙ্গের গতিবেগ কম্পকের ভৌত ধর্মের (physical properties of the oscillator) উপর নির্ভর করিবে, উহার কম্পনের প্রারম্ভিক অবস্থার উপর নহে। কম্পাঙ্কর বেলায়ও এইরূপই দেখা গিয়াছে। সমীকরণ 1.17 হইতে 1.19 সম্বন্ধে আলোচনার সময় বলা হইয়াছে যে বৃত্তীয় কম্পাঙ্ক $w(w = 2\pi\nu)$ ব্যাবর্ত দোলকের (torsional pendulum) বেলায় $\sqrt{\frac{k}{m}}$ এর সমান হইবে; সরল দোলকের (simple penduhum) এর বেলায় ইহা হইবে $\sqrt{\frac{g}{l}}$ এর সমান। এখানে যেমন কম্পাঙ্ক বিভিন্ন প্রকার দোলকের ক্ষেত্রে বিভিন্ন



চিত্র ১.৪

ভৌতধর্মের উপর নির্ভর করে, তেমনই তরঙ্গের গতিবেগও দেখা যাইবে

বিভিন্ন প্রকার তরঙ্গের জন্য মাধ্যমের বিভিন্ন ভৌতধর্মের উপর নির্ভরশীল হইবে। এটি দেখাইবার জন্য প্রথমত একটি ধাতব দণ্ডের মধ্য দিয়া অনুদৈর্ঘ্য (longitudinal) তরঙ্গের সঞ্চরণ বেগ বাহির করা হইবে।

উপরের চিত্র ১.৪ এ একটি ধাতব দণ্ডের অংশ ABC দেখানো হইয়াছে। ইহার মধ্য দিয়া A হইতে B এবং C এর দিকে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ সঞ্চারিত হইতেছে। যে কম্পনের ফলে তরঙ্গ সঞ্চারিত হইতেছে তাহার ভ্রংশ যদি ψ ধরা যায় তবে এই ভ্রংশ দণ্ডের দৈর্ঘ্যের অভিলম্বে যে কোনও একটি তলের সর্বত্র সমান হইবে, কিন্তু ইহার সময়ের সহিত পরিবর্তন হইবে। অর্থাৎ ভ্রংশ ψ সময় t এবং দণ্ডের দৈর্ঘ্যের দিকে স্থানাঙ্ক x এর নিরবচ্ছিন্ন অপেক্ষক (continuous function) হইবে। সুতরাং দণ্ডের শান্ত (undisturbed) অবস্থায় A তল হইতে দুইটি তল B এবং C এর দূরত্ব যদি যথাক্রমে x এবং $x+\delta x$ হয় তবে যখন তরঙ্গ সৃষ্টির সময় এই তল দুইটির ভ্রংশ উৎপন্ন হইবে তখন সাধারণভাবে তল দুইটির ভ্রংশ আলাদা হইবে এবং শান্ত অবস্থা হইতে এই ভ্রংশ ধরা যাক ψ এবং $\psi+\delta\psi$, তাহা হইলে B এবং C তলের মধ্যের অংশের প্রতি একক দৈর্ঘ্যে প্রসারণ লেখা যায়

$$\frac{B'C'-BC}{BC}=BC \text{ দৈর্ঘ্যের জন্য একক দৈর্ঘ্যের প্রসারণ।}$$

সুতরাং ইহাকে লেখা যাইতে পারে

$$\frac{B'C'-BC}{BC}=\frac{\delta\psi}{\delta x} \tag{1.63}$$

ইয়ংএর স্থাপিতাঙ্ক (Young's Modulus) যদি γ হয় এবং দণ্ডের প্রস্থচ্ছেদ (cross section) যদি $\propto$ হয় তবে টান (tension) T দাঁড়াইবে

$$T=\gamma\propto\frac{\delta\psi}{\delta x}. \tag{1.64}$$

অবশ্য এখানে ধরা হইয়াছে যে $\frac{\delta\psi}{\delta x}$ এর মান এত কম যে হুকের নীতি (Hooke's law) এই ক্ষেত্রে প্রযোজ্য হইবে। B এবং C এর মধ্যেকার অংশে যে মোট বল প্রযোজ্য হইতেছে তাহা B এবং C প্রান্তে প্রযুক্ত টানের পার্থক্যের সমান। আর এই টান T ও ψ এর মত x এবং t এর নিরবচ্ছিন্ন অপেক্ষক। সুতরাং এই বিবেচনা হইতে লেখা চলিতে পারে

$$\frac{\delta T}{\delta x}\,\Delta x=\gamma\propto\frac{\delta^2\psi}{\delta x^2}\,\Delta x. \tag{1.65}$$

কিন্তু বল = ভর × ত্বরণ

$$\therefore \quad \alpha\rho \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \Delta x = \gamma\alpha \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \Delta x \qquad (1.66)$$

এখানে ρ = দণ্ডের বস্তুর ঘনত্ব।

$$\therefore \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{\rho}{\gamma} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \qquad (1.67)$$

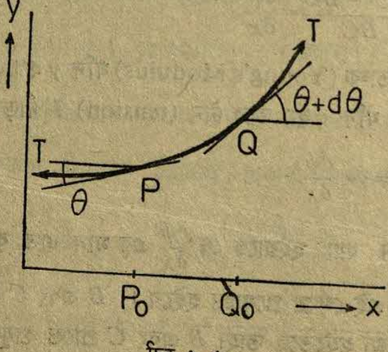
এই সমীকরণটি তরঙ্গের সমীকরণ 1.27 এর সহিত তুলনা করিলে দেখা যাইবে যে ইহা হইতে লেখা চলে

$$v^2 = \frac{\gamma}{\rho}$$

$$\text{or} \quad v = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho}} \qquad (1.68)$$

সুতরাং দণ্ডের মধ্য দিয়া যে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ সঞ্চারিত হইবে তাহার গতিবেগ নির্ভর করিবে ইয়ংয়ের স্থাপিতাঙ্ক γ এবং দণ্ডের বস্তুর ঘনত্ব ρ এর উপর।

তির্যক তরঙ্গের ক্ষেত্রেও অনুরূপভাবে তরঙ্গের গতিবেগ বাহির করা যায়। যদি টান করিয়া বাধা একটি তারের মধ্যে তির্যক তরঙ্গের সৃষ্টি করা হয় তবে এই তরঙ্গের গতিবেগ নিম্নলিখিতরূপে পাওয়া যাইবে।



চিত্র ১.৫

তারটির একটি ক্ষুদ্র অংশ P_0Q_0 এর গতির কথা ধরা যাক। সাম্য (equilibrium) অবস্থায় এটি x অক্ষের সঙ্গে সমান্তরাল অবস্থায় থাকে। বিচ্যুত অবস্থায় ধরা যাক ইহা PQ অবস্থান নিয়াছে। সাম্যাবস্থা হইতে

ভ্রংশ y দ্বারা বুঝানো হইয়াছে। তাহা হইলে তারের এই অংশে একমাত্র বল কাজ করিতেছে টান T এবং ইহা P এবং Q বিন্দুতে স্পর্শকের (tangent) দিকে কাজ করিতেছে। এই স্পর্শক দুইটি x অক্ষের সঙ্গে θ এবং $\theta + d\theta$ কোণ করিয়া আছে। টানের y অক্ষের দিকে উপাংশ দুইটি $T \sin \theta$ এবং $T \sin (\theta + d\theta)$ এবং ইহাদের বিয়োগফলই y অক্ষের দিকে লব্ধি বল। সুতরাং দেখা যায়

$$T \sin (\theta + d\theta) - T \sin \theta = \rho ds \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \tag{1.69}$$

$d\theta$ খুব ছোট বলিয়া লেখা যায়

$$T \cos \theta \, d\theta = \rho ds \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \tag{1.70}$$

এখানে PQ এর দৈর্ঘ্য ds এবং ρ তারের একক দৈর্ঘ্যের ভর ;

আবার $\tan \theta = \dfrac{\partial y}{\partial x}$

$$\therefore \quad \sec^2\theta \; d\theta = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} dx. \tag{1.71}$$

সুতরাং $\rho \dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2} = T \cos^3 \theta \; \dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2} \cdot \dfrac{\partial x}{\partial s}$ · (সমীকরণ 1.71 ব্যবহার করিয়া)

$$= T \cos^4 \theta \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

(চিত্র নং ১'৫ হইতে দেখা যায় $\dfrac{\partial x}{\partial s} = \cos\theta$)

কিন্তু $\cos^2 \theta = \left\{ 1 + \left(\dfrac{\partial y}{\partial x}\right)^2 \right\}^{-1}$

তবে $\dfrac{\partial y}{\partial x}$ সংখ্যাটি খুবই ছোট হওয়ায় $\left(\dfrac{\partial y}{\partial x}\right)^2$ এককের তুলনায় তুচ্ছ করা চলে। সুতরাং লেখা যায়

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\rho}{T} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \tag{1.72}$$

এটিকে যদি তরঙ্গ সমীকরণ 1.27 সঙ্গে তুলনা করা যায় তবে বুঝা যায় যে

$$v^2 = \frac{T}{\rho}$$

অথবা $$v = \sqrt{\frac{T}{\rho}} \tag{1.73}$$

সুতরাং দেখা যায় যে এইরূপ তারের বেলায় তির্যক তরঙ্গের গতিবেগ নির্ভর করে তারের টান T এবং তারের একক দৈর্ঘ্যের ভর ρ এর উপর।

দশা গতিবেগ বা তরঙ্গ গতিবেগ (Phase velocity or wave velocity)

গতিশীল তরঙ্গের আলোচনায় দেখা গিয়াছে যে তরঙ্গের গতির সময় মাধ্যমের বিন্দুগুলির যে ভ্রংশ হয় তাহা একটি সাম্যবিন্দুকে (equlibrium point) কেন্দ্র করিয়া ঘটে। এই সাম্যবিন্দুর কিন্তু কোনও রকম চ্যুতি (displacement) হয় না। প্রতিটি বিন্দুই সাম্যাবস্থায় যে অবস্থানে থাকে কম্পনের ফলে তাহার সাপেক্ষে চ্যুতি ঘটিলেও ইহা তরঙ্গের গতির দিকে সঞ্চারিত হইয়া স্থানত্যাগ করে না। তরঙ্গের সৃষ্টির অবসান ঘটিলে ইহা আবার সাম্যাবস্থায় ফিরিয়া আসে ; এবং তরঙ্গ সৃষ্টির সময়েও ইহার গড় অবস্থান অপরিবর্তিত থাকে। তাহা হইলে প্রশ্ন ওঠে যে তরঙ্গের গতির সময় প্রকৃতপক্ষে কিসের সঞ্চরণ হয়। দশার সংজ্ঞা এবং ধারণা হইতে বুঝিতে পারা যায় যে তরঙ্গের গতির সময় এই দশাই সঞ্চারিত হইতে থাকে। চিত্র নং ১.৩ হইতে দেখা যায় যে $t=0$ সময়ে হয়তো একটি বিন্দু A-র দশা আপেক্ষিকভাবে ধরা চলিতে পারে $\frac{\pi}{2}$; অর্থাৎ y অক্ষের দিকে ইহার ভ্রংশ ধনাত্মক চরম। সময়ের সঙ্গে সঙ্গে এই বিন্দুর ভ্রংশ এমনভাবে পরিবর্তিত হইবে যাহাতে ইহার মান কমিয়া ক্রমে শূন্য হইবে এবং তারপর আবার ঋণাত্মক চরম হইবে। এই চরম ধনাত্মক ভ্রংশ সময়ের সঙ্গে ডানদিকে অর্থাৎ x অক্ষের ধনাত্মক দিকে গমন করিবে। আর এই গমনের হারই হইবে তরঙ্গের গতিবেগ। সুতরাং এই ক্ষেত্রে তরঙ্গের গতিবেগকে বলা হয় দশা-গতিবেগ (phase velocity) অথবা তরঙ্গ-গতিবেগ। এই দশা-গতিবেগ সমীকরণ 1.39-এর v-এর সমান। এইটি বুঝা যায় নিম্নলিখিত বিবেচনা হইতে। যদি তরঙ্গের গতিবেগ দশার গতিবেগের সমার্থক হয় তবে দশা অপরিবর্তিত থাকিবে এই সর্তে x স্থানাঙ্কের পরিবর্তনের হার হিসাব করিলেই দশা-গতিবেগ পাওয়া যাইবে।

অর্থাৎ লেখা যায় $wt-kx=\text{constant}$

সুতরাং দশা-গতিবেগ বা তরঙ্গগতিবেগ হইবে

$$\frac{dx}{dt}=v=\frac{w}{k} \qquad (1.75)$$

কিন্তু $w=2\pi\nu$ এবং $k=\frac{2\pi}{\lambda}$

$$\therefore \frac{w}{k} = \frac{2\pi\nu\lambda}{2\pi} = \nu\lambda = \text{কম্পাঙ্ক} \times \text{তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য}$$

আর সংজ্ঞানুসারে $\nu\lambda = v$ [v = তরঙ্গবেগ]

সুতরাং তরঙ্গের গতিকে দশা-গতিবেগ বলার সমর্থন উপরের যুক্তি হইতে পাওয়া যায়।

গোলকীয় তরঙ্গ—ব্যস্তি-বর্গ সিদ্ধান্ত (Spherical waves, inverse square law)

যখন আলো কোনও বিন্দুর আকৃতির ক্ষুদ্র উৎস হইতে চতুর্দিকে ছড়াইয়া পড়ে তখন আলোকশক্তি যে হারে একক ক্ষেত্রফল (গতির অভিলম্বে অবস্থিত) অতিক্রম করে তাহা উৎস হইতে ক্ষেত্রের দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক ; এই সত্যটি পরীক্ষালব্ধ ফল। যে তরঙ্গ-সমীকরণ পাওয়া গিয়াছে তাহা দ্বারা এই ফল ব্যাখ্যা করা যায় কিনা তাহা দেখা দরকার। এরূপ উৎস হইতে নির্গত আলো অবশ্য গোলকীয় তরঙ্গ হইবে ; অর্থাৎ এই তরঙ্গের ক্ষেত্রে তরঙ্গমুখগুলি সমকেন্দ্রিক গোলকের আকৃতি হইবে। এই সিদ্ধান্তের সত্যতা পরীক্ষা করিবার জন্য তরঙ্গের গোলকীয় প্রতিসাম্য (spherical symmetry) ধরিয়া লওয়া প্রয়োজন এবং তরঙ্গ সমীকরণ 1.60-কে সেইরূপভাবে রূপান্তরিত করা আবশ্যক।

আলোক উৎস 0 হইতে যে কোনও বহির্বিন্দুতে অঙ্কিত ভেক্টর ধরা যাক r. তাহা হইলে সমকোণীয় স্থানাঙ্ক পদ্ধতির (orthogonal system of coordinates) জন্য লেখা যাইতে পারে :

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2 \tag{1.76}$$

এখানে x, y, z ভেক্টরটির বহিঃপ্রান্তের স্থানাঙ্ক।

তাহা হইলে দাঁড়ায়

$$\frac{\partial\psi}{\partial x} = \frac{\partial\psi}{\partial r} \cdot \frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x}{r}\frac{\delta\psi}{\partial r} \tag{1.77}$$

[কারণ $\frac{\partial}{\partial x}(r^2) = \frac{\partial}{\partial x}(x^2 + y^2 + z^2) = 2x$

বা $\frac{\partial(r^2)}{\partial r}\frac{\partial r}{\partial x} = 2x$

বা $2r\frac{\partial r}{\partial x} = 2x$ বা $\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x}{r}$]

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{x}{r} \cdot \frac{\partial\psi}{\partial r}\right)\frac{\partial r}{\partial x}$$

$$=\frac{x}{r}\left[\frac{x}{r}\cdot\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2}+\frac{\partial\psi}{\partial r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{x}{r}\right)\right]$$

$$=\frac{x^2}{r^2}\cdot\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2}+\left[\frac{\partial\psi}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial x}{\partial r}-\frac{x}{r^2}\right)\right]\frac{x}{r}$$

$$=\frac{x^2}{r^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2}+\frac{\partial\psi}{\partial r}\left[\frac{1}{r}\cdot\frac{r}{x}\cdot\frac{x}{r}-\frac{x^2}{r^3}\right]$$

$$=\frac{x^2}{r^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2}+\left(\frac{1}{r}-\frac{x^2}{r^3}\right)\frac{\partial\psi}{\partial r}. \qquad (1.78)$$

$\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}$ এবং $\frac{\delta^2\psi}{\delta z^2}$ এর জন্যও অনুরূপ দুইটি সমীকরণ পাওয়া যাইবে।

সুতরাং দাঁড়াইবে

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}=\left(\frac{x_2}{r^2}+\frac{y^2}{r^2}+\frac{z^2}{r^2}\right)\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2}$$
$$+\frac{3}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r}-\left(\frac{x^2}{r^3}+\frac{y^2}{r^3}+\frac{z^2}{r^3}\right)\frac{\partial\psi}{\partial r} \qquad 1.79$$

সমীকরণ 1.76 ব্যবহার করিয়া ডানদিকটিকে লেখা যায়

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2}+\frac{3}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r}-\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r}=\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r} \qquad 1.80$$

সুতরাং তরঙ্গ সমীকরণ 1.60 দাঁড়ায়

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}=\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r}=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} \qquad 1.81$$

এই সমীকরণটিকে নিম্নলিখিতরূপেও লেখা যায়

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2}(r\psi)=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}(r\psi) \qquad 1.82$$

[দুইদিককে দুইবার করিয়া অন্তরকলন করিয়া এই বিবৃতির সত্যতা পরীক্ষা করা যায়]

সুতরাং $\frac{\partial^2}{\partial r^2}(r\psi)=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2}{dt^2}(r\psi)$ এবং $\frac{\delta^2\psi}{\delta x^2}=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\psi}{dt^2}$. এই দুইটি সমীকরণ একই রকমের ; শুধুমাত্র দ্বিতীয়টির ψ এর ক্ষেত্রে প্রথমটিতে $(r\psi)$ বসিয়াছে। কাজেই প্রথম সমীকরণের সমাধানও দ্বিতীয়টির পদ্ধতিতেই লেখা যাইতে পারে।

$$\therefore \quad r\psi = f(vt - r) \quad \text{[সমীকরণ 1.23 অনুসরণ করিয়া]}$$

$$\text{বা} \quad \psi = \frac{1}{r} f(vt - r). \qquad 1.83$$

এই সমাধানের একটি বিশেষ আকার হইবে

$$\psi = \frac{a}{r} \cos(wt - kr) \qquad 1.84$$

এই সমাধানের ক্ষেত্রে r_0 ব্যাসার্দ্ধের কোনও গোলকের পৃষ্ঠে $t = t_0$ সময়ে যে দশা বর্তমান থাকে t_1 সময় পরে সেই দশা $r_0 + vt_1$ ব্যাসার্দ্ধের গোলকের পৃষ্ঠে সরিয়া যাইবে (v = আলোকের গতিবেগ)। আর এই পরিবর্তন শুধু উৎস হইতে vt_1 দূরত্বের উপর নির্ভর করিবে উৎস হইতে আলোচ্য তলের অংশের মধ্যে উৎপন্ন কোণের উপর নহে। সুতরাং এই সমীকরণ 1.84 একটি গোলীয় তরঙ্গ বুঝাইতেছে যেটি কেন্দ্রীয় উৎস O বিন্দু হইতে বাহিরের দিকে গমন করিতেছে। তবে এই তরঙ্গের ক্ষেত্রে বিশেষত্ব এই যে ইহার বিস্তার কেন্দ্র হইতে দূরত্ব r এর ব্যস্তানুপাতিক।

r যত বাড়িতে থাকিবে আলোকশক্তির তীব্রতাও ব্যস্ত বর্গানুপাতে তত কমিতে থাকিবে। সুতরাং একমাত্র এই বিবেচনা হইতে একটি একক ক্ষেত্রফলের উপর দিয়া যে শক্তি অতিক্রম করিবে তাহা উৎস হইতে ক্ষেত্রফলের দূরত্ব r এর বর্গের ব্যস্তানুপাতিক এবং এইটিকেই বলা হয় ব্যস্ত-বর্গ সিদ্ধান্ত (inverse square law). কাজেই দেখা যাইতেছে যে আলোকের বেলায় তরঙ্গ সমীকরণ 1.60 এর মধ্যেই এই ব্যস্ত-বর্গ সিদ্ধান্তের বৈধতা (যাহা পরীক্ষা দ্বারা প্রমাণিত হইয়াছে) নিহিত আছে। অবশ্য যে কোনও O বিন্দুর সমকেন্দ্রিক গোলকীয় তল দিয়া যে আলোকশক্তি বাহিরে যায় তাহা সমস্ত ব্যাসার্দ্ধ r এর ক্ষেত্রেই এক হইবে। কারণ একক ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়া গমনকারী শক্তি যেমন $\frac{1}{r^2}$ এর আনুপাতিক তেমনি গোলকের তলের ক্ষেত্রফলও r^2 এর আনুপাতিক। অতএব একটি অন্যটির প্রভাব নষ্ট করে। আর ইহা এমনিতেও বুঝা যায় ; কারণ উৎস হইতে যে শক্তি নির্গত হইতেছে তাহা কোথায় জমিয়া থাকিতেছে না, ক্রমাগত উৎস হইতে বাহিরের দিকে যাইতেছে। অতএব উৎসের সঙ্গে সমকেন্দ্রিক যে কোনও গোলকীয় তলই ধরা হোক না কেন ইহার উপর দিয়া যে শক্তি অতিক্রম করিতেছে তাহা সমস্ত ব্যাসার্দ্ধের গোলকীয় তলের বেলায়ই এক হইবে।

আলোর শোষণ (Absorption of light)

এ পর্য্যন্ত যে তরঙ্গ সমীকরণের আলোচনা করা হইয়াছে তাহাতে ধরা হইয়াছে যে বিস্তার a অপরিবর্তিত থাকিবে। কিন্তু সাধারণত এইরূপ ঘটে না। কোনও মাধ্যমের মধ্য দিয়া যাইবার সময় আলোক অল্পবিস্তর ইহাতে শোষিত হয় যাহার ফলে আলোক তরঙ্গের বিস্তার ক্রমাগত কমিতে থাকে। এই শোষিত আলোকশক্তি সাধারণত তাপশক্তিতে পরিবর্তিত হইয়া থাকে যদিও ইহার অন্যান্য রকম রূপান্তরও বিরল নহে। আলোকতাড়িত নির্গমও (photo-electric emission) এইরূপ একটি প্রক্রিয়া। এই শোষণের ফলে আলোকের ব্যস্তি-বর্গ সিদ্ধান্ত অনুসারে যে হ্রাস হওয়ার কথা প্রকৃত হ্রাস তাহা অপেক্ষাও বেশী হইবে।

বিভিন্ন মাধ্যমে আলোকের শোষণ বিভিন্ন পরিমাণ হইবে। আর এই শোষণের ফলে আলোক তীব্রতার হ্রাস নির্ভর করিবে মাধ্যমের মধ্যে আলোক-তরঙ্গ যতটা পথ অতিক্রম করিবে তাহার উপর। সুতরাং যদি ধরা যায় যে মাধ্যমের কোনও বিন্দুর আলোর তীব্রতা I এবং মাধ্যমের মধ্য দিয়া dx দূরত্ব অতিক্রম করিবার পর ইহার তীব্রতা dI হ্রাস পায় তবে লেখা যায়

$$dI \propto -Idx$$

$$= -\alpha Idx \quad [\alpha = \text{আনুপাতিক ধ্রুবক (constant of proportionality)}]$$

এখানে যেহেতু dI তীব্রতার হ্রাস বুঝাইতেছে সেজন্য ইহাকে ঋণাত্মক চিহ্ন দেওয়া হইয়াছে।

সুতরাং মাধ্যমের মধ্য দিয়া x দূরত্ব অতিক্রম করিতে যে তীব্রতার হ্রাস হইবে তাহা পাওয়া যাইবে এই সমীকরণকে সমাকলন করিয়া

$$\int_{I_0}^{I} \frac{dI}{I} = -\int_0^x \alpha\, dx$$

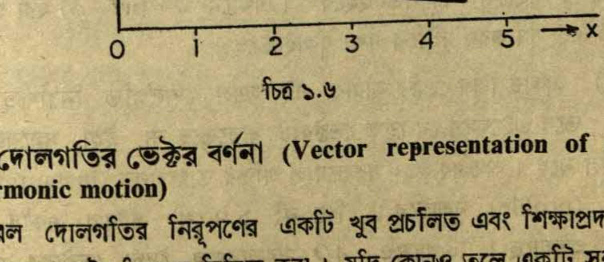
বা $\log I - \log I_0 = -\alpha x$

বা $\dfrac{I}{I_0} = e^{-\alpha x}$

বা $I = I_0\, e^{-\alpha x}$. 1.85

এই সম্বন্ধটিকে বলা হয় ল্যামবার্টের শোষণের নিয়ম (Lambert's law of absorption). আর α ধ্রুবকটিকে বলা হয় শোষণ-গুণাঙ্ক (absorption

coefficient). প্রকৃতপক্ষে এই হিসাব করিবার সময় আলোকরশ্মির মাধ্যমের মধ্য দিয়া গমনের শুধু রৈখিক (linear) বিবেচনাই করা হইয়াছে। সুতরাং α ধ্রুবকটিকে রৈখিক শোষণ গুণাঙ্ক (linear absorption coefficient) বলাই অধিকতর সঙ্গত হইবে। আর যেহেতু আলোর তীব্রতা তরঙ্গের বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক, সেইজন্য শোষণের জন্য আলোকের তীব্রতার হ্রাসের প্রভাব বিস্তারের (amplitude) ক্ষেত্রে বুঝাইতে হইলে ইহাকে $e^{-\frac{\alpha x}{2}}$ গুণক দ্বারা গুণ করিতে হইবে। অর্থাৎ ধ্রুবক বিস্তার a র পরিবর্তে এই বিস্তার হইবে $ae^{-\frac{\alpha x}{2}}$. শোষণের ফলে আলোক তীব্রতার হ্রাস নিচের চিত্র ১.৬ দ্বারা বুঝানো যাইতে পারে। এই হ্রাস অবশ্য α এর মানের উপর নির্ভর করিবে ; α যত বেশী হইবে মাধ্যমের মধ্য দিয়া একই দূরত্ব অতিক্রম করিবার সময় আলোক তীব্রতা তত দ্রুত হ্রাস পাইবে। সাধারণত যে সমস্ত বস্তুকে অস্বচ্ছ (opaque) বলা হয় তাহাদের জন্য α এর মান খুব বেশী ; তুলনায় কাচজাতীয় স্বচ্ছ বস্তুতে α এর মান অপেক্ষাকৃত অনেক কম হওয়ায় ইহার মধ্য দিয়া যাইবার সময় আলোর শোষণ খুবই কম হয় এবং আলোর তীব্রতার হ্রাসও খুব অল্পই হইয়া থাকে। ইহা ছাড়া একই বস্তুতে শোষণ-গুণাঙ্ক বিভিন্ন তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের জন্য বিভিন্ন হয়। যথা মানুষের শরীরের মাংসে বা বইয়ের কাগজের পক্ষে দৃশ্য আলোর (visible light) শোষণ-গুণাঙ্ক খুব বেশী হওয়ায় এই আলো শরীর বা বইয়ের মধ্য দিয়া যাইতে পারে না। কিন্তু এক্স-রশ্মির (x-rays) ক্ষেত্রে শরীর বা বইয়ের এই শোষণ-গুণাঙ্ক অনেক কম হওয়ার এই রশ্মি অনেকটা সহজেই ইহাদের মধ্য দিয়া চলিয়া যায়।



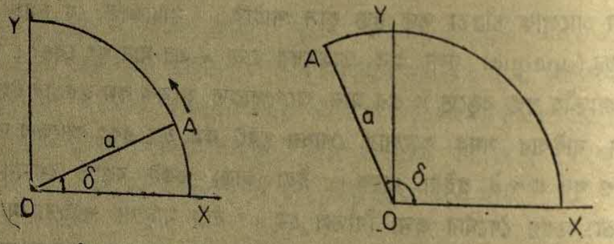
চিত্র ১.৬

সরল দোলগতির ভেক্টর বর্ণনা (Vector representation of simple harmonic motion)

সরল দোলগতির নিরূপণের একটি খুব প্রচলিত এবং শিক্ষাপ্রদ পদ্ধতি হইল ইহাকে ভেক্টর হিসাবে চিহ্নিত করা। যদি কোনও তলে একটি সরলরেখা

দ্বারা একটি ভেক্টরকে বুঝানো হয় তবে ইহার জন্য দুইটি রাশি (quantity) প্রয়োজন হয়। একটি হইতেছে সরলরেখার দৈর্ঘ্য এবং অন্যটি এই সরলরেখা কোনও নির্দিষ্ট অক্ষের সহিত যে কোণ উৎপন্ন করে সেই কোণটি। স্কেলার রাশিতে যেমন শুধুমাত্র ইহার পরিমাণই (magnitude) জানা যথেষ্ট, ভেক্টর রাশির বেলায় সেরূপ নহে। ভেক্টর রাশির বেলায় পরিমাণের সঙ্গে ইহার দিকও (direction) জানা দরকার। এই দুইটি রাশি জানিলেই শুধু ভেক্টরের সম্বন্ধে সম্পূর্ণ তথ্য জানা হয়। সরলদোলগতি ভেক্টর রাশির সম্বন্ধে দুইভাবে নিরূপণ করা যাইতে পারে।

(i) এই নিরূপণে একটি ঘূর্ণায়মান ভেক্টর রাশি (rotating vector) ব্যবহার করা যাইতে পারে। চিত্রে প্রদর্শিত উপায়ে এই নিরূপণ করা সম্ভব।



চিত্র ১.৭ (ক) (খ)

OA সরলরেখাটি একটি ভেক্টর বুঝাইতেছে। এই সরলরেখাটির দৈর্ঘ্য ভেক্টরটির মান (magnitude) বুঝাইতেছে। ধরা হোক এইটি a. আবার ইহা OX বা OY অক্ষের সহিত যে কোণ উৎপন্ন করিতেছে তাহা বুঝাইতেছে ভেক্টরটির দিক (direction). এই সরল রেখাটির OX অথবা OY অক্ষের উপর অভিক্ষেপ (projection) হইবে যথাক্রমে $a\cos\delta$ এবং $a\sin\delta$। ভেক্টরটি O বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া প্রতি সেকেণ্ডে w রেডিয়ান (radian) হারে ঘুরিতে থাকিলে সরল দোলগতির ভ্রংশ (সমীকরণ 1.2 অথবা 1.3) এই অভিক্ষেপের সাহায্যে নিরূপিত হইবে [এখানে $\delta=(wt-\phi)$ ধরা হইয়াছে, অর্থাৎ δ এই সমীকরণ দুইটির দশা বুঝাইতেছে]

(ii) একটি স্থির ভেক্টর দ্বারাও এই সরল দোলগতি নিরূপিত হইতে পারে। তবে এইক্ষেত্রে যে হেতু ভেক্টরটি ঘুরিতেছে না, ইহা সময়ের উপর নির্ভরশীল নহে। অতএব ইহা সরলদোল গতির তাৎক্ষণিক (instantaneous) রূপরেখা (profile) বুঝাইবে। চিত্র নং ১.৭ (খ) এইরূপ একটি অবস্থা দেখানো হইয়াছে। এখানেও AO সরলরেখার দৈর্ঘ্য ভেক্টরের দৈর্ঘ্য a

বুঝাইতেছে এবং AO OX এর সহিত আলোচ্য সময় tএ যে কোণ উৎপন্ন করিতেছে তাহাকে δ ধরিলে ইহাই বুঝাইতেছে যে এই সময় tএ ভ্রংশের দশা δ. ইহা হইতে অবশ্য সরল দোলগতি সম্পূর্ণরূপে নিরূপিত হয় না। কিন্তু এইরূপ চিত্রের সহিত যদি 1.2 বা 1.3 সমীকরণটি দেওয়া থাকে তবে সংশ্লিষ্ট সরল দোলগতিটি সম্পূর্ণরূপে নিরূপিত হইয়া যায়। অবশ্য একটি কথা এখানে স্পষ্ট করিয়া বলা প্রয়োজন। সরল দোলগতি ভেক্টর রাশি দ্বারা নিরূপিত করা যায় এই বিবৃতির অর্থ এই নয় যে সংশ্লিষ্ট ভ্রংশটিরও ভেক্টর রাশির ধর্ম বর্তমান। যেমন বায়ুতে তরঙ্গ সৃষ্টিতে যে ভ্রংশ হয় তাহা যদিও ভেক্টর রাশি নয় স্কেলার রাশি, তবুও এই ভ্রংশের পরিবর্তনকে সরল দোলগতি ভেক্টর দ্বারা বুঝানো চলিতে পারে।

কম্পাঙ্ক এবং তরঙ্গদৈর্ঘ্য (Frequency and wavelength).

কোনও মাধ্যমের মধ্যে আলোর কম্পাঙ্ক এবং তরঙ্গদৈর্ঘ্য দুইটি স্বাধীন রাশি নহে। ইহাদের গুণফল ঐ মাধ্যমে আলোকতরঙ্গের গতিবেগের সমান। অর্থাৎ যদি কম্পাঙ্ক, তরঙ্গদৈর্ঘ্য এবং মাধ্যমের মধ্যে ইহার গতিবেগ যথাক্রমে ν, λ এবং v হয় তবে

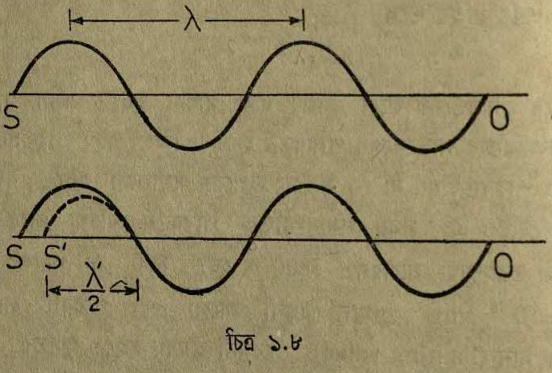
$$v = \nu\lambda$$

মাধ্যমের পরিবর্তনের ফলে অর্থাৎ এক মাধ্যম হইতে অন্য মাধ্যমে গেলে আলোকতরঙ্গের গতিবেগের পরিবর্তন হয়। কিন্তু এই প্রক্রিয়ায় কম্পাঙ্কের কোনও পরিবর্তন হয় না। সুতরাং উপরের সমীকরণ হইতে বুঝা যায় যে তরঙ্গদৈর্ঘ্যেরও এই সময় সমানুপাতিক পরিবর্তন ঘটিয়া থাকে। দৃশ্যমান আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্য সাধারণত 3800 $\mathring{A}$ হইতে 8000 $\mathring{A}$ পর্য্যন্ত হইয়া থাকে ($1\,\mathring{A} = 10^{-8}$ cm). প্রথমটি বেগুনী আলো এবং পরেরটি লাল আলোর প্রান্তিক মান (limiting value). বেগুনী আলো হইতে ক্ষুদ্রতর তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলোকে বলা হয় অতিবেগুনী আলো (ultraviolet light) আর লাল আলো হইতে বৃহত্তর তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলোকে বলা হয় অবলোহিত আলো (Infrared light). ইহাদের মান যথাক্রমে $50-3800$ এবং $7200-4\times10^{6}\mathring{A}$ সীমার মধ্যে থাকে। এক্স্ রশ্মির (X-rays) তরঙ্গদৈর্ঘ্য এবং গামা রশ্মির (γ-rays) তরঙ্গদৈর্ঘ্য অতিবেগুনীর অপেক্ষাও অনেক ক্ষুদ্র এবং যথাক্রমে $50-6\times10^{-2}\mathring{A}$ এবং $10^{-1}-10^{-3}\mathring{A}$ এর মধ্যে সীমাবদ্ধ। এদিকে রেডিও তরঙ্গ $10^{7}-10^{12}\mathring{A}$ এর মধ্যে সাধারণত হইয়া থাকে। পরে দেখা যাইবে ইহারা সকলেই বিদ্যুৎ-

চুম্বকীয় তরঙ্গ, সুতরাং একই জাতীয়। ইহাদের উৎস এক হইলেও তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যের পার্থক্যের জন্য ধর্মের অনেক পার্থক্য। অবশ্য উপরের সীমাগুলি খুব সুনির্দিষ্ট নয়, ইহাদের মোটামুটি মানই দেওয়া হইয়াছে।

ডপ্‌লার এফেক্ট (Doppler Effect).

ডপ্‌লার দেখান যে যখন কোনও উৎস (source) এবং প্রাপকের (receiver) মধ্যে আপেক্ষিক গতি (relative motion) থাকে তখন একজন দর্শক যদি উৎস হইতে কম্পাঙ্ক নির্ণয় করে তবে সেই কম্পাঙ্ক প্রাপক হইতে দর্শক দ্বারা নির্ণীত কম্পাঙ্ক হইতে আলাদা হইয়া থাকে। এই ফলকে বলা হইয়া থাকে ডপ্‌লার এফেক্ট। শব্দতরঙ্গের ক্ষেত্রে এই কারণে দেখা যায় যে একজন দর্শক যদি তাহার দিকে আসিতে থাকা রেল ইঞ্জিনের বাঁশীর শব্দ শোনে তবে তাহার কাছে এই শব্দের কম্পাঙ্ক বাঁশীর প্রকৃত কম্পাঙ্ক হইতে বেশী মনে হইবে ; আবার দূরে সরিয়া যাওয়া রেল ইঞ্জিনের বেলায় এই শোনা শব্দের কম্পাঙ্ক প্রকৃত কম্পাঙ্ক হইতে কম হইবে। ইহার কারণ নিম্নের ব্যাখ্যা হইতে বুঝা যাইবে। শব্দতরঙ্গের ক্ষেত্রেই এখানে হিসাবটি করা হইবে।



চিত্র ১.৮

১.৮ নং চিত্রে S একটি শব্দতরঙ্গের উৎস এবং O একটি শব্দের প্রাপক। উৎস হইতে নির্গত তরঙ্গ প্রাপকের নিকট পৌঁছাইতেছে এবং প্রথম ক্ষেত্রে উৎস এবং প্রাপকের মধ্যে কোনও আপেক্ষিক গতি নাই। এই ক্ষেত্রের জন্য তরঙ্গদৈর্ঘ্য দেখানো হইয়াছে λ। দ্বিতীয়ক্ষেত্রে উৎসটি u গতিবেগ নিয়া প্রাপকের দিকে গমন করিতেছে। এই গতির ফলে চিত্র হইতে বুঝিতে পারা যাইবে যে নূতন কার্যকরী তরঙ্গদৈর্ঘ্য (যাহা প্রাপক শুনিতে পাইবে) দাঁড়াইবে

$$\lambda' = \lambda - uT \text{ (এখানে } T = \text{পর্যায়)} \qquad (1.86)$$

এদিকে গতিবেগ যদি ধরা হয় v, তবে উৎসের গতির জন্য এই তরঙ্গের গতিবেগের কোনও পরিবর্তন হইবে না। সুতরাং প্রাপক যে কম্পাঙ্কের শব্দতরঙ্গ ν' শুনিবে তাহা পাওয়া যাইবে নিম্নরূপে।

$$v = \nu\lambda \quad \text{বা} \quad \nu = \frac{v}{\lambda} \quad [\ \nu \text{ প্রথমক্ষেত্রের কম্পাঙ্ক}\ ]$$

$$\nu' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{\lambda - uT} = \frac{v}{\lambda \cdot \frac{\lambda - uT}{\lambda}} \quad [\ \nu' \text{ দ্বিতীয়ক্ষেত্রের কম্পাঙ্ক}\ ]$$

$$= \frac{\nu}{1 - \frac{uT}{\lambda}} = \frac{\nu}{1 - \frac{u}{v}} \tag{1.87}$$

কাজেই এই ক্ষেত্রে প্রাপক যে কম্পাঙ্ক ν' শুনিবে তাহা স্থির উৎসের কম্পাঙ্ক ν এর অপেক্ষা বেশী।

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে ধরা যাক যে প্রাপক u গতিবেগ নিয়া উৎসের দিকে অগ্রসর হইতেছে কিন্তু উৎসটি স্থির বিন্দুতে অবস্থান করিতেছে। এই ক্ষেত্রে যদি তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ হয় এবং অগ্রসর হইবার আগে উৎস এবং প্রাপকের মধ্যে দূরত্ব d হয় তবে প্রাপকের গতির ফলে এই দূরত্ব কমিয়া যাইবে। প্রাপক স্থির থাকিলে t সময়ে সে νt তরঙ্গ পাইত। কিন্তু গতির ফলে সে আরও $\frac{ut}{\lambda}$ বেশী তরঙ্গ পাইবে। সুতরাং সে মোট $t\left(\nu + \frac{u}{\lambda}\right)$ তরঙ্গ পাইবে। সুতরাং প্রাপকের কাছে কম্পাঙ্কের মান হইবে

$$\nu'' = \nu + \frac{u}{\lambda} = \nu + \frac{u}{v/\nu} = \nu + \frac{u\nu}{v}$$

$$= \nu\left(1 + \frac{u}{v}\right) \tag{1.88}$$

কাজেই এইক্ষেত্রেও প্রাপকের শোনা কম্পাঙ্ক ν'' উৎসের প্রকৃত কম্পাঙ্ক ν এর অপেক্ষা বেশী হইবে।

অনুরূপ বিবেচনা হইতে দেখানো যায় যে উৎস বা প্রাপক যদি তাহাদের গতির জন্য পরস্পরের নিকট হইতে সরিয়া যায় তাহা হইলে প্রাপকের শোনা কম্পাঙ্ক উৎসের প্রকৃত কম্পাঙ্ক হইতে কম হইবে।

শব্দতরঙ্গের ক্ষেত্রে অতএব দেখা যাইতেছে যে উৎসের গতি এবং প্রাপকের গতির ক্ষেত্রে আপাত কম্পাঙ্ক মান আলাদা হইবে। এই তরঙ্গের বেলায়

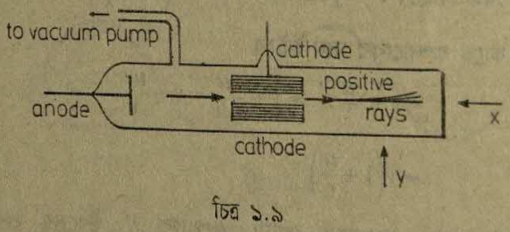
ইহা একটি স্থির মাধ্যমের মধ্য দিয়া গমন করিতেছে এবং এই স্থির মাধ্যমের সাপেক্ষে উৎস বা প্রাপকের গতি বর্ণনা করা হইয়াছে। কিন্তু আলোক-তরঙ্গের বেলায় আপেক্ষিকতাবাদ তত্ত্বানুসারে (according to the theory of relativity) উৎস বা প্রাপকের গতি কোনও পরম (absolute) স্থির মাধ্যমের সাপেক্ষে বর্ণনা করা সম্ভব নহে। একমাত্র উৎস এবং প্রাপকের আপেক্ষিক গতিই বর্ণনা করা সম্ভব যাহার ফলে উপরের দুইটি ক্ষেত্রের মধ্যে কোনও তফাৎ বর্তমান থাকে না।

এই বিবেচনা হইতে আলোকতরঙ্গের ক্ষেত্রে পাওয়া যায়

$$\nu' = \nu\sqrt{\frac{1-\frac{v}{c}}{1+\frac{v}{c}}} \qquad (1.89)$$

এখানে c = আলোকের গতিবেগ এবং v উৎস এবং দর্শকের পরস্পরের দিকে আসিবার গতিবেগ।

ডপ্‌লার কম্পাঙ্কের ক্ষেত্রে এইরূপ পরিবর্তন শব্দতরঙ্গের ক্ষেত্রে আবিষ্কার করেন। পরে ফিজো (Fizeau) আলোকতরঙ্গের ক্ষেত্রে ইহার বৈধতা দাবী করেন। পরীক্ষাগারে সঙ্গে সঙ্গেই ইহা প্রমাণ করা সম্ভব হয় নাই। কিন্তু পরে ঘূর্ণায়মান দর্পণের সাহায্যে একটি অসদ্ আলোক উৎসের সৃষ্টি করিয়া পরীক্ষাগারে এই পরিবর্তন দেখানো সম্ভব হইয়াছে। ক্যানাল-রশ্মির পরীক্ষা দ্বারাও ইহার সত্যতা প্রমাণিত হইয়াছে।



চিত্র ১.৯

১.৯ নং চিত্রে একটি স্ফুলিঙ্গ-নল (discharge tube) দেখানো হইয়াছে। এই নলের মধ্যের বায়ুর চাপ পাম্পের সাহায্যে প্রয়োজনমত কমানো যায়। খুব অল্প বায়ু চাপে নলের মধ্যের অণু বা পরমাণু বৈদ্যুতিক ক্ষেত্র (electric field) দ্বারা গতিশীল করা যায়। ফলে এই গতিশীল আয়নিত অণু বা পরমাণুগুলি ক্যাথোডের (Cathode) মধ্যের সরু ছিদ্র দিয়া নলের ডানদিকে আসে। এই অংশে এই আয়নগুলি আবার পরস্পরের সহিত মিলিয়া তাহাদের

বৈদ্যুতিক আধান হারায় এবং এই সময়ে আলোক বিকীরণ করে। এই প্রক্রিয়ার সময়ে আয়নগুলির বিশেষ কোনও গতিবেগের হ্রাস হয় না। এই নির্গত আলোর গতিবেগ x এবং y দিক হইতে নির্ণয় করিয়া কম্পাঙ্কের পরিবর্তন মাপা যায় এবং সমীকরণ 1.89 এর সত্যতা পরীক্ষা করা যায়।

ডপ্‌লার এফেক্টের সাহায্যে নানারকম গুরুত্বপূর্ণ পরিমাপ করা যায়। যে সমস্ত ক্ষেত্রে অন্যান্য উপায়ে পরীক্ষা সম্ভব নয় ডপ্‌লার এফেক্টের সাহায্যে তাহাদের কোন কোন ক্ষেত্রেও পরিমাপ করা সম্ভব। দৃষ্টান্ত হিসাবে বলা যায় যে এই পদ্ধতিতে তারকার গতিবেগ বা পরীক্ষাগারে গ্যাসীয় স্ফুলিঙ্গে পরমাণুর গতিবেগ মাপা সম্ভব। উদাহরণ স্বরূপে ক্যাসিওপিই (cassiopaiae) হইতে আলোর বর্ণালিরেখা পরীক্ষাগারে লৌহের বর্ণালিরেখার সহিত তুলনা করিলে দেখা যায় যে প্রথমোক্ত ক্ষেত্রে তরঙ্গদৈর্ঘ্য কমিয়া গিয়াছে। ডপ্‌লার নিয়মানুসারে এই হ্রাসের পরিমাণ হইতে পাওয়া যায় যে ক্যাসিওপিই পৃথিবীর দিকে 115 km/sec আগাইয়া আসিতেছে। অন্যান্য অনেক তারকার ক্ষেত্রে এই কম্পাঙ্ক কমিতে দেখা যায়। সে সমস্ত ক্ষেত্রে সংশ্লিষ্ট তারকাগুলি পৃথিবী হইতে দূরে সরিয়া যাইতেছে বলিয়া ধরা যায়।

ডপ্‌লার এফেক্টের আর একটি গুরুত্বপূর্ণ প্রয়োগ করা যায় যে সমস্ত যুগ্ম-তারকা এত কাছাকাছি অবস্থিত যে তাহারা দূরবীক্ষণ যন্ত্রের সাহায্যে বিভেদিত হয় না তাহাদের অস্তিত্ব নির্ণয়ের ব্যাপারে। যদি একটি অন্ধকার এবং একটি উজ্জ্বল তারকা পাশাপাশি থাকে এবং তাহারা যুগ্মভাবে ঘুরিতে থাকে তবে তাহাদের বর্ণালীরেখা একটি গড় অবস্থানের সাপেক্ষে পর্যায়ক্রমে বাড়িতে এবং কমিতে থাকিবে। যখন উজ্জ্বল তারকাটি দর্শকের দিকে আগাইয়া আসিতে থাকিবে তখন কম্পাঙ্ক গড় মান হইতে বাড়িতে থাকিবে। আবার যখন ইহা দর্শকের দিক হইতে সরিয়া যাইবে তখন বিপরীত ফল হইবে। আবার যদি ঘূর্ণায়মান তারকা দুইটিই একই রকম ঔজ্জ্বল্যের হয় তবে বর্ণালিরেখাগুলি পর্যায়ক্রমে একক এবং যুগ্ম (single and double) দেখাইবে। যে সময় তারকা দুইটির মধ্যের সরলরেখা দর্শকের দৃষ্টির সরলরেখার অভিলম্বে থাকিবে তখন একটি তারকা দর্শকের দৃষ্টির দিকে আসিতে থাকিবে আর অন্যটি সরিয়া যাইতে থাকিবে। সুতরাং এই সময় যুগ্ম-বর্ণালিরেখা দেখা যাইবে। আবার যখন এই যোগকারী সরলরেখা দর্শকের দৃষ্টির সরলরেখার সহিত সমান্তরাল হইবে তখন উভয়েই দৃষ্টির সরলরেখার অভিলম্বে গমন করিবে বলিয়া তাহাদের আলোর কম্পাঙ্কের কোন পরিবর্তন হইবে না এবং বর্ণালিরেখাটি একক (single) দেখাইবে।

জটিল সংখ্যা দ্বারা তরঙ্গগতির রূপায়ণ (Representation of wave motion by complex quantities).

যে সমস্ত তরঙ্গ হিসাবের জন্য ব্যবহার করা হয় তাহারা অধিকাংশই সরল-দোলগতি সম্পন্ন। এইজাতীয় তরঙ্গের সমীকরণ দেখা গিয়াছে

$$y = a \begin{matrix}\cos \\ \sin\end{matrix} (wt - kx + \delta)$$

এই প্রকারের সমীকরণের রূপায়ণের আর একটি খুব সুবিধাজনক পদ্ধতি আছে। সেটি হইতেছে কল্পিতের পদ্ধতি (method of imaginaries). এই পদ্ধতির সমীকরণের একটি সমাধান লেখা যায়

$$y = ae^{i(wt - kx + \delta)} \tag{1.90}$$

এই বিবৃতির সত্যতা সমাধানটির অনুকল্পন (substitution) দ্বারা সমর্থিত হয়।

কিন্তু যে কোনও স্থানে তরঙ্গের ভ্রংশ একটি বাস্তব সংখ্যা, কল্পিত সংখ্যা নয়। সুতরাং এইজন্য একটি প্রচলিত নিয়ম অবলম্বন করা হয়। সেটি হইল এই যে 1.90 নং সমীকরণের ক্ষেত্রে ধরা হয় যে ভ্রংশ ইহার বাস্তব অংশ দ্বারা রূপায়িত হইতেছে*। ইহার আর একটি সুবিধা এই যে এই পদ্ধতিতে ভ্রংশের যে অংশ t এর সহিত পরিবর্তিত হইতেছে তাহাকে যে অংশ x এর সহিত পরিবর্তিত হইতেছে সেই অংশ হইতে সুবিধামত আলাদা করিয়া নেওয়া যায়। অর্থাৎ লেখা যায়

$$\begin{aligned} y &= ae^{iwt}e^{-ikx}e^{i\delta} \\ &= ae^{i\delta}e^{iwt}e^{-ikx} \\ &= Ae^{iwt}e^{-ikx} \qquad \left[A = ae^{i\delta}\right] \end{aligned} \tag{1.91}$$

এই সমীকরণে δ দশা-ধ্রুবক এবং ইহা t বা x এর সঙ্গে পরিবর্তিত হইতেছে না। সুতরাং এই অংশকে আলাদা করিয়া লওয়া হইয়াছে। আবার যদি A কে ইহার জটিল বিপরীত (complex conjugate) সংখ্যা $ae^{-i\delta} = A^*$ দ্বারা গুণ করা যায় তবে ফল দাঁড়ায় a^2 আর এই a^2 আলোকতীব্রতার সমানুপাতিক। A সংখ্যাটি বাস্তব সংখ্যা a এবং কল্পিত সংখ্যা e এই উভয়ের

* তবে যেহেতু y এর সমস্ত সমীকরণই একঘাত, শুধু বাস্তব অংশের পরিবর্তে সমীকরণ 1.90টিই সমাধান বলিয়া ব্যবহার করা চলিতে পারে।

সমন্বয়ে গঠিত বলিয়াই ইহাকে বলা হয় জটিল বিস্তার (complex amplitude). অবশ্য ইহাকে দুইভাগে ভাগ করিয়া লেখা যায়।

$$|A| = \text{প্রকৃত বিস্তার (true amplitude)} \qquad (1.92)$$

$$\text{argument } A = \text{প্রকৃত দশা-ধ্রুবক (true phase constant).}$$

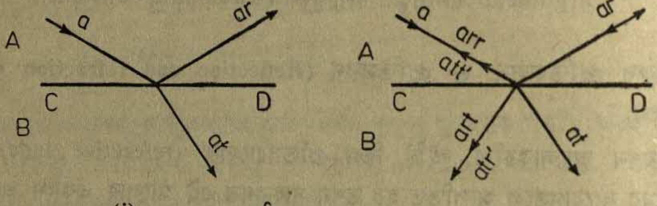
তরঙ্গের প্রতিফলন ও প্রতিসরণ (Reflection and refraction of waves).

যখন আলোকরশ্মি দুইটি ভিন্ন প্রতিসরাঙ্কের (refractive index) মাধ্যমের সংযোগতলে আপতিত হয় তখন সাধারণত এই আলোর একাংশ এই সংযোগতল হইতে প্রতিফলিত হইয়া আপতন মাধ্যমে পরিবর্তিত দিকে গমন করে এবং অন্য অংশ দ্বিতীয় মাধ্যমে প্রতিসৃত হইয়া থাকে। প্রতিফলন এবং প্রতিসরণ উভয় প্রক্রিয়ার ফলে আপতিত আলোর গতির দিক পরিবর্তন হইয়া থাকে। মাধ্যম দুইটির প্রতিসরাঙ্কের পার্থক্য যত বেশী হইবে ততই প্রতিফলিত রশ্মির পরিমাণ বাড়িবে ; অবশ্য এই পরিমাণ বিভিন্ন মাধ্যমের জন্য নির্ণয় করিতে হইলে আপতন কোণ অপরিবর্তিত রাখিতে হইবে। ইহার কারণ মাধ্যম দুইটি একই থাকিলে প্রতিফলিত আলোর পরিমাণ আবার আপতন কোণের উপরও নির্ভর করে।

আলোকরশ্মির এই প্রতিফলন এবং প্রতিসরণের বিষয়ে ভৌত আলোক-বিজ্ঞানের দিক হইতে একটি গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্ন বর্তমান। সেটি হইল যে প্রতিফলিত এবং প্রতিসৃত রশ্মির তীব্রতা পরিবর্তনের সঙ্গে সঙ্গে এই উপাংশ দুইটির দশারও পরিবর্তন হয় কিনা ; আর যদি পরিবর্তন হয় তবে মাধ্যমের আপেক্ষিক অবস্থানের উপর ইহা নির্ভর করে কিনা। অর্থাৎ লঘুতর মাধ্যম হইতে ঘনতর মাধ্যমে যাইবার সময় যদি দশার পরিবর্তন হয় তবে ইহার বিপরীত দিকে গমনের সময়ও পরিবর্তন হইবে কিনা। ষ্টোক্‌স্‌ (Stokes) এই সমস্যা সমাধান করেন। নিম্নে তাহার সমাধানের পদ্ধতি এবং ফল দেওয়া হইল।

১.১০ নং চিত্রে দুইটি মাধ্যম A এবং B এবং ইহাদের সংযোগতল CD সরলরেখা দ্বারা বুঝানো হইয়াছে। এই চিত্রে A লঘুতর এবং B ঘনতর মাধ্যম। চিত্র (i) এ দেখানো হইয়াছে একটি আলোকশ্মি CD তলে আপতিত হইয়া প্রতিফলিত এবং প্রতিসৃত রশ্মিতে বিভক্ত হইয়া যথাক্রমে A এবং B মাধ্যমে যাইতেছে। আপতন কোণ প্রতিফলন কোণের সমান হইবে ; আর B ঘনতর মাধ্যম হওয়ায় প্রতিসরণ কোণ আপতন কোণ হইতে ক্ষুদ্রতর হইবে।

যদি আপতিত তরঙ্গের বিস্তার a হয় এবং এই বিস্তারের r ভগ্নাংশ CD তলে প্রতিফলিত এবং t ভগ্নাংশ এই তলে প্রতিসৃত হয় তবে চিত্র ১.১০ (i) তে প্রদর্শিতরূপে রশ্মি তিনটির বিস্তার দাঁড়াইবে। আলোকতরঙ্গের প্রতিফলন



চিত্র নং ১.১০

এবং প্রতিসরণের সমীকরণের বিবেচনা হইতে বুঝা যায় যে এই সব ক্ষেত্রে প্রতিবর্তিতার নীতি (principle of reversibility) প্রযোজ্য হইবে। এইটি বলবিদ্যার (mechanics) একটি গুরুত্বপূর্ণ এবং স্বীকৃত নীতি। এই নীতি অনুসারে যদি একটি গতিশীল ব্যবস্থায় (dynamical system) সমস্ত গতিবেগ কোনও মুহূর্তে উলটাইয়া দেওয়া হয় তবে এই ব্যবস্থাটি ইহার পূর্বের সমস্ত গতির পুনরাবৃত্তি করিবে। এই নীতি প্রয়োগ করিলে চিত্র ১.১০ (b) তে প্রদর্শিতরূপ উপাংশগুলি পাওয়া যাইবে। ar প্রতিফলিত হইয়া a দিকে arr বিস্তারের রশ্মি হিসাবে এবং প্রতিসৃত হইয়া art রশ্মি হিসাবে যথাক্রমে A এবং B মাধ্যমের মধ্য দিয়া যাইবে। আর যদি ঘনতর মাধ্যমে আপতিত রশ্মির r' ভগ্নাংশ প্রতিফলিত হয় এবং ঘনতর হইতে লঘুতর মাধ্যমে প্রতিসরণে t' ভগ্নাংশ প্রতিসৃত হয় তবে at বিস্তারের রশ্মি att' এবং atr' উপাংশ হিসাবে যথাক্রমে A এবং B মাধ্যমে প্রতিসৃত এবং প্রতিফলিত হইয়া গমন করিবে। কিন্তু এই সমস্ত উপাংশের যোগফল দাঁড়াইবে মাত্র A মাধ্যমে একটি a বিস্তারের রশ্মি। অতএব পাওয়া যায়

$$arr + att' = a \qquad (1.93)$$

$$art + atr' = 0 \qquad (1.94)$$

দ্বিতীয় সমীকরণটি লেখার যৌক্তিকতা এই যে দ্বিতীয় মাধ্যম B তে গোড়াতে কোনও ভ্রংশ ছিল না ; অতএব প্রতিবর্তনের (reversion) পরও এই মাধ্যমে কোন ভ্রংশের অস্তিত্ব থাকিবে না। কাজেই পাওয়া যায়

$$tt' = 1 - r^2 \qquad (1.95)$$

$$r = -r' \qquad (1.96)$$

দ্বিতীয় সমীকরণটি হইতে পাওয়া যায় যে মাধ্যম দুইটির সংযোগস্থলের দুই

দিক হইতে (একই আপতন কোণে) আপতিত আলোর সমান ভগ্নাংশই প্রতিফলিত হয়। কিন্তু ইহাদের মধ্যে একটি পার্থক্য আছে। প্রথম মাধ্যমে প্রতিফলিত উপাংশ যদি ar ধরা যায় তবে দ্বিতীয় মাধ্যমে প্রতিফলিত উপাংশ হইবে $ar' = -ar$. কিন্তু এই বিস্তার সমীকরণ 1.91 হইতে দেখা গিয়াছে একটি জটিল রাশি এবং ইহাতে যুগপৎ বাস্তব বিস্তার এবং দশা বর্তমান। সুতরাং প্রথমটিকে যদি লেখা যায় $rae^{i\delta}$ হিসাবে এবং δ নেওয়া হয় 0 রেডিয়ান তবে ইহা দাড়াইবে ra. এই ক্রমে দ্বিতীয়টি যেহেতু $-ar$, সেইজন্য ইহাকে লেখা দরকার $rae^{i\pi}$, কারণ $e^{i\pi} = -1$. তাহা হইলে দেখা যাইতেছে যে এই দুইটি প্রতিফলিত রশ্মির মধ্যে π দশার পার্থক্য বর্তমান। কাজেই লঘুতর মাধ্যমে প্রতিফলনে যদি দশার কোনও পরিবর্তন না হয় তবে ঘনতর মাধ্যমে প্রতিফলনে দশার π পরিবর্তন হইবে ; অন্যদিকে ঘনতর মাধ্যমে প্রতিফলনে যদি দশার পরিবর্তন না হয় তবে লঘুতর মাধ্যমে প্রতিফলনের ফলে π দশার পরিবর্তন হইবে। সুতরাং এই বিবেচনায় যদিও দেখা যায় যে প্রতিফলনের একটি ক্ষেত্রে π দশার পরিবর্তন হইবে তবুও কোন মাধ্যমে ইহা ঘটিবে তাহা এই বিবেচনা হইতে পাওয়া যায় না। তবে লয়েডের দর্পণের (Lloyd's mirror) পরীক্ষা বা নিউটনের বলয়সমূহের (Newton's rings) পরীক্ষা দ্বারা এই দুইটি বিকল্পের (alternative) মধ্যে কোনটি সত্য তাহা নির্ণয় করা যায়। দেখা গিয়াছে যে আলো যখন লঘুতর মাধ্যম হইতে ঘনতর মাধ্যমে যায় সেইরূপ আপতনের ক্ষেত্রে প্রতিফলিত রশ্মির π দশার পরিবর্তন হয়।

আবার r এবং t আপতিত রশ্মির বিস্তারের প্রতিফলিত এবং প্রতিসৃত ভগ্নাংশ। সুতরাং আলোক তীব্রতা বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক এই সূত্র এবং শক্তির সংরক্ষণ (conservation of energy) নীতি এই দুইটি ব্যবহার করিয়া লেখা যায়

$$r^2 + t^2 = 1. \tag{1.97}$$

সুতরাং সমীকরণ 1.95 হইতে পাওয়া যায়

$$tt' = t^2$$

$$\text{বা} \quad t = t'. \tag{1.98}$$

কিন্তু এই সম্বন্ধ সত্য নয়। কারণ যদিও আলোকতীব্রতা বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক তবুও ইহা ততক্ষণই খাটে যতক্ষণ আলো একই মাধ্যমের মধ্যে আবদ্ধ থাকে। দ্বিতীয় মাধ্যমে গেলে আলোকতীব্রতার মান নির্ণয় করিতে

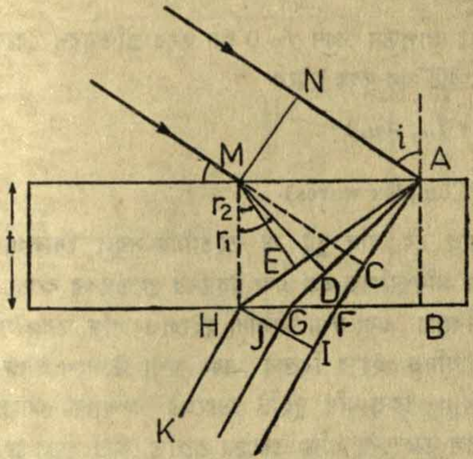
মাধ্যমের পরিবর্তিত প্রতিসরাঙ্কও ব্যবহার করিতে হইবে। আর তাছাড়া এই অনুপাত আলোকরশ্মিমালার মোট শক্তির বেলায়ই খাটে তীব্রতার বেলায় নহে। আর দ্বিতীয় মাধ্যমে গেলে রশ্মিমালার প্রস্থ পরিবর্তিত হয় বলিয়া আলোক-তীব্রতারও এই কারণের জন্য পরিবর্তন ঘটে। এই সমস্ত কারণে উপরের সম্বন্ধ বৈধ নহে।

এই আলোচনায় ধরা হইয়াছে যে আলোর আপতনের ফলে প্রতিফলন এবং প্রতিসরণ ভিন্ন আর কোনও প্রক্রিয়া ঘটে না, শোষণের কথা এখানে ধরাই হয় নাই। কিন্তু যত কমই হোক না কেন এক মাধ্যম হইতে দ্বিতীয় মাধ্যমে যাইতে [এমন কি এক মাধ্যমে গমনের কালেও, যদি এই মাধ্যমটি শূন্য (vacuum) না হয়] আলোর শোষণ হইবেই এবং দুই মাধ্যমে শোষণের পরিমাণ আলাদা হইবে। মনে হইতে পারে যে শোষণের কথা বিবেচনা করিলে উপরের সম্বন্ধগুলি বৈধ নাও হইতে পারে। কিন্তু লয়েডের দর্পণ এবং নিউটনের বলয়ের পরীক্ষার ক্ষেত্রে এই দশার পরিবর্তন প্রমাণিত হইয়াছে। অতএব বুঝা যায় যে দশার এই পরিবর্তন এক মাধ্যম হইতে আলো অন্য মাধ্যমে যাওয়ার সময় উৎপন্ন হয় এবং ইহা শোষণের উপর নির্ভরশীল নহে।

আলোর বিচ্ছুরণ (Dispersion of light).

কাচ বা এই জাতীয় পদার্থের প্রিজমের পরীক্ষা দ্বারা নিউটন (Newton) প্রমাণ করেন যে এক মাধ্যম হইতে অন্য মাধ্যমের মধ্য দিয়া যাইবার সময় বিভিন্ন বর্ণের আলো বিভিন্ন পরিমাণে প্রতিসৃত হয় এবং এই প্রতিসরণের পরিমাণ লাল আলোর বেলায় সর্বাপেক্ষা কম এবং বেগুনী আলোর ক্ষেত্রে সর্বাধিক। আলোক তরঙ্গের দৈর্ঘ্যের ভাষায় বলিতে গেলে বলিতে হয় যে প্রতিসরণের পরিমাণ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে কমিতে থাকে। বিভিন্ন তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলোর এইরূপ বিভিন্ন পরিমাণ প্রতিসরণকে বলা হয় আলোর বিচ্ছুরণ (dispersion of light). এইরূপ বিচ্ছুরণের একটি ফল এই যে দুইটি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলো যদি একটি মাধ্যম হইতে অন্য মাধ্যমের মধ্য দিয়া প্রতিসৃত হয় তবে ইহাদের গতির দিক আলাদা হইয়া যায় এবং ইহাদের মধ্যে একটি আপেক্ষিক পথ-দূরত্বের উদ্ভব হয়। এই পথ-দূরত্ব নিম্নে বাহির করা হইবে কারণ সমবর্তনের পরীক্ষার ক্ষেত্রে এই পথ-দূরত্ব জানা দরকার দেখা যাইবে। একটি সমান্তরাল কাচের ফলকে আলো i কোণে আপতিত হইতেছে। এই আলোতে দুইটি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলোক বর্তমান থাকায় ফলকে প্রতিসরণের ফলে দুইটি আলাদা রশ্মির উদ্ভব হইতেছে। ফলকের মধ্য দিয়া পারগমের

ফলে রশ্মি দুইটির মধ্যে যে পথ-দূরত্বের সৃষ্টি হইতেছে তাহা হিসাব করিতে হইলে উপরের চিত্র হইতে ইহা করা সম্ভব। এখানে আপতিত রশ্মিমালার তরঙ্গমুখ *MN*. যে রশ্মিটি *M* বিন্দুতে আপতিত হইতেছে তাহা প্রতিসৃত হইয়া দুইটি রশ্মি *ME* এবং *MD* হিসাবে ফলকের মধ্য দিয়া যাইতেছে।



চিত্র ১.১১

A বিন্দু হইতে যদি *ME* এবং *MD* এর উপরে লম্ব টানা হয় তবে ফলকের মধ্যে ইহারা হইবে দুইটি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলোর তরঙ্গমুখ। আর যদি প্রতিসরণের ফলে ফলকে আলোর দিক পরিবর্তন না হইত তবে তরঙ্গমুখ হইত *AC*. এইটি পাওয়া যাইবে প্রথম মাধ্যমের মধ্যে *M* রশ্মিটিকে ফলকে বাড়াইয়া সরলরেখা অঙ্কিত করিলে। এই প্রণালীতে অঙ্কনের দ্বারা বুঝিতে পারা যাইবে যে পারগমের পর আলোক রশ্মি দুইটির তরঙ্গমুখের এবং অপ্রতিসৃত রশ্মির তরঙ্গমুখের আপেক্ষিক অবস্থান হইবে যথাক্রমে *HK*, *GJ* এবং *FI*. সুতরাং রশ্মি দুইটির মধ্যে পথ-দূরত্ব হইবে $IH - IJ = HJ$

কিন্তু $HJ = HG \sin i = (BH - BG) \sin i$.

B বিন্দু দ্বিতীয় তলের সহিত *A* বিন্দুতে অঙ্কিত লম্বের ছেদবিন্দু। কাজেই ফলকের বেধ যদি t হয় তবে লেখা যায়

$BG = t \cot r_1$ এবং $BH = t \cot r_2$

এখানে r_1 এবং r_2 যথাক্রমে *MD* এবং *ME* রশ্মির প্রতিসরণ কোণ।

$$\therefore \quad HJ = t\,(\cot r_2 - \cot r_1)\sin i$$
$$= t\,(\mu_2 \cos r_2 - \mu_1 \cos r_1) \qquad (1.99)$$

[$\mu_2 = \dfrac{\sin i}{\sin r_2}$, $\mu_1 = \dfrac{\sin i}{\sin r_1}$ যথাক্রমে দুইটি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলোকের কাচের ফলকে প্রতিসরাঙ্ক]

যদি আলোর আপতন কোণ $i = 0$ হয় তবে প্রতিসরণ কোণ r ও শূন্য হইবে। এই ক্ষেত্রে পথ-দূরত্ব হইবে

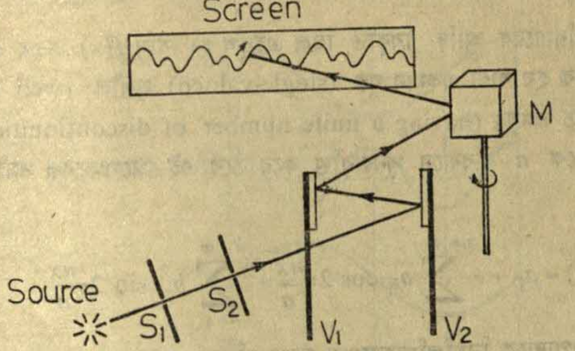
$$\text{পথ-দূরত্ব} = t\,(\mu_2 - \mu_1) \qquad (1.100)$$

জটিল তরঙ্গ (Complex waves)·

দেখা গিয়াছে যে যদি দুই বা ততোধিক সরল দোলগতিসম্পন্ন তরঙ্গ পরস্পরের উপর অধিস্থাপিত হয় এবং ইহাদের প্রত্যেকের কম্পাঙ্ক সমান হয় তবে ইহাদের বিস্তার এবং দশা আলাদা হইলেও লব্ধি তরঙ্গ সরল দোলগতি সম্পন্নই হইবে যদিও ইহার বিস্তার এবং দশা উপাংশ তরঙ্গ সমূহ হইতে আলাদা দাড়াইবে। কিন্তু যদি দুইটি তরঙ্গের কম্পাঙ্ক আলাদা হয় তবে অধিস্থাপনের ফলে তাহাদের লব্ধি তরঙ্গের প্রকৃতি আর সরল দোলগতি সম্পন্ন থাকে না। এইরূপ পরিবর্তন লেখের (graph) সাহায্যে পরীক্ষা করিয়া দেখা যাইতে পারে। দুই বা ততোধিক তরঙ্গের চিত্র আকিয়া তাহাদের যোগফলের চিত্রও পাওয়া যাইতে পারে। উপাংশ (component) তরঙ্গের চিত্রগুলি ইচ্ছা এবং প্রয়োজনমত পরিবর্তন করা চলিতে পারে যাহাতে তাহাদের বিস্তার' দশা এবং তরঙ্গ দৈর্ঘ্য আলাদা হয়। তাহা হইলে লব্ধি তরঙ্গের আকৃতি হইতে উপরের বক্তব্যের সমর্থন পাওয়া যাইতে পারে। অথবা যন্ত্রের সাহায্যেও এই পরীক্ষা করা যাইতে পারে।

চিত্র নং ১.১২-এ একটি আলোক উৎস হইতে আলো দুইটি ক্ষুদ্র ছিদ্র S_1 এবং S_2 এর মধ্য দিয়া নিয়ন্ত্রিত হইয়া V_2 এবং V_1 কম্পকের মাথায় আটকানো সমতল দর্পণে পড়িতেছে। এই দর্পণ দুইটি হইতে প্রতিফলনের পর আলোকরশ্মি একটি ঘূর্ণায়মান দর্পণ M এর উপর আপতিত হইতেছে এবং সেখান হইতে প্রতিফলনের পর পর্দায় একটি আলোক বিন্দুর সৃষ্টি করিতেছে। যখন সমস্ত যন্ত্রাংশ স্থির থাকে তখন পর্দায়ও একটি স্থির আলোকবিন্দু পাওয়া যাইবে। কিন্তু যখন V_1 অথবা V_2 কে কম্পিত করা যায় তখন ইহাদের প্রত্যেকের প্রতিফলিত আলোকরশ্মি একটি সরল দোলগতির আকারের তরঙ্গের রূপরেখা ঘূর্ণায়মান দর্পণের (M) সাহায্যে পর্দার উপর ফেলিবে। যদি V_1

এবং V_2 উভয়েই যুগপৎ কম্পিত হইতে থাকে তবে পর্দার উপর এইরূপ দুইটি তরঙ্গরূপরেখার (wave profile) অধিস্থাপন হইবে এবং দর্পণ M দ্রুতবেগে



চিত্র ১.১২

ঘুরিলে দৃষ্টির স্থায়িত্বের (persistence of vision) জন্য একটি লব্ধি তরঙ্গ রূপরেখার সৃষ্টি করিবে। V_1 এবং V_2 কম্পক দুইটির সাহায্যে বিভিন্ন বিস্তার, কম্পাঙ্ক এবং দশার তরঙ্গ সৃষ্টি করা যাইতে পারে। আর এইরূপ বিভিন্ন ধরণের তরঙ্গ সৃষ্টি করিয়া তাহাদের অধিস্থাপনের ফল পর্দার উপর প্রত্যক্ষ করা সম্ভব।

ফুরিয়ার রাশিমালা—ফুরিয়ার বিশ্লেষণ (Fourier Series—Fourier analysis).

উপরের আলোচনা হইতে দেখা গিয়াছে যে দুই বা ততোধিক সরল আকৃতির তরঙ্গের অধিস্থাপনের দ্বারা জটিল রূপরেখার লব্ধি তরঙ্গের সৃষ্টি করা যায়। এবং এই লব্ধি তরঙ্গের রূপরেখা উপাংশ তরঙ্গের সংখ্যা, বিস্তার, দশা এবং কম্পাঙ্কের উপর নির্ভর করে। আবার ইহার বিপরীতটিও সত্য ; অর্থাৎ যে কোনও জটিল রূপরেখার তরঙ্গকে কিছু সংখ্যক সরল দোলগতি আকারের তরঙ্গে বিশ্লেষিত করা যায়। বিশ্লেষিত উপাংশের সংখ্যা তাত্ত্বিকভাবে অসীম হইলেও কার্যত সীমাবদ্ধ সংখ্যার উপাংশ নিলেও চলে। অবশ্য উপাংশের সংখ্যা যত বেশী হইবে সাধারণত তাহাদের লব্ধি তরঙ্গের রূপরেখাও ততই পরীক্ষাধীন তরঙ্গের আকৃতির সহিত ভালভাবে মিলিয়া যাইবে। অবশ্য এখানে ধরিয়া নেওয়া হইয়াছে যে পরীক্ষাধীন তরঙ্গ খুবই জটিল। এই জাতীয় বিশ্লেষণ ফুরিয়ার কর্তৃক আবিষ্কৃত পদ্ধতিতে করা যায় এবং ইহাকে বলা হয় ফুরিয়ার

বিশ্লেষণ (Fourier Analysis). এই উদ্দেশ্যে ফুরিয়ার একটি রাশিমালার প্রবর্ত্তন করেন। এই রাশিমালাকে বলা হয় ফুরিয়ার রাশিমালা (Fourier Series)।

ফুরিয়ারের আদি বিবৃতি ছিল এইরূপ ঃ যদি $f(x)$ x-এর এমন একটি অপেক্ষক হয় যাহা একমান যুক্ত (single-valued) সুশীল (well behaved) পরিমিত ভঙ্গযুক্ত (having a finite number of discontinuities) এবং x এর দিকে a ব্যবধানে পুনরাবৃত্তি করে তবে এই অপেক্ষকের সমীকরণ লেখা যায়

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{n=\infty} a_n \cos 2\pi\frac{nx}{a} + \sum_{n=1}^{n=\infty} b_n \sin 2\pi\frac{nx}{a}. \qquad (1.101)$$

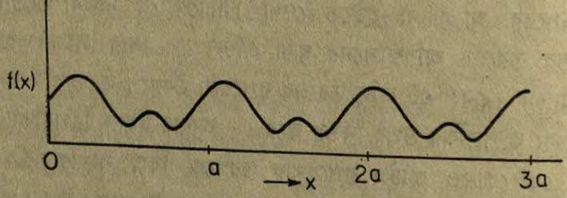
এই উপপাদ্যকে নিম্নলিখিতরূপেও লেখা চলিতে পারে ঃ যে কোনও পর্যাবৃত্ত অপেক্ষক $f(x)$-কে কিছু সংখ্যক কোসাইন এবং সাইন অপেক্ষকের সমষ্টি হিসাবে লেখা যাইতে পারে। সুতরাং দাঁড়াইবে

$$f(x) = \sum a_n \cos 2\pi\frac{nx}{a} + \sum b_n \sin 2\pi\frac{nx}{a} \qquad (1.102)$$

$$= a_0 + a_1 \cos 2\pi\frac{x}{a} + a_2 \cos 2\pi\frac{2x}{a} + a_3 \cos 2\pi\frac{3x}{a} + \cdots$$

$$+ b_1 \sin 2\pi\frac{x}{a} + b_2 \sin 2\pi\frac{2x}{a} + b_3 \sin 2\pi\frac{3x}{a} + \ldots$$

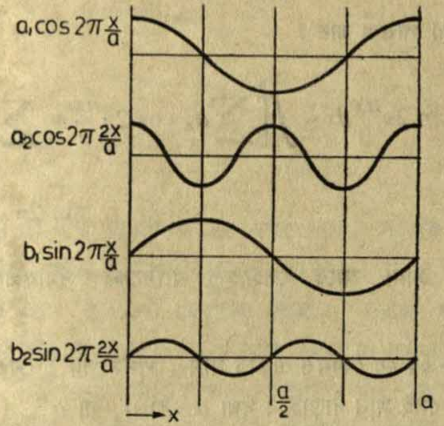
এই বিবৃতির তাৎপর্য্য এই যে যদি উপরিউক্ত $f(x)$ অপেক্ষকটি x দিকে



চিত্র ১.১২(a)

a ব্যবধানে পুনরাবৃত্তি করে তবে ইহা চিত্রে প্রদর্শিত কতকগুলি সাইন এবং কোসাইন অপেক্ষকের যোগ দ্বারা সৃষ্টি করা যাইতে পারে। এই সাইন এবং কোসাইন অপেক্ষকের চারিটি চিত্র নং ১.১২(b)-এ দেখানো হইয়াছে। বিবৃতি অনুসারে অপেক্ষক $f(x)$ ঠিকমত সৃষ্টি করিতে অসীম সংখ্যক সাইন এবং

কোসাইন অপেক্ষক যোগ করা প্রয়োজন। তবে দেখা যায় যে $f(x)$এর আকৃতি যত জটিল হয় ততই হুবহু নকল করিতে বেশী সংখ্যক সাইন এবং কোসাইন অপেক্ষকের প্রয়োজন হয়। এই $f(x)$এর সঠিক প্রতিকৃতি তৈরী করিতে



চিত্র ১.১২(b)

প্রয়োজন হয় বিভিন্ন a_n এবং b_n গুণাঙ্কের (coefficients) মান বাহির করা। সমীকরণ ১.১০২ উভয় দিকই সমাকলন করা হয় এবং এই সমাকলন করা হয় যেখানে $x_2 = x_1 + a$.

$f(x)$ অপেক্ষকটির মান জানা আছে বলিয়া ধরা হইতেছে। ইহার সমাকলনের ফল নিরূপণ করা যাইবে। অন্য সমাকলনগুলির মান বাহির করিতে হইবে

$$\int_{x_1}^{x_2} a_0 dx = a_0(x_2 - x_1) = a_0 a. \tag{1.103}$$

আবার $$\int_{x}^{x_2} b_1 \sin 2\pi \frac{nx}{a} dx = \int_{x_1}^{x_2} a_1 \cos 2\pi \frac{nx}{a} dx = 0 \tag{1.104}$$

কারণ একটি সম্পূর্ণ পর্যায়ের জন্য সাইনের ধনাত্মক এবং ঋণাত্মক মানগুলি পরস্পর সমান হওয়ায় তাহাদের যোগফল শূন্য দাঁড়াইবে ঃ অনুরূপভাবে কোসাইনের ফল শূন্য হইবে। সুতরাং পাওয়া যায়

$$a_0 = \frac{1}{a} \int_{x_1}^{x_2} f(x)\, dx \tag{1.105}$$

এবার a_n এর মান বাহির করিতে হইলে নিম্নলিখিত পদ্ধতি ব্যবহার করা চলিতে পারে :

সমীকরণের উভয় দিককে $\sin 2\pi \frac{nx}{a}$ দ্বারা গুণ করিয়া এবং তারপর সমাকলন করিয়া পাওয়া যায় :

$$\int_{x_1}^{x_2} f(x)a_n \sin 2\pi\frac{nx}{a}dx = \int_{x_1}^{x_2}\left[\sum a_n \cos 2\pi\frac{nx}{a} + \sum b_n \sin 2\pi\frac{nx}{a}\right] \sin 2\pi\frac{nx}{a}dx \qquad (1.106)$$

যেহেতু $f(x)$ জানা আছে সেইহেতু বাদিকের সমাকলনের মান বাহির করা যায়।

এখানে n-এর যে কোনও একটি মান (পূর্ণসংখ্যা) নেওয়া যাক। তাহা হইলে a_n এর সেই মান দাঁড়াইবে যথা a_1 বা a_5 বা a_{30} (n-এর যে কোনও মান ব্যবহার করিয়া)

প্রথম সমাকলনটি হইবে $\int a_0 \sin 2\pi \frac{nx}{a}dx$. এইটির মান উপরে আলোচিত কারণে শূন্য হইবে। ইহা ছাড়া থাকিবে কতকগুলি পদ যথা

$\sin 2\pi \frac{nx}{a} \cos 2\pi \frac{mx}{a}$ এবং $\sin 2\pi \frac{nx}{a} \sin 2\pi \frac{mx}{a}$ যেখানে n-এর একটি নির্দিষ্ট (fixed) মান হইবে কিন্তু m-এর মান হইবে 1, 2, 3 etc. যেক্ষেত্রে (sin$e$-এর বেলায়) $n=m$ হয় সেখানে পদটির বর্গ পাওয়া যায় এবং সমাকলন করিলে ইহার মান দাঁড়াইবে $\frac{1}{2}b_n a$.

কোসাইনের সমস্ত পদের বেলায় এবং সাইনের বাকী পদের বেলায় সমাকলনের ফল দাঁড়াইবে শূন্য। উদাহরণ স্বরূপ ধরা যাক একটি সমাকল :

$$\sin 2\pi \frac{nx}{a} \sin 2\pi \frac{mx}{a} \quad [m \neq n].$$

$$= \frac{1}{2} \cos 2\pi (n-m)\frac{x}{a} - \frac{1}{2} \cos 2\pi (n+m)\frac{x}{a}.$$

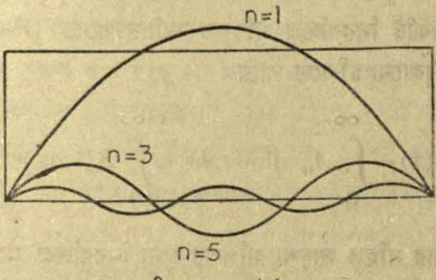
যেহেতু n এবং m উভয়েই পূর্ণসংখ্যা সুতরাং $(n-m)$ এবং $(n+m)$ও উভয়েই পূর্ণসংখ্যা হইবে। সুতরাং ইহাদের সমাকলন করিলে পূর্বের বিবেচনা মত ইহারা প্রত্যেকেই শূন্য হইবে। শুধুমাত্র $n=m$ এর ক্ষেত্রে এইরূপ শূন্য হইবে

না ইহাদের প্রত্যেকেরই সমাকলনের মান উপরে বাহির করা হইয়াছে। অতএব দাড়ায়

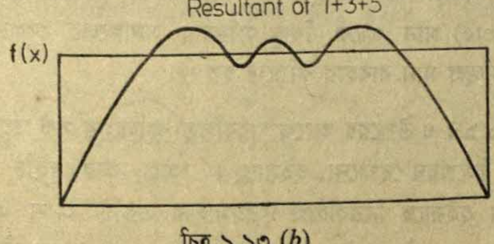
$$b_n = \frac{2}{a}\int_{x_1}^{x_2} f(x) \sin 2\pi \frac{nx}{a}\, dx. \tag{1.107}$$

$$a_n = \frac{2}{a}\int_{x_2}^{x_1} f(x) \cos 2\pi \frac{nx}{a}\, dx. \tag{1.108}$$

এইরূপে a_n এবং b_n এর মান বাহির করিয়া এবং যথেষ্ট সংখ্যক পদ যোগ করিয়া $f(x)$ অপেক্ষকটি গঠন করা বা বিশ্লেষণ করা যায়। নিম্নে ১.১৩(a) নং চিত্রে একটি বর্গাকৃতি তরঙ্গ রূপরেখা দেখানো হইল। তাহার সঙ্গে তিনটি সাইন অপেক্ষকের সমষ্টির ফলও ১.১৩ (b) চিত্রে দেখানো হইল। এই চিত্র হইতে দেখা যায় যে যত বেশী সংখ্যক পদ ব্যবহার করা হয় ততই লব্ধি তরঙ্গ পরীক্ষাধীন তরঙ্গের [এখানে বর্গাকৃতি তরঙ্গ] চেহারার কাছাকাছি আসিতে থাকে।



চিত্র ১.১৩ (a)



চিত্র ১.১৩ (b)

ফুরিয়ার বিশ্লেষণের উপরের আলোচনা পর্যাবৃত্ত (periodic) $f(x)$ অপেক্ষকের

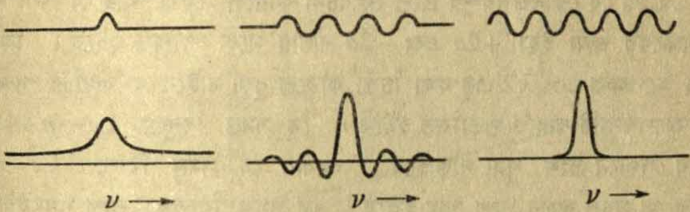
বেলায় প্রয়োগ করা হইয়াছে। কিন্তু ফুরিয়ায় বিশ্লেষণ শুধুমাত্র পর্যাবৃত্ত অপেক্ষকের বেলায়ই প্রযোজ্য নহে। অনেক সময় তরঙ্গের একটি সীমাবদ্ধ অংশ নিয়া কাজ করিতে হয়। যদি অতি সামান্য সময়ের জন্য যেমন কোনও বৈদ্যুতিক স্ফুলিঙ্গ (electric spark) দ্বারা কোনও তরঙ্গ সৃষ্টি করা হয় তবে ইহা ১.১৪ (a) নং চিত্রে প্রদর্শিত রূপ নিয়া সঞ্চারিত হইবে। এক্ষেত্রে নির্দিষ্ট ব্যবধানে অপেক্ষকের পুনরাবৃত্তি হয় না। অথবা যদি নিরবচ্ছিন্ন তরঙ্গমালা হইতে কোনও ব্যবস্থাদ্বারা একটি অংশ আলাদা করিয়া নেওয়া হয় তাহা হইলেও এখানে পুনরাবৃত্তি শুধু একটা সীমার মধ্যেই আবদ্ধ থাকে। এই তরঙ্গমালাকে বলা হয় তরঙ্গ-পুলিন্দা (wave packet). এই জাতীয় তরঙ্গ পুলিন্দা ফুরিয়ার রাশিমালা দ্বারা বুঝানো যায় না ; ইহাদের বেলায় ফুরিয়ার সমাকল (Fourier Integral) এর প্রয়োজন হয়। ফুরিয়ার রাশিমালার সহিত ইহার তফাৎ এই যে এই ক্ষেত্রে খুবই সামান্য ব্যবধানের অসংখ্য তরঙ্গমালা ব্যবহার করিয়া এই লব্ধি তরঙ্গ-পুলিন্দার সৃষ্টি হয়। তবে এখানেও উপাংশগুলির বিস্তার প্রয়োজনমত নিয়ন্ত্রণ করিয়া যে কোনও ইচ্ছাধীন (arbitrary) তরঙ্গ রূপরেখার সৃষ্টি করা যাইতে পারে। গাণিতিকভাবে লেখা যায় : যে কোনও যুক্তিসঙ্গত (reasonable) অপর্যাবৃত্ত (nonperiodic) অপেক্ষক $f(x)$ একটি নিরবচ্ছিন্ন ফুরিয়ার অধিস্থাপনের (Fourier Superposition) দ্বারা বুঝানো চলিতে পারে :

$$f(x)=\int_0^\infty A_w \sin wt\, dw+\int_0^\infty B_w \cos wt\, dw \quad (1.109)$$

ফুরিয়ার রাশিমালার সহিত সাদৃশ্য রাখিবার জন্য নিরবচ্ছিন্ন অপেক্ষক A_w এবং B_w গুলিকে ফুরিয়ার গুণাঙ্ক (Fourier Coefficients) বলা হয়। তবে ইহাদের মধ্যে পার্থক্য এই যে ফুরিয়ার রাশিমালার বেলায় a_n এবং b_n এর বিবিক্ত (discrete) মান থাকে, কিন্তু ফুরিয়ার সমাকলের বেলায় A_w এবং B_w এর নিরবচ্ছিন্ন মান ব্যবহার করিতে হয়।

চিত্র নং ১.১৪ এ উপরের অংশে পূর্ববর্ণিত স্ফুলিঙ্গের সৃষ্ট তরঙ্গ এবং নীচে ইহার ফুরিয়ার বিশ্লেষণ দেখানো হইয়াছে। অন্য আর দুইটি (b এবং c) ক্ষেত্রে দেখানো হইয়াছে নিরবচ্ছিন্ন তরঙ্গমালার একটি অংশ এবং সংশ্লিষ্ট ফুরিয়ার বিশ্লেষণ। ইহা হইতে বুঝা যায় যে তরঙ্গমালা যত দীর্ঘ এবং ধ্রুবক বিস্তারের হইবে, ইহার ফুরিয়ার বিশ্লেষণও ততই একবর্ণী তরঙ্গের দিকে

যাইবে। এইজন্য বৈদ্যুতিক স্ফুলিঙ্গ হইতে উদ্ভূত তরঙ্গের ফুরিয়ার বিশ্লেষণে যে উপাংশ সমূহ পাওয়া গিয়াছে তাহাদের কম্পাঙ্কের বিস্তার খুব বেশী। যদি সম্পূর্ণ নিরবচ্ছিন্ন তরঙ্গমালা বিশ্লেষণ করা যায় যথা (*c*) তবে যে উপাংশ



(*a*) (*b*) (*c*)

চিত্র ১.১৪

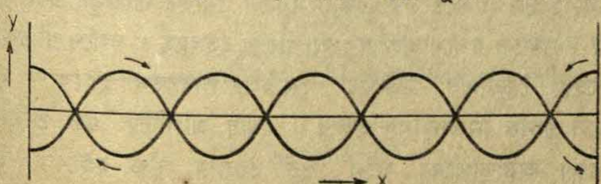
পাওয়া যাইবে তাহা প্রায় সম্পূর্ণরূপে একবর্ণী (monochromatic) হইবে। এই উপাংশগুলির যোগফল অবশ্য উপরের তরঙ্গের সৃষ্টি করিবে।

স্থির তরঙ্গ (Stationary waves).

সমীকরণ 1.29 হইতে দেখা গিয়াছে যে তরঙ্গসমীকরণের এই সমাধানটি দুইটি তরঙ্গের সমষ্টি ; ইহাদের একটি x অক্ষের ধনাত্মক দিকে এবং অন্যটি ইহার ঋণাত্মক দিকে গমন করিতেছে। অবশ্য এই সমাধানের জন্য তরঙ্গের আকৃতি বা বিস্তার এক না হইলেও চলে। যদি এইরূপ দুইটি তরঙ্গ পরস্পরের বিপরীত দিকে গমনের ফলে অধিস্থাপিত হয় তবে লব্ধি তরঙ্গের সমীকরণ দাঁড়াইবে (তরঙ্গ দুইটির বিস্তার এবং কম্পাঙ্ক সমান ধরা হইয়াছে)

$$y = y_1 + y_2 = a \sin(wt - kx) + a \sin(wt + kx)$$
$$= 2a \cos kx \sin wt. \qquad (1.10)$$

এই সমীকরণ যে জাতীয় তরঙ্গকে বুঝায় তাহাদের বলা হয় স্থির তরঙ্গ (Stationary or standing wave) যদিও ইহা দুইটি গতিশীল তরঙ্গের



চিত্র ১.১৫

অধিস্থাপনের ফলে সৃষ্ট হয়। ১.১৫ নং চিত্রে দুইটি সমান বিস্তার এবং

কম্পাঙ্কের তরঙ্গের অধিস্থাপনের ফল দেখানো হইয়াছে। এই ধরনের অধিস্থাপন একটি তার একদিকে বাধিয়া অন্যদিকে নাড়াইলে সৃষ্টি করা যায়। আপতিত এবং প্রতিফলিত তরঙ্গ অধিস্থাপিত হইয়া স্থির তরঙ্গের সৃষ্টি করে। এই তরঙ্গের যে কোনও বিন্দুর ভ্রংশ বিবেচনা করিলে দেখা যায় যে $\sin wt$ অপেক্ষকের জন্য ইহা $+2a$ এবং $-2a$ সীমার মধ্যে স্পন্দিত হইবে। কিন্তু অন্য অপেক্ষক $\cos kx$ এর কথা চিন্তা করিলে বুঝা যাইবে যে বিন্দুটির স্পন্দন এই অপেক্ষকটি দ্বারাও প্রভাবিত হইবে। যে সমস্ত বিন্দুতে $kx=(n+\frac{1}{2})\pi$ হইবে সেখানে ভ্রংশ শূন্য দাড়াইবে। আবার যে সমস্ত বিন্দুতে $kx=n\pi$ হইবে সে সমস্ত স্থানে ভ্রংশ চরম হইবে। যে সমস্ত বিন্দুতে ভ্রংশ শূন্য হইবে তাহাদের বলা যাইবে নিস্পন্দবিন্দু (nodes) আবার যে সমস্ত বিন্দুতে ভ্রংশ চরম হইবে তাহাদের বলা হইবে প্রস্পন্দবিন্দু (antinodes). দুইটি পরপর নিস্পন্দবিন্দু বা প্রস্পন্দবিন্দুর মধ্যের দূরত্ব হইবে

$$k(x_2-x_1)=n\pi-(n-1)\pi=\pi$$

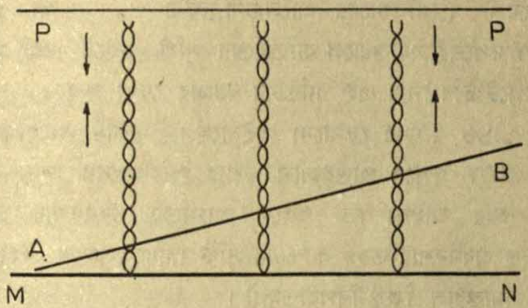
$$\text{বা}\quad x_2-x_1=\frac{\pi}{k}=\frac{\lambda}{2}\quad (1.111)$$

গতিশীল তরঙ্গ এবং স্থির তরঙ্গের মধ্যে পার্থক্য সহজেই বুঝা যায়। গতিশীল তরঙ্গের বেলায় প্রতিটি বিন্দুই কালক্রমে $+a$ এবং $-a$ ভ্রংশ দেখায়। কিন্তু স্থির তরঙ্গের বেলায় যে সমস্ত বিন্দুতে $kx=n\pi$ হয় সেই সমস্ত বিন্দু $+2a$ এবং $-2a$ বিস্তারের মধ্য দিয়া গমন করে। আর যে সমস্ত বিন্দুতে $kx=(n+\frac{1}{2})\pi$ হয় সেই সমস্ত বিন্দু সবসময়ই স্থির থাকে। সুতরাং স্থির তরঙ্গের বেলায় তারটি প্রতি পর্যায়ে দুইবার শান্ত (undisturbed) অবস্থা প্রাপ্ত হয়।

আলোকতরঙ্গের ক্ষেত্রে এইরূপ স্থির তরঙ্গের সৃষ্টি দেখাইবার জন্য ভিনার (Wiener) 1890 খৃষ্টাব্দে একটি পরীক্ষা করেন।

চিত্র নং ১.১৬ (*a*)-তে *PP* একটি সমতল তরঙ্গের তরঙ্গমুখ এবং সংশ্লিষ্ট তরঙ্গটি *MN* সমতল দর্পণে লম্বভাবে আপতিত হইয়াছে। দর্পণে প্রতিফলনের ফলে তরঙ্গের বৈদ্যুতিক ভেক্টরের দশার π পরিবর্তন হইবে। সুতরাং দর্পণের তলে একটি নিস্পন্দবিন্দু হইবে। আর আপতিত এবং প্রতিফলিত তরঙ্গের মধ্যে অধিস্থাপনের ফলে স্থির তরঙ্গের সৃষ্টি হইবে। ভিনার প্রস্পন্দবিন্দু এবং নিস্পন্দবিন্দুর উৎপত্তি দেখাইবার জন্য একটি স্বচ্ছ খুব পাতলা 2×10^{-6} cm ফোটোগ্রাফিক প্লেটের আস্তরণের (emulsion) সাহায্যে ছবি তোলেন। *AB* এই প্লেটের অবস্থান বুঝাইতেছে। ছবি তোলার পর

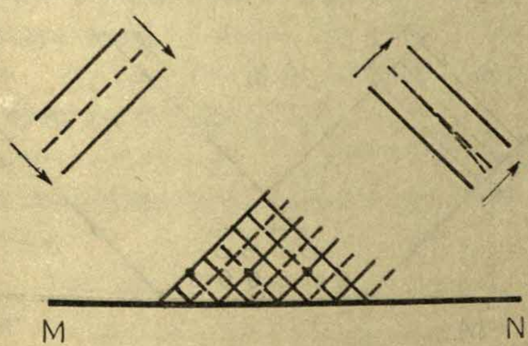
দেখা যায় যে ব্যতিচার ঝালরের মত কতকগুলি সাদা এবং কালো রেখা প্লেটের উপর আবির্ভূত হইয়াছে। যে সমস্ত জায়গায় প্রস্পন্দবিন্দু বর্তমান সেখানে কালো হইবে। আবার নিস্পন্দবিন্দুগুলি সাদা দেখাইবে। পরপর দুইটি



চিত্র ১.১৬ (*a*)

ঝালরের মধ্যের দূরত্ব প্লেটের নতির (inclination) উপর নির্ভর করিবে। দর্পণ এবং প্লেটের মধ্যের কোণ বাড়িলে ঝালরের মধ্যের দূরত্বও বাড়িবে। সমগ্র দর্পণতল MN যেহেতু নিস্পন্দ হইবে সেইজন্য প্লেটটি ইহার সঙ্গে মিলাইয়া দিতে পারিলে ইহা সাদা হইত কারণ তখন প্লেটের আস্তরণের উপর আলোকীয় কর্মতৎপরতা (photographic activity) কিছু থাকিত না।

ভিনারের দ্বিতীয় পরীক্ষায় তিনি সমবর্তিত আলো ব্যবহার করেন। ইহাতে তলীয় সমবর্তিত আলো (plane-polarised light) 45° কোণে MN

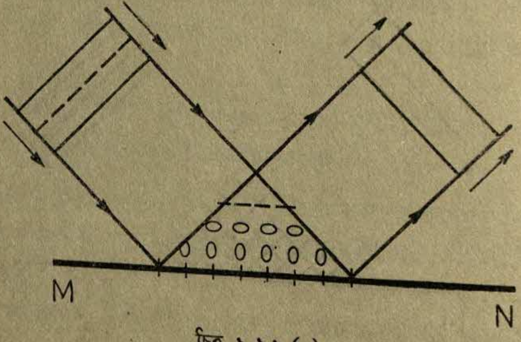


চিত্র ১.১৬ (*b*)

দর্পণের তলে আপতিত হওয়ার ফলে আবার 45° কোণে দর্পণ হইতে প্রতিফলিত হয়। এই সমবর্তিত আলোতে বৈদ্যুতিক ভেক্টরগুলি আপতন

তলের অভিলম্বে অবস্থিত। সুতরাং আপতিত এবং প্রতিফলিত রশ্মিদ্বয় পরস্পরের অভিলম্বে অবস্থিত হইলেও তাহাদের বিদ্যুতিক ভেক্টরসমূহ সমান্তরাল। অতএব তাহাদের অধিস্থাপনের ফলে আলোকের ব্যতিচারের সৃষ্টি হইবে। (ব্যতিচারের আলোচনা দ্রষ্টব্য)। সুতরাং পূর্বের পরীক্ষার ন্যায় MN দর্পণের সমান্তরালে ব্যতিচারের সৃষ্টি হইবে এবং আনত ফোটো-গ্রাফিক প্লেটে ছবি নিয়া এই ব্যতিচার ঝালর দেখা যাইবে। এই অবস্থাটি চিত্র নং ১.১৬ (b)-এ দেখানো হইয়াছে। একটি আপতিত তরঙ্গমুখের চরমদশা MN দর্পণে প্রতিফলনে দশার পরিবর্তনের জন্য অবমদশা প্রাপ্ত হইবে। আর অধিস্থাপিত অংশে আপতিত চরমদশার তরঙ্গের সহিত প্রতিফলিত অবমদশার তরঙ্গ ব্যতিচার সৃষ্টি করিবে, কারণ ইহাদের বৈদ্যুতিক ভেক্টরদ্বয় সমান্তরাল, কিন্তু বিপরীতমুখী।

এবার যদি আপতিত আলোর বৈদ্যুতিক ভেক্টর আপতন তলে অবস্থিত হয় তবে অধিস্থাপিত আপতিত এবং প্রতিফলিত রশ্মিদ্বয়ের বৈদ্যুতিক ভেক্টরদুটিও পরস্পরের অভিলম্বে অবস্থান করিবে। সুতরাং সমবর্তিত আলোর ব্যতিচারের নীতি অনুসারে ইহারা ব্যতিচার সৃষ্টি করিতে পারিবে না ; লব্ধি তরঙ্গের ভ্রংশ উপাংশদুইটির দশা পার্থক্যের উপর নির্ভর করিয়া বৃত্তীয়, উপবৃত্তীয় অথবা সরলরৈখিক হইবে। কাজেই কোনও স্থানেই ইহারা পরস্পরকে সম্পূর্ণ ধ্বংস করিতে পারিবে না এবং এজন্য ব্যতিচারেরও সৃষ্টি হইবে না। এই পরীক্ষা সমবর্তিত আলোকের ব্যতিচার সম্বন্ধে প্রচলিত



চিত্র ১.১৬ (c)

ধারণাকেই সমর্থন করে। এই অবস্থাটি চিত্র নং ১.১৬ (c)-এ দেখানো হইয়াছে।

তরঙ্গের পুঞ্জ গতিবেগ (Group velocity of waves).

যদি একাধিক সরল তরঙ্গ মিলিয়া একটি জটিল তরঙ্গের সৃষ্টি হয় এবং সরল তরঙ্গগুলি সব একই গতিতে গমন করে তবে এই তরঙ্গ পুঞ্জেরও গতিবেগ সরল তরঙ্গের গতিবেগের সমানই হইবে। কিন্তু যদি সরল তরঙ্গের গতিবেগ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের উপর নির্ভরশীল হয় এবং ইহার সঙ্গে পরিবর্তিত হয় তবে এক্ষেত্রে তরঙ্গের পুঞ্জ গতিবেগ (group velocity) প্রতিটি উপাংশ তরঙ্গের গতিবেগ হইতে আলাদা হইবে। এরূপ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সঙ্গে গতিবেগের পরিবর্তনের দৃষ্টান্ত হিসাবে দেখানো যায় একটি বিচ্ছুরক (dispersive) মাধ্যমের মধ্য দিয়া সাদা আলোর প্রতিসরণ। এই বিচ্ছুরণের ফলে তরঙ্গদৈর্ঘ্য যত কমে তরঙ্গের গতিবেগও তত কমিয়া যায়। এই জাতীয় ক্ষেত্রে দেখা যাইবে যে তরঙ্গের পুঞ্জ গতিবেগ উপাংশের গতিবেগ হইতে কম হইবে। জলপৃষ্ঠে যে তরঙ্গ সৃষ্টি হয় তাহার ক্ষেত্রেও দেখা যায় যে বিভিন্ন তরঙ্গদৈর্ঘ্যের তরঙ্গের অধিস্থাপনের ফলে একটি নূতন শ্রেণীর তরঙ্গ সৃষ্টি হইতেছে। যদি এই উপাংশগুলির যে কোনও একটির উপর দৃষ্টি আবদ্ধ রাখা যায় তবে দেখা যাইবে যে এটি লব্ধি তরঙ্গের গোড়ার দিকে উৎপন্ন হইয়া ইহাকে অতিক্রম করিয়া চলিয়া যাইতেছে। অর্থাৎ উপাংশ তরঙ্গের গতিবেগ লব্ধি তরঙ্গের গতিবেগের অপেক্ষা বেশী। নিম্নে উপাংশ তরঙ্গের গতিবেগ এবং তরঙ্গের পুঞ্জ গতিবেগের মধ্যে একটি সম্বন্ধ বাহির করা হইবে।

দুইটি তরঙ্গ নিয়া তাহাদের অধিস্থাপনের ফল পরীক্ষা করা হইবে। ধরা হইবে যে ইহাদের উভয়েরই বিস্তার a, কিন্তু তরঙ্গদৈর্ঘ্য আলাদা λ_1 এবং λ_2 আর গতিবেগও আলাদা v_1 এবং v_2. এই ক্ষেত্রে $\lambda_1 < \lambda_2$ এবং $v_1 < v_2$ ধরা হইবে। তাহা হইলে তরঙ্গ দুইটির ভ্রংশ যদি যথাক্রমে y_1 এবং y_2 হয় তবে অধিস্থাপনের নীতি অনুসারে দাড়াইবে ঃ

$$y_1 = a\cos(w_1 t - k_1 x) \qquad y_2 = a\cos(w_2 t - k_2 x)$$

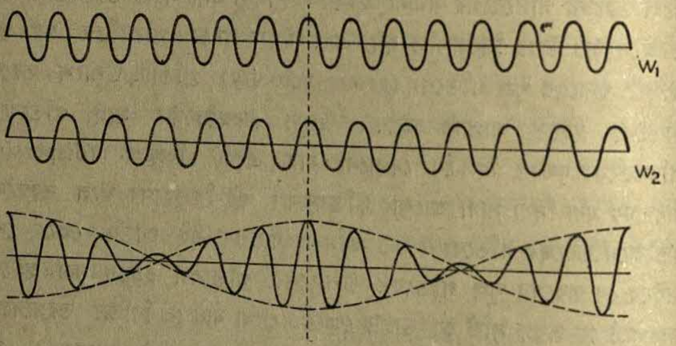
তরঙ্গদৈর্ঘ্য আলাদা হওয়ায় বৃত্তীয় কম্পাঙ্ক w এবং সঞ্চরণ সংখ্যা k ও আলাদা হইবে

$$\therefore \quad y = \text{লব্ধি ভ্রংশ} = y_1 + y_2$$

$$= a\cos(w_1 t - k_1 x) + a\cos(w_2 t - k_2 x) \tag{1.112}$$

$$= 2a\cos\left[\frac{w_1 - w_2}{2}t - \frac{k_1 - k_2}{2}x\right]\cos\left[\frac{w_1 + w_2}{2}t - \frac{k_1 + k_2}{2}x\right] \tag{1.113}$$

লব্ধি ভ্রংশ দুইটি গুণকের (factor) গুণফল দাড়াইতেছে। ইহা হইতে বুঝা যায় যে লব্ধি তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্য উপাংশ তরঙ্গ দুইটির তরঙ্গদৈর্ঘ্যের গড়ের সমান হইবে এবং এইটি বুঝা যাইবে সমীকরণের দ্বিতীয় গুণকটিকে তরঙ্গ



চিত্র ১.১৭

সমীকরণ $y = a\cos(wt - kx)$ এর সহিত তুলনা করিয়া। কিন্তু এই তরঙ্গের বিস্তার আর a থাকিবে না ; ইহা পরিবর্তিত হইয়া যাইবে এবং সর্বোচ্চ মান দাড়াইবে $2a$. এই তরঙ্গের গতিবেগকে দশা-গতিবেগ (phase velocity) বলা যাইবে। এই দশা-গতিবেগ পাওয়া যাইবে একটি তরঙ্গের দশা-গতিবেগ নির্ণয়ের সাধারণ নিয়মের সাহায্যে। সমীকরণ 1.75 হইতে দেখা গিয়াছে যে দশা গতিবেগ দাড়ায়

$$v = \frac{w}{k}$$

এইক্ষেত্রে সেটি দাড়াইবে $v = \dfrac{w_1 + w_2}{k_1 + k_2} \simeq \dfrac{w}{k}$. (1.114)

অর্থাৎ এই লব্ধি তরঙ্গের দশা-গতিবেগ মোটামুটি উপাংশ দুইটির গড় গতিবেগের সমান।

কিন্তু সমীকরণ 1.113 এর প্রথম গুণক হইতে বুঝা যায় যে এই দুইটি উপাংশ তরঙ্গ মিলিয়া একটি পুঞ্জ সৃষ্টি করিবে যাহা ঠিক পূর্বে আলোচিত তরঙ্গের আবরণ (envelope) হিসাবে কাজ করিবে। এই আবরণটির তরঙ্গদৈর্ঘ্য খুবই বেশী হইবে। এটির গতিবেগ দাড়াইবে (যদি এটিকে u ধরা হয়)

$$u = \frac{w_1 - w_2}{k_1 - k_2} \simeq \frac{\Delta w}{\Delta k} = \frac{dw}{dk}. \qquad (1.115)$$

এইরূপ লেখার স্বপক্ষে যুক্তি এই যে পার্থক্যের ক্ষুদ্রতা (smallness) সম্বন্ধে কোনও বাধা আরোপিত না হওয়ায় এইটিকে খুবই ক্ষুদ্র বলিয়া ধরা যায় যার ফলে এইরূপ সম্বন্ধ লেখা চলে। আর যেহেতু $v=\frac{w}{k}$ [$v=$ দশা-গতিবেগ]

সুতরাং $\frac{dw}{dk}=v+k\frac{dv}{dk}=u$

কিন্তু $k=\frac{2\pi}{\lambda}$

সুতরাং পাওয়া যায় $k\frac{dv}{dk}=\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{dv}{-2\pi d\lambda}\lambda^2=-\lambda\frac{dv}{d\lambda}$ (1.116)

$$\therefore \quad u=v-\lambda\frac{dv}{d\lambda}. \qquad (1.117)$$

কাজেই এই সমীকরণ হইতে দেখা যায় যে সমস্ত তরঙ্গের ক্ষেত্রে গতিবেগ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সহিত বাড়িতে থাকে তাহাদের বেলায় $\frac{dv}{d\lambda}$ ধনাত্মক। অতএব এই সমস্ত তরঙ্গের বেলায় পুঞ্জ-গতিবেগ দশা-গতিবেগের অপেক্ষা কম। আলোকতরঙ্গ যখন প্রিজ্‌মের মধ্য দিয়া গমনকালে বিচ্ছুরিত হয় তখন তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যের বৃদ্ধির সঙ্গে গতিবেগেরও বৃদ্ধি হয়। কাজেই এইরূপ ক্ষেত্রে তরঙ্গের পুঞ্জ-গতিবেগ উপাংশ তরঙ্গের দশা-গতিবেগের অপেক্ষা কম হইয়া থাকে। আলোচনার গোড়ায়ই এই প্রসঙ্গের উল্লেখ করা হইয়াছে। এটা সহজেই বুঝা যায় যে যদি $\frac{dv}{d\lambda}$ শূন্য হয় অর্থাৎ মাধ্যমের মধ্যে কোনও বিচ্ছুরণ না হয় তবে পুঞ্জ এবং দশা গতিবেগের মধ্যে কোনও পার্থক্য থাকে না। এইরূপ হওয়া সম্ভব একমাত্র তখনই যখন আলোক রশ্মি শূন্যের (vacuum) মধ্য দিয়া গমন করে। কিন্তু আলোকের গতিবেগ মাপিবার সময় সাধারণত ইহা মাধ্যমের মধ্য দিয়া ভ্রমণ করিয়া থাকে। আর সম্পূর্ণ একবর্ণী আলোক উৎপন্ন করাও সম্ভব নয়। সুতরাং এই পরীক্ষায় পুঞ্জ-গতিবেগ নিয়াই কাজ করিতে হয়, দশা-গতিবেগ নয়। মাইকেলসনের পরীক্ষার সময় সাদা-আলোর গতিবেগ বায়ুতে এবং জল ও অন্যান্য তরলে মাপিতে গিয়া এইরূপ একটি অসঙ্গতির (discrepancy) অস্তিত্ব লক্ষ্য করা গিয়াছিল যাহা পুঞ্জ এবং দশা-গতিবেগের মধ্যের সম্বন্ধের সাহায্যে সমাধান করা হয়।

আলোকতরঙ্গের অধিস্থাপন (Superposition of light waves).

আলোকতরঙ্গের সাধারণ ধর্ম সম্বন্ধে পূর্ববর্তী অধ্যায়ে মোটামুটি আলোচনা করা হইয়াছে। এইরূপ দুই বা ততোধিক আলোক তরঙ্গমালা যদি একই সময়ে কোনও স্থানের ভিতর দিয়া গমন করে তাহা হইলে সেই স্থানের আলোকের তীব্রতার এই বণ্টন যে নিয়মানুসারে সমাধান করা যাইতে পারে তাহাকে বলা হয় অধিস্থাপনের নিয়ম (principle of superposition). এই নিয়মে বলা হইয়াছে যে কোনও স্থানে এবং সময়ে একাধিক আলোকতরঙ্গের সমষ্টিগত সরণের ফল দাড়াইবে ঐ সমস্ত পৃথক পৃথক তরঙ্গমালার সরণের বীজগাণিতিক সমষ্টির সমান। এই নিয়মটি একটি ভৌতিক অনুমান (physical hypothesis) মাত্র, কোন গাণিতিক সিদ্ধান্ত নয়। এই অনুমানের ভিত্তিতে যে সমস্ত গণনা করা হয় তাহাদের পরীক্ষালব্ধ ফলের সহিত মিলিয়া যাওয়াতেই অনুমানের সত্যতা প্রমাণিত হয়। অবশ্য এই নিয়মের বৈধতার জন্য ধরিয়া লওয়া হয় যে আলোকতরঙ্গের সরণ সরল দোলগতি অনুসারে হইয়া থাকে এবং ইহার বিস্তারের পরিমাণ খুব বেশী নয় যেজন্য ইহার স্থিতি-শক্তি সরণ এবং বিস্তারের বর্গানুসারে প্রকাশ করা যায়। যদি কয়েকটি তরঙ্গমালার সরণ ধরা হয় যথাক্রমে y_1, y_2, y_3 ইত্যাদি তবে অধিস্থাপনের নিয়মানুসারে কোনও স্থানে এবং সময়ে তরঙ্গমালার পরিণামিক (resultant) সরণ y দাড়াইবে

$$y = y_1 + y_2 + y_3 + \ldots\ldots \qquad (2.1)$$

দেখা যায় যে শব্দ তরঙ্গের ক্ষেত্রে উপরোক্ত নিয়ম সাধারণভাবে প্রযোজ্য নয়। এবং ইহার কারণ ব্যাখ্যা করিতে ধরিয়া লইতে হয় যে শব্দতরঙ্গ সহজ এবং সরল দোলগতির রূপ নেয়না ইহাতে অসরল দোলগতির ব্যঞ্জকও (anharmonic terms) অন্তর্ভুক্ত থাকে। আলোকের ক্ষেত্রেও যদিও অনুরূপ সম্ভাবনা একেবারে বাদ দেওয়া যায়না তবু ঐ সমস্ত অসরল দোলগতির ব্যঞ্জকের প্রভাব সাধারণত খুবই সামান্য হইবার কথা এবং প্রচলিত গণনায় ইহার প্রভাব বাদ দিয়াও কার্যকরী ফলাফল পাওয়া যাইতে পারে। আলোকের ব্যতিচারের বর্ণনার জন্য ১৮০২ সনে বিজ্ঞানী টমাস ইয়ং (Thomas Young) এই নিয়মটি স্পষ্টভাবে ব্যক্ত করেন। আমাদের দৈনন্দিন অভিজ্ঞতা হইতেও এই

নিয়মের সত্যতা আমরা দেখিতে পারি। একটি শান্ত জলাশয়ে দুইটি স্বতন্ত্র উৎস হইতে যদি জলে ঢেউ উৎপন্ন করা হয় এবং তাহারা মধ্যবর্ত্তী কোনও স্থানে পরস্পর মিলিত হয় তবে ঐ স্থানের ঢেউয়ের প্রকৃতি উৎস দুইটির তরঙ্গের একক প্রকৃতি হইতে আলাদা হইয়া থাকে। দেখা যাইবে যে যুগ্ম তরঙ্গের চেহারা দাড়াইবে দুইটি একক তরঙ্গের বিস্তারের বীজগাণিতিক যোগ-ফলের সমান। যে স্থানে শুধু একটি তরঙ্গমালা বর্তমান থাকে সেখানে অন্যটির প্রভাব শূন্য এবং ঐ যুগ্ম প্রভাবের ক্ষেত্র হইতে বাহির হইয়া তরঙ্গমালা দুইটি নিজ নিজ অবিচল আকৃতিতে প্রবাহিত হয়।

দুইটি সরল দোলগতির সংযোজন (Superposition of two simple harmonic motions).

আলোকের তরঙ্গমতবাদের অনুসারে উৎপন্ন ঘটনাবলীর আলোচনা কালে প্রায়শই আমরা দুই বা ততোধিক তরঙ্গাবলীর সংযোজনের প্রয়োজনীয়তার সম্মুখীন হইব। সুতরাং যে নিয়মানুসারে এই সংযোজন হইয়া থাকে গোড়াতেই তাহার আলোচনা প্রয়োজন এবং বাঞ্ছনীয়। পূর্বেই বলা হইয়াছে যে ব্যতিচার, ব্যবর্তন ইত্যাদির আলোচনায় আলোকতরঙ্গের সঠিক আকৃতি বর্ণনার প্রয়োজন নাই। এবং যদিও সাধারণত আলোকতরঙ্গের প্রকৃতি অনেক সময়েই বেশ জটিল (complex) হইয়া থাকে তবুও আমরা ইহাকে সরল দোলগতি সম্পন্ন ধরিয়া লইয়া গণনা করিলে যে ফলাফল পাইতে পারি তাহা পরীক্ষালব্ধ ফলের সহিত অধিকাংশ ক্ষেত্রেই মিলিয়া যায়। সুতরাং এক্ষেত্রেও আমরা আলোকতরঙ্গকে সরল দোলগতি সম্পন্ন বলিয়া ধরিয়া লইব এবং এইরূপ দুইটি তরঙ্গের সংযোজনের ফলাফল পরীক্ষা করিব। এখানে শুধু একটি সর্ত আরোপ করিতে হইবে। সর্তটি এই যে দুইটি তরঙ্গের সরণ (সে সরণের প্রকৃতি যাহাই হউক না কেন) একই সরলরেখায় সংঘটিত হইবে। দুইটি সরল দোলগতি নিম্নলিখিত সমীকরণ দ্বারা বুঝান যাক

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= a_1 \cos(wt - \phi_1) \\ x_2 &= a_2 \cos(wt - \phi_2) \end{aligned}\right\} \quad (2.2)$$

এখানে x_1 এবং x_2 যথাক্রমে প্রথম এবং দ্বিতীয় তরঙ্গের সরণ, ϕ_1 এবং ϕ_2 তাহাদের দশা-ধ্রুবক এবং উভয়েরই বৃত্তীয়-কম্পাঙ্ক w. এমতাবস্থায় যদি তরঙ্গদ্বয় কোনও এক স্থানে যুগপৎ ক্রিয়া করে তবে ঐ স্থানে যে পরিবর্তিত

তরঙ্গের সৃষ্টি হইবে তাহার পরিণামিক সরণ পূর্বে আলোচিত অধিস্থাপনের নিয়মানুসারে নিম্নলিখিতরূপে লেখা যাইতে পারে।

$$x = x_1 + x_2$$
$$= a_1 \cos(wt - \phi_1) + a_2 \cos(wt - \phi_2) \quad \cdots \quad (2.3)$$
$$= a_1 (\cos wt \cos \phi_1 + \sin wt \sin \phi_1) + a_2(\cos wt \cos \phi_2 + \sin wt \sin \phi_2)$$
$$= (a_1 \cos \phi_1 + a_2 \cos \phi_2) \cos wt + (a_1 \sin \phi_1 + a_2 \sin \phi_2) \sin wt \quad (2.4)$$

এখানে যেহেতু a_1, a_2, ϕ_1, ϕ_2 যথাক্রমে দুইটি তরঙ্গের বিস্তার এবং দশা-ধ্রুবক বুঝাইতেছে, সুতরাং বন্ধনীর মধ্যের ব্যঞ্জক দুইটিও ধ্রুবক। সুতরাং তাহাদের নিম্নলিখিত সমীকরণ দ্বারা প্রকাশ করা যাইতে পারে

$$\left.\begin{aligned} a_1 \cos \phi_1 + a_2 \cos \phi_2 &= R \cos \theta \\ a_1 \sin \phi_1 + a_2 \sin \phi_2 &= R \sin \theta \end{aligned}\right\} \quad \cdots \quad (2.5)$$

যেখানে R এবং θ ধ্রুবক এবং ইহাদের মূল্য সমীকরণ 2.5 এর বাদিকের ব্যঞ্জকের উপর নির্ভর করে

ইহাদের বর্গ যোগ করিয়া পাওয়া যায়

$$R^2 \cos^2 \theta + R^2 \sin^2 \theta = R^2 = (a_1 \cos \phi_1 + a_2 \cos \phi_2)^2 + (a_1 \sin \phi_1 + a_2 \sin \phi_2)^2$$
$$= a_1^2 \cos^2 \phi_1 + a_1^2 \sin^2 \phi_1 + a_2^2 \cos^2 \phi_2 + a_2^2 \sin^2 \phi_2 + 2a_1a_2(\cos \phi_1 \cos \phi_2 + \sin \phi_1 \sin \phi_2)$$
$$= a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos(\phi_1 - \phi_2) \quad \cdots \quad (2.6)$$

এবং $\tan \theta = \dfrac{a_1 \sin \phi_1 + a_2 \sin \phi_2}{a_1 \cos \phi_1 + a_2 \cos \phi_2}$ $\cdots$ (2.7)

সমীকরণ 2.5 ব্যবহার করিয়া আমরা 2.4 কে লিখিতে পারি

$$x = R \cos \theta \cos wt + R \sin \theta \sin wt$$
$$= R \cos(wt - \theta) \quad \cdots \quad (2.8)$$

অতএব দেখা যাইতেছে যদি সমান কম্পাঙ্কবিশিষ্ট দুইটি তরঙ্গ এক বিন্দুতে এবং একই সরলরেখায় ক্রিয়া করে তবে ঐ বিন্দুর পরিণামিক সরণও ঐ একই কম্পাঙ্কের হইবে কিন্তু ইহার বিস্তার এবং দশা-ধ্রুবক সংঘটক (component) তরঙ্গের অপেক্ষা আলাদা হইবে। অবশ্য ঐ বিস্তার এবং দশা-ধ্রুবক সংঘটক তরঙ্গের ঐ সমস্ত সংখ্যা হইতে সমীকরণ 2.6 এবং 2.7 এর সাহায্যে নির্ণেয়।

দুইটি তরঙ্গের সংযোজনের ক্ষেত্রে যে গণনা-পদ্ধতি প্রয়োগ করা হইয়াছে সেই একই পদ্ধতি দুইয়ের অধিকের ক্ষেত্রেও সমভাবেই ব্যবহার করা চলিতে পারে। বস্তুতঃ অধিস্থাপনের নিয়মের ব্যবহার দুই বা ততোধিক তরঙ্গের সংযোগের ক্ষেত্রে সমানভাবেই প্রযোজ্য। m-সংখ্যক তরঙ্গের প্রভাবের ফল এই নিয়ম হইতে পাওয়া যায়

$$Y=\sum_{s=1}^{s=m} y_s = \sum_{s=1}^{s=m} a_s \cos(wt-\phi_s) \qquad \cdots \quad (2.9)$$

উপরের ব্যঞ্জকের মধ্যে a_s এবং ϕ_s বিভিন্ন তরঙ্গের বিস্তার এবং দশা-ধ্রুবক এবং s-এর মান 1 হইতে m পূর্ণসংখ্যা পর্যন্ত বুঝাইতেছে। তরঙ্গগুলির প্রত্যেকেরই কম্পাংক w · এবং Y পরিণামিক তরঙ্গের প্রতীক। দুইটি তরঙ্গের ক্ষেত্রে যে গণনা পদ্ধতি ব্যবহার করা হইয়াছে তাহাই ধাপে ধাপে বাড়াইয়া বলা যাইতে পারে যে m-সংখ্যক তরঙ্গের বেলায় নিম্নলিখিত পরিণামিক তরঙ্গ পাওয়া যাইবে

$$Y=R\cos(wt-\phi) \qquad \ldots \quad (2.10)$$

যেখানে বিস্তার $$R^2=\left(\sum_{s=1}^{s=m} a_s \cos\phi_s\right)^2+\left(\sum_{s=1}^{s=m} a_s \sin\phi_s\right)^2 \cdots \quad (2.11)$$

এবং দশা-ধ্রুবক $$\phi=\tan^{-1}\frac{\sum_{s=1}^{s=m} a_s \sin\phi_s}{\sum_{s=1}^{s=m} a_s \cos\phi_s} \qquad \ldots \quad (2.12)$$

সুতরাং সর্বাধিক গুরুত্বপূর্ণ ফল দেখা যাইতেছে যে একই কম্পাংক বিশিষ্ট দুই বা ততোধিক তরঙ্গের সংযোজনের ফলে যে পরিণামিক তরঙ্গের সৃষ্টি হয় তাহার কম্পাংক সংঘটক তরঙ্গের কম্পাংকের সমান থাকে। ইহার আকৃতিও সংঘটক তরঙ্গের আকৃতির সদৃশই হয় যদিও উদ্ভূত পরিণামিক বিস্তার এবং দশা-ধ্রুবক পরিবর্ত্তিত হয়। অবশ্য সংঘটক তরঙ্গগুলির সরণ একই সরলরেখায় ক্রিয়া করে এটা ধরিয়া নেওয়া হইয়াছে। যদি তাহা না করে তবে এই গণনালব্ধ সিদ্ধান্ত সত্য হইবে না। উদাহরণস্বরূপ বলা যাইতে পারে যে যদি দুইটি সংঘটকের সরণ পরস্পরের সহিত লম্বভাবে ক্রিয়া করে তবে যে লেখ পাওয়া যায় তাহা Lissajous-চিত্র হিসাবে খ্যাত। এই প্রসঙ্গের আলোচনা অধ্যায়ের শেষের দিকে করা হইবে।

যদি দুইটি সরল দোলগতির বিস্তার সমান হয় ($a_1 = a_2 = a$) তবে তাহাদের পরিণামিক বিস্তারের মান 2.11-এর সাহায্যে স্থির করা যায়। অনুরূপভাবে পরিণামিক দশা-ধ্রুবকও সমীকরণ 2.12 এর সাহায্যে বাহির করা সম্ভব। এক্ষেত্রে তীব্রতার মান দাড়াইবে

$$I = R^2 = a^2 \cos^2 \phi_1 + a^2 \cos^2 \phi_2 + 2aa \cos \phi_1 \cos \phi_2 + a^2 \sin^2 \phi_1 + a^2 \sin^2 \phi_2 + 2aa \sin \phi_1 \sin \phi_2$$

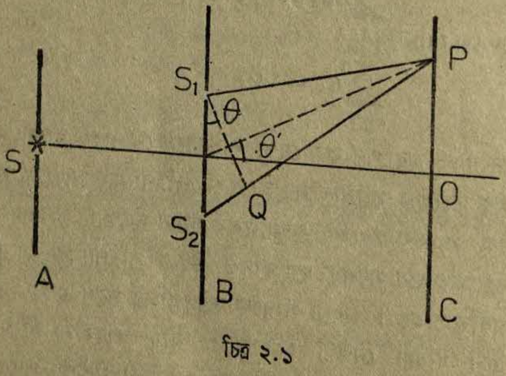
$$= 2a^2 + 2a^2(\cos \phi_1 \cos \phi_2 + \sin \phi_1 \sin \phi_2) = 2a^2[1 + \cos(\phi_1 - \phi_2)]$$

$$= 2a^2[1 + \cos \Delta\phi]$$

যেখানে $\phi_1 - \phi_2 = \Delta\phi$

$$\therefore \quad I = 2a^2[1 + 2\cos^2\frac{\Delta\phi}{2} - 1] = 4a^2\cos^2\frac{\Delta\phi}{2} \qquad \cdots \quad (2.13)$$

সুতরাং তীব্রতার হ্রাসবৃদ্ধি $\Delta\phi$-এর মানের উপর নির্ভর করিবে। $\Delta\phi$ এর মান যেখানে যেখানে $0, 2\pi, 4\pi$ প্রভৃতি হইবে সেখানে তীব্রতা সর্বোচ্চ মূল্য ধরিবে এবং ইহার মূল্য হইবে $I = 4a^2$; অন্যান্য স্থানে যেখানে ইহার মূল্য $\pi, 3\pi, 5\pi$ ইত্যাদি হইবে সেখানে তীব্রতার মান শূন্য হইবে। এই দুই শ্রেণীর বিন্দুর মাঝামাঝি স্থানে তীব্রতার মান $4a^2$ and 0 এর মধ্যে কোনও একটি সংখ্যা হইবে এবং এই সংখ্যার মান নির্ভর করিবে ঐ স্থানে $\Delta\phi$



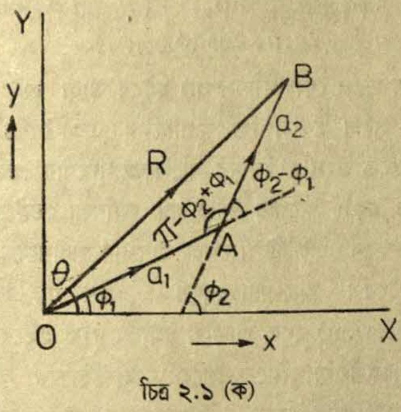
চিত্র ২.১

এর মানের উপর। চিত্র 2.1 এ এইরূপ একটি অধিস্থাপনের ছবি আকা হইয়াছে। S আলোক উৎস হইতে আলো S_1 এবং S_2 ছিদ্রে পড়িতেছে। আর এই ছিদ্র দুইটি হইতে নির্গত আলো POC পর্দার উপর পড়িয়া

অধিস্থাপিত হইতেছে। পর্দার উপর যে কোনও বিন্দুতে আলোর তীব্রতা হিসাব করিতে উপরের প্রণালী ব্যবহার করা যায়।

আলোকের তরঙ্গের অধিস্থাপনে ভেক্টর পদ্ধতির প্রয়োগ (Application of vector method in superposition of light waves).

আলোক তরঙ্গের অধিস্থাপনের ফলাফল পরীক্ষা করিতে ইতিপূর্বে ত্রিকোণমিতির নিয়ম প্রয়োগ করা হইয়াছে। ভেক্টর প্রণালী প্রয়োগও এই পরীক্ষায় সমান প্রশস্ত এবং ইহা একই ফল দেয়। যেহেতু দেখা গিয়াছে যে y_1 ও y_2 উভয়কেই ভেক্টর রাশি দ্বারা রূপায়িত করা যায় কাজেই তাহাদের অধিস্থাপনের ফলও এই ভেক্টররাশির লব্ধি বাহির করিবার প্রণালীতে পাওয়া সম্পূর্ণ সম্ভব।



চিত্র ২.১ (ক)

চিত্র নং ২.১ক এ দুইটি আলোক তরঙ্গের বিস্তার OA এবং AB ভেক্টর দ্বারা বুঝানো হইয়াছে। ইহদের পরিমাণ (magnitude) যথাক্রমে a_1 এবং a_2 এবং ইহারা x অক্ষের সহিত যথাক্রমে ϕ_1 এবং ϕ_2 কোণে অবস্থান করিতেছে। এইটি একটি কোনও সময় t এর অবস্থা। এই চিত্র হইতে বুঝা যায় যে ভ্রংশ দুইটির লব্ধি হইবে একটি নূতন ভেক্টর রাশি যাহার পরিমাণ R এবং ইহা x অক্ষের সহিত θ কোণ উৎপন্ন করিতেছে। এই ϕ_1, ϕ_2 এবং θ উপাংশ এবং লব্ধি ভেক্টরের দশা বুঝাইতেছে। আর চিত্রানুসারে পাওয়া যাইবে

$$R^2 = a_1^2 + a_2^2 - 2a_1a_2 \cos[\pi - (\phi_2 - \phi_1)]$$
$$= a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos(\phi_2 - \phi_1)$$

এই সমীকরণটি 2.6 সমীকরণের সহিত সম্পূর্ণ এক। সুতরাং দেখা যাইতেছে যে বীজগাণিতিক এবং ভেক্টর পদ্ধতি উভয় প্রণালী দ্বারাই তরঙ্গের অধিস্থাপনের একই ফল পাওয়া যায়।

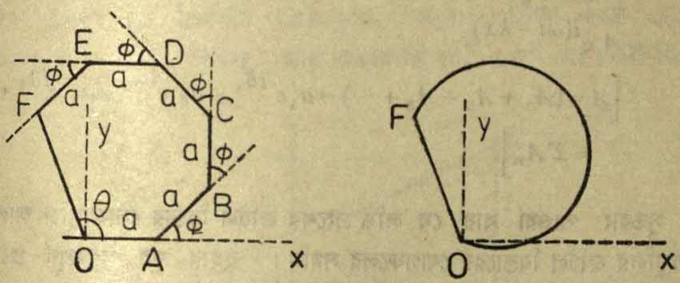
এই পদ্ধতিতে যে চিত্র আকা হইয়াছে তাহা হইতে দেখা যায় যে a_1 কে OX এবং OY অক্ষের দিকে দুইটি উপাংশ $a_1 \cos\phi_1$ এবং $a_1 \sin\phi_1$ হিসাবে ভাগ করা যায়। সেইরূপ a_2 কে $a_2 \cos\phi_2$ এবং $a_2 \sin\phi_2$ হিসাবে ভাগ করা যায়। সুতরাং এই উপাংশগুলিকে যোগ করিলে x অক্ষের দিকে যোগফল দাড়াইবে $a_1 \cos\phi_1 + a_2 \cos\phi_2$. অনুরূপভাবে OY অর্থাৎ y অক্ষের দিকে উপাংশ দুইটির যোগফল দাড়াইবে $a_1 \sin\phi_1 + a_2 \sin\phi_2$. আর যেহেতু লব্ধি বিস্তারের বর্গ হইবে এই দুইটির বর্গের যোগফলের সমান কাজেই লেখা যায়

$$R^2 = (a_1 \cos\phi_1 + a_2 \cos\phi_2)^2 + (a_1 \sin\phi_1 + a_2 \sin\phi_2)^2$$
$$= a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos(\phi_2 - \phi_1).$$

লব্ধি গতিও যে সরল দোলগতিসম্পন্ন হইবে তাহা এই বিবেচনা হইতে মনে করা যায়। সরল দোলগতি রূপায়নের একটি প্রচলিত পদ্ধতি হইল ভেক্টরটির ধ্রুবক গতিতে উৎস O বিন্দুর সাপেক্ষে ঘুরিবার ক্ষেত্রে ইহার শীর্ষবিন্দু হইতে যদি কোনও একটি অক্ষের উপর লম্ব আকিয়া ভেক্টরের একটি উপাংশ অঙ্কন করা যায় তবে এই উপাংশের দৈর্ঘ্যের পর্যায়ক্রমে পরিবর্তন সরল দোলগতিসম্পন্ন হইবে। আলোচ্য ক্ষেত্রে a_1 এবং a_2 এর x অক্ষের উপর অভিক্ষেপের (projection) ফলে উপাংশ দুইটির দৃষ্টি হইবে। a_1 এবং a_2 যদি w বৃত্তীয় কম্পাঙ্ক নিয়া ঘুরিতে থাকে তবে ইহাদের লব্ধিও এই একই হারে ঘুরিতে থাকিবে। আর ইহার ঐ একই অক্ষের উপর অভিক্ষেপের দৈর্ঘ্যও a_1 এবং a_2 র মত সরলদোলগতিতেই পরিবর্তিত হইতে থাকিবে।

যদি দুইএর অধিক ভ্রংশের লব্ধি নির্ণয় করিতে হয় তবে এই ভেক্টর পদ্ধতিতে ইহাও করা সম্ভব এবং যদি সংখ্যা বেশী হয় তবে এই পদ্ধতি বেশ সুবিধাজনক হয়। আর তাছাড়া এই পদ্ধতিতে কি ব্যাপারটা ঘটিতেছে তাহারও একটি স্পষ্ট চিত্র পাওয়া যায়। চিত্রে দেখানো হইয়াছে এমন একটি সমস্যার সমাধান যেখানে সমান বিস্তার a সম্পন্ন কয়েকটি সরল দোলগতির লব্ধি বাহির করিতে হইবে। ইহাদের প্রত্যেকেরই দশা পূর্ববর্তীর তুলনায় একই মান ϕ দ্বারা বৃদ্ধি পাইতেছে। চিত্র নং ২.১(খ)এ OA, $AB...EF$ ছয়টি সমান বিস্তার a ভেক্টর; ইহাদের প্রত্যেকের ক্ষেত্রে পূর্ববর্তী ভেক্টরের তুলনায় দশার ϕ বৃদ্ধি হইয়াছে। ইহাদের লব্ধি ভেক্টরের পরিমাণ হইবে

OF. আর দশা হইবে θ. এই অঙ্কনে অবশ্য প্রথম ভেক্টরটি x অক্ষের সহিত মিলাইয়া আকা হইয়াছে। পূর্বেই বলা হইয়াছে যে যদি কতকগুলি ভেক্টর লওয়া হয় তবে তাহাদের যে কোনও একটির দশা হিসাবের সুবিধার জন্য ইচ্ছামত পরিবর্তন করা চলিতে পারে ; তবে সঙ্গে সঙ্গে অন্য



চিত্র ২.১ (খ)

ভেক্টরগুলিও অনুরূপ পরিবর্তন করিতে হইবে। এই চিত্রে প্রথমটির দশা $\phi=0$ ধরা হইয়াছে। চিত্রটি দাড়াইয়াছে একটি সুষম বহুভুজের (regular polygon) অংশ যাহার ছয়টি বাহু সমান [অবশ্য শেষ ভুজটি বাদ দিলে] এবং এই অসমাপ্ত বহুভুজের শেষপ্রান্ত এবং প্রথম প্রান্ত যোগ করিলে লব্ধি ভেক্টরের পরিমাণ এবং দশা পাওয়া যাইবে।

যদি এই সমস্ত উপাংশ ভেক্টরের বিস্তার এবং দশার পার্থক্য ϕ অত্যন্ত কমিয়া যায় এবং একই সঙ্গে ইহার সংখ্যা অনুরূপভাবে বাড়িয়া যায় তবে এই বহুভুজটি একটি বৃত্তাংশের আকার গ্রহণ করিবে। এই জাতীয় চিত্রকে বলা হয় কম্পনবৃত্ত (vibration circle). চিত্র নং ২.১(খ)এ এইরূপ একটি কম্পনবৃত্তের অংশ দেখানো হইয়াছে। এই কম্পনবৃত্তটি পূর্বের বহুভুজের সাদৃশ্যে আকা হইয়াছে।

জটিল সংখ্যা ব্যবহার করিয়া লব্ধির নির্ণয় (Determination of the resultant by using complex quantities).

সমীকরণ 1.90 হইতে দেখা গিয়াছে যে ভ্রংশ জটিল সংখ্যা ব্যবহার করিয়া রূপায়ন করা যাইতে পারে। অতএব যদি কিছুসংখ্যক ভ্রংশের লব্ধি বাহির করিতে হয় তবে জটিল সংখ্যা ব্যবহার করিয়া এই লব্ধি নির্ণয় করা যায়

$$y_1 = A_1\, e^{i(\omega t - kx)} \quad \left(A_1 = a_1\, e^{i\delta}\right).$$

সুতরাং লব্ধি ভ্রংশ Y লেখা যায় (সবগুলিরই কম্পাঙ্ক এক হইলে)

$$Y = y_1 + y_2 + y_3 + \cdots = A_1 e^{i(\omega t - kx)} + A_2\, e^{i(\omega t - kx)} + A_3\, e^{i(\omega t - kx)} + \cdots$$

$$= (A_1 + A_2 + A_3 + \cdots)\, e^{i(\omega t - kx)}$$

$$= A\, e^{i(\omega t - kx)}$$

$$\left[A = (A_1 + A_2 + A_3 + \cdots) = a_1 e^{i\delta_1} + a_2\, e^{i\delta_2} + a_3\, e^{i\delta_3} + \cdots = \Sigma A_n\right]$$

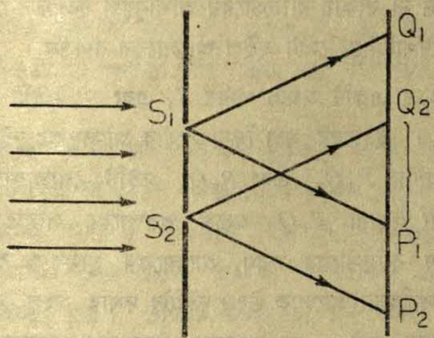
সুতরাং পাওয়া যায় যে লব্ধি ভ্রংশের জটিল বিস্তার সোজাসুজি আলাদা ভ্রংশগুলির জটিল বিস্তারের যোগফলের সমান। ইহার খুব গুরুত্বপূর্ণ প্রয়োগ পরে অনেক পাওয়া যাইবে।

আলোকের ব্যতিচার (Interference of light).

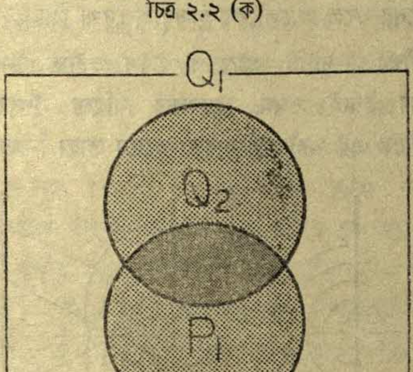
পূর্বেই বলা হইয়াছে যে যখন কোনও স্থানে দুই বা ততোধিক তরঙ্গমালা একই সময়ে উপস্থিত হয় তখন ঐ স্থানে উহাদের পরিণামিক তীব্রতা অধিস্থাপনের নিয়মানুসারে নির্দিষ্ট হইয়া থাকে। দুইটি শব্দতরঙ্গ যখন একই সময়ে একস্থান দিয়া গমন করে দেখা যায় উপযুক্ত ক্ষেত্রে ঐ স্থানের কোন কোন বিন্দুতে নীরবতার সৃষ্টি হইতে পারে। জলতরঙ্গের বেলায়ও পরস্পর মিলিবার স্থানে একক তরঙ্গমালার সরণের পরিবর্তন হইয়া থাকে। সুতরাং আলোকের তরঙ্গচিত্র যদি আমরা গ্রহণ করি তাহা হইলে এই ক্ষেত্রেও অনুরূপ ফলাফল স্বভাবতই আশা করা যাইতে পারে। বস্তুত দেখা যায় যে যখন দুই বা ততোধিক আলোক তরঙ্গমালা কোনও স্থান দিয়া গমন করে তখন বিশেষ বিশেষ ক্ষেত্রে (ক্ষেত্রের বৈশিষ্ট্য পরে আলোচনা করা হইবে) ঐ স্থানে আলোকের পরিণামিক তীব্রতা সংঘটক (component) তরঙ্গের তীব্রতা হইতে আলাদা হইবে। ঐ স্থানে সংঘটক তরঙ্গের তীব্রতার মধ্যে কোনওরূপ হ্রাসবৃদ্ধি যদি নাও থাকে তাহা হইলেও পরিণামিক তরঙ্গের তীব্রতার হ্রাসবৃদ্ধি হইবে। কোথায়ও তীব্রতা একক তরঙ্গের তীব্রতা হইতে বাড়িবে আবার কোথায়ও কমিবে। এই তীব্রতার হ্রাসবৃদ্ধিকে বলা হইয়া থাকে আলোকের ব্যতিচার। আলোকের এই ব্যতিচারের নিয়ম অনুসারে নানারূপ পরীক্ষা করা হইয়া থাকে এবং এই পরীক্ষা সমূহ হইতে সুন্দর ও জ্ঞানদায়ক নানারূপ ফল

পাওয়া যায়। এই সমস্ত পরীক্ষা হইতে আলোকের তরঙ্গচিত্রের নিশ্চিত প্রমাণও মিলে।

বিজ্ঞানীরা আলোকতরঙ্গের স্বরূপ সম্বন্ধে অনেকদিন হইতেই চিন্তা ভাবনা করিতেছিলেন। ১৮০১ সনে টমাস ইয়ং (Thomas Young) সর্বপ্রথম সাফল্যের সহিত দুইটি আলোকতরঙ্গমালার ব্যতিচারের পরীক্ষার বর্ণনা করেন। মনে হয় ইহার পূর্বে গ্রিমল্ডি (Grimaldi) অনুরূপ পরীক্ষা করার চেষ্টা করিয়াছিলেন। একটি অস্বচ্ছ পর্দায় কাছাকাছি দুইটি ছোট এবং গোল ছিদ্র



চিত্র ২.২ (ক)



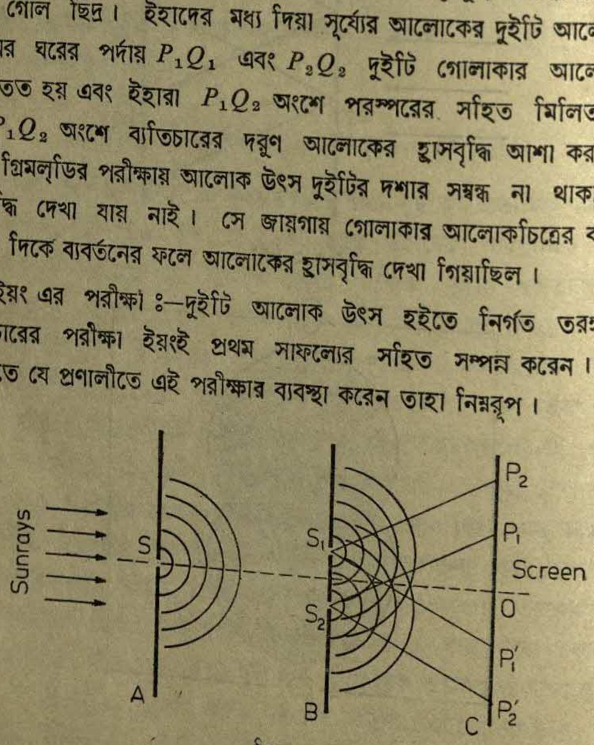
চিত্র ২.২ (খ)

করিয়া তিনি একটি অন্ধকার ঘরের পর্দায় সূর্যের আলোক ঐ ছিদ্র দুইটি দিয়া এমনভাবে প্রবেশ করান যাহাতে পর্দার খানিকটা অংশে ঐ আলোক পরস্পরের

উপর পড়ে। যে অংশে ঐ রশ্মিদ্বয় একত্রিত হয় ব্যতিচারের নীতি অনুযায়ী সেখানে আলোকের তীব্রতার হ্রাসবৃদ্ধি আশা করা যাইতে পারে। কিন্তু গ্রিমল্ডি এইরূপ কোনও হ্রাসবৃদ্ধি দেখিতে পান নাই মনে হয়। ইহার পরিবর্তে তিনি পর্দায় রশ্মির চিত্রের বহির্প্রান্তে তীব্রতার হ্রাসবৃদ্ধি লক্ষ্য করেন। পরের আলোচনা হইতে দেখা যাইবে যে আলোক উৎস দুইটির দশার মধ্যে যদি পরস্পর সম্বন্ধ থাকিত তাহা হইলে গ্রিমলডির পরীক্ষা আলোকের ব্যতিচার সাফল্যের সহিত প্রদর্শন করিতে পারিত। কিন্তু তাহার পরীক্ষা ব্যবস্থায় ঐরূপ দশার সম্বন্ধ না থাকায় ব্যতিচারের আশানুরূপ ফলাফল দেখা যায় নাই। ঐ পরীক্ষা যাহা দেখাইয়াছে সেটা হইল আলোকের ব্যবর্তন।

চিত্র ২.২ (ক)এ একটি অস্বচ্ছ পর্দায় S_1 এবং S_2 দুইটি কাছাকাছি ছোট এবং গোল ছিদ্র। ইহাদের মধ্য দিয়া সূর্য্যের আলোকের দুইটি আলোকরশ্মি অন্ধকার ঘরের পর্দায় P_1Q_1 এবং P_2Q_2 দুইটি গোলাকার আলোকচিত্রে আপতিত হয় এবং ইহারা P_1Q_2 অংশে পরস্পরের সহিত মিলিত হয়। এই P_1Q_2 অংশে ব্যতিচারের দরুণ আলোকের হ্রাসবৃদ্ধি আশা করা যায়। কিন্তু গ্রিমল্ডির পরীক্ষায় আলোক উৎস দুইটির দশার সম্বন্ধ না থাকায় এই হ্রাসবৃদ্ধি দেখা যায় নাই। সে জায়গায় গোলাকার আলোকচিত্রের বাহিরের ধারের দিকে ব্যবর্তনের ফলে আলোকের হ্রাসবৃদ্ধি দেখা গিয়াছিল।

ইয়ং এর পরীক্ষা ঃ—দুইটি আলোক উৎস হইতে নির্গত তরঙ্গমালার ব্যতিচারের পরীক্ষা ইয়ংই প্রথম সাফল্যের সহিত সম্পন্ন করেন। ইয়ং আদিতে যে প্রণালীতে এই পরীক্ষার ব্যবস্থা করেন তাহা নিম্নরূপ।



চিত্র ২.৩

চিত্র ২.৩ এ S একটি ক্ষুদ্র গোলাকৃতি ছিদ্র যাহা দিয়া সূর্য্যের আলোক প্রবেশ করিয়া পরবর্তী পর্দা B এর উপর পড়ে। এই পর্দা B তে দুইটি

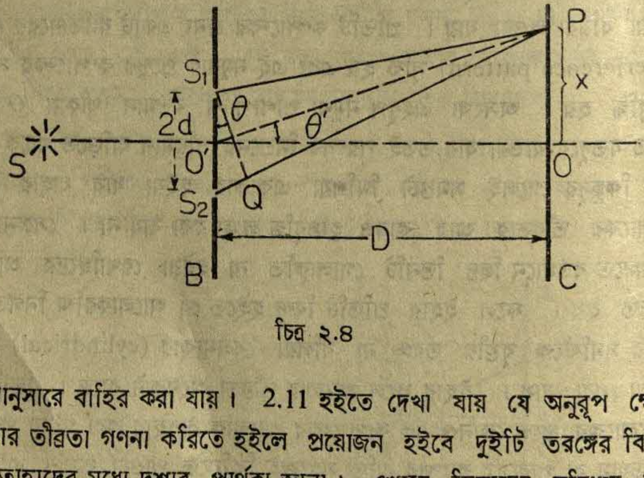
S এর অনুরূপ ছিদ্র আছে। S_1 এবং S_2 সাধারণত S হইতে সমান দূরত্বে অবস্থিত। ছিদ্র দুইটি দিয়া দুইটি আলোকরশ্মি (light beam) B হইতে অনেকটা দূরে অবস্থিত পর্দা C এর উপর পড়ে। এই রশ্মিমালা দুইটি C পর্দার উপরে কিছু অংশ P_1P_1' এর উপর যুগপৎ আপতিত হয় এবং অধিস্থাপনের নিয়মানুসারে এই অংশে আলোর তীব্রতার তারতম্য ঘটে। সূর্য্যের আলোতে নানারূপ কম্পাঙ্কের তরঙ্গ বর্তমান থাকায় রঙের তারতম্য রামধনুর বর্ণালীর ক্রমানুসারে হইবে। একমাত্র পর্দা তিনটির অক্ষ যেখানে তৃতীয় পর্দা C কে ছেদ করিয়াছে সেই O বিন্দুতে সাদা আলো দেখা যাইবে। O বিন্দু হইতে যত উপর বা নীচে P_1 অথবা P_2 এর দিকে যাওয়া যাইবে ততই এই বর্ণবিন্যাসের স্পষ্টতা হ্রাস পাইবে এবং অবশেষে শুধুই সাদা আলো দেখা যাইবে।

এই পদ্ধতিতে পরীক্ষা চালাইলে ফল খুব ভাল পাওয়া যায় না। প্রথমত ছিদ্র তিনটি খুবই ছোট না হইলে ব্যতিচারের পরীক্ষা সফল হয় না। অথচ ছিদ্র ছোট হওয়ায় আলোর তীব্রতাও কম হয় এবং খুব সুস্পষ্টরূপে দেখা যায় না। দ্বিতীয়তঃ সূর্য্যের আলো অসংখ্য কম্পাঙ্কের তরঙ্গাবলীর সমষ্টি বলিয়া ধরিয়া লওয়া যায়। প্রতিটি কম্পাঙ্কের জন্য একটি ব্যতিচারের নমুনা (interference pattern) সৃষ্টি হয় এবং এই নমুনার প্রস্থের কম্পাঙ্কের সহিত হ্রাসবৃদ্ধি হয়। অসংখ্য এইরূপ নমুনা পাশাপাশি বর্তমান থাকায় O বিন্দু হইতে যতদূরে যাওয়া যায় ততই পরস্পর মিশ্রনের পরিমাণ বাড়িতে থাকে এবং অল্প কিছুদূর গেলেই সমস্তটা মিশিয়া একাকার হইয়া যায় যাহার ফলে আলোকের তীব্রতার আর কোনও হ্রাসবৃদ্ধি লক্ষ্য করা যায় না। সেজন্য এই পরীক্ষাতে বর্তমানে ছিদ্র তিনটি গোলাকৃতি না হইয়া রেখাছিদ্রের আকারে ব্যবহৃত হয়। ফলে ইহার প্রতিটি বিন্দু হইতে যে আলোকরশ্মি নির্গত হয় তাহার সমষ্টিকে বৃত্তীয় তরঙ্গ না বলিয়া বেলনাকার (cylindrical) তরঙ্গ বলিয়া ধরা যায়। ইহার ফলে আলোর তীব্রতা অনেকটা বাড়ে। দ্বিতীয়তঃ সূর্য্যালোকের স্থলে কোনও এক কম্পাঙ্কের আলোক ব্যবহার করা হইয়া থাকে। সোডিয়াম বা পারদের বাষ্পের বাতি সহজেই কিনিতে পাওয়া যায়। এইগুলি ঠিকমত ব্যবহার করিলে যে ব্যতিচারের নমুনা পাওয়া যায় তাহা ২৬ (খ) নং চিত্রে দেখান হইল। এই নমুনাতে পরপর সমান প্রস্থবিশিষ্ট এবং সমান দূরত্বে অবস্থিত কতকগুলি ঝালর দেখা যায় যাহার প্রতিটির চেহারা পরীক্ষায় ব্যবহৃত রেখাছিদ্রের অনুরূপ। O বিন্দুতে একটি উজ্জ্বল ঝালর দেখা যায়। উহার উভয় পার্শ্বে সমান প্রস্থবিশিষ্ট দুইটি অন্ধকার ঝালর। এবং এই উজ্জ্বল

এবং অন্ধকার ঝালরের পরপর অবস্থান O বিন্দুর দুইদিকে অনেকদূর পর্যন্ত দেখা যায়।

দুইটি আলোকউৎস প্রসূত ব্যতিচার-ঝালর—ইয়ংএর উপরোক্ত পরীক্ষার ফলে যে ব্যতিচার-ঝালর উৎপন্ন হয় তাহা গুণাত্মকভাবে (qualitative way) বর্ণিত হইয়াছে। কিন্তু ইহার তাৎপর্য সম্যকরূপে উপলব্ধি করিতে হইলে পরিমাণবাচক বর্ণনা (quantitative description) প্রয়োজন। এই পরিমাণ-বাচক বর্ণনার জন্য C পর্দায় যে কোনও বিন্দু P তে আলোকের তীব্রতার একটি সমীকরণ বাহির করিতে হইবে।

২.৪ নং চিত্রে রেখাছিদ্র S হইতে আলোকতরঙ্গ B পর্দার উপরে পড়িতেছে। এই B পর্দায় S হইতে সমান দূরত্বে দুইটি রেখাছিদ্র S_1 এবং S_2 অবস্থিত। S_1 এবং S_2 হইতে দুইটি রশ্মিমালা C পর্দার উপর আসিয়া পড়িতেছে। পর্দার কোনও বিন্দু P তে যদি ঐ দুই রশ্মি একই সঙ্গে আপতিত হয় তবে ঐ বিন্দুর পরিণামিক বিস্তার অথবা তীব্রতা অধিস্থাপনের



চিত্র ২.৪

নিয়মানুসারে বাহির করা যায়। 2.11 হইতে দেখা যায় যে অনুরূপ ক্ষেত্রে আলোর তীব্রতা গণনা করিতে হইলে প্রয়োজন হইবে দুইটি তরঙ্গের বিস্তার এবং তাহাদের মধ্যে দশার পার্থক্য জানা। এখানে হিসাবের সুবিধার জন্য আমরা ধরিয়া লইতে পারি যে S_1 এবং S_2 হইতে নির্গত দুইটি তরঙ্গের বিস্তার সমান (দেখা যাইবে যে ইহারা সমান না হইলেও ফলাফল খুব তফাৎ হয় না। শুধু অন্ধকার ঝালরগুলি সম্পূর্ণ অন্ধকার হইবে না)। এমতাবস্থায় সমীকরণ 2.13 তীব্রতা নির্ণয়ে ব্যবহার করিতে হইবে। অবশ্য শেষ পর্যন্ত দাঁড়াইবে এই যে তরঙ্গ দুইটির দশার পার্থক্যই আলোকের তীব্রতার তারতম্য

স্থির করিবে যদিও এই তারতম্য নির্ণীত হইবে একটি আপেক্ষিক মাপক্রমে (relative scale). সুতরাং চিত্রে বর্ণিত জ্যামিতিক অবস্থান অনুসারে আলোকরশ্মি দুইটির দশার পার্থক্য গণনা করা হইবে।

P বিন্দুতে আলোকরশ্মি দুইটির পথের পার্থক্য (path difference) দাঁড়ায় $S_2P - S_1P$. এখানে ধরা হইয়াছে যে S_1 এবং S_2 S হইতে সমান দূরত্বে অবস্থিত। ফলে $SS_1 = SS_2$.

সুতরাং ইহাদের দশার পার্থক্য $\triangle\phi = \frac{2\pi}{\lambda}(S_2P - S_1P)$ (2·20)

দশার পার্থক্য পরীক্ষা ব্যবস্থার জ্যামিতিক অবস্থান হইতে নির্ণয় করিতে হইবে।

$S_2P - S_1P = S_2Q$ [এখানে PQ কে S_1P এর সমান করিয়া আঁকা হইয়াছে]

$= 2d \sin\theta$ [এখানে দুইটি তল B এবং C এর মধ্যের দূরত্ব D আলোকউৎস দুইটির মধ্যের দূরত্ব $2d$ হইতে অনেক বড় হইয়া থাকে যাহার ফলে S_1QS_2 কোণটি প্রায় সমকোণ বলিয়া ধরিয়া লওয়া যায়।

এবং $\theta \simeq \theta'$; অধিকন্তু θ এবং θ' খুবই ছোট হওয়ায় লিখিতে পারি $\sin\theta' = \tan\theta'$.

$$\therefore\ S_2P - S_1P = 2d\sin\theta = 2d\sin\theta' = 2d\frac{x}{O'P} = 2d\frac{x}{OO'} = 2d\frac{x}{D}$$

এখানে x OP দূরত্ব বুঝাইতেছে।

$$\therefore\ \text{Intensity} = I = 4a^2\cos^2\frac{\Delta\phi}{2} = 4a^2\cos^2\left(\frac{2\pi}{\lambda}\,\frac{2d}{2}\,\frac{x}{D}\right)$$

$$= 4a^2\cos^2\left(\frac{x\pi}{D}\,\frac{2d}{\lambda}\right) \qquad (2.21)$$

$$\therefore\ I = 4a^2 \quad \text{যখন } \frac{x\pi}{D}\,\frac{2d}{\lambda} = m\pi,\ [m = O, \pm 1, \pm 2, \text{etc}]$$

$$\text{বা}\quad x = \frac{D}{2d}\,m\lambda \qquad (2.22)$$

$$I = 0 \quad \text{যখন } \frac{x\pi}{D}\,\frac{2d}{\lambda} = (2m+1)\,\frac{\pi}{2}$$

$$\text{বা}\quad x = \frac{D}{2d}(2m+1)\,\frac{\lambda}{2} \qquad (2.23)$$

উপরোক্ত ব্যঞ্জক দুইটিতে m ব্যতিচার ঝালরের ক্রম বুঝাইতেছে।

দেখা যাইতেছে যে O বিন্দু হইতে একটি m ক্রমিক সংখ্যার উজ্জ্বল ঝালরের দূরত্ব $x_m = \frac{D}{2d} m\lambda$.

$(m+1)$ ক্রমিক সংখ্যার উজ্জ্বল ঝালরের দূরত্ব

$$x_{m+1} = \frac{D}{2d}(m+1)\lambda.$$

সুতরাং একটি উজ্জ্বল ঝালরের প্রস্থ দাঁড়াইবে

$$x_{m+1} - x_m = \frac{D}{2d}[(m+1) - m]\lambda = \frac{D}{2d}\lambda \qquad (2.24)$$

$$\text{বা} \quad w = \frac{D}{2d}\lambda.$$

অনুরূপভাবে m ক্রমিক সংখ্যার অন্ধকার ঝালরের দূরত্ব

$$x_m = \frac{D}{2d}(m + \tfrac{1}{2})\lambda.$$

এবং $m+1$ ক্রমিক সংখ্যার অন্ধকার ঝালরের দূরত্ব

$$x_{m+1} = \frac{D}{2d}[m + 1 + \tfrac{1}{2}]\lambda.$$

এবং এক্ষেত্রেও একটি ঝালরের প্রস্থ হিসাবে পাওয়া যাইতেছে

$$x_{m+1} - x_m = \frac{D}{2d}[(m + 1 + \tfrac{1}{2}) - (m + \tfrac{1}{2})]\lambda$$

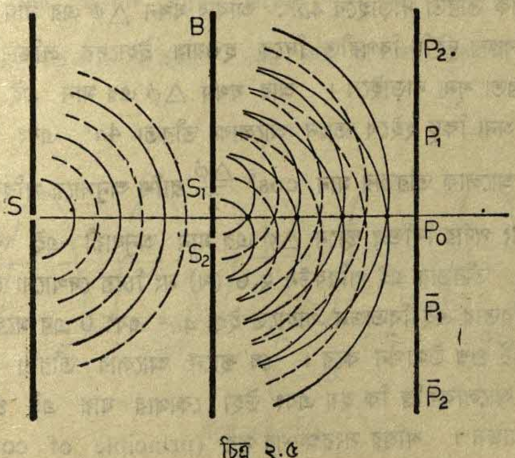
$$\text{বা} \quad w = \frac{D}{2d}\lambda. \qquad (2.25)$$

এখানে w একটি ঝালরের প্রস্থ বুঝাইতেছে।

অতএব দেখা যাইতেছে যে ব্যতিচার ঝালরগুলি সমান প্রস্থসম্পন্ন হইবে এবং তাহারা পরস্পর হইতে সমান দূরত্বে অবস্থিত হইবে। একটি ঝালরের প্রস্থ রেখাছিদ্রের তল B হইতে ঝালরের তল C এর দূরত্ব D এর এবং তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য λ এর সমানুপাতিক। আবার এই দৈর্ঘ্য রেখাছিদ্র দুইটি S_1 ও S_2 এর মধ্যের দূরত্ব $2d$ এর ব্যস্তানুপাতিক। কাজেই যদি $2d$ বাড়ানো যায় তবে ঝালরের প্রস্থ সমানুপাতে কমিয়া আসিতে থাকে। আর D বাড়াইলে এই প্রস্থ সমানুপাতে বাড়িয়া যায়। লাল আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্য বেগুনী আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্যের প্রায় দ্বিগুণ। সুতরাং বেগুনী আলোর বদলে লাল আলো ব্যবহার করিলে ঝালরের প্রস্থও প্রায় দ্বিগুণ হইয়া যাইবে। সমীকরণ 2.22 এবং 2.24 হইতে যে তথ্য পাওয়া যায় তাহা ইয়ং এর পরীক্ষা দ্বারাও চাক্ষুষ প্রমাণ করা

যায়। যদি পরীক্ষার দ্বারা ঝালরের গড় প্রস্থ w, এবং D ও $2d$ দূরত্ব নির্ণয় করা যায় তবে উপরোক্ত সমীকরণ 2.22 অথবা 2.24 হইতে তরঙ্গদৈর্ঘ্য বাহির করা যায়।

পরীক্ষাকালে C পর্দার উপরে কিছু সংখ্যক সমান প্রস্থ সম্পন্ন এবং সমান্তরাল ঝালর দেখা যাইবে। সূক্ষ্মভাবে দেখিতে গেলে অবশ্য এই ঝালর-গুলি সরলরেখার আকৃতিবিশিষ্ট হইবে না। কারণ পর্দায় P এর অবস্থান যদি এমন স্থানে হয় যে ইহা m উজ্জ্বল ক্রমিক ঝালর সংখ্যা বুঝায় তবে এই বিন্দুতে S_1 এবং S_2 হইতে নির্গত আলোকতরঙ্গের পথ দূরত্বের পার্থক্য হইবে $m\lambda$. আর এই $m\lambda$ পথ-দূরত্ব যে যে স্থানে হইবে সেই সেই স্থানেই m উজ্জ্বল ঝালরটি বর্তমান থাকিবে। সুতরাং এই পথ-দূরত্ব $m\lambda$ এর বিন্দুপথ (locus) হইবে একটি পরাবৃত্ত (hyperbola). এখানে অবশ্য শুধু চিত্রতলের কথাই ভাবা হইতেছে। কিন্তু যদি ত্রিমাত্রিক স্থানে (three-dimensional space) এই ঝালরের অবস্থানের কথা চিন্তা করা যায় তাহা হইলে দেখা যাইবে যে P এর অবস্থান হইবে এমন একটি তলের উপর যাহা উপরোক্ত পরাবৃত্তকে S_1S_2 অক্ষ হিসাবে ব্যবহার করিয়া ঘুরাইলে পাওয়া যায়। এই তল পর্দাকে মোটামুটি একটি সরলরেখায় খণ্ডিত করিবে, বিশেষতঃ যদি পর্দাটি S_1S_2 হইতে অনেকটা দূরে অবস্থিত হয় কারণ সেক্ষেত্রে পরাবৃত্তটির পর্দার নিকটের



চিত্র ২.৫

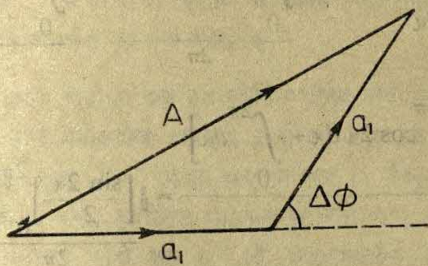
অংশ প্রায় সরলরেখার আকৃতি গ্রহণ করিবে। তবে S_1S_2 এর কাছে পর্দা আনিলে ঝালরগুলি আর পুরাপুরি এই আকৃতি মানিয়া চলিবে না।

উপরে বর্ণিত ব্যতিচার ঝালর যে শুধু পর্দার উপরই গঠিত হইবে তাহা নয়। B পর্দা হইতে S এর অপর পার্শ্বে ইহা অনেক দূর ব্যাপিয়া মাধ্যমের ভিতরও গঠিত হইবে এবং যে কোনও বিবর্ধনকারী অভিনেত্রের সাহায্যেই পরিষ্কার দেখা যাইবে। অবশ্য অভিনেত্রের সাহায্য ছাড়াই খালি চোখেও এগুলি দেখা যাওয়ার কথা। কিন্তু সাধারণত ইহাদের আকৃতি এত সরু ও ক্ষীণ হয় যে বিবর্ধন (magnification) ছাড়া খালি চোখে সাধারণত দেখা যায় না। প্রকৃতপক্ষে পরীক্ষাগারে এই জাতীয় পরীক্ষায় এই ঝালরের প্রস্থ সাধারণত অভিনেত্রের সাহায্যে মাপা হয়।

ঝালরের শ্রেণীতে আলোর তীব্রতার বিভাজন—সমীকরণ 2.22 এবং 2.23 হইতে দেখা গিয়াছে যে ঝালরের চরম আলোক তীব্রতা হইবে $4a^2$ এবং অবম তীব্রতা হইবে শূন্য। এই দুই প্রান্তিক মূল্যের মধ্যের স্থানে তীব্রতার মূল্য আমরা বিস্তারের সংযোজনে ভেক্টর প্রণালীর ব্যবহারের প্রয়োগ দ্বারা নির্ণয় করিতে পারি। চিত্র নং ২.৬ (ক) তে এই প্রণালী দেখানো হইয়াছে। ব্যতিচারী রশ্মি দুইটির বিস্তার এখানে সমান ধরা হইয়াছে এবং প্রত্যেকের মান a_1. এই দুইটি রশ্মির লব্ধি বিস্তার A. আর বিস্তার দুইটির মধ্যে দশা-পার্থক্য $\triangle\phi$. যখন $\triangle\phi$ এর মান শূন্য অথবা $2\pi n$ (n অখণ্ড সংখ্যা) তখন a_1 বিস্তার দুইটি একই দিকে হওয়ায় ইহাদের লব্ধি হইবে $2a$ এবং আলোক তীব্রতা দাড়াইবে $4a^2$. আবার যখন $\triangle\phi$ এর মান $(2n+1)\pi$ তখন a_1 বিস্তার দুইটি বিপরীত দিকে হওয়ায় ইহাদের লব্ধি বিস্তার এবং আলোকতীব্রতা শূন্য দাড়াইবে। আর যখন $\triangle\phi$ এর মান এই দুই জাতীয় মান ছাড়া অন্য কিছু হইবে তখন আলোক তীব্রতা $4a^2$ এবং 0 এর মধ্যে থাকিবে। আলোক তীব্রতার মান $\cos^2 \dfrac{\triangle\phi}{2}$ রাশি অনুসারে পরিবর্তিত হইতে থাকিবে এবং পর্দার বিভিন্ন স্থানে $\triangle\phi$ এর মান অনুযায়ী এই তীব্রতার মান দাড়াইবে। তীব্রতার এই পরিবর্তন ২.৬ (খ) নং চিত্রে দেখানো হইয়াছে।

আলোর তীব্রতার এই বিভাজন, যাহাতে ইহা $4a^2$ এবং 0 এর মধ্যে বাড়ে কমে আরও একটি প্রশ্ন উত্থাপন করে। যে স্থানে আলোর তীব্রতা শূন্য দাড়ায় সেখানকার আলোকশক্তি কি হয় এবং উহা কোথায় যায় এই প্রশ্নের উত্তর দেওয়া প্রয়োজন। শক্তির সংরক্ষণের সূত্র (principle of conservation of energy) অনুসারে বলা যায় যে শক্তি নষ্ট হইতে পারে না। ঝালরের অন্ধকার স্থানগুলি দুইটি আলোকরশ্মি হইতেই আলো পায়। কাজেই আশা করা যাইতে পারে যে এই স্থান কম বেশী আলোকিত হইবে, একেবারে অন্ধকার

হইবে না। কিন্তু কার্যতঃ দেখা যায় যে এখানে সম্পূর্ণ অন্ধকার। এখানকার আলোকশক্তির কি কারণে সম্পূর্ণ লোপ হয় তাহার ব্যাখ্যা করা দরকার। একটি

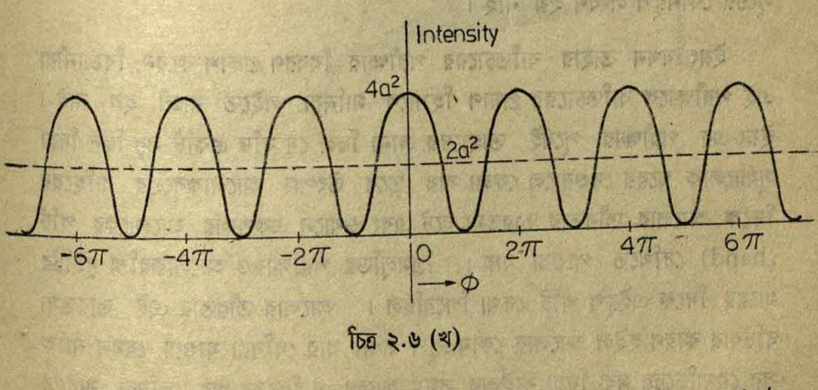


চিত্র ২.৬ (ক)

আলোকরশ্মির বিস্তার a হইলে দুইটি আলোকরশ্মির প্রভাবে তীব্রতা $2a^2$ হওয়ার কথা এবং এই তীব্রতা ঝালরশ্রেণীর সর্বত্র অপরিবর্তিত হওয়া উচিত। কিন্তু আমরা জানি যে ইহা $4a^2$ এবং 0 এর মধ্যে পরিবর্তিত হয়। ইহার কারণ এই যে সমীকরণ 2.13 হইতে পাওয়া গিয়াছে

$$I = 4a^2 \cos^2 \frac{\Delta\phi}{2}$$

যদি এই তীব্রতার গড়মান বাহির করিতে হয় তবে একটি সম্পূর্ণ চক্রে $\cos^2 \frac{\Delta\phi}{2}$ এর গড় জানিতে হইবে। মনে করা যাক এই গড়মান $\overline{\cos^2 \frac{\Delta\phi}{2}}$.



চিত্র ২.৬ (খ)

যদি সংশ্লিষ্ট কোণ α লেখা যায় অর্থাৎ ধরা হয় $\frac{\Delta\phi}{2} = \alpha$ তবে $\cos^2 \frac{\Delta\phi}{2}$ এর গড় নিম্নলিখিতরূপে বাহির করা যায়

$$\overline{\cos^2\alpha}=\frac{\int_0^{2\pi}\cos^2\alpha\,d\alpha}{\int_0^{2\pi}d\alpha}=\frac{\frac{1}{2}\int_0^{2\pi}2\cos^2\alpha\,d\alpha}{2\pi}=\frac{\frac{1}{2}\int_0^{2\pi}[\cos 2\alpha+1]d\alpha}{2\pi}$$

$$=\frac{\frac{1}{2}\left[\int_0^{2\pi}\cos 2\alpha\,d\alpha+\int_0^{2\pi}d\alpha\right]}{2\pi}=\frac{\frac{1}{2}\left[\frac{\sin 2\alpha}{2}\right]_0^{2\pi}+\pi}{2\pi}=\frac{\pi}{2\pi}=\frac{1}{2}$$

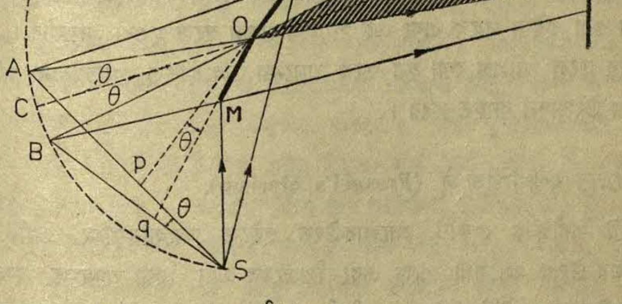
(2.26)

সুতরাং দেখা যাইতেছে যে একটি সম্পূর্ণ চক্রে $\cos^2\frac{\Delta\phi}{2}$ এর গড়মান দাড়ায় $\frac{1}{2}$. কাজেই আলোর গড় তীব্রতা এই ফলানুসারে হওয়া উচিত $\bar{I}=4a^2\times\frac{1}{2}=2a^2$. ২.৬ নং চিত্রে যে অপরিবর্তিত তীব্রতা $2a^2$ এর সরলরেখা দেখা যাইতেছে এইটি হওয়া উচিত আলোকের গড় তীব্রতা। বুঝা যাইতেছে যে মোট আলোর পরিমাণ একই থাকিতেছে শুধু ব্যতিচারের দরুণ ইহা $4a^2$ এবং 0 এর মধ্যে পরিবর্তিত হইতেছে। আর এই ব্যতিচারের প্রধান কারণ দুইটি রশ্মির মধ্যে দশা-সম্বন্ধ। এই দশা-সম্বন্ধ (phase-relationship) না থাকিলে আলোর তীব্রতা সর্বত্রই $2a^2$ হইবে। অতএব এখানে আলোকশক্তির সংরক্ষণের সূত্রের কোনরূপ লঙ্ঘন হয় নাই।

ইয়ং যখন তাহার ব্যতিচারের পরীক্ষার বিবরণ প্রকাশ করেন, বিজ্ঞানীরা এই পরীক্ষাকে ব্যতিচারের প্রমাণ হিসাবে মানিয়া লইতে রাজী হন নাই। ইয়ং-এর পরীক্ষার পূর্বেই তাহাদের জানা ছিল যে যদি একটি সরু ছিদ্র দিয়া সূর্য্যালোক ঘরের দেওয়ালে ফেলা যায় তবে উৎপন্ন আলোকবৃত্তের বাহিরের দিকে আলোর তীব্রতার তারতম্য ঘটে এবং ওখানে একপ্রকার আলোকের পটি (band) দেখিতে পাওয়া যায়। গ্রিমল্ডির পরীক্ষায়ও আলোকরশ্মি দুইটির ধারের দিকে এইরূপ পটি দেখা গিয়েছিল। আলোর তীব্রতার এই তারতম্য ঘটিবার কারণ হইল আলোর কোনওরূপ বাধার ধার ঘেঁষিয়া যাওয়া, যেমন নাকি সরু রেখাছিদ্রের মধ্য দিয়া যাইবার সময় আলো ঐ ছিদ্রের ধার ঘেঁষিয়া যাইতে গিয়া তীব্রতার পরিবর্তনের সম্মুখীন হয় এবং এক রকম আলোর পটির সৃষ্টি করে। আলোর ব্যবর্তনের জন্য এই প্রক্রিয়ার সৃষ্টি হয়। সুতরাং ব্যতিচারের

অস্তিত্ব প্রমাণ করতে হইলে এমন পরীক্ষার ব্যবস্থা করিতে হইবে যাহাতে দুইটি কাছাকাছি আলোকউৎস পাওয়া যায় যেগুলি ছিদ্র অথবা অস্বচ্ছ বাধার সাহায্য ছাড়াই উৎপন্ন হয়। ঐ উদ্দেশ্যে ফ্রেনেল কয়েকটি পরীক্ষার প্রবর্তন করেন যেগুলিতে উপরোক্ত আপত্তি দূর করা হইয়াছে।

ফ্রেনেলের প্রথম পরীক্ষা করা হয় দুইটি দর্পণের সাহায্যে। দুইটি দর্পণ পরস্পরের সহিত প্রায় সমান্তরাল অবস্থায় রাখা হয় এবং তাহাদের তল দুইটি পরস্পরের সহিত প্রায় 180° কোণে অবস্থান করে। কিছু দূরে একটি সরু আলোকউৎস হইতে দর্পণ দুইটিতে আলোক আসিয়া পড়ে এবং প্রতিফলনের পর দুইটি আলোকরশ্মির সৃষ্টি করে। এই আলোকরশ্মি দুইটি পরস্পরের প্রায় সমান্তরাল ভাবে পর্দার দিকে গমন করে এবং ইহাদের মধ্যে অধিস্থাপন (superposition) হয়। যে অংশে এই অধিস্থাপন হয় সেখানে ইয়ং-এর পরীক্ষার ন্যায় ব্যতিচার ঝালর উৎপন্ন হইতে দেখা যায়। এই ব্যবস্থায় অধিস্থাপিত অংশের আলোকরশ্মিদ্বয় কোনওরূপ ছিদ্র বা বাধার সম্মুখীন না হইয়াই পর্দায় পড়িতেছে। সুতরাং ইয়ং-এর পরীক্ষার ক্ষেত্রে যে আপত্তি উত্থাপন করা হইয়াছিল তাহা এখানে আদৌ ওঠে না।



চিত্র ২.৭

উপরের ২.৭ নং চিত্রে OM এবং ON দুইটি সমতল দর্পণ যাহাতে দর্পণের সামনের তলে (যেখানে আলোকরশ্মি আপতিত হয়) পালিশ করা আছে। দর্পণ দুইটির তল চিত্রের তলের সহিত উল্লম্বভাবে অবস্থান করিতেছে

এবং এই তল দুইটি O বিন্দুর মধ্য দিয়া একটি উল্লম্ব সরলরেখায় ছেদ করে। দর্পণের তলের মধ্যে খুব ছোট একটি কোণের সৃষ্টি হয় এবং এই কোণ θ বলিয়া চিহ্নিত করা হইয়াছে। S একটি আলোক উৎস ; ইহা হইতে নির্গত আলোকরশ্মি দর্পণ দুইটির উপর পড়িয়া প্রতিফলিত হয় আর দুইটি প্রতিফলিত রশ্মির কিছুটা অংশ পরস্পর মিলিত হয়। এই অংশে ব্যতিচার ঝালরের সৃষ্টি হইতে দেখা যায়। পর্দায় প্রতিফলিত আলোকরশ্মি দুইটি দর্পণের পিছন দিকে A এবং B এই দুইটি বিন্দু হইতে আসিতেছে বলিয়া মনে হইবে। A এবং B দর্পণ দুইটিতে S এর প্রতিকৃতি। O বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া যদি OS ব্যাসার্ধ লইয়া একটি বৃত্ত অংকন করা যায় তবে A এবং B এই বৃত্তের উপর অবস্থিত হইবে এবং ইহারা O বিন্দুতে 2θ কোণ উৎপন্ন করিবে। OA এবং OB দূরত্ব যদি a হয় তবে AB দূরত্ব লেখা যায় $2a \sin\theta = 2a\theta$ [কারণ θ কোণটি খুবই ছোট]।

সুতরাং এরূপ ক্ষেত্রে যদি পর্দায় অক্ষবিন্দু D হইতে O এর দূরত্ব b হয় তবে D হইতে একটি m ক্রমিক সংখ্যার উজ্জ্বল ঝালরের দূরত্ব নিম্নলিখিত সমীকরণ হইতে পাওয়া যাইবে।

$$x_m = \frac{D}{2d} m\lambda = \frac{a+b}{2a\sin\theta} m\lambda \quad [\, AB = 2d\,]$$

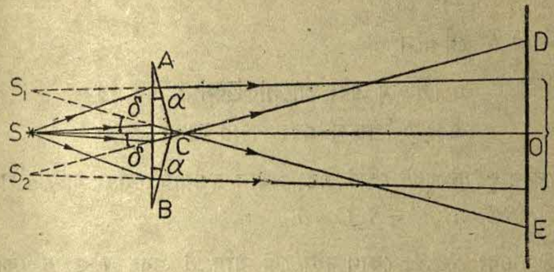
$$= \frac{a+b}{2a\theta} m\lambda. \qquad \cdots \quad (2.27)$$

এই পরীক্ষার সাফল্যের জন্য সাধারণতঃ পালিশ করা কালো সমতল দর্পণ ব্যবহার করা হইয়া থাকে এবং এই পালিশ প্রথম তলে হওয়া দরকার। যদি পিছনের তলে পালিশ করা হয় তবে সামনের তল হইতে প্রতিফলন ব্যতিচার ঝালরের উৎপাদন ব্যাহত করে।

ফ্রেনেলের যুগ্ম-প্রিজ্‌ম্ (Fresnel's biprism).

এই পরীক্ষায় একটি আলোকউৎস হইতে আলোকরশ্মি একটি যুগ্ম-প্রিজ্‌মের উপর আসিয়া পড়ে এবং প্রিজমের মধ্য দিয়া গমনের ফলে উক্ত আলোকউৎসের দুইটি অসদ্ প্রতিবিম্ব সৃষ্টি করে। প্রিজমের পরে এই অসদ্ আলোকউৎস দুইটি হইতে নির্গত রশ্মিদ্বয় যে অংশে পরস্পরের উপর অধিস্থাপিত হয় সেই অংশে ব্যতিচার ঝালরের সৃষ্টি হয়। এই প্রণালীতে আলোকরশ্মির গমনকালে কোনও রেখাছিদ্র বা অস্বচ্ছ ধার ইহার রাস্তায় পড়ে

না। সুতরাং ইয়ংএর পরীক্ষার বিরুদ্ধে যে আপত্তি উত্থাপন করা হইয়াছিল তাহা এই প্রণালীতে এড়ানো হইয়াছে।



চিত্র ২.৮

উপরের চিত্রে S একটি আলোকউৎস (সাধারণত একটি সরু রেখাছিদ্র একটি জোরালো আলো দিয়া আলোকিত করা হয়) এবং ইহা হইতে আলোকরশ্মি যুগ্ম-প্রিজ্‌ম্ ACB এর উপরে আসিয়া পড়ে। যুগ্ম-প্রিজ্‌ম্ ACB এমনভাবে তৈরী হয় যে ইহাকে মনে করা যাইতে পারে দুইটি খুব ছোট এবং সমান কোণ A এবং B এর প্রিজ্‌মের সমবায় যাহারা পরস্পরের পীঠের (base) সঙ্গে সংযুক্ত আছে। S হইতে যে আলোকরশ্মি প্রিজ্‌মের উপর আসিয়া পড়ে তাহাকে দুই অংশে ভাগ করা যায়। প্রিজ্‌মের উপর দিকে যে অংশ আপতিত হয় তাহা উহার ভিতর দিয়া গমনকালে নীচের দিকে বাকিবে এবং ইহার ফলে মনে হইবে যে এই রশ্মি অসদ্ উৎস S_1 হইতে আসিতেছে। অনুরূপভাবে নীচের অংশ অসদ্ উৎস S_2র সৃষ্টি করিবে। এই দুইটি আলোকরশ্মি প্রিজ্‌মের দক্ষিণ দিকে পরস্পরের সঙ্গে মিলিত হইবে এবং সর্পবন্ধনী চিহ্নিত অংশে ব্যতিচার ঝালর উৎপন্ন করিবে। এই যুগ্ম-প্রিজ্‌মের কোণ দুইটি A এবং B খুবই ছোট হয় এবং ইহারা যত ছোট হইবে S_1 এবং S_2 তত কাছাকাছি হইবে। আমরা ইয়ংএর পরীক্ষায় দেখিয়াছি যে একটি ঝালরের প্রস্থ আলোকউৎস দুইটির দূরত্ব $2d$ এর ব্যস্তানুপাতিক হয়। সুতরাং ভালভাবে যাহাতে দেখা যায় এইরূপ প্রশস্ত ঝালরের নমুনা পাইতে হইলে S_1S_2 দূরত্ব যথাসম্ভব কমাইয়া আনা দরকার। এইজন্য কোণ দুইটি A এবং B খুবই ছোট করা হয় যাহাতে S_1S_2 দূরত্ব খুবই কম হয়। উৎস S এবং যুগ্ম-প্রিজ্‌মের দূরত্ব কমাইয়াও S_1S_2 দূরত্ব খানিকটা কমানো যাইতে পারে।

যদি O হইতে একটি m ক্রমিক সংখ্যার উজ্জ্বল ঝালরের দূরত্ব x_m হয় তবে

$$x_m = \frac{D}{2d} m\lambda$$

এখানে $D = a + b$ যেখানে

a প্রিজ্‌ম্ এবং আলোকউৎস S এর দূরত্ব
এবং b প্রিজ্‌ম্ এবং পর্দার মধ্যের দূরত্ব

A এবং B কোণ দুইটি খুবই ছোট এবং সমান হওয়ায় লেখা যাইতে পারে

$$SC = S_1C = S_2C = a.$$

সুতরাং SCS_1 এবং SCS_2 কোণ দুইটিকে যদি δ এবং A ও B কোণকে α ধরা যায় তবে লেখা যাইতে পারে

$$S_1S_2 = 2a \sin \delta = 2a\delta = 2a(\mu - 1)\alpha \tag{2.28}$$

কারণ আমরা জানি যে খুব ছোট α কোণের প্রিজ্‌ম্ একটি আপতিত রশ্মিকে $(\mu - 1)\alpha$ কোণে বিচ্যুত (deviate) করে। এখানে μ প্রিজ্‌মের মাধ্যমের (material of the prism) প্রতিসরাঙ্ক বুঝাইতেছে।

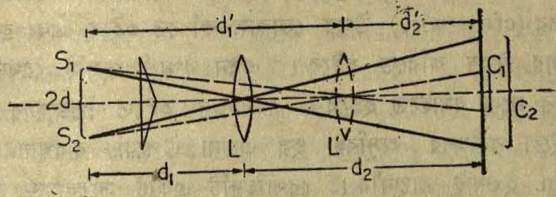
অতএব দাঁড়ায়

$$x_m = \frac{a+b}{2a\delta} m\lambda = \frac{a+b}{2a(\mu - 1)\alpha} m\lambda. \tag{2.29}$$

যুগ্ম-দর্পণের পরীক্ষার ক্ষেত্রে অনুরূপ দূরত্বের যে সমীকরণ 2.27 পাওয়া গিয়াছে তাহার সহিত তুলনা করিয়া বলা চলিতে পারে যে যুগ্ম-প্রিজ্‌মের ব্যতিচার ঝালর এমন একটি যুগ্ম-দর্পণের ঝালরের সমানার্থক (equivalent) যাহাদের মধ্যে উৎপন্ন কোণের মান $(\mu - 1)\alpha$.

আলোকউৎস দুইটির মধ্যের দূরত্ব $S_1S_2 = 2d$ পরীক্ষাগারে সাধারণত নিম্নলিখিতরূপে নির্ণয় করা হয়। ফ্রেনেলের পরীক্ষা অপটিক্যাল বেঞ্চের সাহায্যে সম্পন্ন করা খুব সুবিধাজনক। এই অপটিক্যাল বেঞ্চে যদি প্রিজ্‌ম্ এবং অভিনেত্রের মাঝে একটি উত্তল লেন্স বসানো হয় (রেখাছিদ্র হইতে অভিনেত্রের দূরত্ব লেন্সের ফোকাস দূরত্বের চতুর্গুণের অপেক্ষা কিছু বেশী হওয়া দরকার) তবে এই অবস্থায় লেন্সটি সামনে পিছনে সরাইলে ইহার এমন দুইটি অবস্থান পাওয়া যাইবে যেখানে অভিনেত্রে রেখাছিদ্রের দুইটি সুস্পষ্ট প্রতিবিম্ব দেখা যাইবে। দুইক্ষেত্রেই প্রতিবিম্বদ্বয়ের দূরত্ব অভিনেত্রের সাহায্যে মাপা হয়। এই দুই অবস্থায় যদি রেখাছিদ্রের তল S_1S_2 এবং অভিনেত্রের ফোকাস-তল

হইতে লেন্সের দূরত্ব যথাক্রমে d_1, d_2, d_1' ও d_2' হয় তবে লেখা যাইতে পারে [চিত্র নং ২.৯]।



চিত্র ২.৯

$$\frac{1}{d_1}+\frac{1}{d_2}=\frac{1}{d_1'}+\frac{1}{d_2'}=\frac{1}{f} \quad \text{[এখানে } f \text{ লেন্সের ফোকাস-দূরত্ব]} \qquad (2.30)$$

কিন্তু $d_1+d_2=d_1'+d_2'$.

$$d_1=d_2' \text{ এবং } d_2=d_1' \qquad (2.31)$$

উপরোক্ত দুই অবস্থানে অভিনেত্রের ফোকাসতলে রেখাছিদ্রের প্রতিবিম্বদ্বয়ের দূরত্ব যদি C_1 এবং C_2 হয় এবং যদি $2d$ রেখাছিদ্র দুইটির দূরত্ব S_1S_2 হয় তবে লেখা যাইতে পারে

$$\frac{C_1}{d_2}=\frac{2d}{d_1} \text{ এবং } \frac{C_2}{d_2'}=\frac{2d}{d_1'}$$

$$\frac{4d^2}{d_1d_1'}=\frac{C_1C_2}{d_2d_2'} \text{ বা } \frac{4d^2}{d_1'd_2'}=\frac{C_1C_2}{d_1'd_2'} \text{ (সমীকরণ 2.31 এর সাহায্যে)}$$

$$\text{বা } 4d^2=C_1C_2$$

$$\therefore\ 2d=\sqrt{C_1C_2} \qquad (2.32)$$

এইরূপে অভিনেত্রের সাহায্যে C_1 এবং C_2 মাপিয়া $2d$ দূরত্ব নির্ণয় করা যায়।

ফ্রেনেলের যুগ্ম-প্রিজ্‌মের সাহায্যে তরঙ্গদৈর্ঘ্য নির্ণয়ঃ— পরীক্ষাগারে ফ্রেনেলের যুগ্ম-প্রিজমের সাহায্যে সহজেই এবং অনেক সময়েই তরঙ্গদৈর্ঘ্য নির্ণয় করা যায়। এজন্য এই পরীক্ষাপ্রণালীর মোটামুটি ধাপগুলি এখানে বর্ণনা করা হইবে। এই পরীক্ষাটি সাধারণত ২ মিটার লম্বা ভারী এবং সূক্ষ্ম (accurate) অপটিক্যাল বেঞ্চের সাহায্যে করা হইয়া থাকে। প্রথমে কয়েকটি ব্যবস্থা দ্বারা স্পষ্ট এবং পরিমাপযোগ্য ব্যতিচার ঝালর

উৎপন্ন করিতে হইবে। নিম্নলিখিত ক্রমে ব্যবস্থাগুলি গ্রহণ করা সুবিধাজনক। অপটিক্যাল বেঞ্চের চলাচলের তলটি (bed of the optical bench) স্পিরিট লেভেলের সাহায্যে অনুভূমিক করা দরকার। ইহার পরে অভিনেত্রটি ক্রসওয়্যারের (cross-wire) উপর ফোকাস করিতে হইবে এবং ক্রসওয়্যারের একটি তার উল্লম্ব করিতে হইবে। এখন যুগ্ম-প্রিজ্‌মটি রেখাছিদ্র এবং অভিনেত্রের মধ্যে বসাইতে হইবে। রেখাছিদ্র হইতে প্রিজ্‌মের দূরত্ব খুব বেশী হইলে পরীক্ষার অসুবিধা হয় এজন্য উপরোক্ত ব্যবস্থায় এই দূরত্ব 10-30 cm. হওয়াই বাঞ্ছনীয়। রেখাছিদ্রটি একটি সুবিধামত উৎস দ্বারা (সোডিয়াম আলোই সুবিধাজনক) আলোকিত করিতে হইবে।

আলোকিত রেখাছিদ্র যুগ্ম-প্রিজ্‌ম এবং অভিনেত্রের ফোকাসতলের মধ্য-বিন্দুত্রয় মোটামুটি এক সরলরেখায় রাখিতে হইবে এবং এই সরলরেখা অনুভূমিক করা দরকার। অতঃপর রেখাছিদ্রটি উল্লম্ব রেখায় স্থাপন করিতে হইবে। এটি করার জন্য প্রিজ্‌ম এবং অভিনেত্রের মধ্যে একটি উত্তল লেন্স বসাইলে অভিনেত্রের ফোকাসতলে রেখাছিদ্রের প্রতিবিম্ব পাওয়া যাইবে। এই প্রতিবিম্ব যদি ক্রসওয়্যারের উল্লম্ব তারের সহিত সমান্তরাল করা হয় তবে রেখাছিদ্রটি উল্লম্বভাবে অবস্থান করিবে। রেখাছিদ্রটি ইহার নিজের তলে একটি অনুভূমিক অক্ষে ঘুরাইয়া এই ব্যবস্থা করা যাইবে। এইবার লেন্সটি সামনে পিছনে সরাইয়া দেখা যাইবে যে লেন্সের দুইটি অবস্থানে রেখাছিদ্রের দুই জোড়া সুস্পষ্ট প্রতিবিম্ব পাওয়া যাইবে। অবশ্য এজন্য অভিনেত্রটি রেখাছিদ্র হইতে এমন দূরত্বে রাখিতে হইবে যাহাতে রেখাছিদ্র এবং অভিনেত্রের মধ্যের দূরত্ব লেন্সের ফোকাস দূরত্বের চতুর্গুণের কিছু বেশী হয়। এছাড়া লেন্সের কেন্দ্রবিন্দু নিজের তলে সরাইয়া ব্যবস্থা করিতে হইবে যাহাতে এই বিন্দু রেখাছিদ্র ও অভিনেত্রের ফোকাস ক্ষেত্রের কেন্দ্রবিন্দু যোগ করিলে এক সরলরেখায় থাকে এবং এই সরলরেখা অপটিক্যাল বেঞ্চে চলাচলের সরলরেখার সহিত সমান্তরাল হয়। এই ব্যবস্থার পর লেন্সের দুই অবস্থানে অভিনেত্রের মাইক্রোমিটার স্ক্রুয়ের সাহায্যে রেখাছিদ্রের প্রতিবিম্ব দুইটির দূরত্ব C_1 এবং C_2 মাপা হয়। লেন্স সরাইয়া এই পর্যবেক্ষণ অন্ততঃ তিনবার নিতে হইবে। এই পর্যবেক্ষণ হইতে S_1S_2 দূরত্ব পাওয়া যাইবে $\sqrt{C_1C_2} = 2d = S_1S_2$

$$\qquad \ldots \quad 2.32$$

এইবার লেন্সটি সরাইয়া নিয়া যুগ্ম-প্রিজ্‌মটির দিকে অভিনেত্রের মধ্য দিয়া তাকাইলে সাধারণত ব্যতিচার ঝালর দেখা যাইবে। প্রথমে এই ঝালর হয়তো

খুব সুস্পষ্ট হইবে না। ইহার স্পষ্টতা বাড়াইতে হইলে কয়েকটি ব্যবস্থা লওয়া দরকার। প্রথমতঃ যুগ্ম-প্রিজ্‌মটি ইহার নিজের তলে ট্যান্‌জেন্ট স্ক্রু-এর (tangent-screw) সাহায্যে ঘুরাইয়া প্রিজ্‌ম দুইটি যে সরলরেখায় পরস্পর ছেদ করে সেই সরলরেখাটি রেখাছিদ্রের সমান্তরাল করিতে হইবে। এই অবস্থায় ঝালরের স্পষ্টতার লক্ষণীয় উন্নতি হইবে। এরপর রেখাছিদ্রের প্রস্থ নিয়ন্ত্রণ করা দরকার। যদি ইহার প্রস্থ খুব বেশী হয় তবে অভিনেত্রের দৃষ্টি-ক্ষেত্র (field of view) খুব উজ্জ্বল দেখাইবে কিন্তু ঝালরগুলি খুবই অস্পষ্ট হইবে। অন্যদিকে যদি এই প্রস্থ খুব কম হয়. তাহা হইলে ঝালরগুলির স্পষ্টতা বাড়িতে থাকিবে কিন্তু প্রস্থ হ্রাসের সঙ্গে সঙ্গে দৃষ্টিক্ষেত্রে আলোর উজ্জ্বলতাও কমিতে থাকিবে এবং এমন এক সময় আসিবে যখন আলোর অভাবেই ঝালরগুলি দৃশ্যমান হইবে না। সুতরাং রেখাছিদ্রের প্রস্থের এমন সমন্বয় সাধন করিতে হইবে যাহাতে ঝালরগুলি সুস্পষ্টভাবে দেখা যায়। সাধারণতঃ এই প্রস্থ 0.1 হইতে 0.2 mm এর মধ্যে রাখিলে সবথেকে ভাল ফল পাওয়া যায়। ইহার পরে প্রিজ্‌মটি এবং অভিনেত্রটি ইহাদের নিজের তলে সরাইয়া এমন ব্যবস্থা করিতে হইবে যাহাতে অভিনেত্রটি সরাইলে ব্যতিচার ঝালরগুলির কোনও পার্শ্বীয় গতি (lateral movement) না হয়। এই অবস্থায় রেখাছিদ্র, যুগ্ম-প্রিজ্‌ম এবং অভিনেত্রের দৃষ্টি-ক্ষেত্রের মধ্যবিন্দুত্রয় যোগ করিয়া যে সরলরেখা পাওয়া যাইবে সেটি অপটিক্যাল বেঞ্চে চলাচলের সরলরেখার সহিত সমান্তরাল হইবে।

এই ব্যবস্থার পর অভিনেত্রটি একটি সুবিধামত দূরত্বে রাখিয়া (রেখাছিদ্র হইতে 100 ও 150 cm দূরত্বই প্রশস্ত) ঝালরের প্রস্থ মাপিতে হইবে। প্রথমে ক্রসওয়ারের উল্লম্ব তারের প্রতিবিম্বটি ঝালর শ্রেণীর ধারের দিকের একটির সহিত মিলাইয়া দিয়া অভিনেত্রের মাইক্রোমিটার স্ক্রু-এর (micrometer screw) পাঠ দেখিতে হইবে। এরপর ক্রসওয়্যারটি একটি ঝালরের প্রস্থ সরাইয়া আবার নূতন পাঠ দেখিতে হইবে এবং এইভাবে ঝালরশ্রেণীর অন্যধার পর্যন্ত অন্ততঃ 10-15টি পাঠ নিতে হইবে। আবার গতির দিক পরিবর্তন করিয়া এই পাঠ নিতে নিতে পূর্বস্থানে ফিরিয়া আসা দরকার। এইরূপে অন্ততঃ তিন প্রস্থ পাঠ নিতে হইবে। এই পর্যবেক্ষণগুলি হইতে একটি ঝালরের গড় প্রস্থ পাওয়া যাইবে। এখন যুগ্ম-প্রিজ্‌ম হইতে রেখাছিদ্র এবং অভিনেত্রের ফোকাস-তলের দূরত্ব মাপিতে হইবে। অপটিক্যাল বেঞ্চে রেখাছিদ্র, যুগ্ম-প্রিজ্‌ম এবং অভিনেত্রের ধারক (stand) হইতে এই দূরত্ব পাওয়া যাইবে। তবে অভিনেত্রের ফোকাসতলের দূরত্ব নির্ণয়ে এই পাঠের কিছু সংশোধন করা দরকার। কারণ

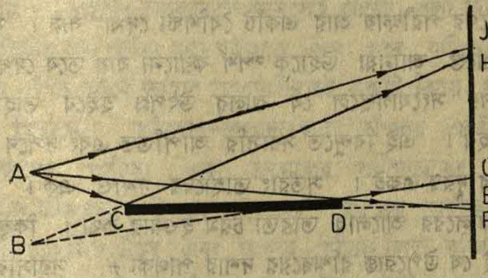
ফোকাসতলের দূরত্ব অভিনেত্রের পাঠ হইতে সাধারণত পাওয়া যায় না। সুতরাং দুইভাবে এই সংশোধন করা যাইতে পারে। প্রথমতঃ সূচক-সংশোধন (index correction) প্রণালীতে এই দূরত্ব মাপা যাইতে পারে। এই প্রণালীতে অভিনেত্র হইতে ক্রস-ওয়্যারটি এবং অপটিক্যাল বেঞ্চ হইতে যুগ্ম-প্রিজ্‌মটি সরাইয়া ফেলিতে হইবে। l লম্বার একটি সূচক দণ্ড নিয়া সেটি রেখাছিদ্র এবং অভিনেত্রের মধ্যে এমনভাবে বসাইতে হইবে যাহাতে ইহার এক মাথা রেখাছিদ্রটি স্পর্শ করে এবং অভিনেত্রটি সরাইয়া দণ্ডের অন্য মাথা ফোকাস করিতে হইবে। এই অবস্থায় রেখাছিদ্র ও অভিনেত্রের পাঠ যদি R_1 এবং R_2 হয় তবে সূচক সংশোধনের মান দাঁড়াইবে $l-(R_1 \sim R_2)$. এই সূচক সংশোধনের সাহায্যে প্রিজ্‌ম হইতে অভিনেত্রের প্রকৃত দূরত্ব বাহির করা সম্ভব হইবে। যদি সূচক সংশোধন x এবং ঝালরের গড় প্রস্থ β হয়, আর রেখাছিদ্র হইতে অভিনেত্রের দূরত্বের পাঠ D হয় তবে তরঙ্গদৈর্ঘ্য দাঁড়াইবে $\lambda = \dfrac{2d\beta}{D+x}$; এখানে $2d$ বুঝাইতেছে $S_1 S_2$ দূরত্ব। অন্যভাবে এই সূচক-সংশোধন এবং আরও এই জাতীয় ভুল এড়ানো যাইতে পারে। অভিনেত্রের দুই বা ততোধিক অবস্থানে যদি ঝালরের গড় প্রস্থ মাপা যায় এবং এই প্রস্থের মান হয় $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ ইত্যাদি এবং রেখাছিদ্র হইতে অভিনেত্রের দূরত্বের পাঠ যদি D_1, D_2, D_3 ইত্যাদি হয় তবে তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যের মান দাঁড়াইবে

$$\lambda = \frac{(\beta_1 \sim \beta_2)2d}{D_1 \sim D_2} \quad \text{এবং} \quad \lambda = \frac{(\beta_1 \sim \beta_3)2d}{D_1 \sim D_3} \tag{2.33}$$

এই দুইটি দৈর্ঘ্যের গড় নিয়া তরঙ্গদৈর্ঘ্য নির্ণয় করা হইলে অধিকতর নির্ভুল মান পাওয়া যাইবে। এই প্রণালীতে দুইপ্রস্থ পাঠের বিয়োগফল ব্যবহার করায় সূচক-সংশোধন স্বতই দূর হইয়া যায়। তবে এই প্রণালীতে D_1, D_2, D_3 ইত্যাদি দূরত্ব খুব কাছাকাছি হইলে রাশিটির হর এবং লব দুইটিই (বিশেষ করিয়া লব) ছোট হয় ; ফলে নির্ণেয় তরঙ্গদৈর্ঘ্যের ভুলের পরিমাণ বেশ বাড়িয়া যায়। 2 metre দৈর্ঘ্যের অপটিক্যাল বেঞ্চ নিলে তিনটি দৈর্ঘ্যের একটি 50–75 cm, দ্বিতীয়টি 100–125 cm এবং তৃতীয়টি 150–175 cm নিলে ভাল ফল পাওয়া যায়। এরূপ দৈর্ঘ্য নিতে গেলে অবশ্য ঝালরশ্রেণীর সৃষ্টি খুব ভাল এবং উজ্জ্বল হওয়া দরকার অন্যথায় 150–175 cm দূরত্বের জন্য ঝালরগুলি এমন অস্পষ্ট হইবে যাহাতে ইহাদের প্রস্থের সূক্ষ্ম পরিমাপ সম্ভব হইবে না।

লয়েডের দর্পণের পরীক্ষা (Lloyd's mirror experiment).

আপতিত এবং প্রতিফলিত আলোকরশ্মির পরস্পরের বিক্রিয়া দ্বারা ব্যতিচার-ঝালরের উৎপাদনের একটি সুন্দর পরীক্ষা লয়েডের দ্বারা আবিস্কৃত হয়। এই প্রণালীতে A একটি আলোকিত রেখাছিদ্র যাহার দৈর্ঘ্য চিত্র তলের সহিত লম্বভাবে অবস্থিত।



চিত্র ২.১০

এই আলোকউৎস হইতে আলোকরশ্মি একটি পালিশকরা দর্পণ CD এর উপর আসিয়া পড়ে এবং দর্পণ হইতে প্রতিফলিত হয়। প্রতিফলনের ফলে মনে হয় যে এই প্রতিফলিত রশ্মি অসদ্ উৎস B হইতে আসিতেছে। সুতরাং যদি দর্পণের D প্রান্তের পরে একটি পর্দা রাখা যায় তবে এই পর্দার GH অংশ রেখাছিদ্র A হইতে সরাসরি আলোকরশ্মি JF দ্বারা আলোকিত হইবে। একই সময়ে এই অংশ প্রতিফলিত রশ্মি GH দ্বারাও আলোকিত হইবে। অতএব এই GH অংশে ব্যতিচার-ঝালরের সৃষ্টি হইবে এখানে একই আলোকউৎস A হইতে আপতন এবং প্রতিফলনের সাহায্যে দুইটি উৎসের সৃষ্টি হইয়াছে এবং এই উৎস দুইটি হইতে নির্গত আলোকরশ্মিদ্বয় পরস্পরের উপর বিক্রিয়া দ্বারা ব্যতিচার ঝালরের উৎপাদন করিতেছে। পূর্বেই বলা হইয়াছে যে উৎপন্ন ঝালরের প্রস্থ উৎস দুইটির মধ্যের দূরত্ব $2d$ এর ব্যস্তানুপাতিক ; সুতরাং দৃষ্টিগোচর প্রশস্ত ঝালর উৎপন্ন করিতে হইলে এই দূরত্ব $2d$ খুবই কম হওয়া দরকার। এইজন্য আপতন কোণ 90° এর যথাসম্ভব কাছাকাছি করা হয় যাহাতে B এবং A খুব কাছাকাছি থাকে এবং $2d$ খুব কম হয়। এই প্রণালীতে ঝালরগুলির তীব্রতা ইয়ংএর বা ফ্রেনেলের পরীক্ষার ঝালরের তীব্রতা হইতে আলাদা হইবে। এখানে ঝালরের চরম তীব্রতা যাহাই হোক না কেন, অবম তীব্রতা কখনও শূন্য হইবে না। কারণ সরাসরি পর্দায় আপতিত রশ্মির তীব্রতা দর্পণে প্রতিফলিত

রশ্মির তীব্রতার অপেক্ষা অধিক হইবে এবং এই কারণে ঝালরশ্রেণীর তীব্রতার বৈষম্য হ্রাস পাইবার কথা। তবে আপতন কোন প্রায় 90° হওয়ায় প্রতিফলনের পরিমাণ খুবই বেশী হয় এবং প্রতিফলিত রশ্মির তীব্রতা পর্দায় সরাসরি আপতিত রশ্মির প্রায় সমান হওয়ায় ব্যতিচার ঝালরের আলোর তীব্রতার বৈষম্যের খুব তারতম্য ঘটে না।

লয়েড-দর্পণের পরীক্ষায় আর একটি বৈশিষ্ট্য দেখা যায়। যদি পর্দাটি দর্পণের D প্রান্তে আনিয়া উহাকে স্পর্শ করানো যায় তবে দেখা যাইবে যে পর্দা এবং দর্পণের সংযোগস্থলে যে ঝালর উৎপন্ন হইবে তাহার আলোর তীব্রতা অবম হয়। এই বিন্দুতে সরাসরি আপতিত এবং দর্পণে প্রতিফলিত রশ্মিদ্বয়ের পথের দূরত্ব একই। সুতরাং তাহাদের দশাও এক। এমতাবস্থায় এই বিন্দুতে ঝালরের আলোর তীব্রতা চরম হওয়ার কথা। কিন্তু ইহা অবম হওয়ার অর্থ এই যে উপরোক্ত রশ্মিদ্বয়ের দশার পার্থক্য π. সরাসরি আপতিত রশ্মির দশা পরিবর্তনের কোনও প্রশ্নই ওঠে না। সুতরাং তীব্রতার এই অবম মান এই ইঙ্গিত দেয় যে প্রতিফলিত রশ্মির প্রতিফলনের ফলে π দশা-পরিবর্তন হইয়াছে এবং ফলে রশ্মিদ্বয় বিপরীত দশায় D বিন্দুতে মিলিবার ফলে এখানকার তীব্রতা অবম হইয়াছে। প্রতিফলনের ফলে এইরূপ π দশা-পরিবর্তনের উদাহরণ মাইকেলসনের ব্যতিচারমাপকে, নিউটনের বলয়সমূহ (Newton's rings) প্রভৃতির ক্ষেত্রেও দেখা যাইবে।

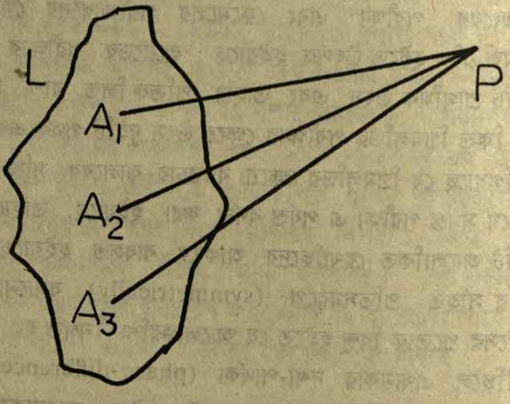
ব্যতিচারের সর্তাবলী (Conditions of interference).

বিভিন্ন প্রকারের ব্যতিচার ঝালর সুস্পষ্টরূপে সৃষ্টি করিতে হইলে এই ঝালরশ্রেণীর আলোর তীব্রতার বৈষম্য যত বেশী হয় ততই ভাল। চরম তীব্রতার মান উচ্চ এবং অবম তীব্রতার মান শূন্য হইলে ঝালরগুলি সুস্পষ্টরূপে দৃশ্যমান হইবে। এইজন্য কয়েকটি সর্ত পূর্ণ করা দরকার এবং নীচে ইহাদের প্রাধান্যের ক্রমানুসারে সর্তগুলি দেওয়া হইল।

ব্যতিচার ঝালরের আদৌ সৃষ্টির প্রথম এবং সর্বপ্রধান সর্ত এই যে অসমবর্তিত (unpolarised) আলোর ক্ষেত্রে ব্যতিচার উৎপাদক আলোক উৎস দুইটি সংসক্ত (coherent) হওয়া একান্ত আবশ্যক। দুইটি বা ততোধিক আলোকরশ্মি তখনই সংসক্ত হয় যখন তাহাদের মধ্যে দশা-পার্থক্য সাধারণ পর্যবেক্ষণ কালের জন্য ধ্রুবক থাকে। এই ধ্রুবক থাকার জন্য আলোকতরঙ্গের ক্ষেত্রে সর্বাপেক্ষা সহজ উপায় হইল এই যে তরঙ্গশ্রেণীগুলি (wave trains)

একই উৎস হইতে উৎপন্ন হইয়া বিভিন্ন পথ অতিক্রম করিয়া আবার এক বা একাধিক বিন্দুতে অধিস্থাপিত হয়। একাধিক উৎস হইতে উৎপন্ন আলোক-তরঙ্গ শ্রেণীর মধ্যে এই ধর্ম বর্তমান থাকে না। কারণ প্রতিটি উৎসের আলোক-তরঙ্গের দশা-ধ্রুবক গড়ে 10^{-8} সেকেণ্ডে একবার অনিয়মিতরূপে পরিবর্তিত হয়। ফলে দুইটি তরঙ্গশ্রেণীর দশা-পার্থক্যও গড়ে সেকেণ্ডে 10^{8} বার পরিবর্তিত হয়। এইরূপ আলোককে অসংসক্ত আলো বলা হয়। এ পর্যন্ত যে সমস্ত পরীক্ষার কথা বর্ণনা করা হইয়াছে এবং পরে ব্যতিচার প্রসঙ্গে যে সমস্ত পরীক্ষা বর্ণিত হইবে তাহার প্রত্যেকটিতেই একটি বিষয় খুব আবশ্যিক-ভাবে দেখা গিয়াছে। ব্যতিচার-উৎপাদনকারী রশ্মিদ্বয় একই রশ্মি হইতে উদ্ভূত। ইয়ংয়ের পরীক্ষা এবং ফ্রেনেলের পরীক্ষাদ্বয়ের ক্ষেত্রে রশ্মিদ্বয় একটি প্রাথমিক রশ্মি হইতে উৎপন্ন হইয়াছে ; লয়েডের পরীক্ষার ক্ষেত্রে এই উৎসদ্বয় একটি প্রাথমিক উৎস এবং তাহার প্রতিফলিত রশ্মি হইতে সৃষ্টি হইয়াছে। কিন্তু গ্রিমল্ডির পরীক্ষার ক্ষেত্রে উৎস দুইটি পৃথক এবং অসংসক্ত। ফলে দেখা গিয়াছে যে গ্রিমল্ডির ক্ষেত্রে ব্যতিচার-ঝালরের সৃষ্টি হয় নাই। ব্যতিচারের যে সমস্ত পরীক্ষা এ পর্যন্ত বর্ণনা করা হইয়াছে, তাহাতে আলোক উৎসটি একটি আলোকিত রেখাছিদ্রের আকারে ব্যবহৃত হইয়াছে এবং ইহা S_1 ও S_2 র সহিত প্রতিসমরূপে (symmetrically) বসানো হইয়াছে। আলোক উৎসের প্রত্যেক বিন্দু হইতে যে আলোকরশ্মি নির্গত হয় তাহা S_1 ও S_2 তে পৌঁছিলে এখানকার দশা-পার্থক্য (phase-difference) সব সময়ে একই থাকে। ইহার ফলে যখন S_1 এবং S_2 হইতে আলোকরশ্মি আসিয়া P বিন্দুতে পড়ে, তখন এই বিন্দুতেও দশা-পার্থক্য সময়ের সঙ্গে পরিবর্তিত না হইয়া ধ্রুবক থাকে। দেখা গিয়াছে যে P বিন্দুতে আলোকের তীব্রতা প্রধানতঃ ঐ স্থানে দুইটি ব্যতিচারী আলোকরশ্মির দশা-পার্থক্যের উপর নির্ভর করে। যেহেতু উৎস দুইটি S_1 ও S_2 একই উৎস S হইতে উৎপন্ন, Sএ দশার পরিবর্তন হইলেও ইহা S_1 ও S_2 র দশাকে সমভাবে প্রভাবিত করে ; সেজন্য S_1 ও S_2 র দশা-পার্থক্য একই থাকে এবং ইহার ফলে P বিন্দুতেও দশা-পার্থক্য অপরিবর্তিত থাকে। ফলে এই স্থানের আলোর তীব্রতারও কোন পরিবর্তন হয় না এবং ব্যতিচার-ঝালর সমস্তক্ষণই দেখা যায়। আলোকসৃষ্টির ধারণা অনুসারে বলা যায় যে একটি আলোক উৎস উত্তেজিত হওয়ার ফলে ইহা হইতে আলোক নির্গত হইতে থাকে ; কিন্তু নানারূপ অবমন্দনের (damping) ফলে এই উৎস ক্রমে নিস্তেজ হইতে হইতে থামিয়া যায় এবং আলোকও নির্গত হয় না। আবার কিছুক্ষণ পর ইহা নূতন করিয়া বহিঃশক্তির দ্বারা উত্তেজিত

হইয়া আলোক উৎপন্ন করিতে থাকে। একবার উত্তেজনার ফলে উৎসটি গড়ে 10^{-8} সেকেণ্ড সময় আলোক বিতরণ করিয়া থাকে। এমতাবস্থায় যদি আলোক উৎস দুইটি S_1 ও S_2 অসংসক্ত (incoherent) হয় তবে P বিন্দুতে সেকেণ্ডে গড়ে 10^8 বার আলোর তীব্রতা পরিবর্তিত হইবে। শুধুমাত্র চক্ষু নয়, যে কোনও আলোক মাপিবার যন্ত্রই এই দ্রুত পরিবর্তন অনুসরণ করিতে পারিবে না ; গড় আলোকই তাহার কাছে প্রতিভাত হইবে এবং প্রত্যেক বিন্দুতেই আলোর গড় তীব্রতা এক হওয়ায় কোনওরূপ ব্যতিচার ঝালর দেখা যাইবে না।



চিত্র ২.১১

ব্যাপারটিকে এইভাবেও দেখা যাইতে পারে। ধরা যাক যে L একটি আলোকিত বস্তু এবং ইহা A_1, A_2, A_3 প্রভৃতি অসংসক্ত আলোক উৎসের সমষ্টি। এই সমস্ত আলোক উৎস হইতে আলোকরশ্মি P বিন্দুতে আসিয়া পড়িতেছে। এই স্থানে আলোকের তীব্রতা নির্ণয় করিতে হইলে পূর্বে ব্যবহৃত আলোকের অধিস্থাপনের নীতি (principle of superposition of light) প্রয়োগ করা যাইতে পারে। সেখানে দেখা গিয়াছে যে যদি A_1, A_2, A_3 ইত্যাদি হইতে আলোকরশ্মির বিস্তারের মান P বিন্দুতে যথাক্রমে a_1, a_2, a_3 হয় তবে P বিন্দুতে আলোর তীব্রতা I দাঁড়াইবে

$$I=\left(\sum_{p=1}^{n} a_p \cos \partial_p\right)^2+\left(\sum_{p=1}^{n} a_p \sin \partial_p\right)^2$$

এখানে ∂_p A_p বিন্দু হইতে নির্গত আলোকতরঙ্গের দশা-ধ্রুবক ; যোগফল চিহ্ন বিভিন্ন উৎস A_1 A_2 ইত্যাদির মোট প্রভাব বুঝাইতেছে (ধরা হইয়াছে যে মোট উৎসের সংখ্যা n)

$$\therefore \quad I=\sum_{p=1}^{n}\left(a_p \cos \partial_p\right)^2+\sum_{p=1}^{n}\left(a_p \sin \partial_p\right)^2$$

$$+\sum_{p=1}^{n}\sum_{\substack{q=1\\ p\neq q}}^{n} a_p a_q(\cos \partial_p \cos \partial_q+\sin \partial_p \sin \partial_q) \quad \ldots \quad 2.34$$

এখানে তৃতীয় পদটি (term) একটি যুগল-সমষ্টি (double-summation) বুঝাইতেছে। এখানে সাধারণত একটি গুণক 2 থাকিবার কথা। কিন্তু যোগের সময় প্রতিটি পদই দুইবার আসিবার ফলে এই 2 গুণকটি এই তৃতীয় পদে নিহিত আছে, নূতন করিয়া ইহাকে অন্তর্ভুক্ত করিবার প্রয়োজন নাই। ইহা ছাড়া যে সমস্ত পদে $p=q$ হইবে সেগুলি প্রথম ও দ্বিতীয় পদ-সমষ্টিতেই অন্তর্ভুক্ত করা আছে, সুতরাং সেই পদগুলি তৃতীয় পদ-সমষ্টি হইতে বাদ দিতে হইবে। এই নির্দেশ বুঝাইবার জন্য লেখা হইয়াছে $p\neq q$. ইহা হইতে লেখা যাইতে পারে

$$I=\sum_{p=1}^{n} a_p{}^2+\sum_{p=1}^{n}\sum_{\substack{q=1\\ p\neq q}}^{n} a_p a_q \cos(\partial_p-\partial_q) \quad \ldots \quad 2.35$$

এখন পূর্বে বলা হইয়াছে যে প্রতিটি আলোক উৎস সেকেণ্ডে গড়ে 10^8 বার উত্তেজিত হয় এবং প্রতিবারই ইহা হইতে নির্গত আলোকতরঙ্গের দশা-ধ্রুবক ∂র মান পরিবর্তিত হয়। আলোক উৎসসমূহ A_1, A_2, A_3 ইত্যাদি যদি অসংসক্ত হয় তবে তাহাদের দশা-ধ্রুবকের মধ্যেও কোনওরূপ সম্বন্ধ থাকিবে না। তাছাড়া এই পরিবর্তন প্রতি সেকেণ্ডে গড়ে 10^8 বার হইতেছে। সুতরাং তৃতীয় পদ-সমষ্টির মান দাড়াইবে শূন্য কারণ ইহার প্রতিটি পরা পদের (positive term) সহিত একটি সমমূল্যের অপরা পদের (negative term) থাকিবার সম্ভাবনা সমান হইবে। ফলে তৃতীয় পদের সমষ্টির মান দাড়াইবে শূন্য।

$$\therefore \quad I=\sum_{p=1}^{n} a_p{}^2 \quad \ldots \quad 2.36$$

এই গণনা হইতে দেখা যাইতেছে যদি কোনও বিন্দু অসংসক্ত উৎসসমূহ হইতে আলোক পায় তবে সেস্থানের আলোর তীব্রতা দাড়াইবে প্রত্যেকটি স্বতন্ত্র উৎসের ঐস্থানে আলোক তীব্রতার যোগফলের সমান। যদি a বিস্তার সম্পন্ন দুইটি উৎস কোনও স্থানে আলো দেয় তবে ঐ স্থানে আলোর তীব্রতা দাড়াইবে $2a^2$. কিন্তু যদি ঐ দুইটি উৎস সংসক্ত হয় তবে ঐ স্থানের আলোক-তীব্রতা সমান (uniform) হইবে না। ইহা $(2a)^2$ এবং শূন্যের মধ্যে পরিবর্তিত হইবে। (সমীকরণ 2.26 প্রসঙ্গে আলোচনা দ্রষ্টব্য)।

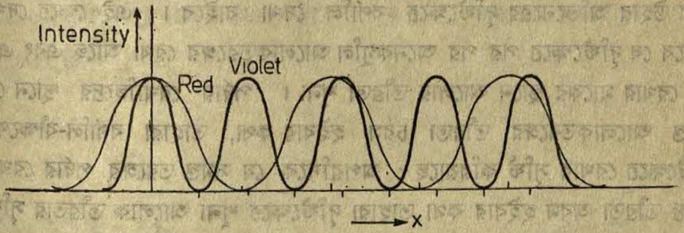
দ্বিতীয়তঃ ব্যতিচারী আলোক উৎসগুলির তরঙ্গদৈর্ঘ্য এক হওয়া আবশ্যক এবং ইহাদের বিস্তার সমান বা কাছাকাছি মানের হওয়া প্রয়োজন। বিস্তার যত কাছাকাছি হইবে ব্যতিচার ঝালরের আলোর তীব্রতার বৈষম্য তত বেশী হইবে ফলে ঝালরগুলি বেশী প্রকট (visible) হইবে। [অবশ্য পাতলা পরত (thin film) হইতে বহুল প্রতিফলনের (multiple reflection) এর ফলে যে ব্যতিচারের সৃষ্টি হয় তাহাতে এই নিয়ম খাটে না।]

তৃতীয়তঃ আলোক উৎস দুইটি একবর্ণীয় (monochromatic) বা প্রায় একবর্ণীয় হওয়া দরকার। আলো যত একবর্ণীয় হইবে তত বেশীসংখ্যক ব্যতিচার ঝালর দেখা যাইবে। যদি আলোক উৎসে অনেক রকম দৈর্ঘ্যের তরঙ্গ থাকে তবে মিশ্ররঙের অল্প কয়েকটি ঝালর দেখা যাইতে পারে এবং কোন কোন ক্ষেত্রে একেবারেই কোন ঝালর দেখা যাইবে না।

সাদা আলোর ঝালর—(White light fringes).

সমীকরণ 2.25 হইতে দেখা যায় যে একটি ব্যতিচার ঝালরের প্রস্থ হইবে $\omega = \frac{D}{2d}\lambda$; এখানে λ আলোক তরঙ্গের দৈর্ঘ্য। D এবং $2d$ (সাধারণতঃ) একটি পরীক্ষাকালে অপরিবর্তিত থাকে। সুতরাং যদি তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য এক থাকে অর্থাৎ আলো একবর্ণের হয় তবে ঝালরের প্রস্থও একই থাকিবে এবং অনুকূল পরীক্ষা-ব্যবস্থায় সমস্ত দৃষ্টিক্ষেত্র জুড়িয়া অনেক ঝালর দেখা যাইবে। এই সমীকরণ হইতেই দেখা যায় যে ঝালরের প্রস্থ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সমানুপাতিক। সুতরাং যদি আলোক উৎসে লাল এবং বেগুনী দুইটি তরঙ্গ থাকে তবে দুই রকম প্রস্থের ঝালর উৎপন্ন হইবে। লাল ঝালরের প্রস্থ বেগুনী ঝালরের প্রস্থের প্রায় দ্বিগুণ দাড়াইবে। ফলে কেন্দ্রীয় ঝালর হইতে যতই উচ্চক্রমের ঝালরের দিকে যাওয়া যাইবে ততই ইহাদের চরম বা অবম তীব্রতার মধ্যে অমিল বাড়িতে থাকিবে। কেন্দ্র হইতে কয়েকটি ঝালরের প্রস্থ দূরে

লাল ঝালরের চরম তীব্রতা এবং বেগুনী ঝালরের অবম তীব্রতা একই স্থানে সম্পন্ন হইবে ; ফলে ঝালরশ্রেণীর আলোর তীব্রতার বৈষম্য ক্রমশ কমিয়া আসিবে। আর এই তীব্রতার বৈষম্যের উপরই ঝালরের দৃশ্যমানতা (visibility) নির্ভর করে। চরম এবং অবম তীব্রতার পার্থক্য যত বেশী হইবে ঝালরের স্পষ্টতাও তত বৃদ্ধি পাইবে। সুতরাং দেখা যাইতেছে যে আপতিত আলোক-রশ্মিতে একাধিক তরঙ্গ বর্তমান থাকার অর্থ ঝালরশ্রেণীর স্পষ্টতা হ্রাস পাওয়া। উপরের আলোচনায় ধরা হইয়াছে যে আলোকরশ্মিতে মাত্র দুই রকম তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য বর্তমান। কিন্তু যদি সাদা আলো ব্যবহার করা হয় তবে অনেক রকম তরঙ্গদৈর্ঘ্য তাহাতে থাকিবে। কারণ সাদা আলোকে একটি লাগাতার



চিত্র ২.১২

(continuous) তরঙ্গদৈর্ঘ্যের বহুবর্ণ আলোক হিসাবে গণ্য করা যাইতে পারে। প্রতিটি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলোই একটি নির্দিষ্ট প্রস্থের ঝালরমালা সৃষ্টি করিবে এবং এই প্রস্থ বিভিন্ন বর্ণের পক্ষে বিভিন্ন হইবে। সুতরাং উপরের আলোচনা হইতে বুঝা যায় যে কেন্দ্রীয় ঝালর হইতে যত উচ্চ ক্রমের ঝালরের দিকে যাওয়া যাইবে ততই বিভিন্ন রঙের ঝালরের সংমিশ্রণ বাড়িতে থাকিবে। কেন্দ্রীয় ঝালরে অবশ্য সমস্ত তরঙ্গদৈর্ঘ্যই চরম (বা অবম) আলোক-তীব্রতা সৃষ্টি করিবে যার ফলে এই ঝালরটি সাদাই থাকিবে। কিন্তু কেন্দ্র হইতে বাহিরের দিকে বিভিন্ন বর্ণের সংমিশ্রণের ফলে এই সব স্থানে একটি গড় বর্ণের সৃষ্টি হইবে। এই সব স্থানে কতকগুলি বর্ণ বর্তমান থাকিবে যে সব বর্ণের পক্ষে এই বিন্দুতে 2.22 সমীকরণ অনুসারে চরম বা কাছাকাছি তীব্রতা হওয়ার কথা। এই একই বিন্দুতে অন্য কতকগুলি বর্ণের অনুরূপ সমীকরণ অনুসারে অবম বা কাছাকাছি তীব্রতা হইবে। ফলে গড় একটি মিশ্রিত রং দেখা যাইবে এবং পরপর অনেকগুলি বর্ণের উপস্থিতির জন্য এই বিন্দুর রং সাদা দেখা যাইবে। তবে এই অবস্থা হইবে সাধারণত কেন্দ্র হইতে ৫—১০টি ঝালর যাওয়ার পর। তাহার পূর্বে দেখা যাইবে যে কেন্দ্রের সাদা ঝালরের পর কয়েকটি রামধনু

রঙের ঝালর সৃষ্টি হইবে এবং যত উচ্চক্রমের ঝালরের দিকে যাওয়া যাইবে ততই তাহাদের স্পষ্টতা কমিয়া আসিতে থাকিবে ; শেষে আর আলোর তীব্রতার হ্রাসবৃদ্ধি থাকিবে না এবং সেস্থানে সমান তীব্রতার আলো দেখা যাইবে। অবশ্য যদিও এই সব স্থানে সাদা চোখে ব্যতিচার ঝালর দেখা যাইবে না, তবুও মনে করিবার কারণ নাই যে এখানে আলোর ব্যতিচার হইতেছে না। ব্যতিচারের অস্তিত্ব দেখাইবার জন্য বর্ণালি-বীক্ষণযন্ত্রের (spectrometer) পরীক্ষা করা যাইতে পারে। যদি এই সমান তীব্রতার আলো পর্দায় ফেলিয়া সেই পর্দার কোনও এক জায়গায় একটি সরু রেখাছিদ্র করিয়া আলো প্রেরণ করা হয় এবং এই প্রেরিত আলো বর্ণালি-বীক্ষণের রেখাছিদ্রকে আলোকিত করে তবে উহার অভিনেত্রের দৃষ্টিক্ষেত্রে বর্ণালি দেখা যাইবে। এই ক্ষেত্রে দেখা যাইবে যে দৃষ্টিক্ষেত্রে পর পর অনেকগুলি আলোকতরঙ্গের রেখা আছে এবং এই সব রেখার মাঝের স্থানে আলোর তীব্রতা শূন্য। পর্দায় রেখাছিদ্রের স্থানে যে সমস্ত আলোকতরঙ্গের তীব্রতা চরম হইবার কথা, তাহারা বর্ণালি-বীক্ষণের দৃষ্টিক্ষেত্রে রেখার সৃষ্টি করিয়াছে ; অপরদিকে যে সমস্ত তরঙ্গের পর্দার রেখা-ছিদ্রে তীব্রতা অবম হইবার কথা তাহারা দৃষ্টিক্ষেত্রে শূন্য আলোক তীব্রতার সৃষ্টি করিয়াছে। অভিনেত্রের দৃষ্টিক্ষেত্রে দেখা যাইবে যে সাদা আলোর ব্যতিচারের ক্ষেত্রে রেখাগুলি পর পর প্রায় সমান দূরত্বে বর্তমান এবং ইহাদের সংখ্যাও অনেক। সুতরাং বর্ণালির সমস্ত বিস্তার জুড়িয়া অনেকগুলি তরঙ্গদৈর্ঘ্যই পর্দার ঐ স্থানে উজ্জ্বল ঝালরের সৃষ্টি করিয়াছে এবং ইহাদের মিশ্রণের ফলে দৃশ্যতঃ সাদা আলোর সৃষ্টি হইয়াছে।

অবার্ণ ব্যতিচার-ঝালরের উৎপাদন (Production of achromatic interference fringes).

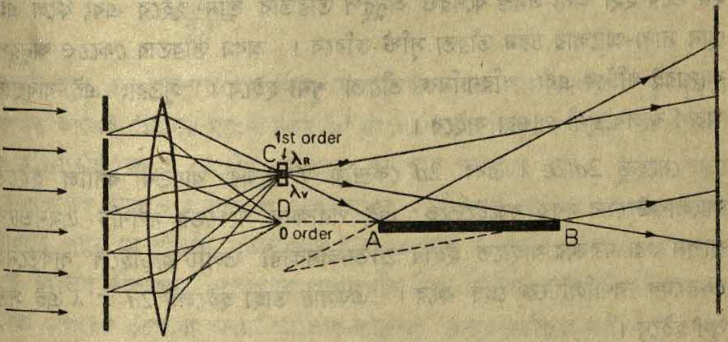
উপরের আলোচনা হইতে দেখা যাইতেছে যে সাদা আলো ব্যবহার করিলে শুধু কেন্দ্রীয় ঝালরটি সাদা হইবে। বাকিগুলি রামধনু রঙের হইবে এবং এইরূপ কয়েকটি ঝালরের পর আলোর তীব্রতা সমান (uniform) হইয়া যাইবে। ইহার কারণ অবশ্য সমীকরণ 2.25 হইতে সহজেই বুঝা যায়

$$\omega = \frac{D}{2d}\lambda$$

এখানে সমস্ত বর্ণের পক্ষেই D এবং $2d$ এক কিন্তু তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ প্রত্যেক বর্ণের ক্ষেত্রেই আলাদা। সুতরাং বিভিন্ন বর্ণের ঝালরের প্রস্থ আলাদা হওয়ায়

তাহারা মিশিয়া একাকার হইয়া যায় (jumbled up) এবং সাদা আলোর সৃষ্টি করে। কিন্তু যদি পরীক্ষার সময় এমন ব্যবস্থা করা যায় যে $\frac{\lambda}{2d}$ সংখ্যাটি ধ্রুবক হয় তবে সমস্ত বর্ণের ঝালরের প্রস্থই সমান হইবে এবং সমস্ত স্থান জুড়িয়া অবার্ণ (achromatic) ঝালরের সৃষ্টি হইবে। ইহার অর্থ এই যে প্রতিটি বর্ণের ক্ষেত্রেই উৎস দুইটির দূরত্ব $2d$ আলাদা হইবে এবং এই দূরত্বের তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ এর সমানুপাতে হ্রাসবৃদ্ধি হইবে যাহার ফলে $\frac{\lambda}{2d}$ সংখ্যাটি ধ্রুবক হইবে।

এইরূপ পরীক্ষা ব্যবস্থা লয়েডের দর্পণ এবং ব্যবর্তন-ঝাঝরির (diffraction grating) সমন্বয়ে তৈরী করা যাইতে পারে। (ঝাঝরির আলোচনা পরের অধ্যায়ে দ্রষ্টব্য)।



চিত্র ২.১৩

২.১৩ নং চিত্রে AB একটি লয়েডের দর্পণ। ইহার আলোকউৎস C হিসাবে ব্যবহার করা হইয়াছে একটি ব্যবর্তন-ঝাঝরির প্রথমক্রমের বর্ণালি (1st order spectrum). ব্যবর্তন ঝাঝরিটি সমান্তরাল সাদা আলোর রশ্মিদ্বারা আলোকিত হইয়াছে। (ব্যবর্তন-ঝাঝরি দ্বারা বর্ণালী উৎপাদনের আলোচনা ব্যবর্তনের অধ্যায়ে দ্রষ্টব্য) এই ব্যবর্তন-ঝাঝরির প্রথম ক্রমের বর্ণালিতে বিভিন্ন বর্ণের প্রতিবিম্ব কেন্দ্রীয় বর্ণালী D হইতে বিভিন্ন দূরত্বে সৃষ্ট হইবে এবং এই দূরত্ব $2d_\lambda$ সংগত (corresponding) তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ এর সমানুপাতিক হইবে। অর্থাৎ $2d_\lambda \propto \lambda = K\lambda$ [K=ধ্রুবক] ; এখানে $2d_\lambda$ ব্যতিচারী দুইটি আলোক উৎসের মধ্যের দূরত্ব। সুতরাং যদি লাল এবং বেগুনী তরঙ্গদৈর্ঘ্যের

মূল্য হয় λ_R ও λ_V এবং সংগত দূরত্ব লেখা হয় $2d_R$ ও $2d_V$, তবে লাল এবং বেগুনী ঝালরের প্রস্থ দাঁড়াইবে যথাক্রমে

$$w_R = \frac{D}{2d_R}\lambda_R = \frac{D\lambda_R}{K\lambda_R} = \frac{D}{K} = K'D\,;\ \text{এখানে } K' = \frac{1}{K} = \text{ধ্রুবক।}$$

$$w_V = \frac{D}{2d_V}\lambda_V = \frac{D\lambda_V}{K\lambda_V} = \frac{D}{K} = K'D. \qquad (2.37)$$

এবং এই সমীকরণ সমস্ত তরঙ্গদৈর্ঘ্যের বেলায়ই প্রযোজ্য হইবে।

সুতরাং দেখা যাইতেছে যে এই ব্যবস্থায় সমস্ত বর্ণের ঝালরের প্রস্থই এক হইবে। কাজেই এখন আর মিশ্রণের ফলে সমান রং উৎপন্ন হওয়ার কারণ থাকিবে না। পর্দার যে কোনও বিন্দুতে সমস্ত রঙের পথ-দূরত্বই তরঙ্গদৈর্ঘ্যের একই গুণক হইবে। সুতরাং এই বিন্দু যদি একটি বর্ণের চরম তীব্রতার স্থান হয় তবে ইহা অন্য সমস্ত বর্ণেরও অনুরূপ তীব্রতার স্থান হইবে এবং ফলে এই স্থান সাদা-আলোর চরম তীব্রতা সৃষ্টি করিবে। অবম তীব্রতার ক্ষেত্রেও অনুরূপ ব্যাপারই ঘটিবে এবং পরিণামিক তীব্রতা শূন্য হইবে। সুতরাং এই ব্যবস্থায় অবার্ণ ঝালরশ্রেণী পাওয়া যাইবে।

যেহেতু $2d \propto \lambda$ এবং $2d$ কেন্দ্রীয় O-ক্রমের ব্যবর্তন বর্ণালি হইতে আলোকউৎসের দূরত্ব বুঝাইতেছে, এই পরীক্ষায় লয়েডের দর্পণটি এমনভাবে স্থাপন করা দরকার যাহাতে ইহার প্রতিফলনকারী তলটি বাড়াইলে ব্যবর্তনের O-ক্রমের বর্ণালিটিকে ছেদ করে। একমাত্র তাহা হইলেই $2d \propto \lambda$ এই সর্ত পূর্ণ হইবে।

এই পরীক্ষায় ব্যবর্তন-ঝাঝরির পরিবর্তে প্রিজ্‌ম্‌ও ব্যবহার করা যাইতে পারে। প্রিজ্‌মের বর্ণালি আলোক-উৎস হিসাবে এমনভাবে ব্যবহার করিতে হইবে যাহাতে $\dfrac{\lambda}{2d}$ ধ্রুবক হয়। তবে এই সর্তটি প্রিজ্‌মের বর্ণালীদ্বারা সম্পূর্ণরূপে পূরণ করা যায় না বলিয়া প্রিজ্‌মের সাহায্যে উৎপন্ন ব্যতিচার-ঝালর ব্যবর্তন ঝালরের ন্যায় নিখুঁতরূপে অবার্ণ হয় না।

আলোকউৎসের সংগত বিন্দুসমূহ (Corresponding points of the source).

ইয়ংএর পরীক্ষায় ব্যতিচারী আলোকউৎস দুইটি একটি আলোকউৎস হইতে উৎপন্ন হয়। ফ্রেনেলের যুগ্ম-প্রিজ্‌ম্ এবং যুগ্ম-দর্পণের ক্ষেত্রে উৎসদ্বয় একই উৎসের প্রতিবিম্ব এবং সেজন্য তাহারা একইরকম। সুতরাং এখানে একই

আলোকবিন্দু হইতে দুইটি সংসক্ত বিন্দুর সৃষ্টি হয় যাহা ব্যতিচার ঝালর সৃষ্টির পক্ষে অপরিহার্য্য। চিত্র ২.৪ এবং ২.৮ হইতে দেখা যায় যে ব্যতিচারী উৎস দুইটির পরস্পরের দক্ষিণ দিকের বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে সংগতি (correspondence) থাকে এবং একটি উৎসের বামদিকের বিন্দুর সহিত অন্যটির বাম দিকের বিন্দুর সংগতি বর্তমান। কিন্তু লয়েডের দর্পণের ক্ষেত্রে এ ব্যাপারে কিছু পার্থক্য আছে। এখানে যেহেতু ব্যতিচারী আলোকউৎস দুইটির একটি অন্যটির দর্পণে প্রতিফলিত প্রতিবিম্ব, সেজন্য একটি উৎসের বামদিকের বিন্দু অন্য উৎসটির ডানদিকের বিন্দুর সহিত সংগতি রক্ষা করে।

আর দুইটি সংগত বিন্দুর মধ্যেই ব্যতিচারের ফলে ঝালরের সৃষ্টি হয়। কাজেই এখানে এই কারণে ঝালরের প্রস্থ এই দুই বিন্দুর সৃষ্ট ব্যতিচারের বেলায় আলাদা হইবে। আমরা জানি ঝালরের প্রস্থ দাঁড়ায়

$$w = \frac{D}{2d}\lambda$$

যুগ্ম-প্রিজ্‌ম্ এবং যুগ্ম-দর্পণের ক্ষেত্রে যেহেতু উৎসদ্বয়ের বামদিকের বিন্দু দুইটি সংগত কাজেই ইহাদের মধ্যের দূরত্ব $2d$ উৎসের সমস্ত বিন্দুর ক্ষেত্রেই এক থাকে। তবে প্রতিটি বিন্দুর কেন্দ্রীয় ঝালরের অবস্থান আলাদা হয়। যদি সমস্ত রেখাছিদ্রকে একগুচ্ছ সমান্তরাল সরলরেখার সমষ্টি বলিয়া ধরা হয় তবে ভাবা যাইতে পারে যে প্রতিটি সরলরেখার জন্য একগুচ্ছ ঝালরের উৎপত্তি হইবে। এই বিভিন্ন ঝালরগুচ্ছ পরস্পরের পাশাপাশি কিছু সরিয়া অবস্থান করিবে যার ফলে ঝালরের চরম বা অবম আলোক-তীব্রতার প্রসার বাড়িয়া যাইবে। বলা যায় যে প্রতিটি ঝালরগুচ্ছ তাহার পাশের ঝালরগুচ্ছের তুলনায় আপেক্ষিকভাবে সরিয়া যাইবে এবং ঝালরের প্রসার বাড়াইয়া দিবে। ইহার ফলে ঝালরের আলোর তীব্রতার বৈষম্য কমিয়া যাইবে এবং সঙ্গে সঙ্গে তাহাদের স্পষ্টতাও হ্রাস পাইবে।

অপরপক্ষে লয়েডের দর্পণের ক্ষেত্রে একটি উৎসের বামদিকের বিন্দু অপর উৎসের ডানদিকের বিন্দুর সহিত সংগতি রক্ষা করে। এর ফলে প্রাথমিক উৎসের প্রতিটি বিন্দুর জন্য $2d$ আলাদা হয় এবং ঝালরের প্রস্থ এই কারণের জন্য আলাদা হয়। এই প্রস্থের পরিবর্তন উচ্চক্রমের ঝালরের স্পষ্টতা নষ্ট করে। যদি কেন্দ্র হইতে m ক্রমের ঝালরের দূরত্ব হয় x_m, তবে

$$x_m = \frac{D}{2d} m\lambda$$

এবং প্রস্থের পরিবর্তনের জন্য যদি এই দূরত্বের পরিবর্তন ধরা হয় δx তবে লেখা যায়

$$\delta x = -\frac{D}{2} m\lambda \frac{\delta d}{d^2} = -\frac{D}{2d} m\lambda \frac{\delta d}{d} \tag{2.38}$$

$$\therefore \quad w = \frac{D}{2d} \lambda$$

$$\therefore \quad \delta x = -mw\frac{\delta d}{d}$$

বা $$\frac{dx}{w} = -m\frac{\delta d}{d} \tag{2.39}$$

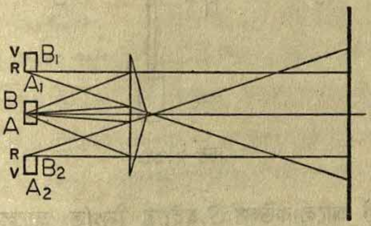
δx দ্বারা একটি m ক্রমের ঝালরের দূরত্বের পরিবর্তন বুঝান হইয়াছে। সুতরাং এই পরিবর্তন যত বেশী হইবে ঝালরের স্পষ্টতাও তত কমিবে এবং δx যদি w এর সমান হয় তবে সমস্ত দৃষ্টিক্ষেত্রই সমান আলোয় ভরিয়া যাইবে এবং ঝালর সম্পূর্ণ অদৃশ্য হইবে। কাজেই $\frac{\delta x}{w}$ যত কম হইবে তত ঝালরের স্পষ্টতা বাড়িতে থাকিবে। আবার দেখা যাইতেছে যে $\frac{\delta x}{w}$ m এর সমানুপাতিক অর্থাৎ m যত বেশী হইবে $\frac{\delta x}{w}$ ও ততই বাড়িবে। উপরের সমীকরণ 2.39 হইতে দেখা যায় যে যদি উচ্চক্রমের ঝালর স্পষ্টরূপে দেখিতে হয় তবে δd এর মান খুবই কম হওয়া দরকার। ইহার অর্থ δd এর মান বেশী হইলে বিশেষ করিয়া উচ্চক্রমের ঝালরের স্পষ্টতা কমিয়া আসিতে থাকিবে। বলা বাহুল্য δd রেখাছিদ্রের প্রস্থের সমানুপাতিক। তবে লয়েড-দর্পণের ঝালরগুলি শূন্য-ক্রমের (Zero-order) পরিপ্রেক্ষিতে প্রতিসমরূপে (Symmetrically) সৃষ্ট হয়। সুতরাং শূন্য-ক্রমের ঝালরের ক্ষেত্রে সমস্ত ঝালরই একই জায়গায় পড়িবে এবং রেখাছিদ্রের প্রস্থ এই ঝালরের স্পষ্টতা নষ্ট করিবে না এবং সাদা আলো ব্যবহার করিলেও এই ঝালরটি অবার্ণ হইবে। শুধু উচ্চক্রমের ঝালরের বেলায় রেখাছিদ্রের প্রস্থ ক্রমশ বেশী অসুবিধা সৃষ্টি করিবে যেটা যুগ্ম-প্রিজ্‌মের ক্ষেত্রে ঘটিবে না ; এবং সাদা আলোর ক্ষেত্রে এই ঝালরটি ঠিক অবার্ণ হইবে না।

কিন্তু যুগ্ম-প্রিজ্‌মের ক্ষেত্রে আলোর বিচ্ছুরণের জন্য অসুবিধার সৃষ্টি হইবে। যদি সাদা আলো ব্যবহার করা হয় তবে প্রিজ্‌মের ভিতর দিয়া যাইবার সময় বিচ্ছুরণের জন্য ব্যতিচারী আলোকউৎসগুলি আলাদা হইয়া যাইবে। যদি

লাল এবং বেগুনী আলোর কথা ধরা যায় তবে ইহাদের ক্ষেত্রে আলোর উৎস দুইটির দূরত্ব আলাদা হইবে। সুতরাং যদি কেন্দ্র হইতে m ক্রমের ঝালরের দূরত্ব x_m হয় তবে লেখা যায়

$$x_m(\text{red}) = \frac{D}{2d\ \text{red}} \lambda\ \text{red}\ ;\ \ x_m(\text{violet}) = \frac{D}{2d\ \text{violet}} \lambda\ \text{violet} \qquad (2.40)$$

λ red λ violet হইতে বড় ; অন্যদিকে $2d$ violet $2d$ red হইতে বড়। সুতরাং শুধু তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পরিবর্তনের জন্য x_m এর যতটা পরিবর্তন হইবে



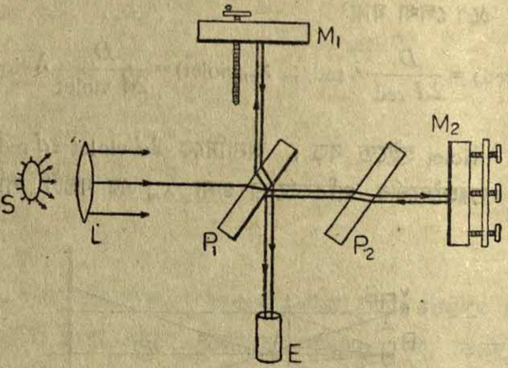
চিত্র ২.১৪

$2d$ এর প্রভাব সেই পরিবর্তনকে আরও বৃদ্ধি করিবে এবং ইহার ফলে সাদা আলোর ক্ষেত্রে ঝালর শ্রেণীর স্পষ্টতা আরও কমিয়া যাইবে।

মাইকেলসনের ব্যতিচার-মাপক (Michelson's Interferometer).

মাইকেলসনের ব্যতিচারমাপক যন্ত্র ব্যতিচারের পরীক্ষার প্রয়োগের একটি অতি সুন্দর গুরুত্বপূর্ণ দৃষ্টান্ত। মাইকেলসনের মত খ্যাতিমান বৈজ্ঞানিকের দ্বারা আবিষ্কৃত এই যন্ত্র অতি বিখ্যাত সব পরীক্ষায় প্রযুক্ত হইয়াছে। এই যন্ত্রে একটি আলোকরশ্মি প্রতিফলন এবং প্রেরণ (transmission) দ্বারা দুইভাগে ভাগ হইয়া যায় এবং দুটি দর্পণে প্রতিফলিত হইয়া আবার আসিয়া একত্রিত হয়। এর ফলে এই দুইটি সংসক্ত আলোকরশ্মির মধ্যে ব্যতিচার হয় এবং ঝালরের সৃষ্টি হয়। এ পর্যন্ত যে সমস্ত ব্যতিচার উৎপাদক যন্ত্রের বর্ণনা দেওয়া হইয়াছে সে সমস্ত ক্ষেত্রেই তরঙ্গমুখের বিভাজন (division of wave front) দ্বারা ব্যতিচারী রশ্মিদ্বয়ের উদ্ভব হইয়াছে। সুতরাং এইগুলিকে বলা যায় তরঙ্গমুখ-বিভাজন দ্বারা উৎপন্ন ব্যতিচার ঝালর। কিন্তু মাইকেলসনের ব্যতিচারমাপক যন্ত্রের ক্ষেত্রে দেখা যাইতেছে যে এই ক্ষেত্রে তরঙ্গের বিস্তার বিভাজনের (division of amplitude) দ্বারা ব্যতিচারী রশ্মিদ্বয়ের সৃষ্টি

হইয়াছে। কাজেই এই প্রণালীতে উৎপন্ন ঝালরকে বিস্তার-বিভাজন দ্বারা উৎপন্ন ঝালররূপে শ্রেণীবদ্ধ করা যায়।



চিত্র ২.১৫

এই যন্ত্রে একটি আলোকউৎস S হইতে নির্গত আলোকরশ্মি উত্তল লেন্স L দ্বারা একগুচ্ছ সমান্তরাল আলোকরশ্মিতে পরিণত হয়; বলা বাহুল্য S উৎসটি লেন্স L এর ফোকাসতলে অবস্থিত। এইরূপ চওড়া ও সমান্তরাল আলোকরশ্মির প্রয়োজন পরে ব্যাখ্যা করা হইবে। এই রশ্মি আসিয়া একটি সমতল ও সমান্তরাল কাচের প্লেট P_1 এর উপর আপতিত হয়। এই আলোকের একটি রশ্মির কথা যদি ধরা হয় তবে এই রশ্মিটি কাচের প্লেটে প্রতিফলিত ও প্রেরিত হইবে। এই প্রক্রিয়ায় আলোকরশ্মির বিস্তারের বিভাজন হইবে। রশ্মিটির একাংশ সোজা কাচের প্লেট P_1 এর মধ্য দিয়া প্রেরিত হইয়া একটি সমতল দর্পণ M_2 এর উপর পড়ে এবং সেখানে প্রতিফলিত হইয়া আবার পূর্বপথে ফিরিয়া আসিয়া P_1 এর উপর পড়ে ও সেখানে আবার প্রতিফলিত হইয়া অভিনেত্র E তে প্রবেশ করে। রশ্মির অপর অংশ P_1 এর ভিতরে প্রবেশ করে এবং ইহার পিছনের তল হইতে প্রতিফলিত হইয়া P_1 হইতে বাহির হইয়া অন্য একটি সমতল দর্পণ M_1 এর উপর আপতিত হয়। এই দর্পণ M_1 এ প্রতিফলিত হইয়া রশ্মিটি দ্বিতীয়বার কাচের প্লেট P_1 এর মধ্য দিয়া অভিনেত্রের ভিতরে প্রবেশ করে। অবশ্য এই দুইটি রশ্মি ভিন্ন প্রতিফলন দ্বারা অন্যান্য রশ্মিরও সৃষ্টি হয় কিন্তু ইহাদের তীব্রতা খুব কম হওয়ায় তাহাদের সৃষ্ট ব্যতিচার বাস্তবে দৃষ্টিগোচর হয় না। মূল উপাংশ (component) রশ্মিদ্বয়ের তীব্রতা যাহাতে মোটামুটি সমান হয় সেজন্য কাচের প্লেট P_1 এর পিছনের তলে খুব পাতলা করিয়া একটি রূপার

স্তর দেওয়া থাকে। ইহা না হইলে অভিনেত্রে যে দুইটি প্রধান উপাংশ প্রবেশ করে তাহাদের তীব্রতা খুব কম হয় এবং ব্যতিচার ঝালর খুব অস্পষ্টরূপে দেখা যায়। P_2 P_1 এর অনুরূপ আর একটি কাচের প্লেট, তবে ইহাতে রূপার প্রলেপ নাই। এই প্লেটটিকে পরিপূরক (compensator) বলা হয়। ইহার কাজ হইল কাচের প্লেট P_1 এর মধ্য দিয়া গমনকারী রশ্মি দুইটির আলোক পথ (optical path) যথাসম্ভব একরকম করা। চিত্র নং ২.১৫ হইতে দেখা যায় যে রশ্মিটি M_1 দর্পণে যাইতেছে সেটি P_1 প্লেটটি তিনবার অতিক্রম (traverse) করিতেছে ; সে জায়গায় যে রশ্মিটি M_2 দর্পণে যাইতেছে সেটি P_1 একবার অতিক্রম করিতেছে। সেইজন্য এই দ্বিতীয় রশ্মিটি কাচের প্লেট P_2 এর ভিতর দিয়া আরও দুইবার যায় যাহাতে আলোক পথ দুইটি মোটামুটি একরকম হয়। যে রশ্মিটি দুইটি ব্যতিচারী রশ্মিতে বিভক্ত হয় তাহারা একটি রশ্মি হইতে উদ্ভূত বলিয়া পরস্পর সংসক্ত। সুতরাং ইহারা ব্যতিচার-উৎপাদনের প্রথম এবং প্রধান সর্ত পালন করিতেছে বলিয়া ইহাদের অধিস্থাপনের ফলে ব্যতিচার ঝালর উৎপন্ন হইবে। রশ্মি দুইটির আলোক পথ সমান বা প্রায় সমান হওয়া প্রয়োজন বলিয়া (বিশেষতঃ সাদা-আলোর ব্যতিচার-ঝালর সৃষ্টি করিতে হইলে) P_1 প্লেটের পিছনদিকের তল হইতে দর্পণ দুইটি M_1 এবং M_2 এর দূরত্ব মোটামুটি সমান করা দরকার। ইহা করিবার জন্য M_1 দর্পণটি একটি সূক্ষ্ম স্ক্রু এর সাহায্যে নিজের তলের সমান্তরালভাবে নড়ানো যায় এবং এই সরানোর পরিমাণ ঐ স্ক্রু এর সঙ্গে সংলগ্ন স্কেল হইতে নির্ণয় করা যায়। ইহা ছাড়াও বৃত্তাকার (circular) ব্যতিচার ঝালর সৃষ্টির জন্য দর্পণ দুইটি পরস্পরের সহিত উল্লম্বভাবে অবস্থান করা আবশ্যক। এই ধাপটি সম্পন্ন করিবার জন্য দ্বিতীয় দর্পণ M_2 বিভিন্ন তলে নড়াইবার তিনটি স্ক্রু আছে যেগুলির সাহায্যে M_2 কে M_1 এর সহিত উল্লম্ব অবস্থানে আনা যায়। এবং এই স্ক্রুগুলির সাহায্যেই আবার প্রয়োজনমত ইহার অবস্থান এমনভাবে পরিবর্তন করা যায় যাহাতে ইহার তল M_1 এর তলকে একটি সরলরেখায় খণ্ডিত করে।

মাইকেলসনের ব্যতিচার মাপকের সমঞ্জন করণ (adjustment of the Michelson interferometer).

প্রথমে M_1 এবং M_2 দর্পণ দুইটি হইতে P_1 প্লেটের পিছনদিকের তল (রূপার প্রলেপ দেওয়া) পর্যন্ত দূরত্ব প্রায় সমান করিতে হইবে এবং এই উদ্দেশ্যে স্ক্রু এর সাহায্যে M_1 দর্পণটি প্রয়োজনমত নড়াইতে হইবে। এই

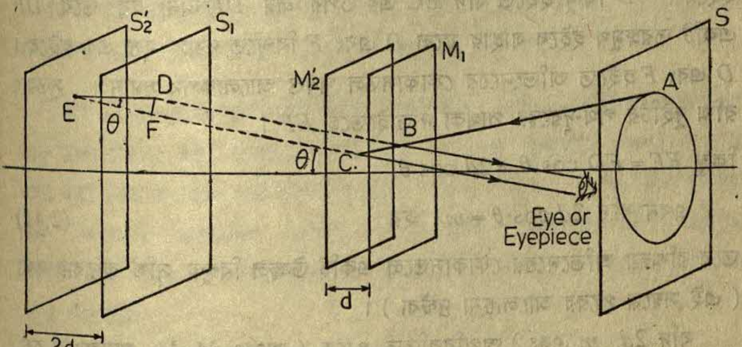
দুইটি দূরত্ব যেন 2-3 মিলিমিটারের বেশী তফাৎ না হয়। এই অবস্থায় চক্ষুর সাহায্যে M_1 এবং M_2 পরস্পরের সহিত মোটামুটি উল্লম্ব অবস্থানে আনিতে হইবে। ইহার পরে লেন্স L এবং অভিনেত্র E সরাইয়া S এর স্থানে একটি উজ্জ্বল ক্ষুদ্র আলোকউৎস বসাইয়া অভিনেত্র E এর স্থান হইতে M_1 দর্পণের দিকে সোজা তাকাইতে হইবে যাহাতে ঐ দর্পণে আলোকউৎসটির প্রতিবিম্ব দেখা যায়। সাধারণত M_1 এবং M_2 পরস্পরের সহিত সম্পূর্ণ উল্লম্বভাবে না অবস্থান করায় M_1 দর্পণে দুইটি প্রতিবিম্ব দেখা যাইবে। পূর্ববর্ণিত কারণে P_1 এর বিভিন্ন তল হইতে প্রতিফলনের ফলে আরও প্রতিবিম্ব দেখা যাইবে কিন্তু P_1 এর পিছনের তলে ঠিকমত রূপার প্রলেপ দেওয়া থাকিলে কেবলমাত্র দুইটি প্রতিবিম্বই (চিত্রে যে দুইটি রশ্মি দেখান হইয়াছে সেই দুইটি দ্বারা সৃষ্ট) উজ্জ্বল দেখা যাইবে। এইবার M_2 দর্পণের পিছনদিকের স্ক্রুএর সাহায্যে এই প্রতিবিম্ব দুইটি পরস্পরের সহিত মিশাইয়া দিতে হইবে। যখন ইহারা মিশিয়া যাইবে তখন M_1 এবং M_2 দর্পণ দুইটি পরস্পরের সহিত উল্লম্বভাবে অবস্থিত হয়।

সমঞ্জনের এই ধাপের পর এইবার আলোকউৎস S এবং লেন্স L বসাইয়া আবার প্লেট P_1 এর মধ্য দিয়া M_1 দর্পণের দিকে দেখিতে হইবে। এই অবস্থায় একবর্ণের (monochromatic) আলো ব্যবহার করা প্রয়োজন। এইবার M_1 দর্পণে ব্যতিচার ঝালর দেখা যাইবার কথা। কিন্তু ঝালরগুলি খুব সুস্পষ্টরূপে দৃষ্ট নাও হইতে পারে। M_2 দর্পণটি ইহার পিছনের স্ক্রুএর সাহায্যে সমঞ্জন করিয়া M_1 এর সঙ্গে খুব সঠিকভাবে উল্লম্ব অবস্থানে আনিতে হইবে। ইহা করা হইলে দৃষ্টিক্ষেত্রে এককেন্দ্রীয় (concentric) বৃত্তীয় ঝালর-শ্রেণী দেখা যাইবে। এই ঝালরশ্রেণীর প্রস্থ খুব কম হইতে পারে এবং ইহাদের কেন্দ্র দৃষ্টিক্ষেত্রের বাহিরে থাকিতে পারে। M_1 দর্পণটি (এবং প্রয়োজন হইলে M_2 দর্পণটিও ঘুরাইয়া) আগে পিছনে আনিয়া এই ঝালরের প্রস্থ সুবিধামত বাড়াইতে হইবে এবং ঝালরের কেন্দ্র দৃষ্টিক্ষেত্রের মাঝামাঝি জায়গায় আনিতে হইবে। এই অবস্থায় চক্ষু উপরে নীচে বা ডাইনে বায়ে সরাইলে হয়তো দেখা যাইবে যে ঝালরের ব্যাসের পরিবর্তন হইতেছে। M_2 দর্পণের স্ক্রুগুলি সমঞ্জন করিয়া এই ব্যাসের পরিবর্তন দূর করা দরকার। এজন্য অবশ্য M_1 দর্পণও M_2 এর সঙ্গে পর্যায়ক্রমে নড়াইতে হইতে পারে। যদি সাদা আলোর ঝালর উৎপন্ন করিতে হয় তবে S এর স্থানে সাদা আলোর উৎস বসাইয়া নিলেই চলিবে। একবর্ণের ঝালর উৎপাদনের জন্য সোডিয়াম বাষ্পের বাতি ব্যবহার করা সুবিধাজনক। বিকল্প ব্যবস্থায় পারদবাষ্পের

বাতি ব্যবহার করিয়া ফিলটারের সাহায্যে ইহার সবুজ তরঙ্গ আলাদা করিয়া নেওয়া যায়। সুস্পষ্ট ঝালর উৎপাদনের পর পরিমাপের জন্য এইবার অভিনেত্র E ঠিকমত জায়গায় বসাইয়া নিতে হইবে।

বৃত্তীয় ঝালরের উৎপাদন (Production of circular fringes).

মাইকেলসনের ব্যতিচারমাপক যন্ত্রে পরীক্ষার কাজে বৃত্তীয় ঝালরই সর্বাধিক ব্যবহৃত হইয়া থাকে; এজন্য এই ঝালর স্বভাবতই সর্বাপেক্ষা গুরুত্বপূর্ণ। এইগুলি উৎপন্ন করিতে হইলে একবর্ণের আলোকউৎস ব্যবহার করিতে হয় এবং দর্পণ দুইটির সমঞ্জন সঠিক হওয়া প্রয়োজন। বিশেষতঃ ইহাদের তল পরস্পরের সহিত উল্লম্ব অবস্থানে রাখিতে হইবে। সংশ্লিষ্ট চিত্র নং ২.১৬ হইতে ইহাদের উৎপত্তির কারণ বুঝিতে পারা যাইবে।



চিত্র ২.১৬

কাচের প্লেট P_1 এ প্রতিফলনের দরুণ ধরা যায় যে আলোকউৎস S অভিনেত্র E এর পিছন দিকে অবস্থিত। এই উৎসের একটি বিন্দু A হইতে একটি আলোকরশ্মি দর্পণ M_1 এ পড়িতেছে এবং প্রতিফলিত হইয়া অভিনেত্রের দিকে আসিতেছে এবং এই প্রক্রিয়ায় উৎসের একটি অসদ্ প্রতিবিম্ব S_1 এর সৃষ্টি করিতেছে। আবার P_1এ প্রতিফলনের ফলে M_2 দর্পণটি M_2' অবস্থানে থাকিবে বলিয়া ধরা যায়। যে আলোকরশ্মিটি M_1 দর্পণে প্রতিফলিত হইয়াছে তাহার একাংশ M_2' এও প্রতিফলিত হইবে এবং অভিনেত্রের দিকে আসিবে। এই M_2'এ প্রতিফলনের ফলে রশ্মিটি আলোকউৎস S এর একটি অসদ্ প্রতিবিম্ব S_2' উৎপন্ন করিবে। সুতরাং মনে হইবে যে ঐ অসদ্ প্রতিবিম্ব S_1 ও S_2' এর দুইটি বিন্দু D এবং E (A

বিন্দুর সংগত বিন্দুদ্বয়) হইতে দুইটি রশ্মি DB এবং EC অভিনেত্রের দিকে আসিতেছে। P_1 প্লেটের তল হইতে M_1 এবং M_2 দর্পণের দূরত্বের পার্থক্য যদি d হয় তবে S_1 এবং S_2' এর মধ্যের দূরত্ব স্বভাবতই $2d$ হইবে। যদি সমঞ্জন সঠিকমত করা হয় তবে M_1 এবং M_2' সমান্তরাল থাকিবে। ইহার ফলে অভিনেত্রগামী রশ্মিদ্বয়ও সমান্তরাল হইবে। এই রশ্মি দুইটি সংসক্ত হওয়ার ফলে ব্যতিচার উৎপন্ন করিবে এবং চোখের রেটিনায় অথবা অভিনেত্রের ফোকাসতলে A বিন্দুর জন্য একটি ব্যতিচারী বিন্দুর সৃষ্টি হইবে। এই বিন্দুতে আলোর তীব্রতা নির্ভর করিবে ব্যতিচারী রশ্মি দুইটির আলোক-পথের দূরত্বের পার্থক্যের উপর। উপরের চিত্র হইতে দেখা যায় যে সংসক্ত বিন্দু দুইটি E এবং D এর দূরত্ব $2d$. যদি A হইতে আলোকরশ্মি দর্পণের উপর θ কোণে আপতিত হয় তবে ED এবং EC এর মধ্যের কোণও θ হইবে। D বিন্দু হইতে যদি EC এর উপর লম্ব DF টানা হয় তবে DF একটি তরঙ্গমুখ হইবে যাহার ফলে D এবং F বিন্দুতে দশার মূল্য এক হইবে। D এবং F হইতে অভিনেত্রের ফোকাসতল পর্যন্ত আলোকপথ সমান। সুতরাং রশ্মি দুইটির পথ-দূরত্বের পার্থক্য দাড়াইতেছে EF।

কিন্তু $EF = ED\cos\theta = 2d\cos\theta.$

এখন যদি $2d\cos\theta = m\lambda$ হয় (2.41)

তবে রশ্মিদ্বয় অভিনেত্রের ফোকাসতলে একটি উজ্জ্বল বিন্দুর সৃষ্টি করিবার কথা (এই সম্বন্ধে পরের আলোচনা দ্রষ্টব্য)।

যদি $2d$, m এবং λ অপরিবর্তিত থাকে (অর্থাৎ M_1M_2 সমান্তরাল হয়, আলো একবর্ণের হয় এবং m ক্রমের একটি ঝালরের কথাই বিবেচনা করা হয়) তবে এই ব্যতিচারী উজ্জ্বল বিন্দুর সঞ্চারপথ (locus) দাড়াইবে এমন একটি বৃত্ত যাহার কেন্দ্র হইবে চক্ষু হইতে দর্পণের উপর অঙ্কিত একটি লম্বের মিলনস্থল। যদি θ কোণের পরিবর্তন করা যায় অর্থাৎ অন্য কোণে আপতিত একটি রশ্মির কথা চিন্তা করা যায় তবে একটি ভিন্ন θ মূল্যের কোণের জন্য অন্য m এর ক্ষেত্রে আবার এই সমীকরণ সিদ্ধ হইবে এবং অন্য ব্যাসের আর একটি বৃত্ত পাওয়া যাইবে। এইরূপে বৃত্তীয় একশ্রেণী ঝালর উৎপন্ন হইবে এবং ইহাদের প্রত্যেকেরই কেন্দ্রবিন্দু একই হইবে।

পূর্বেই বলা হইয়াছে যে এই যন্ত্রে ব্যতিচারঝালর সুষ্ঠুরূপে উৎপাদন করিতে হইলে একটি বিস্তৃত আলোকউৎস ব্যবহার করা অত্যাবশ্যক। এই ব্যাপারটি ইয়ংএর, ফ্রেনেলের বা লয়েডের পরীক্ষার সম্পূর্ণ বিপরীত। ইহার কারণ

চিত্র ২.১৬ হইতে সহজেই বুঝিতে পারা যায়। A বিন্দু হইতে যে আলোক-রশ্মি θ কোণে দর্পণের উপর পড়িতেছে সেইটিই কেবল m ক্রমের ঝালর উৎপন্ন করিতেছে এবং অন্য কোণে আপতিত রশ্মি ইহাতে অংশ গ্রহণ করিতেছে না। আর এই রশ্মি অভিনেত্রের ফোকাসতলে মাত্র একটি বিন্দুই উৎপন্ন করিতেছে। এই ব্যতিচারীবিন্দুর সঞ্চারপথ দেখা গিয়াছে একটি বৃত্ত। এই বৃত্তের একটি বিন্দুই শুধু A হইতে নির্গতরশ্মি দ্বারা সৃষ্ট হইবে। সমস্ত বৃত্তটি সম্পূর্ণ করিতে হইলে Aর মধ্য দিয়া আলোকউৎসে একটি বৃত্ত আঁকিলে তাহার পরিধির (circumference) বিভিন্ন অংশ হইতে রশ্মিসমূহ আসা প্রয়োজন। অন্য একটি বৃত্তীয় ঝালর উৎপন্ন হইবে আর একটি অনুরূপ কিন্তু ভিন্ন ব্যাসের বৃত্তের পরিধির বিন্দুসমূহ হইতে নির্গত আলোক দ্বারা। সুতরাং দেখা যাইতেছে যে সুস্পষ্ট এবং সম্পূর্ণ ঝালরশ্রেণী সৃষ্টি করিতে হইলে একটি প্রশস্ত আলোকউৎস দরকার অর্থাৎ ইহা হইতে নির্গত আলোকরশ্মি সমান্তরাল হইয়া কাচের প্লেট P_1 এর উপর পড়া প্রয়োজন।

যদি কেন্দ্র হইতে বাহিরের দিকে বৃত্তশ্রেণীর কোনও একটি ব্যাসার্ধ টানা যায় তাহা হইলে এই সরলরেখায় আলোর তীব্রতার হ্রাসবৃদ্ধি দেখা যাইবে এবং ইহা চরম ও অবম তীব্রতার মধ্য দিয়া গমন করিবে। কি নিয়মানুসারে এই তীব্রতার পরিবর্তন হইবে তাহা দশা পার্থক্যের রাশি হইতে নির্ণয় করা যায়। দেখা গিয়াছে যে রশ্মি দুইটির পথদূরত্বের পার্থক্য $\triangle x$ হইতেছে

$$\triangle x = 2d \cos \theta.$$

আবার দশা-পার্থক্য $\triangle \phi = \frac{2\pi}{\lambda} 2d \cos \theta = \frac{4\pi d \cos \theta}{\lambda}.$

$$I = 4a^2 \cos^2 \frac{\triangle \phi}{2}$$ [যেখানে a তরঙ্গের বিস্তার]

সুতরাং $$\frac{2d \cos \theta}{\lambda} = m. \tag{2.42}$$

অথবা $$\frac{2d \cos \theta}{\lambda} = (m + \tfrac{1}{2}) \tag{2.43}$$

এই দুইটি সমীকরণ বৃত্তাকার ঝালরের ব্যাসার্ধের উপর আলোর তীব্রতার চরম এবং অবম অবস্থানের নির্ণয় করিবে।

M_1 দর্পণটি সরাইয়া যদি d দূরত্ব হ্রাসবৃদ্ধি করা যায় তবে ঝালরের প্রস্থও

অনুরূপভাবে পরিবর্তিত হইবে। ইহার কারণ নিম্নলিখিত বিবেচনা দ্বারা বুঝা যায়।

$$2d \cos \theta_1 = m_1 \lambda$$
$$2d \cos \theta_2 = (m_1 - 1)\lambda$$

এই সমীকরণদ্বয়ে m_1 ক্রমের ঝালর θ_1 কোণে উৎপন্ন হইতেছে এবং ঠিক ইহার বাহিরের $(m_1 - 1)$ ক্রমের ঝালর θ_2 কোণে উৎপন্ন হইতেছে। এখানে $\theta_2 > \theta_1$.

$$\therefore \quad 2d(\cos \theta_1 - \cos \theta_2) = \lambda \qquad \ldots \quad 2.44$$

যদি d দূরত্ব কমানো যায় তবে এই সমীকরণ সিদ্ধ করিতে $(\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$ এই গুণকটি বাড়াইতে হইবে। যদি θ_1 কোণ অপরিবর্তিত ধরা যায় তবে θ_2 এবং θ_1 এর পার্থক্য যত বাড়িবে $(\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$ গুণকের মানও তত বাড়িবে। সুতরাং সমীকরণ বজায় রাখিবার কারণেই θ_1 এবং θ_2 কোণের মধ্যের পার্থক্য বৃদ্ধি পাইবে। আর এই কোণ দুইটির পার্থক্যের সহিত ঝালরের প্রস্থ সমানুপাতিকরূপে সংযুক্ত; ইহাদের পার্থক্য বাড়িলে ঝালরের প্রস্থ বাড়িবে এবং কমিলে ঝালরের প্রস্থও কমিবে। সুতরাং আলোচ্য ক্ষেত্রে d দূরত্ব কমাইলে ঝালরের প্রস্থ বাড়িবে। অনুরূপ কারণে d দূরত্ব বাড়াইলে ঝালরের প্রস্থ কমিবে এবং এইগুলি বেশী ঘেষাঘেষি করিয়া সৃষ্ট হইবে।

এই একই কারণে d দূরত্ব ক্রমাগত কমাইলে কেন্দ্রের নিকটতম বৃত্তীয় ঝালরের ব্যাস কমিতে থাকিবে এবং ইহা কেন্দ্রস্থলে সঙ্কুচিত হইতে হইতে শেষে অদৃশ্য হইবে। এই প্রক্রিয়া চলার ফলে ক্রমশ বাহিরের দিকের ঝালর সঙ্কুচিত হইয়া কেন্দ্রে অদৃশ্য হইয়া যাইবে। d দূরত্ব কতটা কমাইলে একটি ঝালরের কেন্দ্রে অবলুপ্তি ঘটিবে তাহা সহজেই বাহির করা যায়। কেন্দ্রের ঝালরের ক্ষেত্রে $\theta = 0$. সুতরাং লেখা যায়

$$2d_1 = m_1\lambda\,; \;\; 2d_2 = (m_1 - 1)\lambda \qquad \ldots \quad 2.45$$

এই সমীকরণের প্রথমটি দেখাইতেছে যে m_1 ক্রমের ঝালর কেন্দ্রে অবস্থিত; দ্বিতীয়টি বুঝাইতেছে যে, পরবর্তী $(m_1 - 1)$ ক্রমের ঝালরটি কেন্দ্রস্থলে আসিয়াছে, অর্থাৎ M_1 দর্পণের $d_1 - d_2$ পরিবর্তনের জন্য একটি ঝালরের অবলুপ্তি ঘটিয়াছে।

$$2(d_1 - d_2) = \lambda$$

or

$$d_1 - d_2 = \frac{\lambda}{2} \qquad \ldots \quad 2.46$$

সুতরাং দেখা যাইতেছে যে M_1 দর্পণটির যদি $\frac{\lambda}{2}$ দূরত্ব কমানো যায় তাহা হইলে কেন্দ্রে একটি ঝালরের অবলুপ্তি ঘটে। আবার ঐ একই দূরত্ব $\frac{\lambda}{2}$ বাড়াইলে কেন্দ্রে একটি নূতন ঝালরের আবির্ভাব ঘটে এবং কেন্দ্রের ঝালরটি আকৃতিতে বড় হইয়া নূতন ঝালরটির বহির্ভাগে অবস্থান করে। এই আলোচনা হইতে সহজেই বুঝা যায় যে যদি M_1 সরাইবার ফলে P_1 হইতে ইহার এবং M_2 এর দূরত্ব সমান হয় তবে ক্রমাগত ঝালরের প্রস্থ বাড়িতে বাড়িতে এমন অবস্থা আসিবে যে একটি কেন্দ্রীয় ঝালরই শেষ পর্যন্ত সমস্ত দৃষ্টিক্ষেত্র জুড়িয়া বসিবে। এই অবস্থায় d দূরত্ব শূন্য হইয়া যাইবে, ফলে আলোকরশ্মি দুইটির পথ-দূরত্ব আর মোটেই থাকিবে না এবং সমস্ত কোণেই এই শূন্য পথ দূরত্বের রশ্মিযুগল ব্যতিচারের সৃষ্টি করিবে। এই অবস্থায় দৃষ্টিক্ষেত্রের আলোর উজ্জ্বলতা নির্ভর করিবে রশ্মি দুইটির দশার উপরে। ইহারা সমদশা সম্পন্ন হইলে তীব্রতা চরম হইবে এবং দশার পার্থক্য থাকিলে তীব্রতাও অনুরূপভাবে হ্রাস পাইবে। d দূরত্বের এই হ্রাসবৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে কেন্দ্রে ঝালরের অবলুপ্তি বা নূতন ঝালরের আবির্ভাব খুব সূক্ষ্ম দূরত্ব মাপিবার কাজে ব্যবহৃত হইয়া থাকে।

এখানে মাইকেলসনের ব্যতিচারমাপক যন্ত্রের ঝালরের একটি বৈশিষ্ট্যের উল্লেখ করা প্রয়োজন। এই ঝালরশ্রেণী উৎপাদনের সর্ত হইল

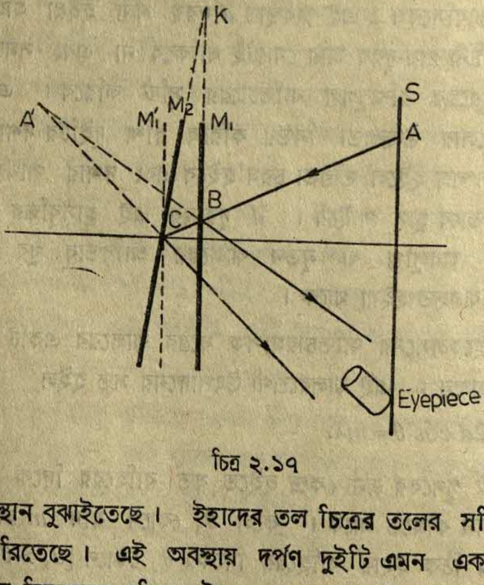
$$2d \cos \theta = m\lambda.$$

এই $\cos \theta$ গুণকের জন্য কেন্দ্র হইতে যত বাহিরের দিকে যাওয়া যায় ততই m এর মান কমিতে থাকে। ফলে θ_1 কোণে যদি m ক্রমের ঝালর উৎপন্ন হয় তবে ঠিক ইহার বাহিরের দিকের θ_2 কোণে $[\theta_2 > \theta_1]$ $(m-1)$ ক্রমের ঝালর উৎপন্ন হইবে। এই জায়গায় ঝালরশ্রেণী ফ্রেনেলের যুগ্ম-প্রিজ্‌ম্, যুগ্ম-দর্পণ, লয়েডের দর্পণ ইত্যাদিতে সৃষ্ট ঝালরশ্রেণী হইতে আলাদা এবং বিপরীতধর্মী বলা যায়। শেষোক্ত ঝালরশ্রেণীতে কেন্দ্রীয় ঝালর হইতে যত বাহিরের দিকে যাওয়া যায় ততই ঝালরের ক্রমিক সংখ্যা m এর মান বাড়িতে থাকে।

স্থানীকৃত ঝালর (Localised fringes).

এই জাতীয় ঝালরের সৃষ্টি হয় যখন M_1 এবং M_2 দর্পণ দুইটি পরস্পরের সহিত উল্লম্বভাবে অবস্থান না করিয়া 90° ডিগ্রী হইতে সামান্য

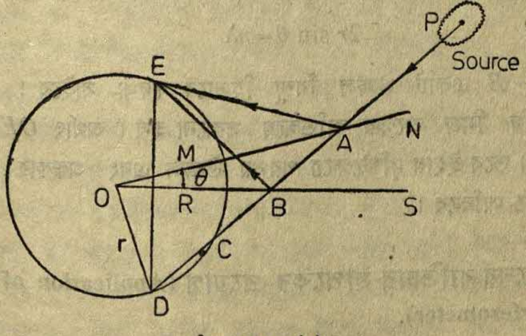
আলাদা কোণে থাকে। কোণটি যখন সম্পূর্ণরূপে 90° ডিগ্রী হয় তখন বৃত্তীয় ঝালরের সৃষ্টি হয় দেখা গিয়াছে। কিন্তু যখন একটি দর্পণ এই অবস্থান হইতে সামান্য বিচ্যুত হয় তখন সাধারণত বৃত্তাংশের আকারের ঝালরের উৎপত্তি হয়। এই ঝালরের উৎপত্তি হইতে হইলে অবশ্য d দূরত্ব খুব বেশী হইলে চলিবে না। বড় জোর কয়েক মিলিমিটারের বেশী হইলে আর এই ঝালর দেখা যায় না। এইগুলির উৎপত্তির কারণ সঙ্গের চিত্র নং ২.১৭ হইতে বুঝা যায়। যদি দর্পণ দুইটি উল্লম্ব না হয় তবে ইহাদের তল দুইটি বাড়াইলে একটি সরল-রেখায় মিলিত হইবে। চিত্রে S একটি আলোকউৎসের এবং M_1 M_2' দর্পণ



চিত্র ২.১৭

দুইটির অবস্থান বুঝাইতেছে। ইহাদের তল চিত্রের তলের সহিত উল্লম্বভাবে অবস্থান করিতেছে। এই অবস্থায় দর্পণ দুইটি এমন একটি সরলরেখায় মিলিবে যাহা চিত্রতলের সহিত উল্লম্ব অবস্থানে থাকিবে। এটি K বিন্দুর মধ্য দিয়া একটি উল্লম্ব সরলরেখা দ্বারা বুঝান যায়। আলোকউৎসের একটি বিন্দু A হইতে একটি রশ্মি দর্পণ দুইটিতে প্রতিফলিত হইয়া অভিনেত্রের দিকে যাইবে। কিন্তু M_1M_2' সমান্তরাল না হওয়ায় প্রতিফলিত রশ্মি দুইটিও সমান্তরাল হইবে না এবং মনে হইবে যে ইহারা দর্পণ দুইটির নিকটস্থ কোনও বিন্দু A' হইতে আসিতেছে। এই A' বিন্দুর আলোর তীব্রতা অবশ্য রশ্মি দুইটির পথদূরত্বের পার্থক্যের উপর নির্ভরশীল। পথদূরত্বের মানের অনুসারে ইহার যে তীব্রতা হয়, সেই তীব্রতাসম্পন্ন বিন্দুর সঞ্চারপথ এক্ষেত্রে নির্ভর করিবে প্রধানতঃ আপতন বিন্দুর নিকটে দর্পণ দুইটির দূরত্বের উপর।

আর এই দূরত্ব অপরিবর্তিত থাকিবে এমন একটি সরলরেখার উপর যেটি K বিন্দুর মধ্য দিয়া চিত্রতলের সহিত উল্লম্বভাবে অবস্থান করিতেছে। সুতরাং এই ব্যতিচারী বিন্দুর সঞ্চারপথও এই দৃষ্টিকোণ হইতে বিবেচনা করিলে একটি সরলরেখার আকার গ্রহণ করিবে। তবে যদি M_1M_2' দূরত্ব খুব কম না হয় তবে পূর্বোক্ত ক্ষেত্রের ন্যায় এই দূরত্ব $2d$ এর প্রভাবও ব্যতিচার ঝালরের আকৃতিকে প্রভাবিত করিবে। ফলে ঝালরের আকৃতি নিয়মিত হইবে এই উভয় কারণের দ্বারা যাহার ফলে ঝালরগুলি সম্পূর্ণ সরলরেখার আকার ধারণ করিবে না ; ইহাদের আকৃতি হইবে বৃত্তাংশের মত। উপরের আলোচনা হইতে সহজেই অনুমান করা যায় যে M_1M_2' দূরত্ব বাড়িলে ঝালরের বক্রতাও বাড়িবে। যখন M_1M_2' কে ছেদ করে তখন $2d$ দূরত্ব অবম হইবে এবং ইহার প্রভাবও অবম হইবে। এই অবস্থায় ঝালরগুলি সরলরেখার আকৃতি ধারণ করিবে। M_1M_2' দূরত্ব কমাইবার সঙ্গে সঙ্গে ঝালরের প্রস্থ পরিবর্তনের যে আলোচনা বৃত্তীয় ঝালরের ক্ষেত্রে করা হইয়াছে তাহা এই ক্ষেত্রেও প্রযোজ্য। আর এই ক্ষেত্রে ব্যতিচারী রশ্মি দুইটি সমান্তরাল না হওয়ায় মনে হইবে যেন ঝালরগুলি M_1 দর্পণের খুব নিকটে অবস্থিত। সুতরাং এই ঝালর চোখে দেখিতে হইলে চোখ অসীমের (infinity) দিকে ফোকাস না করিয়া M_1 দর্পণের নিকটে ফোকাস করিতে হইবে এবং মনে হইবে যেন ইহা M_1 দর্পণের গায়ে সৃষ্ট হইয়াছে। এই ঝালরশ্রেণীর বেশ খানিকটা ফোকাসের গভীরতা (depth of focus) দেখা যায়। ফোকাসের গভীরতার বিষয়ে নিম্নলিখিত বর্ণনাটি বিবেচনা করা যাইতে পারে।



চিত্র ২.১৭ (a)

চিত্র নং ২.১৭ (a) তে দুইটি প্রতিফলক তলের সহিত চিত্রতলের সংযোগ-রেখা MN এবং RS সরলরেখার দ্বারা চিহ্নিত হইয়াছে, এই সরলরেখা দুইটি

O বিন্দুতে মিশিয়াছে। একটি আলোকউৎসের P বিন্দু হইতে একটি আলোকরশ্মি MN এবং RS তল হইতে যথাক্রমে A এবং B বিন্দুতে প্রতিফলিত হইয়া E বিন্দুতে মিশিয়াছে। তাহা হইলে E বিন্দুর MN এবং RS তলে প্রতিবিম্ব হইবে যথাক্রমে C এবং D ; আর এই বিন্দু দুইটি PAB রশ্মির সরলরেখার উপর অবস্থান করিবে। যেহেতু MN EC সরলরেখার লম্ব দ্বিখণ্ডক (perpendicular bisector) এবং RS এর সঙ্গেও ED এর অনুরূপ সম্বন্ধ বর্তমান, সুতরাং E, C এবং D O বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া অঙ্কিত একটি বৃত্তের উপর অবস্থান করিবে। E বিন্দুতে প্রতিফলিত রশ্মি দুইটির পথ-পার্থক্য হইবে $AB+BE-AE$ অর্থাৎ $AD-AC$ এবং ইহা CD এর সমান। ফলক দুইটির মধ্যের কোণ যদি θ হয় এবং বৃত্তের ব্যাসার্ধ যদি r ধরা যায় তবে লেখা যায়

$$CD=2r\sin\theta$$

কাজেই দেখা যাইতেছে যে উৎসের যে কোনও বিন্দু হইতে একটি রশ্মি দুইটি ফলকে প্রতিফলিত হইয়া বৃত্তের কোনও বিন্দুতে মিলিত হইলে ইহাদের পথ-পার্থক্য সমান হইবে। এখন যদি E বিন্দুতে একটি অণুবীক্ষণ যন্ত্র এমন অবস্থানে ফোকাস করা হয় যাহাতে যন্ত্রের অক্ষ বৃত্তের E বিন্দুতে স্পর্শকের সমান্তরাল হয় তাহা হইলে ফোকাসের সসীম গভীরতার জন্য E বিন্দু ছাড়াও ইহার আশে পাশে বৃত্তের উপর অবস্থিত বিভিন্ন বিন্দু হইতে দৃষ্টিক্ষেত্রের ফোকাসে আলো আসিবে। এই সমস্ত আলোকরশ্মিরই পথপার্থক্য সমান হইবে। সুতরাং এই পথপার্থক্য যদি নিম্নলিখিত সর্ত পালন করে

$$2r\sin\theta=n\lambda$$

তাহা হইলে E একটি উজ্জল বিন্দু হিসাবে দেখা যাইবে। অণুবীক্ষণ যন্ত্রটিকে যদি নিজ অক্ষের অভিলম্বে সরানো হয় (অর্থাৎ OE ব্যাসার্ধের সমান্তরালে) তবে ইহার দৃষ্টিক্ষেত্রে পরপর উজ্জল এবং অন্ধকার ঝালররাশি সরিয়া যাইতে থাকিবে।

মাইকেলসনের ব্যতিচার-মাপকের প্রয়োগ (Application of Michelson's Interferometer).

মাইকেলসন ব্যতিচার-মাপক যন্ত্রের নিম্নলিখিত ধরণের প্রয়োগ করা যায়।

১। তরঙ্গদৈর্ঘ্যের নির্ণয়।

২। দূরত্বের বা দৈর্ঘ্যের পরিমাপ।

৩। বর্ণালিরেখার সূক্ষ্মগঠন নির্ণয় (fine structure of spectral lines)।
৪। প্রতিসরাঙ্ক নির্ণয়।
এই প্রয়োগপদ্ধতি পরপর আলোচিত হইবে।

তরঙ্গদৈর্ঘ্যের নির্ণয়—এই প্রণালীতে প্রথমতঃ বৃত্তীয়-ঝালরের সৃষ্টি করা হয় এবং ইহার জন্য নির্ণেয় তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলো ব্যবহার করা হয়; ফলে মোটামুটি একবর্ণের ঝালরশ্রেণীই উৎপন্ন হয়। এই অবস্থায় যদি M_1 দর্পণটি (চিত্র ২.১৬) সরানো যায় তবে ঝালরশ্রেণীর কেন্দ্রস্থলে ক্রমান্বয়ে একটি করিয়া নূতন ঝালরের সৃষ্টি বা অবলুপ্তি ঘটে। দেখা গিয়াছে যে যদি কেন্দ্রের কথা বিবেচনা করা হয় তবে লেখা যাইতে পারে

$$2d_1 = m_1\lambda \tag{2.47}$$

$$2d_2 = m_2\lambda \tag{2.48}$$

সুতরাং $$2(d_1 - d_2) = (m_1 - m_2)\lambda$$

অথবা $$(d_1 - d_2) = (m_1 - m_2)\frac{\lambda}{2}$$

অথবা $$\lambda = \frac{2(d_1 - d_2)}{m_1 - m_2} \tag{2.49}$$

কাজেই উপরের সমীকরণ হইতে দেখা যায় যে যখন M_1 দর্পণটি $2(d_1 - d_2)$ দূরত্ব সরানো যায়, ঝালরশ্রেণীর কেন্দ্রের বিন্দু দিয়া $m_1 - m_2$ সংখ্যক ঝালর গমন করে। এই সংখ্যা খুব সহজেই নির্ণয় করা যায়, কারণ ইহাতে m_1 এবং m_2 এর মান স্বতন্ত্ররূপে জানিবার প্রয়োজন হয় না শুধু যে কয়টি ঝালর কেন্দ্রের ভিতর দিয়া গমন করে তাহা গণনা করিলেই $(m_1 - m_2)$ পাওয়া যায়। অনুরূপভাবে d_1 এবং d_2 এর বেলায়ও ইহাদের মান স্বতন্ত্ররূপে জানিবার প্রয়োজন নাই, ইহাদের পার্থক্য $(d_1 \sim d_2)$ জানিলেই চলে। এখন এই যন্ত্রের বর্ণনাপ্রসঙ্গে বলা হইয়াছে যে M_1 দর্পণের গতির পরিমাণ একটি সূক্ষ্ম স্ক্রুএর সাহায্যে খুব ঠিকভাবে মাপা যায়। সুতরাং d_1 এবং d_2 দাড়াইবে M_1 দর্পণের দুই অবস্থানে স্ক্রুএর পাঠ এবং এই পাঠের বিয়োগফল হইতে $(d_1 - d_2)$ দূরত্বের পরিমাপ পাওয়া যাইবে। কাজেই 2.49 নং সমীকরণের সমস্ত ডানদিকের রাশিই নির্ণীত হওয়ায় ইহার সাহায্যে নির্ণেয় তরঙ্গদৈর্ঘ্য বাহির করা যায়। M_1 দর্পণের স্ক্রুএর সাহায্যে দূরত্ব $\frac{1}{1000}$th mm. পর্যন্ত সহজেই পাঠ করা যায় যার ফলে তরঙ্গদৈর্ঘ্যও অনুরূপ সূক্ষ্মতায় পাওয়া যাইতে পারে। সাবধানতার সহিত পরীক্ষা করিলে $(m_1 - m_2)$ প্রায় সঠিকভাবে

মাপা যায় এবং ইহাতে যেটুকু সামান্য ভুল হয় তাদের পরিমাণ $(m_1 - m_2)$ এর মান বাড়াইয়া আনুপাতিক ভাবে কমানো যায়।

দূরত্বের বা দৈর্ঘ্যের সূক্ষ্ম পরিমাপ—সমীকরণ 2.49 হইতে দেখা যায় যে যদি কোনও জানা তরঙ্গদৈর্ঘ্য ব্যবহার করিয়া উক্ত পরীক্ষা করা যায় তবে এই সমীকরণের সাহায্যে $(d_1 - d_2)$ দূরত্ব মাপা যায়। সুতরাং কোনও দূরত্ব খুব সূক্ষ্মমাপে নির্ণয় করিতে হইলে M_1 দর্পণের গতি হইতে ইহা বাহির করা যায়। এখানে সমীকরণটি লেখা যায়

$$(d_1 - d_2) = (m_1 - m_2)\frac{\lambda}{2}.$$

M_1 দর্পণের গতির দুইপ্রান্তের পাঠ d_1 এবং d_2.

যদি একটি ঝালরের আবির্ভাব বা অবলুপ্তি ঘটে তবে সোডিয়াম তরঙ্গের বেলায় সংশ্লিষ্ট দূরত্ব হইবে $(d_1 - d_2) = \frac{\lambda}{2} = \frac{5893}{2} \times 10^{-8}$ cm

$$= 2{\cdot}947 \times 10^{-5} \text{ cm}$$

যন্ত্রের সাহায্যে একটি ঝালরের $\frac{1}{10}$th পর্যন্ত গতি সহজেই মাপা যায়। তাহা হইলে মোটামুটি 3×10^{-6} cm পর্যায়ের দূরত্ব এই প্রণালী দ্বারা মাপা সম্ভব।

দূরত্ব এবং তরঙ্গদৈর্ঘ্যের মধ্যে এই যে সম্বন্ধ ইহার একটি খুব গুরুত্বপূর্ণ প্রয়োগ দেখা যায় মাইকেলসন এবং বেনোর (Michelson & Benoit) পরীক্ষায় যাহা দ্বারা তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সঙ্গে প্রামাণ্য মিটারের দৈর্ঘ্য সংশ্লিষ্ট করা হইয়াছে। এই পরীক্ষা দ্বারা প্যারিসে (Paris) রাখা প্রামাণ্য মিটার দণ্ডের দুইটি দাগের মধ্যের দৈর্ঘ্য ক্যাডমিয়ামের (cadmium) তিনটি বর্ণালীরেখার তরঙ্গদৈর্ঘ্যের রাশিতে (terms) নির্ণীত হইয়াছে।

মাইকেলসন এবং বেনো কর্তৃক আলোকতরঙ্গের দৈর্ঘ্যের হিসাবে প্রামাণ্য মিটারের মূল্যায়ণ (Evalution of the standard metre in terms of wave length by Michelson and Benoit).

প্রামাণ্য মিটারের দৈর্ঘ্যের আন্তর্জাতিক স্বীকৃত সংজ্ঞা হইতেছে প্যারিসের সন্নিকটে ইনটারন্যাশনাল ব্যুরো অব ওয়েট্‌স্ অ্যাণ্ড ষ্ট্যানডারড্‌স্‌এ (International Bureau of weights and standards) রক্ষিত একটি ইরিডো-প্ল্যাটিনাম (Irido-Platinum) দণ্ডের দুই প্রান্তে অঙ্কিত দুইটি সূক্ষ্ম রেখার মধ্যেকার দূরত্ব। এই দূরত্ব কোনও পরম প্রমাণের (absolute standard) সাহায্যে নিরূপণের বাঞ্ছনীয়তা অনেকদিন হইতেই বৈজ্ঞানিক মহলে চিন্তা করা

হইতেছিল যাহাতে কোনও কারণে ঐ মিটারদণ্ড নষ্ট হইলেও আবার তৈরী করা যাইতে পারে। 1892 সনে মাইকেলসন এবং বেনো এই পরীক্ষা আরম্ভ করেন। উপরের আলোচনা হইতে সহজেই বুঝা যায় যে M_1 দর্পণটি যদি মিটারদণ্ডের দুই প্রান্তের রেখার মধ্যের দূরত্ব সরাইয়া নিয়া ঝালরশ্রেণীর কেন্দ্রে অবলুপ্ত বা আবির্ভূত ঝালরের সংখ্যা গণনা করা হয় তবে ব্যবহৃত আলোকতরঙ্গ এবং মিটার দৈর্ঘ্যের মধ্যের সম্বন্ধ বাহির করা যায়। কিন্তু ইহাতে দুইটি অসুবিধা আছে। প্রথমত যদি একবারে এই প্রক্রিয়া সম্পন্ন করা হয় তাহা হইলে নূতন ঝালরের সংখ্যা দাড়াইবে নিম্নরূপ :

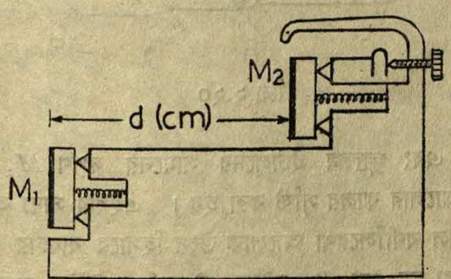
$$d_1 - d_2 = (m_1 - m_2)\frac{\lambda}{2}$$

বা $m_1 - m_2 = \dfrac{2(d_1 - d_2)}{\lambda}$

এখানে $d_1 - d_2 = 1$ metre ; এক্ষণে যদি λ এর মান ধরা যায় 5×10^{-5} cm তবে দাঁড়ায় $m_1 - m_2 = \dfrac{2\times10^2}{5\times10^{-5}} = 4\times10^6$

এই বিপুলসংখ্যক ঝালর গণনা করা খুবই কষ্টসাধ্য এবং ইহাতে ভুল হওয়ার সম্ভাবনাও খুবই বেশী।

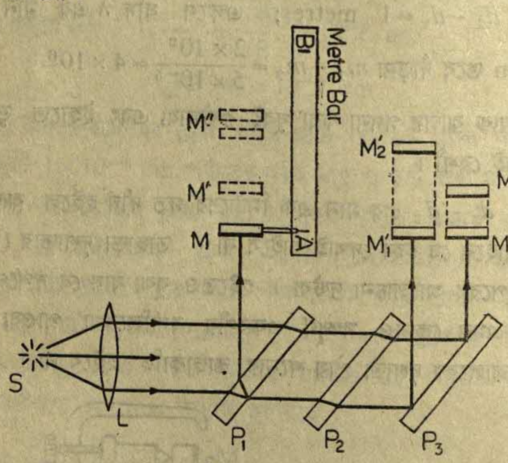
অধিকন্তু $d_1 - d_2$ এর মান এক মিটারের মত দীর্ঘ হইলে ঝালরের প্রস্থ এত কমিয়া যাইবে যে ইহা দেখাই যাইবে না। তাছাড়া দৃশ্যতার (visibility) আলোচনা (পরের আলোচনা দ্রষ্টব্য) হইতেও বুঝা যায় যে দর্পণের এত দীর্ঘ গতির ক্ষেত্রে এমন কোনও সম্পূর্ণ একবর্ণীয় বর্ণালিরেখা পাওয়া সম্ভব নয় যাহাতে সৃষ্ট ঝালরের দৃশ্যতা প্রায় শূন্যের কাছাকাছি হইবে না। এই সমস্ত



চিত্র ২.১৯

অসুবিধা দূর করিবার জন্য দশটি মধ্যবর্তী প্রমাণ (intermediate standard) ব্যবহার করা হইয়াছে। এইগুলিকে বলা হয় ইটালন (etalon).

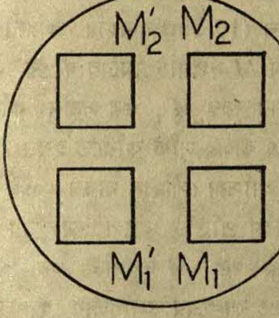
ইহাতে দুইটি সমতল দর্পণ M_1 এবং M_2 থাকে যাহারা চিত্রে প্রদর্শিত-ভাবে d দূরত্বে অবস্থিত। M_2 দর্পণটি স্ক্রু এর সাহায্যে নড়াইয়া M_1 এর সমান্তরাল করা যায়। পরীক্ষায় ব্যবহৃত দীর্ঘতম ইটালনটির দর্পণ দুইটির দূরত্ব মোটামুটি 10 cm. এই দশটি ইটালন এমনভাবে তৈরী যে দ্বিতীয়টির দৈর্ঘ্য প্রথমটির আনুমানিক অর্ধেক এবং পর্যায়ক্রমে এইভাবে দশমটি প্রায় 0·02 cm. ইহার ফলে এই দূরত্বের জন্য কেন্দ্রে যে ঝালরের আবির্ভাব হইবে তাহার মোটামুটি সংখ্যা হইবে এক হাজারের মত এবং এই সংখ্যা সহজেই নির্ভুলভাবে গণনা করা যায়। প্রথমে ক্ষুদ্রতম এবং তাহার পরের ইটালনটি দিয়া পরীক্ষা আরম্ভ করা হয়। ২.২০ নং চিত্রে প্রদর্শিত একটি বিশেষভাবে তৈরী ব্যতিচারমাপক যন্ত্রের সাহায্যে এই পরীক্ষা করা হয়। এই যন্ত্রে দৃষ্টিক্ষেত্র অপেক্ষাকৃত বৃহত্তর যাহাতে চারিটি দর্পণে সৃষ্ট ঝালরই ইহাতে একসঙ্গে দেখা যায়।



চিত্র ২.২০

প্রথমে M এবং ক্ষুদ্রতম ইটালনের সামনের দর্পণ M_1 দুইটি একটু হেলাইয়া সাদা আলোর ঝালর সৃষ্টি করা হয়। এইবার সাদা আলোর বদলে ক্যাডমিয়ামের লাল বর্ণালিরেখা আলোক উৎস হিসাবে ব্যবহার করিয়া বৃত্তীয় ঝালর উৎপন্ন করা হয় এবং P_1 হইতে এই দর্পণ দুইটির দূরত্ব সমান করা হয়। অনুরূপভাবে, সাদা আলোর সাহায্যে দ্বিতীয় ইটালনের সামনের দর্পণ M'_1 এর দূরত্বও M এর দূরত্বের সমান করা হয়। এই অবস্থায় M_1 এবং M'_1 একই তলে অবস্থান করে এবং দৃষ্টিক্ষেত্রে (চিত্র নং ২.২১) M_1 এবং

M'_1 এ ঝালর দেখা যায়। ক্যাডমিয়ামের লাল আলোর সাহায্যে ঝালর সৃষ্টি করিয়া এবার M দর্পণ ক্রমশঃ সরানো হয় যাহাতে MM' M_1M_2 র



চিত্র ২.২১

সমান হয় এবং এই প্রক্রিয়ায় যত সংখ্যক নূতন ঝালরের আবির্ভাব হয় তাহা সাবধানে গণনা করা হয়। এই সময় ঝালরের পূর্ণসংখ্যা এবং ভগ্নাংশও হিসাব করা দরকার। সাদা আলোর সাহায্যে দেখা হয় যাহাতে M' এবং M_2 একই তলে আসে। এই সময় দৃষ্টিক্ষেত্রে M_2 দর্পণে ঝালর দেখা যায়। এইবার ক্ষুদ্রতর ইটালনটি এতটা সরাইয়া নেওয়া হয় যাহাতে M_1 দর্পণ পূর্বেকার M_2 দর্পণের স্থান অধিকার করে ; এই ধাপে ঝালর গণনার প্রয়োজন নাই। এই ধাপ সম্পন্ন হইলে দৃষ্টিক্ষেত্রে আবার M_1 দর্পণে ঝালর দেখা যাইবে। ইহার পর M দর্পণটি M' পর্যন্ত সরাইতে হইবে যাহাতে M_2 এর নূতন দূরত্ব M'' এর সমান হয়। এই সময়ও ঝালরের সংখ্যা গণনা করিবার প্রয়োজন নাই, কারণ ইহা পূর্বে নির্ণীত সংখ্যার সমান। এই সরানোর ফলে M_2 এর নূতন অবস্থানে দৃষ্টিক্ষেত্রে ইহাতে ঝালরের আবির্ভাব হইবে। এরপর M'' কে আর সামান্য একটু সরাইয়া M'_2 এ ঝালর উৎপন্ন করিতে হইবে এবং এই সামান্য গতির জন্য যে বাড়তি ঝালরের আবির্ভাব হইবে তাহা সাবধানে নির্ণয় করিতে হইবে। ক্ষুদ্রতম ইটালনের জন্য যদি নূতন ঝালরের আবির্ভাব সংখ্যা হয় N_1+f_1 [N_1 একটি পূর্ণসংখ্যা এবং f একটি ভগ্নাংশ] এবং অনুরূপভাবে M' এর বাড়তি গতির জন্য ঝালরের সংখ্যা যদি হয় N_2+f_2 তবে বৃহত্তর ইটালনের সংশ্লিষ্ট ঝালরের সংখ্যা দাঁড়াইবে

$$2(N_1+f_1)+N_2+f_2 \qquad (2.50)$$

এই রাশিমালার মধ্যে N_1, f_1, N_2 এবং f_2 মাপা হইয়াছে [$N_2 \ll N_1$] সুতরাং এই প্রণালীতে বৃহত্তর ইটালনে ঝালরের সংখ্যা নির্ণয় করা সহজ। এইভাবে বৃহত্তম ইটালনে ঝালরের সংখ্যা নয়টি ধাপে বাহির করা হয়।

এইবার বৃহত্তম ইটালন (10 cm) ব্যবহার করিয়া দশ ধাপে মিটার দণ্ডের দৈর্ঘ্য মাপা যায়। প্রথমে M দর্পণটি মিটার দণ্ডের এক প্রান্তের দাগ Aর সহিত মিলাইয়া দিয়া ইহার দূরত্ব M'_1 এর সমান করিতে হয়। পরে M M' দূরে সরাইয়া M'_2 এ ঝালর সৃষ্টি করিতে হয়। এইভাবে দশটি ধাপে মিটার দণ্ডের শেষ প্রান্তে আসিয়া পৌঁছান যায়। এই সময়ে ঝালরের সংখ্যা গণিবার প্রয়োজন নাই কারণ প্রতিটি ধাপে ঝালরের সংখ্যা পূর্বেই নির্ণীত হইয়াছে। দশম ধাপের পর M দর্পণটি অন্য প্রান্তের দাগ B এর সহিত মিলাইবার সময় যে বাড়তি ঝালরের আবির্ভাব হয় তাহা সাবধানে গণিতে হইবে। তাহা হইলেই মিটার দণ্ডের এক প্রান্তের দাগ হইতে অন্য প্রান্তের দাগ পর্য্যন্ত দৈর্ঘ্যের মধ্যে ঝালরের সংখ্যা সঠিকভাবে পাওয়া যাইবে এবং ইহা হইতে এই এক মিটার দৈর্ঘ্যের হিসাবে ব্যবহৃত আলোক তরঙ্গের দৈর্ঘ্য নির্ণীত হইবে।

মাইকেলসন এবং বেনো এইভাবে ক্যাডমিয়ামের তিনটি বর্ণালিরেখার তরঙ্গদৈর্ঘ্য নির্ণয় করেন। ইহাদের মান নিম্নে দেওয়া হইল

লাল — $\lambda_r = 6438{\cdot}4722$ Å

সবুজ — $\lambda_g = 5085{\cdot}8240$ Å

নীল — $\lambda_b = 4799{\cdot}9107$ Å

ইহাদের মধ্যে লাল রেখাটি বর্ণালিবীক্ষণ শাস্ত্রে (spectroscopy) প্রাথমিক প্রমাণ (primary standard) হিসাবে বর্তমানে স্বীকৃত হইয়াছে। ইহার পরেও এই আলোকতরঙ্গের দৈর্ঘ্য আধুনিককালে ৩ বার পুনর্নির্ণীত হইয়াছে। সবশুদ্ধ চারিটি প্রধান নির্ণয়ের মান এইরূপ

মাইকেলসন এবং বেনো	(1895)	6438·4691 Å
বেনো, ফেব্রি এবং পেরো	(1906)	6438·4703 Å
ওয়াতানাবে এবং ইমাইজুমি	(1928)	6438·4682 Å
সিয়ার্স এবং ব্যারেল	(1934)	6438·4708 Å
	গড়	=6438·4696 Å

গড় মান হইতে ইহার যে কোনও একটির বিচ্যুতি এক কোটিতে 2·2

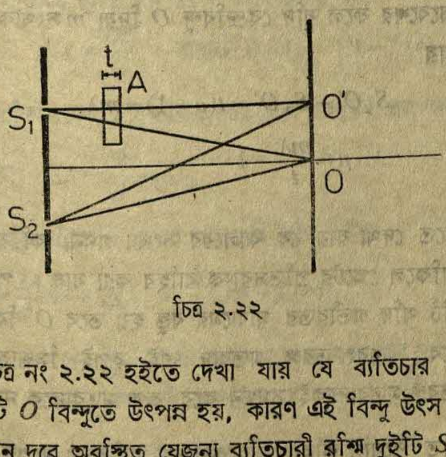
ভাগ মাত্র। ইহার ফলে আন্তর্জাতিক ক্ষেত্রে ধরিয়া লওয়া হইয়াছে যে ক্যাডমিয়ামের লাল রেখাটি শুষ্ক আবহাওয়ায় এবং 15°C তাপমাত্রায় ও 76 cm পারদের চাপে মাইকেলসনের নির্দেশমত উৎপন্ন করা হইলে ইহার আলোক-তরঙ্গের দৈর্ঘ্যের নিম্নলিখিত মান হইবে :—

$$\lambda_{\text{red}} = 6438{\cdot}4696 \text{ Å}.$$

বর্ণালীরেখার সূক্ষ্ম গঠন নির্ণয় (Determination of fine structure of lines) :

মাইকেলসন M_1 দর্পণ নড়ানোর সঙ্গে সঙ্গে ঝালর শ্রেণীর দৃশ্যতার পরিবর্তন পরীক্ষা করিয়া বিভিন্ন বর্ণালিরেখার সূক্ষ্ম গঠন অনুসন্ধান করেন। ফেব্রি এবং পেরোর (Fabry & Perot) আবিষ্কৃত ব্যতিচার মাপক যন্ত্রের সাহায্যে এই অনুসন্ধান আরও অনেক সঠিকভাবে করা যায়। সুতরাং ঐ প্রণালীই পরে বিশদভাবে আলোচিত হইবে বলিয়া মাইকেলসনের প্রণালীর আর বিস্তৃত বিবরণ দেওয়া হইল না।

প্রতিসরাঙ্ক নির্ণয় : তরঙ্গ-মতবাদ এবং কণা-মতবাদ অনুসারে আলোর গতিবেগ ঘনতর মাধ্যমের ভিতর দিয়া যাইবার সময় যথাক্রমে কমে এবং বাড়ে। সুতরাং এই দুইটি সিদ্ধান্তের মধ্যে কোনটি সত্য তাহা যাচাই করিতে পারিলে ভাল হয়। ব্যতিচারের সাহায্যে এই উদ্দেশ্য সিদ্ধ করা সম্ভব।



চিত্র ২.২২

উপরের চিত্র নং ২.২২ হইতে দেখা যায় যে ব্যতিচার ঝালর শ্রেণীর কেন্দ্রীয় ঝালরটি O বিন্দুতে উৎপন্ন হয়, কারণ এই বিন্দু উৎস দুইটি S_1 এবং S_2 হইতে সমান দূরে অবস্থিত যেজন্য ব্যতিচারী রশ্মি দুইটি S_1O এবং S_2O এই বিন্দুতে আসিতে একই সময় নেয়। কিন্তু যদি এখন S_1 উৎস হইতে নির্গত আলোর পথে কোনও স্বচ্ছ বস্তুর ফলক (plate) বসাইয়া দেওয়া হয়

তবে দেখা যাইবে যে কেন্দ্রীয় ঝালরের অবস্থানের পরিবর্তন ঘটিবে এবং ইহা O বিন্দু হইতে উপর বা নীচে সরিয়া যাইবে। O বিন্দুর গতি কোন দিকে হইবে তাহা নির্ভর করিবে এই নবসন্নিবিষ্ট ফলকে আলোর গতিবেগের উপর। গতিবেগ কম হইলে O উপরের দিকে সরিয়া যাইবে। সুতরাং এই গতির পরীক্ষা হইতে নিম্নলিখিতরূপে প্লেটের প্রতিসরাঙ্ক নির্ণয় করা যায়। আর এই সঙ্গে তরঙ্গ ও কণা মতবাদের মধ্যে কোনটি সত্য তাহাও নির্ণীত হইয়া যায়। নূতন প্লেটটি S_1O এর পথে সন্নিবিষ্ট করিবার ফলে ধরা যাক যে কেন্দ্রীয় ঝালর O বিন্দু হইতে সরিয়া O' বিন্দুতে আসিয়াছে। এই O' বিন্দুর অবস্থান এমন হইবে যাহাতে S_1 এবং S_2 হইতে আলোক O' পর্য্যন্ত আসিতে একই সময় লাগে। সুতরাং লেখা যাইতে পারে

$$\frac{S_2O'}{v} = \frac{S_1O' - t}{v} + \frac{t}{v'} \qquad \ldots (2.51)$$

এই সমীকরণে v এবং v' যথাক্রমে S_1S_2 ও OO' এর মধ্যে ও প্লেটের মাধ্যমে আলোর গতিবেগ এবং t প্লেটটির বেধ বুঝাইতেছে।

$$\therefore \frac{S_2O' - S_1O' + t}{v} = \frac{t}{v'}$$

অথবা $S_2O' - S_1O' = \frac{vt}{v'} - t = t(\mu - 1) \quad \because \frac{v}{v'} = \mu =$ প্লেটের প্রতিসরাঙ্ক।

এই প্লেট সন্নিবেশের ফলে যদি কেন্দ্রবিন্দু O দিয়া m সংখ্যক ঝালর গমন করে তবে লেখা যায়

$$S_2O' - S_1O' = t(\mu - 1) = m\lambda$$

$$\therefore \mu = \frac{m\lambda}{t} + 1 \qquad \ldots (2.52)$$

ইহা হইতে দেখা যায় যে ঝালরের সংখ্যা গণনা করিয়া এবং λ ও t এর মূল্য জানা থাকিলে প্লেটের প্রতিসরাঙ্ক বাহির করা যায়। পরীক্ষা হইতে দেখা যায় যে প্লেটটি যদি গভীরতর মাধ্যমের বস্তু হয় তবে O' বিন্দু উপরের দিকে সরিয়া যাইবে; এবং তরঙ্গ মতবাদ এই রূপই সিদ্ধান্ত করে। সুতরাং পরীক্ষাফল তরঙ্গ মতবাদকেই সমর্থন করে, কণা মতবাদকে নয়।

এই নীতি প্রয়োগ করিয়া মাইকেলসন ব্যতিচার মাপক যন্ত্রে রশ্মি দুইটির একটির পথে প্লেটটি সন্নিবিষ্ট করিলে ইহার প্রতিসরাঙ্ক নির্ণয় সম্ভব হইবার কথা। কিন্তু ইহাতে কিছু অসুবিধা আছে। প্রথমত যদি এক বর্ণের আলো

ব্যবহার করা যায় তবে প্লেট সন্নিবেষের সময় ঝালরগুলির একটি অসন্তত (discontinuous) গতি হয় যাহার ফলে ঝালরের ক্রমিক সংখ্যার পরিবর্তন নির্ণয় করা সম্ভব হয় না। আর ইহাতে কেন্দ্রীয় ঝালরের নূতন অবস্থানের নিরূপণেরও উপায় নাই। অন্য দিকে সাদা আলোর ক্ষেত্রে কেন্দ্রীয় ঝালর অবার্ণ হওয়ায় সাদা আলো দিয়া এই পরীক্ষা করা সম্ভব বলিয়া মনে হইতে পারে। কিন্তু এই প্রণালীতেও প্লেটে আলোর বিচ্ছুরণের জন্য কেন্দ্রীয় ঝালরের কিছু অস্বাভাবিক স্থানান্তরণ (abnormal shift) ঘটে। ফলে উপরের সমীকরণ এই ক্ষেত্রে সম্পূর্ণরূপে প্রযোজ্য হয় না। এই অস্বাভাবিক স্থানান্তরণ নিম্নলিখিত রূপে নির্ণয় করা যায়ঃ—

ফলকটিতে যদি আলোর বিচ্ছুরণ না হইত তবে ইহাতে উৎপন্ন পথ পার্থক্য সমস্ত তরঙ্গদৈর্ঘ্যের বেলায়ই সমান হইত। ফলে পর্দার যে কোনও বিন্দুতেই ঝালর শ্রেণীর সমান চ্যুতি হইত এবং কেন্দ্রীয় ঝালরটি সমস্ত তরঙ্গদৈর্ঘ্যের বেলায়ই একই দূরত্বে সরিয়া যাইত। অতএব স্থানচ্যুত কেন্দ্রীয় ঝালরটি অবার্ণ থাকিত। কিন্তু ফলকে আলোর বিচ্ছুরণ হওয়ায় এই সিদ্ধান্তের পরিবর্তন করা প্রয়োজন। বিচ্ছুরণের ফলে দশা পার্থক্য তরঙ্গদৈর্ঘ্যের উপর নির্ভর করিবে এবং বিভিন্ন তরঙ্গদৈর্ঘ্যের দশা-পার্থক্য বিভিন্ন হইবে। সুতরাং দীর্ঘতর তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলোর ঝালরের হ্রস্বতর চ্যুতি হইবে। যদি λ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলোর ঝালরের চ্যুতি হয় $\triangle x$, তবে লেখা যায়

$$\triangle x = \frac{D\delta}{d} \;;\ \text{এখানে } \delta = (\mu - 1)t = f(\lambda)$$

μ ফলকের প্রতিসরাঙ্ক, t ফলকের বেধ এবং $f(\lambda)$ λ-এর অপেক্ষক

$$\text{সুতরাং } \triangle x = \frac{D}{d} f(\lambda).$$

আদি কেন্দ্রীয় ঝালর হইতে n ক্রমের ঝালরের চ্যুতি হইবে x

$$x = \frac{D}{d} n\lambda + \triangle x = \frac{D}{d}[n\lambda + f(\lambda)].$$

যখন এই চ্যুতি বর্ণালির উজ্জ্বলতম অংশের জন্য যথাসম্ভব তরঙ্গদৈর্ঘ্যের উপর অনির্ভরশীল হইবে তখন x-এর এই অবস্থানে অবার্ণতার সৃষ্টি হইবে! আর এই সর্তের অর্থ $\frac{dx}{d\lambda} = 0$. এই সর্ত প্রয়োগ করিয়া পাওয়া যায়

$$\frac{dx}{d\lambda} = \frac{D}{d}[n + f'(\lambda)] = 0$$

$$\left[\frac{d}{d\lambda} f(\lambda) = f'(\lambda)\right]$$

$$\therefore \quad n = -f'(\lambda) = -\frac{d}{D} \frac{d(\triangle x)}{d\lambda}$$

সুতরাং পাওয়া যায় $x = \frac{D}{d} [f(\lambda) - \lambda f'(\lambda)]$.

$\triangle x$-এর মান ব্যবহার করিয়া পাওয়া যায়

$$x = \triangle x - \lambda \frac{d(\triangle x)}{d\lambda}$$

এই সমীকরণের $\frac{d(\triangle x)}{d\lambda}$ পদটি ঋণাত্মক ; কারণ তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ যত বাড়িতে থাকিবে ঝালরের চ্যুতি $\triangle x$ তত কমিতে থাকিবে। সুতরাং দ্বিতীয় পদটি ধনাত্মক দাঁড়াইবে। অর্থাৎ বিচ্ছুরণের প্রভাব বাদ দিলে ঝালরের চ্যুতি যদি হয় $\triangle x$, তবে বিচ্ছুরণের দরুণ এই চ্যুতি $\lambda \frac{d(\triangle x)}{d\lambda}$ পরিমাণ বাড়িয়া যাইবে।

মাইকেলসনের ব্যতিচার মাপকে উৎপন্ন ঝালরকে দুইটি স্বতন্ত্র ভাগে ভাগ করা যায়। বৃত্তীয় ঝালরের ক্ষেত্রে উহার সৃষ্টি হয় (একটি m ক্রমের ঝালরের বেলায়) অক্ষরেখার সহিত একই কোণে আপতিত রশ্মিসমূহ দ্বারা। এই কারণে ইহাদের বলা যায় সম-আনতির ঝালর (fringes of equal inclination). স্থানীকৃত ঝালরের বেলায় ব্যতিচারী রশ্মি দুইটির পথ দূরত্বের পার্থক্য প্রধানতঃ d দূরত্বের পরিবর্তনের উপর নির্ভর করে এবং একটি m ক্রমের ঝালরের বেলায় এই দূরত্ব d অপরিবর্তিত থাকে। সুতরাং এই ঝালরশ্রেণীকে বলা যায় সম-বেধের ঝালর (fringes of equal thickness).

সাদা আলোর ঝালর (White light fringes).

মাইকেলসনের ব্যতিচার-মাপক যন্ত্রে সাধারণতঃ এক-বর্ণের ঝালরই পরীক্ষার জন্য ব্যবহৃত হইয়া থাকে। যখন বৃত্তীয় ঝালর উৎপন্ন হয় তখন সাদা আলো ব্যবহার করিয়া ঝালর দেখা সম্ভব হয় না। ইহার কারণ ২.১২ নং চিত্রের সাহায্যে বুঝিতে পারা যায়। প্রতিটি বর্ণের আলোকের জন্যই ঝালরের প্রস্থ আলাদা হইবে এবং ক্রমশঃ উচ্চক্রমের ঝালরের ক্ষেত্রে এইগুলির অমিল বাড়িতে থাকিবে। ফলে এমন কতকগুলি অবস্থানের সৃষ্টি হইবে যেখানে একটি বর্ণের ঝালরের জন্য চরম আলোক-তীব্রতা এবং অপর বর্ণের ঝালরের আলোক-তীব্রতার অবম মান মিলিয়া ঐ স্থানে আলোর তীব্রতার বৈষম্য খুব

কমাইয়া দিবে। দুইটি বর্ণের জন্য যদি এই অবস্থার সৃষ্টি হয় তবে অসংখ্য বর্ণের একই সময়ে উপস্থিতির ফল সহজেই অনুমান করা যায়। সমস্ত বিন্দুতেই কতকগুলি বর্ণের আলো চরম তীব্রতায় বর্তমান থাকিবে যাহার ফলে একটি গড় বর্ণ দেখা যাইবে এবং সমস্ত বিন্দুতেই গড়ে এই একই অবস্থার সৃষ্টি হওয়ায় সমস্ত বিন্দুরই গড় রং একই হইবে আর এই রং মোটামুটি সাদা হইবে। শুধু কেন্দ্রীয় ঝালরের ক্ষেত্রে সমস্ত বর্ণের আলোক-তীব্রতাই এক হইবে এবং এইটি অবার্ণ (achromatic) হইবে। কেন্দ্র হইতে বাহিরের দিকে গেলেই অমিল বাড়িতে থাকিবে এবং ঝালরগুলি রামধনুরঙের হইবে। ৫—১০টি ঝালর গেলেই আর কোনও আলোক-বৈষম্য দেখা যাইবে না এবং ফলে ঝালরও দেখা যাইবে না।

সমীকরণ $2d \cos \theta = m\lambda$ হইতে দেখা যায় যে বৃত্তীয় ঝালরের ক্ষেত্রে কেন্দ্রের ঝালরটির ক্রম শূন্য নয় ($m \neq O$); শূন্য ক্রমের ঝালর কেন্দ্র হইতে বাহিরের দিকে অবস্থান করে। আর এই শূন্য ক্রমের ঝালরের আশেপাশেই ৫—১০টি সাদা আলোর ঝালর দেখা যায়। সুতরাং বৃত্তীয় ঝালরের ক্ষেত্রে সাদা আলো ব্যবহার করিলে কোনও ঝালর দেখা যাইবে না, বিশেষতঃ যদি $M_1 M_2$ দূরত্ব বেশী হয়।

সাদা আলোর ঝালর উৎপন্ন করিতে হইলে স্থানীকৃত ঝালর (localised fringes) প্রথার সাহায্য নিতে হয়। এক বর্ণের আলো দিয়া এই ঝালর প্রথমে সৃষ্টি করিয়া নিয়া M_1 সরাইতে হয় যাহাতে ঝালরগুলি সরলরেখার আকার ধারণ করে। এইবার একবর্ণের আলোকের স্থানে সাদা আলো বসাইয়া M_1 খুব ধীরে আগে পিছনে সরাইতে হয়। এক সময় সাদা আলোর ঝালর দৃষ্টি-ক্ষেত্রে আবির্ভূত হয়। এই ঝালর শ্রেণীর মধ্যবর্তীটি অবার্ণ পাওয়া যায় এবং ইহার উভয় পার্শ্বে কয়েকটি রামধনু রঙের সরলরেখাকৃতি ঝালর দেখা যায়। M_1 দর্পণটি কয়েক মিলিমিটার সরাইলেই ইহারা অদৃশ্য হইয়া যায়।

উপরোক্ত আলোচনায় বলা হইয়াছে যে সমীকরণ $2d \cos \theta = m\lambda$ অনুসারে দেখা যায় যে শূন্য ক্রমের ঝালরের ক্ষেত্রে ব্যতিচারী আলোকরশ্মিদ্বয় একই দশায় অধিস্থাপিত হওয়ায় এই স্থানে আলোর তীব্রতা চরম হইবার কথা। কিন্তু চিত্র নং ২.১৫ হইতে দেখা যায় যে একটি রশ্মি P_1 প্লেটের পিছনের তলের বহির্ভাগ হইতে প্রতিফলিত হয়; অন্যটি প্রতিফলিত হয় ইহার অন্তর্ভাগ হইতে। সুতরাং লয়েডের দর্পণের ক্ষেত্রে যেরূপ দেখা গিয়াছে সেইরূপে এই ক্ষেত্রেও বহির্ভাগে প্রতিফলিত রশ্মির π দশার পরিবর্তন হয়। সুতরাং শূন্য

ক্রমের ঝালরের ক্ষেত্রে যে দুইটি রশ্মি ব্যতিচার উৎপাদন করে তাহারা পরস্পর বিপরীত দশার হওয়ার কথা। অবশ্য এই দশার পরিবর্তন P_1 এর তলের রূপার প্রলেপের অবস্থার উপর খানিকটা নির্ভর করে বলিয়া শূন্য ক্রমের ঝালরের আলোর তীব্রতা অনুরূপভাবে চরম এবং অবমের মধ্যে পরিবর্তিত হয়।

ঝালরের দৃশ্যতা (Visibility of the fringes).

উপরের আলোচনা হইতে বুঝা যায় যে যদি M_1M_2' (চিত্র নং ২.১৬) দূরত্ব বাড়িতে থাকে তবে ঝালরের প্রস্থও ব্যস্ত্যনুপাতে কমিতে থাকে ; ফলে ঝালরের দৃশ্যতাও কমিতে থাকে (অবশ্য যদি একই অভিনেত্র ব্যবহার করা হয় ; অভিনেত্রের বিবর্ধন ক্ষমতা বাড়াইলে সাধারণত দৃশ্যতাও বাড়িবে) কিন্তু অন্য একটি কারণেও এই দৃশ্যতার পরিবর্তন হইয়া থাকে। কারণটি হইল আলোক-উৎসের প্রকৃতি। এই বিষয়টি ঠিকমত গণনা করিবার জন্য মাইকেলসন দৃশ্যতার একটি গাণিতিক সংজ্ঞা উদ্ভাবন করেন। এই সংজ্ঞানুসারে

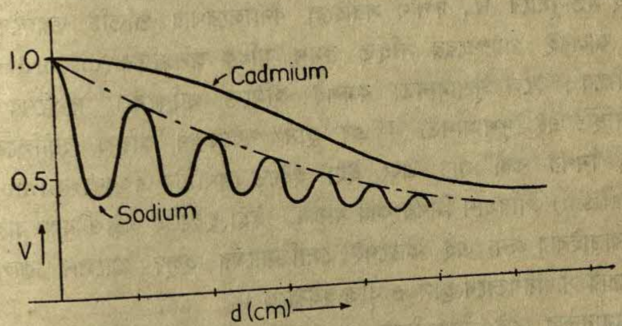
$$\text{দৃশ্যতা} \quad V=\frac{I_{max}-I_{min}}{I_{max}+I_{min}} \tag{2.56}$$

এখানে I_{max} একটি ঝালরের আলোর চরম তীব্রতা এবং I_{min} পার্শ্ববর্তী ঝালরের আলোর অবম তীব্রতা বুঝাইতেছে। যদি আলোটি সম্পূর্ণ একবর্ণের হয় তবে দৃশ্যতা এই সংজ্ঞানুসারে ঝালরের (বৃত্তীয়) কৌণিক ব্যাসের উপর নির্ভর করে না। সরল দোলগতি সম্পন্ন একটি আলোকতরঙ্গ ব্যবহার করিলে I_{min} এর মান দাড়াইবে শূন্য। সুতরাং এই ক্ষেত্রে $V=1$. ইহার কারণ $I=4a^2\cos^2\dfrac{\Delta\phi}{2}$ এই সমীকরণে অবম তীব্রতার স্থানে $\dfrac{\Delta\phi}{2}=(2m+1)\dfrac{\pi}{2}$. কিন্তু যদি একবর্ণের পরিবর্তে দুইটি খুব কাছাকাছি মানের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ_1 এবং λ_2 আলোকউৎসে বর্তমান থাকে তবে প্রত্যেকের জন্য একটি ঝালরশ্রেণী উৎপন্ন হইবে এবং কোনও কোনও M_1M_2' দূরত্বের জন্য এমন অবস্থার সৃষ্টি হইবে যে একই বিন্দুতে λ_1 তরঙ্গের চরম আলোক তীব্রতার সঙ্গে λ_2 তরঙ্গের অবম আলোকতীব্রতা মিশিবে। সুতরাং এই স্থানে λ_2 তরঙ্গের জন্য অবম তীব্রতার সৃষ্টি হওয়ার কথা সত্ত্বেও λ_1 তরঙ্গের জন্য সেটা হইবে না। অতএব ঝালরশ্রেণীর আলোর তীব্রতার বৈষম্য এবং সাথে সাথে দৃশ্যতাও কমিয়া যাইবে। চরম প্রতিকূল ক্ষেত্রে প্রতি বিন্দুতেই একই আলোক তীব্রতা

হইবে এবং $I_{max}=I_{min}$ দাড়াইবে। ফলে দৃশ্যতা V এর মান হইবে শূন্য। অবশ্য এখানে ধরিয়া লওয়া হইয়াছে যে আলোকতরঙ্গ দুইটির বিস্তার সমান।

পরীক্ষাকালে দেখা যায় যে ঝালরশ্রেণীর দৃশ্যতা V এর মান সাধারণত কখনই 1 হয় না। ইহা হইতে বুঝিতে পারা যায় যে কোনও আলোকউৎসই সম্পূর্ণরূপে একবর্ণের নয়। অতএব এই দৃশ্যতার পরিমাপ হইতে একটি বর্ণালি রেখার (spectrum line) একবর্ণতার পরিমাণ (degree of monochromatism) বুঝিতে পারা যায়।

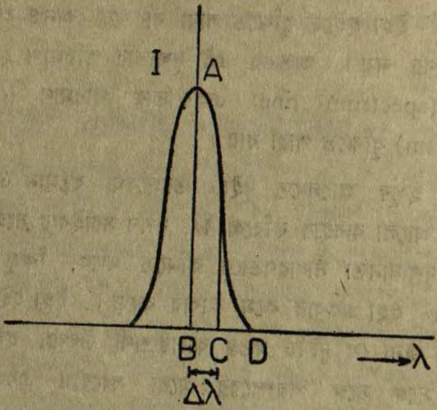
সোডিয়ামের হলুদ আলোতে দুইটি তরঙ্গদৈর্ঘ্য বর্তমান এবং ইহাদের পার্থক্য 6Å. এই আলো ব্যবহার করিলে M_1 দর্পণ সরাইবার সঙ্গে দেখা যায় যে ঝালরশ্রেণীর দৃশ্যমানতা সাধারণভাবে কমিতে থাকে, কিন্তু এই হ্রাসও সমভাবে হয় না। ইহা একবার কমে আবার বাড়ে। ইহা হইতে বুঝা যায় যে তরঙ্গ দুইটির জন্য যে দুইটি স্বতন্ত্র ঝালরশ্রেণী উৎপন্ন হইয়াছে তাহা দর্পণের গতির সঙ্গে সঙ্গে পরস্পরের মধ্যে সংযোগ এবং বিসঙ্গতির (concordance and discordance) সৃষ্টি করায় দৃশ্যমানতার এই হ্রাস বৃদ্ধি হইতেছে। প্রতি 1000 ক্রমের ঝালরের গতির জন্য এই হ্রাস বৃদ্ধি একবার ঘটে বলিয়া বুঝা যায় যে তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য আলোকতরঙ্গের 1000 ভাগের 1 ভাগ অর্থাৎ প্রায় 6Å : কিন্তু সাধারণভাবে দৃশ্যমানতার ব্যাখ্যার জন্য অন্য একটি কারণও বিবেচনা করিতে হইবে। দেখা যায় যে ক্যাডমিয়ামের লাল আলোর ক্ষেত্রে এই দৃশ্যমানতা নিরবচ্ছিন্নভাবে কমিয়া যায়।



চিত্র ২.২৩

সুতরাং এখানে সোডিয়ামের হলুদ আলোর মত একাধিক তরঙ্গদৈর্ঘ্য বর্তমান নাই। তবে অন্যান্য নানাদিক হইতে বিবেচনার ফলে ধরা যায় যে

কোনও আলোকতরঙ্গই সম্পূর্ণ একবর্ণের নয় ইহা একাধিক নিরবচ্ছিন্ন (continuous) তরঙ্গমালার সমষ্টি। এই তরঙ্গমালার তীব্রতা এবং তরঙ্গদৈর্ঘ্য নিম্নের চিত্র দ্বারা (চিত্র ২.২৪) চিত্রিত করা যায়। এই ধারণা অনুসারে



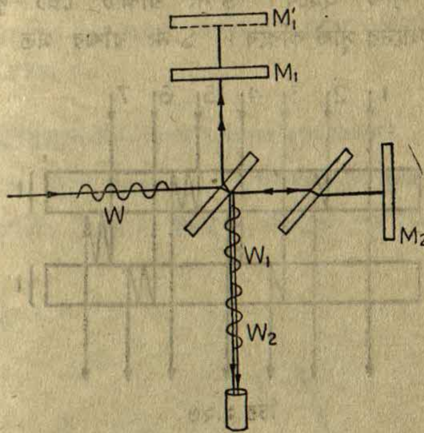
চিত্র ২.২৪

বর্ণালি রেখাটি কতকগুলি নিরবচ্ছিন্ন তরঙ্গমালার সমষ্টি। এই চিত্রে $BC=\Delta\lambda$ দ্বারা বুঝায় চরম ও ইহার অর্দ্ধেক আলোক তীব্রতার মধ্যে তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য এবং এই পার্থক্যকে বলা হয় বর্ণালিরেখার অর্ধ-প্রস্থ (half-width). এই অর্ধ-প্রস্থ যত কম হইবে রেখাটিও তত বেশী একবর্ণের বলিয়া গণ্য করা হইবে।

এই মতানুসারে M_1 দর্পণ সরাইলে বর্ণালিরেখার প্রতিটি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের উৎপন্ন ঝালরই পরস্পরের সহিত ক্রমশ অধিক অসঙ্গতির (discordance) সৃষ্টি করিবে ; ফলে দৃশ্যমানতা ক্রমশই কমিতে থাকিবে। দর্পণের দূরত্ব d এর সহিত এই দৃশ্যমানতা V এর হ্রাস পর্যবেক্ষণ করিয়া বর্ণালিরেখার অর্ধ-প্রস্থ নির্ণয় করা যায় এবং ইহা হইতে রেখাটির একবর্ণত্বের (monochromatism) পরিমাণ নির্ণয় করা যায়। ইহা হইতেই এটাও বুঝা যায় যে d দূরত্ব বাড়াইবার জন্য এই কারণেই সোডিয়ামের হলুদ আলোর ঝালরের দৃশ্যমানতার সাধারণভাবে হ্রাস ও বৃদ্ধি হইয়াছে।

দৃশ্যমানতার এই নিরবচ্ছিন্ন হ্রাস এবং পরিণামে অবলুপ্তি আর একটি দৃষ্টিকোণ হইতেও দেখা যাইতে পারে। তরঙ্গদৈর্ঘ্যের বিস্তৃতির একটি প্রচলিত অর্থ এই যে উৎস হইতে সীমিত দৈর্ঘ্যের তরঙ্গমালা (wave trains of finite length) নির্গত হইতেছে।

এই তরঙ্গমালার দৈর্ঘ্য যদি $d = M_1M_1'$ (চিত্র ২.২৫) এর অপেক্ষা কম হয় তবে ইহার ফল দাড়াইবে যে প্রতিফলনের পর অভিনেত্রের দিকে যে দুইটি তরঙ্গমালা যাইবে তাহারা পরস্পরের উপর অধিস্থাপিত হইবে না



চিত্র ২.২৫

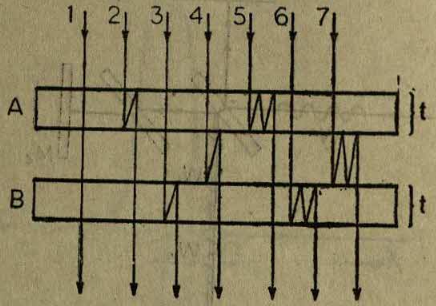
এবং ইহার অর্থ দাড়াইবে যেন ইহারা দুইটি পরস্পর অসংসক্ত আলোকরশ্মি। সুতরাং এই ক্ষেত্রে ব্যতিচারও উৎপন্ন হইবে না। d দূরত্ব শূন্য হইতে বাড়িতে থাকিলে এই কারণের জন্য অসংসক্তির প্রভাবও বাড়িতে থাকিবে যাহার ফলে ঝালরের দৃশ্যমানতা ব্যস্তানুপাতে কমিতে থাকিবে।

ব্রুষ্টারের পটি (Brewster's Bands).

যদি একটি আলোকরশ্মি দুইটি স্বচ্ছ এবং অনতিক্ষীণ প্লেটে আসিয়া পড়ে তাহা হইলে এই রশ্মি প্লেটের মধ্য দিয়া যাইবার সময় বহুল-প্রতিফলনের ফলে একশ্রেণীর ব্যতিচার ঝালর সৃষ্টি করে। এই ঝালরগুলিকে বলা হয় ব্রুষ্টারের পটি। এইগুলি প্রথমে ব্রুষ্টার ১৮১৫ সনে পর্য্যবেক্ষণ করেন। ইহাদের উদ্ভবের কারণ নিম্নের চিত্র হইতে বুঝা যাইবে।

২.২৬ নং চিত্রে দেখা যায় যে আলোকের বিভিন্ন রশ্মি বিভিন্নরূপে প্রতিফলনের সৃষ্টি করে। ১ নং রশ্মি কোনও প্রতিফলনের মধ্য দিয়া না গিয়া সোজাসুজিই চলিয়া যায়। ২ এবং ৩ নং রশ্মিদ্বয় প্লেট A এবং B তে যথাক্রমে ১ বার প্রতিফলিত হয়। এই রশ্মি দুইটি সদৃশ এবং সংসক্ত হওয়ায় ২ ও ৩ নং রশ্মি একই আপতিত রশ্মির দুই অংশ ; আপতিত রশ্মির

একাংশ A ফলকে প্রতিফলিত হইয়া ২ নং রশ্মি হিসাবে B ফলকের মধ্য দিয়া সোজা চলিয়া যাইতেছে। অন্য অংশ A ফলকের মধ্য দিয়া সোজা গিয়া রশ্মি হিসাবে B ফলকে প্রতিফলিত হইয়া গমন করিতেছে। ইহাদের মধ্যে ব্যতিচারের সৃষ্টি হইবে। ৪ নং রশ্মিটি প্লেট দুইটির মধ্যের স্থানে একটি প্রতিফলনের সৃষ্টি করিবে। ১ নং রশ্মির মত ইহারও কোন



চিত্র ২.২৬

জুড়ি নাই, সুতরাং ১ ও ৪ নং রশ্মি কোনও ব্যতিচারের সৃষ্টি করিবে না। আবার ৫ ও ৬ নং রশ্মি দুইটি ২ ও ৩ নং রশ্মির ন্যায় ব্যতিচারের সৃষ্টি করিবে। কিন্তু ইহাদের রশ্মির তীব্রতা ২ ও ৩ নং রশ্মির অপেক্ষা অনেক কম হওয়ায় এইগুলি প্রায় দেখাই যাইবে না। প্লেট দুইটি A ও B এর বেধ t যদি সমান হয় এবং তাহারা যদি সমান্তরাল হয় তবে ২ ও ৩ নং রশ্মির উৎপন্ন প্রতিবিম্ব পরস্পরের সহিত মিলিয়া যাইবে এবং ইহাদের মধ্যে কোনও পথদূরত্বের পার্থক্য না থাকায় ব্যতিচার ঝালরের উৎপত্তি হইবে না। কিন্তু যদি প্লেট দুইটি সমান্তরাল না হয় এবং খুব ক্ষুদ্র কোণে অবস্থান করে তবে রশ্মিদ্বয়ের মধ্যে কিছুটা পথ পার্থক্য আসিবে। ফলে একশ্রেণীর ঝালর উৎপন্ন হইবে যেগুলি সরল রেখাকৃতি এবং ইহাদের দৈর্ঘ্য প্লেট দুইটির তল যে সরলরেখায় মিলিবে তাহার সমান্তরাল হইবে। যদি আলো A এবং B প্লেটে r এবং r' কোণে প্রতিসৃত হয় তবে ইহারা এই প্লেট দুইটিতে $2\mu t \cos r$ এবং $2\mu t \cos r'$ (বহুল প্রতিফলনে সৃষ্ট ঝালরের আলোচনা দ্রষ্টব্য) আপেক্ষিক মন্দন (relative retardation) ভোগ করে। সুতরাং ইহাদের পথদূরত্বের পার্থক্য দাড়ায়

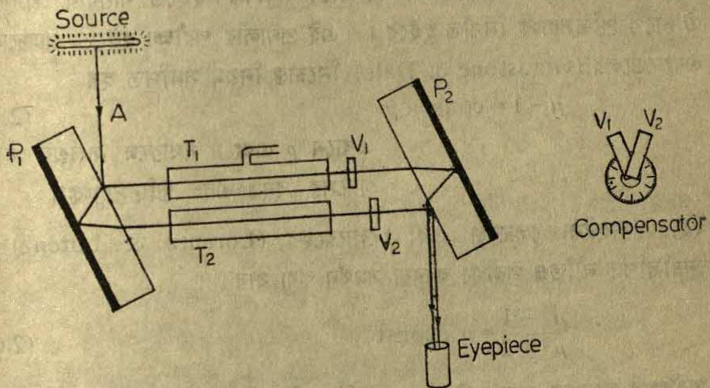
$$2\mu t(\cos r - \cos r') \tag{2.57}$$

সুতরাং যদি $r = r'$ হয় (অর্থাৎ প্লেট দুইটি সমান্তরাল হয়) তবে এই

পথ-পার্থক্য শূন্য হইবে এবং কোনও ব্যতিচার ঝালর সৃষ্ট হইবে না। অপরপক্ষে প্লেট দুইটি সমান্তরাল না হইলে $r \neq r'$ এবং পথ-পার্থক্য উৎপন্ন হওয়ায় ঝালরও দেখা দিবে। এইগুলি হইবে সম-বেধের ঝালর (fringes of equal thickness). এই নীতির উপর নির্ভর করিয়া যামা (Jamin) একটি ব্যতিচারমাপক যন্ত্র তৈয়ারী করেন। ইহার বর্ণনা এবং কার্য্যপ্রণালী এখানে দেওয়া হইল :—

যামার ব্যতিচারমাপক (Jamin's Interferometer).

P_1 এবং P_2 দুইটি কাচের প্লেট ; ইহারা যথাসম্ভব একই বেধের এবং একই প্লেট হইতে কাটিয়া তৈরী। ইহাদের উভয়ের পশ্চাৎদিকের তলে রূপার



চিত্র ২.২৭

পুরু প্রলেপ দেওয়া আছে। প্রথমে ইহাদের একটি অপটিক্যাল বেঞ্চে সমান্তরাল করিয়া বসানো হয় এবং ইহাদের তল উল্লম্বভাবে রাখা হয়। একটি আলোকউৎস হইতে একটি বিস্তৃত এবং সমান্তরাল রশ্মিগুচ্ছ P_1 প্লেটের উপর আপতিত হয়। ইহার একটি রশ্মি A বিবেচনা করিলে দেখা যাইবে যে এটি P_1 প্লেটের দুইতল হইতে প্রতিফলিত হইয়া দুইভাগে ভাগ হইয়া যাইবে এবং P_2 প্লেটের উপর আপতিত হইবে। যে ভাগটি P_1 প্লেটের প্রথম তল হইতে প্রতিফলিত হইয়াছে সেটি এবার P_2 প্লেটের দ্বিতীয় তল হইতে প্রতিফলিত হইয়া অভিনেত্রের দিকে যাইবে। অন্যটি P_1 প্লেটের দ্বিতীয় তল এবং P_2 প্লেটের প্রথমতলে প্রতিফলনের পর অভিনেত্রের দিকে যাইবে। ইহারা সুতরাং সদৃশ এবং সংসক্ত হইবে (চিত্র ২.২৬ এ

২ এবং ৩ নং রশ্মির ন্যায়)। কাজেই তাহারা ব্যতিচার ঝালরের সৃষ্টি করিবে। অবশ্য এই A রশ্মিটির অন্যান্য প্রতিফলনও হইবে ; কিন্তু উপরোক্ত রশ্মিদুইটিই সর্বাপেক্ষা উজ্জ্বল এবং পরস্পর সদৃশ বলিয়া সর্বাধিক গুরুত্বপূর্ণ। তাই শুধু এই দুইটিকেই বিবেচনা করা হইয়াছে।

এই যন্ত্র দ্বারা কঠিন, তরল ও বিভিন্ন চাপের বায়বীয় পদার্থের প্রতিসরাঙ্ক মাপা যায়। আলোকরশ্মি দুইটির পথে দুইটি নল বসাইয়া ইহাদের একটির মধ্যে বিভিন্ন চাপে বায়বীয় পদার্থ আস্তে আস্তে ঢোকান যাইতে পারে ; ফলে ঝালরগুলিও আস্তে আস্তে সরিতে থাকিবে এবং কোনও বিন্দু দিয়া এই অপসৃয়মান ঝালরের সংখ্যা সহজেই গণনা করা যাইবে। T_1 নলের সঙ্গে একটি চাপমাপক যন্ত্র (manometer) লাগাইলে নলে পরীক্ষাধীন বায়বীয় পদার্থের চাপও জানা যাইবে। এই ভাবে সমীকরণ হইতে বায়বীয় পদার্থের ঐ চাপে প্রতিসরাঙ্ক নির্ণীত হইবে। এই প্রণালীর পরীক্ষা হইতে গ্ল্যাডস্টোন এবং ডেলের (Gladstone & Dale) নিম্নোক্ত নিয়ম সমর্থিত হয়

$$\mu - 1 = \text{const} \times \rho \tag{2.59}$$

এখানে ρ এবং μ যথাক্রমে সংশ্লিষ্ট চাপে গ্যাসের ঘনত্ব এবং প্রতিসরাঙ্ক।

ইহার সাহায্যে লোরেঞ্জ এবং লোরেঞ্জের (Lorentz & Lorenz) এর নিম্নলিখিত নীতিও পরীক্ষা করিয়া সমর্থন করা যায়

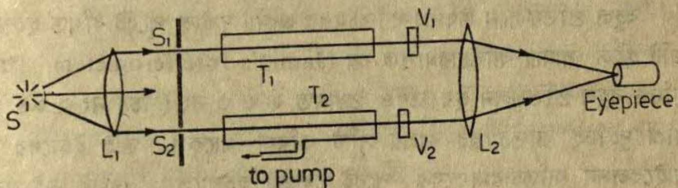
$$\frac{\mu^2 - 1}{\mu^2 + 2} = \rho \times \text{const} \tag{2.60}$$

পরীক্ষার সুবিধার জন্য এই যন্ত্রে একটি পরিপূরক (compensator) ব্যবহার করা হয়। একজোড়া সদৃশ কাচের প্লেট পরস্পরের সহিত সমঞ্জনীয় (adjustable) কোণে অবস্থান করে। একটি কাচের প্লেটের মধ্য দিয়া ব্যতিচারী রশ্মি দুইটির একটি গমন করে ; এই কারণে যদি এই পরিপূরকটি ঘুরানো হয় তবে একটি রশ্মির পথ বাড়িতে এবং অপরটির কমিতে থাকে ফলে রশ্মি দুইটির পথ-পার্থক্য বাড়িতে থাকে। কাজেই এই রশ্মি দুইটির T_1 এবং T_2 নলের মধ্য দিয়া যাইবার সময় যে পথ-পার্থক্যের উৎপত্তি হয়, পরিপূরকটি প্রয়োজনমত ঘুরাইয়া তাহা খণ্ডন করা যায় এবং ঝালরশ্রেণীর কেন্দ্র আবার আগের অবস্থানে ফিরাইয়া আনা যায়। যদি জানা প্রতিসরাঙ্কের বস্তুর সাহায্যে এই পরিপূরকটি আগে হইতে অংশাঙ্কন (calibrate) করা থাকে তবে কেন্দ্রীয় ঝালরটি পূর্বস্থানে ফিরাইয়া আনিতে এই পরিপূরকটি যতটা ঘুরাইতে হয় তাহা হইতেই সরাসরি প্রতিসরাঙ্ক বাহির করা যায়। সহজেই

অনুমান করা যায় যে প্লেট দুইটির মধ্যের কোণ যত কম হইবে পরিপূরকের সুবেদিতা (Sensitivity) ততই বাড়িবে।

র‍্যালের প্রতিসরাঙ্ক-মাপক (Rayleigh's Refractometer).

অনুরূপ আর একটি যন্ত্র হইল র‍্যালের প্রতিসরাঙ্ক-মাপক (Rayleigh's Refractometer). ইহার নাম হইতেই বুঝা যায় যে পদার্থের প্রতিসরাঙ্ক মাপিবার জন্য এই যন্ত্র ব্যবহার করা হয়। তবে প্রকৃতপক্ষে দুই বা ততোধিক তরল বা বায়বীয় পদার্থের প্রতিসরাঙ্কের মধ্যে সামান্য পার্থক্য মাপিবার পক্ষে এই যন্ত্র খুবই উপযোগী। এখানে একটি আলোকউৎস S হইতে উত্তল লেন্স



চিত্র ২.২৮

L_1 দ্বারা আলো সমান্তরাল হইয়া S_1 এবং S_2 দুইটি রেখাছিদ্রের উপর পড়ে (চিত্র নং ২.২৮)। এই উৎস হইতে রশ্মিদ্বয় দুইটি নল T_1 এবং T_2 এর ভিতর দিয়া গিয়া আবার উত্তল লেন্স L_2 দ্বারা অভিনেত্রের দৃষ্টিক্ষেত্রে একত্রিত হয়। নল দুইটিতে পরীক্ষাধীন তরল বা বায়বীয় পদার্থ রাখা যায়। V_1V_2 একটি পরিপূরক যাহা দ্বারা প্রতিসরাঙ্ক সরাসরি মাপা যায়।

র‍্যালে এবং যামা ব্যতিচারমাপক যদিও ব্যতিচারের পরিচ্ছেদেই একসঙ্গে বর্ণিত হইয়াছে তবুও ইহাদের মধ্যে বিশেষ প্রকৃতিগত পার্থক্য বিদ্যমান। র‍্যালে ব্যতিচারমাপকে যে ঝালরশ্রেণী সৃষ্ট হয় তাহা প্রকৃতপক্ষে ফ্রণহফার ব্যবর্তনের দরুণই হইয়া থাকে। এইগুলি যুগ্ম রেখাছিদ্রে ফ্রণহফার ব্যবর্তনের ঝালর এবং রেখাছিদ্র দুইটির মধ্যের ব্যবধান বেশী হওয়ায় (প্রায় ১০ মিলিমিটারের মত) উৎপন্ন ঝালরগুলি খুবই সূক্ষ্ম হইয়া থাকে (চিত্র নং ৩.৩৯ দ্রষ্টব্য)। এই সূক্ষ্ম ঝালরগুলি দেখিবার জন্য একটি কাচের দণ্ডকে (cylindrical) লেন্স হিসাবে ব্যবহার করা হয়। এই লেন্সের পরিবর্ধন-ক্ষমতা (magnification) সাধারণত ১৫০ এর মত হয়। ঝালরশ্রেণীর এই সূক্ষ্মতার জন্য এই যন্ত্রের সাহায্যে পরিমাপও খুব নির্ভুলরূপে করা যায়। অবশ্য স্থায়ী চিহ্ন হিসাবে আর এক শ্রেণীর ঝালর পাশাপাশি ব্যবহার করিয়া পরিমাপের সূক্ষ্মতাকে আরও বাড়ানো হইয়া থাকে।

যামা ব্যতিচারমাপকের ক্ষেত্রে ঝালরশ্রেণী ব্যতিচার প্রক্রিয়ায় সৃষ্ট হইয়া থাকে। এইগুলিকে বলা যাইতে পারে অধিস্থাপনজাত ঝালর (fringes of superposition), আর দুইটি রশ্মিগুচ্ছ হইতে উৎপন্ন হয় বলিয়া ইহারা অন্যান্য ব্যতিচারঝালরের (যথা মাইকেলসন বা ফ্রেনেল যুগ্ম-প্রিজ্‌ম্ যন্ত্রের ঝালর) মত প্রশস্ত হয় র‍্যালের ক্ষেত্রের ন্যায় সূক্ষ্ম হয় না। অতএব এই যন্ত্রের সাহায্যে পরিমাপও র‍্যালে যন্ত্রের মত অতটা নির্ভুল হয় না।

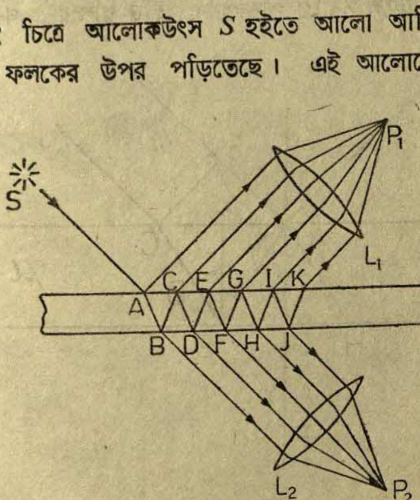
বহুল-প্রতিফলনে প্রসূত ব্যতিচার (Interference produced by multiple reflections).

বহুল প্রতিফলনে উৎপন্ন ব্যতিচারের একটি দৃষ্টান্ত পূর্বেই বর্ণিত হইয়াছে। এটি হইল যামার ব্যতিচারমাপক যন্ত্র (Jamin's Interferometer). এখানে যদিও বহুল প্রতিফলন হয় তবুও প্রধানত ২ ও ৩ নং (চিত্র নং ২.২৬) এই রশ্মি দুইটিই ব্যতিচারের ঝালর সৃষ্টি করিয়া থাকে। তাই ইহাদের বর্ণনা মাইকেলসন ব্যতিচারমাপকের পরেই দেওয়া হইয়াছে। এবার এই শ্রেণীর ব্যতিচার সম্বন্ধে আরও বিশদভাবে আলোচনা করা হইবে। প্রথমে স্বাভাবিক-ভাবে উৎপন্ন (কোনও যন্ত্রের সাহায্য ছাড়াই) ব্যতিচারের বিষয় ধরা যাক। যখন কোনও খুব পাতলা তেলের স্তর রাস্তায় বা জলের উপর ছড়াইয়া থাকে এবং সূর্য্যালোক ইহার উপর আসিয়া পড়ে তখন এই স্তরে বিভিন্নরকমের রংয়ের সৃষ্টি হইতে দেখা যায়। এইগুলি অনেক সময় একরঙের হয়, আবার একই স্তরে আলোর নানারূপ পরিবর্তন হইতে দেখা যায়। মনে হয় যে একই তেলের স্তরই যেন নানা রঙে রঙীন। অর্থাৎ এই ব্যতিচারী বিন্দুগুলি স্তরের খুব নিকটেই অবস্থান করে। ক্ষেত্রবিশেষে এইগুলি দেখিতে হইলে চক্ষু অসীমের দিকে ফোকাস করিতে হয়। এইরূপ বিচিত্র রঙের আর একটি খুব সাধারণ (common) ব্যাপার দেখা যায় সাবান জল দিয়া তৈরী পাতলা স্তরে। ইহা দিয়া খুব সুন্দর একটি পরীক্ষা করা যায়। যদি এইরূপ একটি পুরু সাবান জলের স্তর কোনও তারের ফ্রেমে তৈরী করা হয় তবে ইহা সাদা রংয়ের দেখা যায়। এবার যদি এই স্তরটিকে খাড়া করিয়া দাড়া করানো যায় তবে ইহা ক্রমশঃ পাতলা হইয়া আসিবে এবং ক্রমে ইহাতে রঙের আবির্ভাব ঘটিবে। আর স্তরের বেধ পরিবর্তনের সঙ্গে সঙ্গে ইহার রঙেরও পরিবর্তন ঘটিতে থাকিবে। এই ধরণের ব্যতিচারের আর একপ্রকারের দৃষ্টান্ত দেখা যায় পাখীর পালকের বিভিন্ন এবং বিচিত্র রঙের উপস্থিতিতে। এখানেও ঐ একই প্রক্রিয়াতে রঙের উদ্ভব হয়। মুক্তাতে যে সমস্ত সুন্দর রঙের খেলা

দেখিতে পাওয়া যায় তাহার কারণও এই একই। ইহার মধ্যে অন্তর্ভুক্ত সূক্ষ্ম ভিন্ন পদার্থের স্তরের জন্যই এই রঙ দেখিতে পাওয়া যায়। এবং এই একই কারণে সদ্যপ্রস্তুত ইস্পাতের প্লেট বা তারের গায়েও রং দেখা যায়, কারণ বায়ুর সংস্পর্শে আসিয়া এই প্লেট বা তারের উপর আয়রন অক্সাইডের (oxide of iron) সূক্ষ্ম স্তরের সৃষ্টি হয়। এ পর্যন্ত যে সমস্ত দৃষ্টান্ত দেওয়া হইল তাহার সবগুলিই সূক্ষ্ম স্তরে বহুল প্রতিফলনের ফলে প্রসূত ব্যতিচারের নমুনা। ইহাদিগকে বলা চলে পাতলা স্তরের রং (colour of thin films) (যে রং ব্যতিচারের ফলে উৎপন্ন হয়)। ইহা ভিন্ন অবশ্য পাতলা নয় এমন স্তরে বহুল প্রতিফলনের ফলেও ব্যতিচার ঝালর সৃষ্টি হয় এবং এই নীতির উপর ভিত্তি করিয়া খুব গুরুত্বপূর্ণ এবং প্রয়োজনীয় যন্ত্রেরও সৃষ্টি হইয়াছে। ইহার আলোচনায় ক্রমে আসা যাইবে। এই বিষয়টি ঠিকমত বুঝিবার জন্য সর্বপ্রথম একটি আদর্শ উদাহরণের (idealised case) বিবেচনা দিয়া আলোচনা আরম্ভ হইবে। এই আদর্শ উদাহরণ হইতেছে একটি সমতল, সমান্তরাল ও স্বচ্ছ ফলকে বা স্তরে আলোর বহুল প্রতিফলনের প্রতিক্রিয়া।

একটি সমতল ও সমান্তরাল ফলক হইতে আলোর বহুল প্রতিফলন—

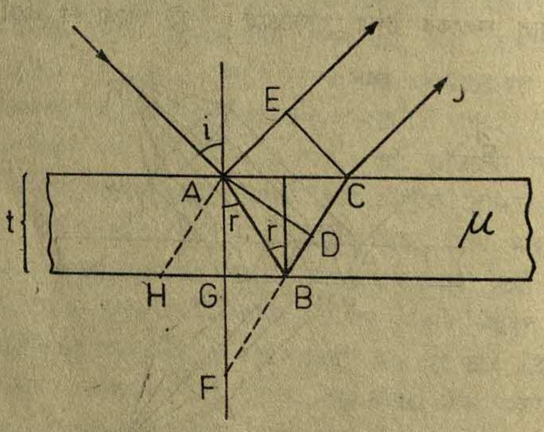
২.২৯ নং চিত্রে আলোকউৎস S হইতে আলো আসিয়া স্বচ্ছ সমতল ও সমান্তরাল ফলকের উপর পড়িতেছে। এই আলোকের একটি রশ্মির



চিত্র ২.২৯

কথা ধরা যাক। এই রশ্মিটি ফলকের A বিন্দুর উপর আপতিত হইয়াছে। এখানে রশ্মিটির একাংশ ফলকের উপরের তলে প্রতিফলিত হইবে অপরাংশ

ফলকের ভিতরে প্রতিসৃত হইবে। এই প্রতিসৃত রশ্মির একাংশ আবার ফলকের দ্বিতীয় তলে প্রতিফলিত এবং প্রতিসৃত হইবে। এই প্রক্রিয়ার পুনরাবৃত্তির (repetition) ফলে A বিন্দুতে আপতিত রশ্মিটি একগুচ্ছ প্রতিফলিত সমান্তরাল রশ্মি এবং অনুরূপভাবে একগুচ্ছ সমান্তরাল প্রতিসৃত রশ্মির সৃষ্টি করিবে। এই রশ্মিগুচ্ছ দুইটি ফলকের বিপরীত দিকে অবস্থিত হইবে। এই অবস্থায় যদি ইহারা উত্তল লেন্স L_1 এবং L_2 এর উপর পড়ে তবে ঐ লেন্সের ফোকাসতলে P_1 এবং P_2 বিন্দুতে ফোকাসিত হইবে। উপরের বর্ণনা হইতে সহজেই বুঝা যায় যে একই রশ্মিজাত বলিয়া এই প্রতিফলিত রশ্মিগুচ্ছ সংসক্ত এবং প্রতিসৃত রশ্মিগুচ্ছের বেলায়ও এই কথা খাটে। সুতরাং P_1 ও P_2 বিন্দুতে এই রশ্মিগুচ্ছ ব্যতিচারের সৃষ্টি করিবে। কাজেই P_1 ও P_2 বিন্দুতে আলোর তীব্রতা নির্ভর করিবে পাশাপাশি দুইটি রশ্মির পথ-পার্থক্যের উপর। যদি এই পার্থক্য সংশ্লিষ্ট তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পূর্ণসংখ্যা হয় তবে এই স্থানের তীব্রতা চরম হইবে বলিয়া মনে হয় (পরের আলোচনা দ্রষ্টব্য)। আর ইহাও দেখা যাইবে পাশাপাশি যে কোনও দুইটি রশ্মির পথ-পার্থক্যের মান একই হইবে। সুতরাং P_1 বা P_2 বিন্দুর আলোকের তীব্রতার মান নির্ণয় করিতে হইলে সর্বাগ্রে পাশাপাশি দুইটি রশ্মির পথ-পার্থক্য নির্ণয়



চিত্র ২.৩০

করা প্রয়োজন। ইহা নিম্নের চিত্রের সাহায্যে করা হইয়াছে (চিত্র নং ২.৩০) ২.৩০ নং চিত্রে একটি t বেধের এবং μ প্রতিসরাঙ্কের সমতল ও সমান্তরাল স্বচ্ছ ফলকের উপর A বিন্দুতে একটি আলোকরশ্মি i আপতন কোণে আসিয়া

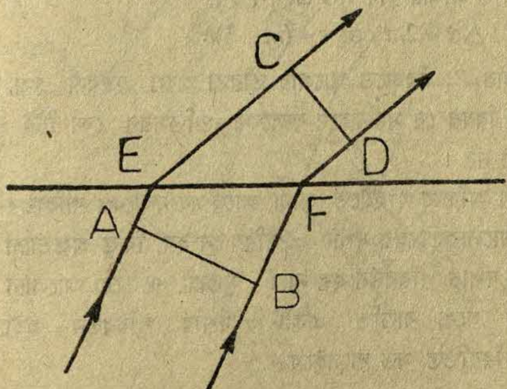
পড়িয়াছে। এই আপতিত রশ্মির একাংশ AE রশ্মি হিসাবে প্রতিফলিত হইয়াছে। অপর অংশ ফলকের r কোণে প্রতিসৃত হইয়া এবং ইহার দ্বিতীয় তলে পুনরায় প্রতিফলিত হইয়া CJ রশ্মি হিসাবে প্রথম তলে প্রতিসৃত হইয়া বাহির হইয়াছে। আলোচ্য অবস্থায় AE এবং CJ সমান্তরাল হইবে। এই রশ্মি দুইটির পথ-পার্থক্য বাহির করিতে হইবে। এজন্য A এবং C বিন্দু হইতে যথাক্রমে BC এবং AEর উপর দুইটি লম্ব AD এবং CE টানা হইল। তাহা হইলে CE প্রতিফলিত রশ্মিগুচ্ছের তরঙ্গমুখ এবং এজন্য C এবং E বিন্দুর দশা একই হইবে। সুতরাং A বিন্দু হইতে একটি রশ্মি বায়ুতে AE পথ এবং অপর রশ্মিটি ফলকের মধ্যে ABC পথ অতিক্রম করিবার ফলে ইহাদের মধ্যে যে পথ-পার্থক্যের সৃষ্টি হইয়াছে তাহাই হইবে রশ্মি দুইটির পথ-পার্থক্য। সুতরাং ইহাদের মধ্যে আলোকপথের দূরত্বের পার্থক্য

$$\triangle x = \mu \cdot ABC - AE. = \mu(AB + BC) - AE.$$

যদি A বিন্দু হইতে ফলকের দ্বিতীয় তলে একটি লম্ব AG অঙ্কন করিয়া ইহা বর্ধিত করা হয় এবং CB বর্ধিত করিয়া এই লম্বকে F বিন্দুতে ছেদ করানো হয় তবে GFB কোণটিও r এর সমান হইবে। সুতরাং ABF সমদ্বিবাহু ত্রিভুজে $AB = FB$

$$\therefore \quad \triangle x = \mu \cdot FC - AE = \mu(FD + DC) - AE$$

এদিকে CE যেমন প্রথমতলের বাহিরে প্রতিফলিত রশ্মিদ্বয়ের তরঙ্গমুখ, ADও সেইরূপ ঐ রশ্মিদ্বয়ের ফলকের ভিতরের তরঙ্গমুখ (ঐ বাহিরের রশ্মিদ্বয়



চিত্র ২.৩১

ফলকের ভিতরে HA এবং BC রশ্মিদ্বয় হইতে উৎপন্ন হয়)। সুতরাং AE

এবং CD আলোকপথ দুইটি সমান অর্থাৎ $AE = \mu \cdot DC$. ইহার কারণ একই রশ্মিমালার দুইটি তরঙ্গমুখের মধ্যে যে কোনও আলোকপথই সমান।

২.৩১ নং চিত্রে AC এবং BD দুইটি আলোকরশ্মি। ইহারা EF তলে প্রতিশ্রুত হইয়াছে। প্রতিসরণের পূর্বে এবং পরে রশ্মি দুইটি সমান্তরাল। AB এবং CD প্রতিসরণের আগে এবং পরে দুইটি তরঙ্গমুখের অবস্থান। সুতরাং A ও Bতে এবং C ও Dতে দশা সমান। ধরা যাক যে এই দশা শূন্য। এবার পর পর শূন্য দশা সম্পন্ন কতকগুলি তরঙ্গমুখ আকা যায়। এই দশা অনুসরণ করিয়া যদি AEC এবং BFD আলোকপথে যাওয়া যায় তবে উভয় পথেই সমসংখ্যক চক্র (cycle) অতিক্রম করিতে হইবে। সুতরাং উভয় আলোকপথেই পথদূরত্ব সমান।

কাজেই লেখা যায়
$$\begin{aligned}\triangle x &= \mu \cdot FD + \mu \cdot DC - AE \\ &= \mu \cdot FD + AE - AE \\ &= \mu \cdot FD. \qquad = \mu \cdot AF \cos r \\ &= 2\mu t \cos r. \end{aligned} \tag{2.61}$$

পাশাপাশি দুইটি রশ্মির মধ্যে এই পথ-পার্থক্য এই রশ্মিগুচ্ছের যে কোনও পাশাপাশি দুইটির ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য হইবে। সুতরাং যদি নিম্নোক্ত সর্ত পালিত হয়

$$\triangle x = 2\mu t \cos r = m\lambda \tag{2.62}$$

তবে P_1 বিন্দুর আলোর তীব্রতা এই ক্রম এবং তরঙ্গদৈর্ঘ্যের বেলায় চরম হওয়ার কথা। আবার যদি সর্ত এইরূপ হয়

$$\triangle x = 2\mu t \cos r = (m + \tfrac{1}{2})\lambda \tag{2.63}$$

তবে এই বেলায় P_1 বিন্দুতে আলোর তীব্রতা অবম হইবার কথা। এইস্থানে লক্ষ্য করিবার বিষয় যে সমীকরণে ফলকের প্রতিসরণ কোণটিই আসিতেছে, আপতন কোণ নয়।

কিন্তু পূর্ব অভিজ্ঞতা হইতে জানা আছে যে ফলকের বাহিরের তল হইতে প্রতিফলনে আলোকতরঙ্গের দশার π পরিবর্তন হয়, কিন্তু অন্তর্ভাগে প্রতিফলনে এরূপ কোনও দশার পরিবর্তন হয় না। সুতরাং এক্ষেত্রে আলোচ্য পাশাপাশি রশ্মি দুইটির মধ্যে বাড়তি একটি π দশার পরিবর্তন হইবে। ফলে ব্যতিচারের পরিবর্তিত সর্ত দাড়াইবে

$$2\mu t \cos r = m\lambda \quad \text{...আলোক-তীব্রতা অবম।} \tag{2.64}$$
$$2\mu t \cos r = (m + \tfrac{1}{2})\lambda \quad \text{...আলোক-তীব্রতা চরম।} \tag{2.65}$$

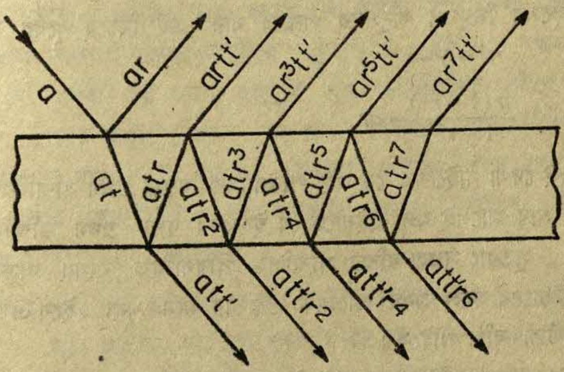
এই সর্ত অবশ্য প্রথম দুইটি প্রতিফলিত রশ্মির ক্ষেত্রেই শুধু প্রযোজ্য।

সাধারণভাবে আলোর তীব্রতা উপরের সমীকরণ দ্বারা নিয়ন্ত্রিত হইবে। [ফেব্রি-পেরো ব্যতিচার-মাপকের আলোচনা দ্রষ্টব্য]

কিন্তু আরও বিশদভাবে তীব্রতার আলোচনা করিতে হইলে অন্যান্য রশ্মিগুলির পরস্পরের সম্বন্ধও বিবেচনা করিতে হইবে।

প্রথমত যদি চরম তীব্রতার কথা ধরা যায় তবে প্রথম দুইটি রশ্মি দ্বিতীয় সমীকরণ অনুসারে এই বিন্দু P_1এ চরম তীব্রতা সৃষ্টি করিবে। তৃতীয় এবং চতুর্থ রশ্মির ক্ষেত্রে পথদূরত্বের মান $(m+\frac{1}{2})\lambda$-ই হইবে। কিন্তু ইহারা উভয়েই ফলকের ভিতর হইতে প্রতিফলিত হওয়ায় তাহাদের বাড়তি π দশা-পরিবর্তন হইবে না। সুতরাং ইহারা পরস্পরের বিপরীত দশায় থাকিবে এবং পরস্পরকে ধ্বংস করিবার চেষ্টা করিবে। কিন্তু তৃতীয় রশ্মির বিস্তার চতুর্থ রশ্মির অপেক্ষা বেশী হওয়ায় (প্রতিটি প্রতিফলনেই রশ্মির বিস্তার কিছুটা কমিতে থাকিবে) ইহাদের কিছু পরিণামিক বিস্তার বর্তমান থাকিবে। আর এই পরিণামিক বিস্তারের দশা প্রথম দুইটির পরিণামিক দশার সদৃশ হওয়ায় ইহারা পরস্পরকে বৃদ্ধি করিবে। এইরূপে তৃতীয় ও চতুর্থ, পঞ্চম ও ষষ্ঠ রশ্মিদ্বয় জোড়ায় জোড়ায় নিলে ইহাদের পরিণামিক বিস্তারগুলি প্রথম ও দ্বিতীয়ের সহিত যুক্ত হইয়া চরম তীব্রতার সৃষ্টি করিবে।

অপরদিকে প্রথম সমীকরণ 2.64 অনুসারে দ্বিতীয় রশ্মিটির দশা প্রথমটির বিপরীত হওয়ায় ইহা প্রথমটিকে ধ্বংস করিবার চেষ্টা করিবে, কিন্তু প্রথমটির



চিত্র ২.৩২

বিস্তার অনেক বেশী হওয়ায় সম্পূর্ণ সক্ষম হইবে না। আবার তৃতীয়, চতুর্থ এবং পরবর্তী সমস্ত রশ্মিরই দশা দ্বিতীয়টির সদৃশ হওয়ায় ইহারা মিলিতভাবে

প্রথমটির উপর ক্রিয়া করিবে। সুতরাং সমস্তগুলির যোগফল বাহির করিতে হইলে প্রথমটি বাদে অন্যগুলির পরিণামিক বিস্তার নির্ণয় করা প্রয়োজন। এই পরিণামিক বিস্তার পূর্ববর্ণিত স্টোক্‌সের উদ্ভাবিত আলোকের প্রতিফলন ও প্রতিসরণের নিরূপণ অনুসারে (Stokes' treatment of reflection and refraction of light) বাহির করা যায়। ঐ নীতি অনুসারে আপতিত রশ্মির বিস্তার যদি a হয়, এবং ইহার r ভগ্নাংশ (ফলকের প্রথম এবং দ্বিতীয় তল হইতে প্রতিফলিত অংশ একই হইবে ইহা পরে দেখান হইয়াছে) যদি ফলকের উভয় তল হইতে প্রতিফলিত হয় আর t ও t' ভগ্নাংশ যদি যথাক্রমে প্রথমতলে ও দ্বিতীয়তলে প্রতিসৃত হয় তবে প্রতিফলিত ও প্রতিসৃত রশ্মি-গুচ্ছের বিস্তারের মান চিত্র নং ২.৩২ প্রদর্শিত রূপ হইবে। সুতরাং দ্বিতীয়, তৃতীয় ইত্যাদি রশ্মিসমূহের পরিণামিক বিস্তার দাড়াইবে

$$Y = artt' + ar^3tt' + ar^5tt' + - \cdots$$
$$= artt'(1 + r^2 + r^4 + \cdots) \qquad (2.66)$$

যেহেতু r একটি ভগ্নাংশ যাহার মান এক হইতে কম, এই যোগফল দাড়াইবে

$$Y = \frac{artt'}{1 - r^2}.$$

[এখানে ধরিয়া লওয়া হইয়াছে যে ব্যতিচারী রশ্মির সংখ্যা অনন্ত ; প্রকৃতপক্ষে ইহা সত্য না হইলেও রশ্মির সংখ্যা অনেক হওয়ায় এবং শেষেরগুলির বিস্তার দ্রুত কমিয়া আসাতে এই রাশিমালা ব্যবহার করা চলিতে পারে]

কিন্তু স্টোক্‌সের নিরূপণ অনুসারে পাওয়া যায় (এই বিষয়ে পূর্বের আলোচনা দ্রষ্টব্য)

$$tt' = 1 - r^2 \qquad (2.67)$$

সুতরাং

$$Y = \frac{ar(1 - r^2)}{1 - r^2} = ar. \qquad (2.68)$$

কাজেই দেখা যাইতেছে যে এই পরিণামিক বিস্তার প্রথম রশ্মিটির বিস্তারের সমান। আর আগেই বলা হইয়াছে যে ইহাদের দশা প্রথম রশ্মিটির দশার বিপরীত। সুতরাং সকল রশ্মির সম্মিলিত পরিণামিক বিস্তার দাড়ায় শূন্য। অর্থাৎ ব্যতিচারের ফলে অবম আলোক তীব্রতার মান শূন্য হইবে এবং ঝালর-শ্রেণীর স্পষ্টতা বৃদ্ধি পাইবে।

সুতরাং দেখা যাইতেছে যে যদি নীচের সমীকরণটি সিদ্ধ হয় অর্থাৎ $2\mu t \cos r = (m + \frac{1}{2})\lambda$ তবে একটি আলোকরশ্মির জন্য অভিনেত্রের ফোকাস-তলে অথবা চোখের রেটিনাতে এক উজ্জ্বল আলোকবিন্দুর সৃষ্টি হইবে। এই উজ্জ্বল বিন্দুর সঞ্চারপথ (locus) হইবে একটি বৃত্ত (এখানে একটি বৃত্তাংশ)

যাহার কেন্দ্র হইবে চক্ষু হইতে ফলকের উপর অঙ্কিত লম্বের ছেদবিন্দু। ইহার কারণ একটি m ক্রমের ঝালরের ক্ষেত্রে r কোণ অপরিবর্তিত থাকিবে। আর আলোচ্য ক্ষেত্রে μ এবং tও অপরিবর্তিত ধরা হইয়াছে। আবার m এর মান পরিবর্তন করিলে r এর একটি ভিন্ন মান এর জন্য এই সমীকরণ আবার সিদ্ধ হইবে এবং আর একটি বৃত্তাকার সমকেন্দ্রিক ঝালর পাওয়া যাইবে। যেহেতু ব্যতিচারী রশ্মিগুলি সমান্তরাল এবং একটি নির্দিষ্ট কোণে প্রতিফলিত, এই ঝালরগুলি সম-আনতির ঝালর (fringes of equal inclination) শ্রেণীতে পড়িবে।

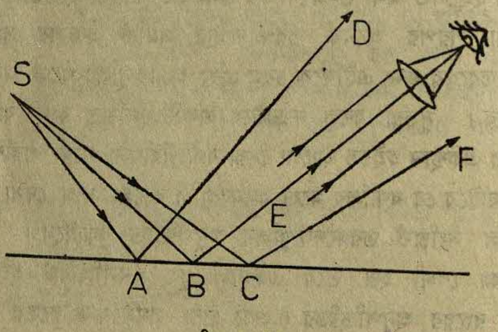
উপরের আলোচনায় ধরা হইয়াছে যে আলোকউৎস হিসাবে একবর্ণের আলো ব্যবহার করা হইয়াছে এবং ঝালরশ্রেণী বৃত্তাকার হইবে আর দুইটি ঝালরের মাঝের স্থানের অবম তীব্রতা শূন্য দাড়াইবে। এখন যদি সাদা আলো ব্যবহার করা যায় তবে একই r কোণে $2t \cos r$ এক হইলেও $\frac{m\lambda}{\mu}$ প্রতিবর্ণের আলাদা হইবে যেজন্য একটি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের জন্য এই দিকে আলোর তীব্রতা চরম হইলেও অন্য তরঙ্গদৈর্ঘ্যের জন্য এই তীব্রতা হয়তো অবম। আর সাদা আলো পরপর অনেক তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সমষ্টি হওয়ায় সমস্ত বর্ণালির অনেকগুলি তরঙ্গের জন্য এইদিকে চরম এবং অনেকগুলির পক্ষে অবম আলোক-তীব্রতা হইবে। সুতরাং ফলে দাড়াইবে একটি মিশ্রিত বর্ণের ঝালর। যদি এই ঝালরের একস্থান হইতে আলো নিয়া বর্ণালীবীক্ষণ যন্ত্রে পরীক্ষা করা হয় তবে দেখা যাইবে যে বর্ণালির মধ্যে অনেকগুলি কালো দাগ দেখা যাইতেছে। এই দাগগুলি সংশ্লিষ্ট তরঙ্গদৈর্ঘ্যগুলির অনুপস্থিতি বুঝাইবে। অবশ্য যদি ফলকের বেধ বেশী হয় তবে এইগুলি খুব ঘনসন্নিবিষ্ট হইবে। ফলে অনেকগুলি রংয়ের অনুপস্থিতির (এবং প্রায় সমসংখ্যক রঙের উপস্থিতি) দরুণ মিশ্রিত রং সাদা মনে হইবে। সুতরাং ফলকের বেধ বেশী হইলে ব্যতিচার ঝালর দেখা যাইবে না, সমস্তটাই সাদা দেখাইবে, যদিও এই অবস্থাতেও ব্যতিচার ঠিকই ঘটিতেছে।

ফলকের বেধ বেশী হইলে আরও একটি কারণে রং বা ঝালর দেখা যাইবে না। যদি আলোর আপতন কোণ i বড় হয় তবে এই ক্ষেত্রে দুইটি প্রতিফলিত রশ্মির দূরত্বও বেশী হইবে। চোখের তারারন্ধ্রের (pupil) ব্যাস মোটামুটি 3 mm এর মত হইয়া থাকে। কাজেই খুব অল্প সংখ্যক রশ্মিই এই তারারন্ধ্র দিয়া চক্ষুতে প্রবেশ করিবে। যেহেতু এই শ্রেণীর ব্যতিচারের উৎপাদনে বহু সংখ্যক রশ্মির অংশগ্রহণ আবশ্যিক, সুতরাং এই ক্ষেত্রে ব্যতিচার

ঝালর বা রং দেখা যাইবে না। অবশ্য দূরবীক্ষণ যন্ত্র ব্যবহার করিয়া বা আলো ফলকতলে অভিলম্বরূপে আপাতিত করিয়া বেশী বেধের ফলক হইতেও ব্যতিচার দেখা যায়, কিন্তু ইহারও সীমা আছে।

এ পর্য্যন্ত যে আলোচনা করা হইয়াছে তাহাতে ধরিয়া লওয়া হইয়াছে যে বেধ সর্বত্র সমান। কিন্তু সাধারণত এইরূপ পাতলা ফলক বাস্তবে পাওয়া যায় না। আপতন বিন্দুর বেধের পরিবর্তনের সঙ্গে সঙ্গে সেইস্থানের আলোর তীব্রতাও সমীকরণ $2\mu t \cos r = m\lambda$ অনুসারে পরিবর্তিত হয়। কাজেই যদি পরিবর্তনশীল বেধের ফলকে ব্যতিচার উৎপন্ন হয় তবে সাধারণত দেখা যায় যে ইহাতে স্থানে স্থানে আলোর তীব্রতা বা রঙেরও পরিবর্তন হইতেছে।

আর একটি বিষয় এখানে লক্ষ্য করা প্রয়োজন। আলোকউৎসটি এখানে যত প্রশস্ত হইবে ব্যতিচার-ঝালর বা রঙের উৎপত্তিও তত সুষ্ঠু হইবে। আলোকউৎস যদি একটি বিন্দু হয় তবে তাহা হইতে নানা কোণে রশ্মিসকল আপাতিত হইবে।



চিত্র ২.৩৩

২.৩৩ নং চিত্রে তিনটি এইরকম রশ্মি দেখানো হইয়াছে। ইহাদের প্রতিটির জন্যই একগুচ্ছ সমান্তরাল প্রতিফলিত রশ্মির সৃষ্টি হইবে এবং ইহাদের যে গুচ্ছটি $2\mu t \cos r = (m + \frac{1}{2})\lambda$ সমীকরণ সিদ্ধ করিবে একমাত্র সেই গুচ্ছের জন্যই একটি উজ্জ্বল বিন্দুর সৃষ্টি হইবে। সুতরাং বৃত্তাংশের অন্যান্য বিন্দুগুলির উৎপত্তির জন্য আলোকউৎসে S এর মত আরও অনেক বিন্দু থাকা প্রয়োজন অর্থাৎ আলোকউৎসটি যথাসম্ভব বিস্তৃত হওয়া প্রয়োজন। এই বিষয়টি মাইকেলসনের ব্যতিচার-মাপকেও দেখা গিয়াছে; অপরদিকে ফ্রেনেল বা লয়েডের পরীক্ষায় আলোকউৎস যথাসম্ভব সরু হওয়া প্রয়োজন।

পাতলা ফলকে উৎপন্ন ব্যতিচারের বেলায় ফ্রেনেল এবং লয়েডের দর্পণের ঝালরের সহিত আরও একটি বিষয়ে পার্থক্য আছে। এই পার্থক্যটির সৃষ্টি হয় ফলকের মধ্যে আলোকের বিচ্ছুরণের দরুণ (এখানে সাদা আলোর বা একাধিক বর্ণের আলোর কথা ধরা হইয়াছে) যেটি ফ্রেনেল বা লয়েডের দর্পণের ক্ষেত্রে অনুপস্থিত। ফলকে বিচ্ছুরণের দরুণ যে দশা-পার্থক্যের সৃষ্টি হয় তাহা তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পরিবর্তনজাত দশা-পার্থক্যের সমানুপাতিক বা ব্যস্তানুপাতিক হইতে পারে। অতএব বিচ্ছুরণের ফলে রঙের উৎপত্তিও সঙ্গে সঙ্গে বাড়িতে বা কমিতে পারে।

যদি সাদা আলো একটি সমান্তরাল রশ্মিমালায় আসিয়া একটি সমতল সমান্তরাল ফলকে আপাতিত হয় এবং প্রতিফলিত রশ্মি চোখ দিয়া দেখা যায় তবে এই ক্ষেত্রে সমস্ত বর্ণের ক্ষেত্রেই আপতন কোণ এক হইলেও বিচ্ছুরণের দরুণ প্রতিসরণ কোণ বিভিন্ন তরঙ্গের আলাদা হইবে। কাজেই দশা-পার্থক্যের মানের রাশিটি $\frac{2t\cos r}{\lambda}$ এর পরিবর্তন হর এবং লব উভয় দিকেই হইবে। কাজেই $\cos r$ এবং λ এর পরিবর্তন যদি একই দিকে হয় অর্থাৎ ইহারা যদি সমানুপাতে পরিবর্তিত হইতে থাকে তবে $\frac{2t\cos r}{\lambda}$ সমস্ত আলোর ক্ষেত্রেই এক থাকে। ফলে ব্যতিচারী ঝালর বা রঙ অবার্ণতার সৃষ্টি করে। সুতরাং এই ক্ষেত্রে অবার্ণতার সর্ত দাড়াইতেছে

$$\frac{\cos r}{\lambda} = \text{ধ্রুবক.} \tag{2.69}$$

এই আলোচনায় ধরিয়া লওয়া হইয়াছে যে t অপরিবর্তিত থাকিবে অর্থাৎ স্তরটি সমতল ও সমান্তরাল হইবে। সম্পূর্ণ অবার্ণতা সৃষ্টির জন্য স্তরের প্রতিসরাঙ্ক এবং আলোকতরঙ্গের দৈর্ঘ্যের মধ্যে একটি বিশেষ সম্বন্ধ থাকা প্রয়োজন। এটি বাহির করা যায় $\frac{\cos r}{\lambda} = $ ধ্রুবক এই সমীকরণ হইতে।

এখানে $\sqrt{1-\sin^2 r} = K\lambda$ [$K =$ ধ্রুবক]

বা $\sin^2 r = 1 - K^2\lambda^2$

স্তরের প্রতিসরাঙ্ক যদি μ হয় তবে লেখা যাইতে পারে

$$\frac{\sin^2 i}{\mu^2} = 1 - K^2\lambda^2$$

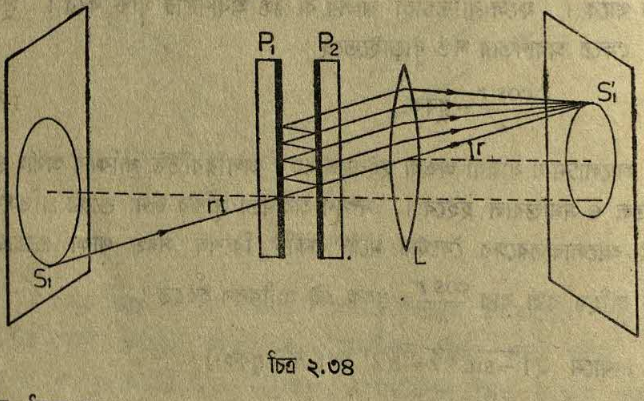
$$\mu^2 = \frac{\sin^2 i}{1 - K^2\lambda^2} \tag{2.70}$$

দেখা যাইবে যে অবার্ণতার সৃষ্টি করিতে ফলকের প্রতিসরাঙ্ক উপর এবং নীচের মাধ্যমের অপেক্ষা কম হওয়া প্রয়োজন। একমাত্র তাহা হইলেই আপতন মাধ্যম হইতে ফলকে প্রবেশের সময় প্রতিসৃত আলোক প্রতিসরণ কোণ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে কমিতে থাকিবে যাহার ফলে cos r এবং λ এর পরিবর্তন একই দিকে হইবে। এই ক্ষেত্রে আপতন কোণ পরিবর্তন করিয়া গেলে এমন এক অবস্থা আসিবে যখন cos r/λ সমস্ত তরঙ্গদৈর্ঘ্যের বেলায়ই ধ্রুবক হইবে এবং ঝালরের অবার্ণতার সৃষ্টি হইবে।

ফেব্রি-পেরো ব্যতিচার-মাপক (Fabry-Perot Interferometer).

ব্যতিচার ঝালরের সাহায্যে যে সমস্ত পরীক্ষা এবং পরিমাপ করা হয় তাহাদের মধ্যে সর্বাপেক্ষা গুরুত্বপূর্ণ এবং নির্ভুল ফলাফল পাওয়া যায় ফেব্রি-পেরো ব্যতিচার মাপকে। এই যন্ত্রের সাহায্যে তরঙ্গদৈর্ঘ্যের যে মান পাওয়া যায় তাহার নির্ভুলতা অতিশয় উচ্চ পর্য্যায়ের। ইহা ভিন্ন বর্ণালি-রেখার অতিসূক্ষ্ম গঠন অনুসন্ধানের ক্ষেত্রেও এই যন্ত্রের ব্যবহার খুবই প্রশস্ত। ইহার গঠন এবং কার্য্যপ্রণালী নিম্নে আলোচিত হইল :

এই যন্ত্রে দুইটি সমান্তরাল ও সমতল কাচ বা কোয়ার্টসের (Quartz) ফলক P_1P_2 পাশাপাশি সমান্তরাল ও উল্লম্বভাবে স্থাপিত হয়। ইহাদের একটি



চিত্র ২.৩৪

ফলক নিজতলের সমান্তরালে সরাইয়া P_1P_2 দূরত্ব হ্রাসবৃদ্ধি করা যায় (চিত্র নং ২.৩৪)। অন্য ফলকটির পিছনে অবস্থিত তিনটি স্ক্রু এর সাহায্যে ইহার তল প্রয়োজনমত প্রথমটির তলের সঙ্গে নির্ভুলরূপে সমান্তরাল করা যায়। এই ফলক দুইটি নিজেদের মধ্যে একটি সমান্তরাল বায়ুস্তর আবদ্ধ করে। P_1P_2র মুখোমুখি ভিতরদিকের তলে এমনভাবে পাতলা রূপার

প্রলেপ দেওয়া থাকে যাহাতে P_1 প্লেটে বাহিরের দিক হইতে একটি আপতিত রশ্মি ইহার ভিতরে প্রবেশ করিতে পারে (অবশ্য প্রলেপ থাকার ফলে এই প্রবেশকারী রশ্মির তীব্রতা খানিকটা কমিয়া যাইবে)। বায়ুস্তরে প্রবেশের পর এই রশ্মিটি P_1P_2 তে বহুল প্রতিফলিত হইয়া P_2 ফলকের বাহির দিকে নির্গত একগুচ্ছ সমান্তরাল রশ্মির সৃষ্টি করিবে। এই রশ্মিগুচ্ছ একটি উত্তল লেন্স L এর উপর আপতিত হইয়া লেন্সের ফোকাসতলে S_1' বিন্দুতে ফোকাসিত হইবে। S_1' বিন্দুর ঔজ্জ্বল্য নির্ভর করিবে সমান্তরাল রশ্মিগুলির পথ-পার্থক্যের উপর। এই বিন্দুতে আলোকের তীব্রতা চিত্র নং ২.৩২ এর সাহায্যে নির্ণয় করা যায়। এই চিত্রানুসারে উপরোক্ত রশ্মিগুচ্ছ নির্গত (transmitted) রশ্মি হিসাবে পরিগণিত হইবে। S_1 হইতে আপতিত রশ্মির বিস্তার যদি a ধরা যায় তবে (ফলক এবং বায়ুতে শোষণ অগ্রাহ্য করিয়া) নির্গত রশ্মির বিস্তার দাড়াইবে att', $att'r^2$ ইত্যাদি। ইহাদের পরিণামিক মান বাহির করিতে ত্রিকোণমিতিক প্রণালী (trigonometric method) অথবা কল্পিতের প্রণালী (method of imaginaries) ব্যবহার করা চলিতে পারে। ইহাদের মধ্যে শেষোক্ত প্রণালীটি অধিকতর পরিষ্কার (elegant) এবং হ্রস্বতর (shorter) বলিয়া এটিই এখানে ব্যবহার করা হইবে। এই প্রণালী অনুসারে পূর্বেই বলা হইয়াছে যে a বিস্তারের আপতিত রশ্মির বিস্তার P_2 ফলকের অপরদিকে নির্গমনের পর att', $att'r^2$, $att'r^4$ ইত্যাদি বিস্তারে বিভক্ত হইবে। সুতরাং ইহাদের ভ্রংশ (displacement) লেখা যায় যথাক্রমে $att'e^{i\delta}$, $att'r^2e^{2i\delta}$, $att'r^4e^{3i\delta}$ ইত্যাদি। এখানে δ সংখ্যাটি রশ্মির দশা বুঝাইতেছে। প্রতিটি রশ্মির বেলায় তাহার পূর্ববর্তীটির অপেক্ষা δ দশা বৃদ্ধি পাইতেছে আর $\delta = 2\mu t \cos r = 2t \cos r$ কারণ

(2.70 a)

$\mu_{air} \simeq 1$ এবং t বায়ুস্তরের বেধ।

কিন্তু পরস্পর সংশ্লিষ্ট একগুচ্ছ রশ্মির দশাকে প্রয়োজনমত সুবিধাজনক রাশিতে পরিণত করিতে এই দশাগুলির সহিত কোনও একটি দশা যোগ বা বিয়োগ করা যাইতে পারে। সুতরাং এই দশাগুলি এমনভাবে পরিবর্তিত করা হইবে যাহাতে প্রথম দশাটি শূন্য দাড়াইবে। তাহা হইলে পরিণামিক তরঙ্গের ভ্রংশ হিসাবে লেখা যায়

$$Ye^{i\theta} = att'e^{0} + att'r^2e^{i\delta} + att'r^4e^{2i\delta} + \cdots$$

$$= att'\left[1 + r^2e^{i\delta} + r^4e^{2i\delta} + \cdots\right] \tag{2.71}$$

বন্ধনীর মধ্যে আছে একটি অসীম জ্যামিতিক রাশিমালা (infinite geometric series) যাহার পদগুলির মধ্যের সার্ব পার্থক্য (common difference) দেখা যাইতেছে $r^2 e^{i\delta}$. সুতরাং এই জ্যামিতিক রাশিমালার যোগফল হইবে $(\because \ r < 1)$

$$Ye^{i\theta} = att' \frac{1}{1 - r^2 e^{i\delta}} \tag{2.72}$$

কল্পিতের নিয়মানুসারে এই পরিণামিক ভ্রংশ হইতে তীব্রতা বাহির করিতে এই রাশিটিকে ইহার জটিল বিপরীত (complex conjugate) সংখ্যা দ্বারা গুণ করিতে হইবে। অর্থাৎ সংখ্যাটিকে অন্য এমন একটি সংখ্যা দ্বারা গুণ করিতে হইবে যেটিতে কল্পিত সংখ্যা i বদল করা হইয়াছে $-i$ দ্বারা। অতএব

$$|Y|^2 = (att')^2 \frac{1}{1 - r^2 e^{i\delta}} \cdot \frac{1}{1 - r^2 e^{-i\delta}}$$

$$= (att')^2 \frac{1}{1 - r^2\left(e^{i\delta} + e^{-i\delta}\right) + r^4}$$

$$= (att')^2 \frac{1}{1 - 2r^2 \cos\delta + r^4}$$

$$= (att')^2 \frac{1}{1 - 2r^2 + r^4 + 4r^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}}$$

$$= (att')^2 \frac{1}{(1 - r^2)^2 + 4r^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}}$$

কিন্তু ষ্টোক্‌সের নিরূপণ অনুসারে জানা আছে $tt' = 1 - r^2$.

$$\therefore \ |Y|^2 = \text{Intensity} = \frac{a^2(1 - r^2)^2}{(1 - r^2)^2 + 4r^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}}$$

$$= \frac{I_0}{1 + \dfrac{4r^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}}{(1 - r^2)^2}} \tag{2.73}$$

কারণ $a^2 = I_0 =$ আপতিত রশ্মির তীব্রতা

সুতরাং এই গণনা অনুসারে নির্গত রশ্মির S_1' বিন্দুতে আলোর তীব্রতা I_T দাড়াইতেছে $I_T = \dfrac{I_0}{1 + \dfrac{4r^2}{(1-r^2)^2}\sin^2\dfrac{\delta}{2}} = \dfrac{I_0}{1 + F\sin^2\dfrac{\delta}{2}}$

যেখানে $F = \dfrac{4r^2}{(1-r^2)^2}$. ফেরি এই F সংখ্যাটিকে বলিয়াছেন 'সূক্ষ্মতাঙ্ক' (coefficient of finesse) কারণ ঝালরশ্রেণীর সূক্ষ্মতা এই F সংখ্যাটির উপর নির্ভর করে।

এই সমীকরণ হইতে দেখা যায় যে ইহার চরম মান দাড়াইবে I_0 অর্থাৎ আপতিত রশ্মির তীব্রতার সমান আর এইটি হইবে যখন $\sin^2 \dfrac{\delta}{2} = 0$ এই সর্তটি পালিত হইবে। এজন্য লেখা যাইতে পারে যে যখন

$$\frac{\delta}{2} = m\pi \quad \text{বা} \quad \delta = 2m\pi \quad \text{তখন} \quad I_T = I_0 \tag{2.74}$$

কিন্তু আলোর অবম তীব্রতা সাধারণত শূন্য হইবে না। এই মান শূন্য হইতে সমীকরণ 2.73 হইতে দেখা যায় যে $r = 1$ হওয়া দরকার। $r = 1$ হইতে হইলে রূপার প্রলেপটি খুব পুরু হওয়া প্রয়োজন যাহাতে সমস্ত আপতিত আলোই প্রতিফলিত হয়। কিন্তু প্রলেপ খুব পুরু হইলে আবার S_1 হইতে আপতিত রশ্মি P_1 ফলকে প্রবেশ করিতে পারিবে না বা P_2 ফলক হইতে নির্গত হইতে পারিবে না। এই যন্ত্রে সাধারণত r এর মান 0.8 হইতে 0.9 এর মধ্যে রাখা হয়। পূর্বেই দেখা গিয়াছে যে স্বচ্ছ পাতলা স্তরের ক্ষেত্রে নির্গত রশ্মিতে উৎপন্ন ঝালরের ক্ষেত্রে আলোর তীব্রতার বৈষম্য খুবই কম হয়। ইহার কারণ এই যে এই বৈষম্য r এর মান এর উপর নির্ভর করে। r যত ছোট হইবে বৈষম্যও ততই কমিবে। স্বচ্ছ স্তরে যদি আপতন কোণ 90° র কাছাকাছি হয় তবে $r^2 \simeq 0.04$. এই r এর মূল্যে আলোর অবম তীব্রতা দাড়াইবে

$$I_T = \frac{I_0}{1 + \dfrac{4 \times 0{\cdot}04 \sin^2\dfrac{\delta}{2}}{\{1 - 0{\cdot}04\}^2}} = 0{\cdot}8\ I_0 \text{ (approx)} \quad \left(\sin^2\frac{\delta}{2} = 1 \text{ ধরিলে}\right)$$

আর যদি $r = 0{\cdot}9$ হয় তবে অবম তীব্রতা হইবে

$$I_T = \frac{I_0}{1 + \dfrac{4 \times 0{\cdot}81 \sin^2\dfrac{\delta}{2}}{\{1 - 0{\cdot}81\}^2}} = 0{\cdot}013\ I_0$$

এই হিসাব হইতে দেখা যাইতেছে যে r^2 এর মান 0·04 হইতে 0·81 এ বাড়িলে ঝালরের অবম তীব্রতা $80\% I_0$ হইতে $1\% I_0$ এ আসিয়া দাড়ায়। ইহা হইতে সহজেই বুঝিতে পারা যায় যে ঝালরের আলোর তীব্রতার বৈষম্য বাড়াইতে হইলে r এর মান বাড়ানো খুবই প্রয়োজন। তবে ইহারও সীমা আছে, কারণ $r \simeq 1$ হইলে $I_0 = 0$ হইবে এবং আলোর চরম তীব্রতাও শূন্য হইবে। অর্থাৎ এই অবস্থায় P_1 ফলকে আলো প্রবেশ করিতে না পারায় কোন ঝালরের সৃষ্টি হইবে না।

চিত্র নং ২.৩৪ হইতে বুঝা যায় যে S_1 হইতে r কোণে যে রশ্মিটি আপতিত হইতেছে তাহা বহুল প্রতিফলনের পর নির্গত হইয়া লেন্স L দ্বারা S_1' বিন্দুতে ফোকাসিত হইবে। যদি

$2t \cos r = m\lambda$ এই সর্ত পালিত হয় তবে এই বিন্দুটি উজ্জ্বল হইবে। তবে এই উজ্জ্বল বিন্দুটির সঞ্চারপথ হইবে একটি বৃত্ত যাহার কেন্দ্র লেন্সের অক্ষের সহিত অভিনেত্রের ফোকাসতলের ছেদবিন্দুতে অবস্থান করিবে। এই উজ্জ্বল বৃত্তের একটি বিন্দুই মাত্র S_1 হইতে উৎপন্ন হইবে। সুতরাং এই বৃত্তটি সম্পূর্ণ করিতে উৎসের S_1 এর মধ্য দিয়া একটি বৃত্তের প্রয়োজন হইবে আর এই জন্য আলোক উৎসটি বিস্তৃত হওয়া প্রয়োজন।

আগেই দেখা গিয়াছে যে মাইকেলসনের ব্যতিচার মাপকেও সমান্তরাল দর্পণের ক্ষেত্রে ফেব্রি-পেরো ব্যতিচার মাপকের মত সমকেন্দ্রিক (concentric) বৃত্তাকার ঝালরশ্রেণীর সৃষ্টি হয়। কিন্তু দেখা যাইবে যে নির্ভুল পরিমাপের পক্ষে ফেব্রি-পেরোর ব্যতিচারমাপক মাইকেলসনের যন্ত্রের অপেক্ষা শ্রেষ্ঠ। এই তথ্যটি বুঝিবার জন্য ঝালরগুলির তীক্ষ্ণতা (sharpness) বিবেচনা করিতে হইবে।

যদি $\delta = 2m\pi$ হয় তবে m এর বিভিন্ন পূর্ণসংখ্যক মূল্যের জন্য আলোর তীব্রতা চরম পাওয়া যায়। কাজেই দুইটি এইরূপ পরপর উজ্জ্বল ঝালরের মধ্যে দশার পার্থক্য 2π. আর যদি এই দশা $2m\pi$ হইতে মাত্র $\frac{\pi}{10}$ অর্থাৎ 18° বাড়ে বা কমে তবে I_T এর মান দাড়ায় [$r^2 = 0·81$ এর জন্য]

$$I_T = \frac{I_0}{1 + \dfrac{4 \times 0·81 \sin^2 9^\circ}{(1 - 0·81)^2}} = \frac{I_0}{1 + 82 \times 0·0244} = 0.33 I_0 \text{ approx.}$$

সুতরাং দেখা যাইতেছে যে আলোর তীব্রতার চরম অবস্থা হইতে যদি ঝালরের প্রস্থের $\frac{1}{20}$th দূরে সরিয়া আসা যায় তাহা হইলেই এই স্থানের

তীব্রতা কমিয়া $\frac{I_0}{3}$ দাড়ায়। ফলে উজ্জ্বল ঝালরের তীব্রতা খুব দ্রুত হারে কমিতে থাকে এবং দুইটি উজ্জ্বল ঝালরের মাঝের অধিকাংশ স্থানেই তীব্রতা খুব কম হয়। তীব্রতার এই তারতম্য চিত্র নং ২.৩৪(a)তে দেখানো হইয়াছে। আর ইহার অর্থ এই যে উজ্জ্বল ঝালরগুলির দৃশ্যমানতা অতিশয় বৃদ্ধি পায়। অপরপক্ষে মাইকেলসনের যন্ত্রের ক্ষেত্রে উজ্জ্বল ঝালরগুলির তীক্ষ্ণতা (sharpness) তুলনায় অনেক কম যাহার ফলে এগুলির দৃশ্যমানতাও ফেব্রি-পেরোর অপেক্ষা অনেক কম। এই পার্থক্যের মূল কারণ হিসাবে বলা যাইতে পারে যে মাইকেলসন যন্ত্রে যেখানে মাত্র দুইটি রশ্মির মধ্যে ব্যতিচার ঘটে, ফেব্রি-পেরোর ক্ষেত্রে সেখানে ব্যতিচারী রশ্মির সংখ্যা অনেক। ব্যবর্তনের ক্ষেত্রেও অনুরূপভাবে দেখা যাইবে যে একটি রেখাছিদ্রের ঝালর যেখানে খুব প্রশস্ত হইবে, ব্যবর্তন ঝাঝরিতে অনেক রেখাছিদ্র থাকায় ইহাতে উৎপন্ন ঝালরের তীক্ষ্ণতা আগের ক্ষেত্রের অপেক্ষা অনেক বেশী দাড়াইবে। ঝালরশ্রেণীর এই তীক্ষ্ণতাই ফেব্রি-পেরোর ব্যতিচারমাপকের বৈশিষ্ট্য যেজন্য ইহা দ্বারা অতিসূক্ষ্ম সব পরিমাপ করা যায়।

ফেব্রি-পেরোর ব্যতিচার-মাপক দ্বারা প্রধানতঃ নিম্নলিখিত পরিমাপ করা হয়।

১। দুইটি কাছাকাছি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য নির্ণয় (determination of difference of two close wave lengths)

২। তরঙ্গদৈর্ঘ্যের নির্ভুল মান নির্ণয় (accurate determination of wave length)

৩। বর্ণালিরেখার অতিসূক্ষ্ম গঠন অনুসন্ধান (investigation of hyperfine structure of a spectral line)

দুইটি কাছাকাছি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য নির্ণয়।

এই প্রণালী দ্বারা দুইটি কাছাকাছি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য নির্ণয় করা যায় এবং ইহাদের একটির তরঙ্গদৈর্ঘ্য জানা থাকিলে অন্যটির মান বাহির করা যায়। সোডিয়ামের হলুদ অথবা পারদের হলুদ বর্ণালি রেখাদ্বয়ের মধ্যের পার্থক্য সহজেই এই প্রণালীর দ্বারা মাপা সম্ভব। ইহাতে ঝালর শ্রেণী দুইটির মধ্যে সংযোগ ও বিসঙ্গতির প্রণালী (method of coincidence and discordance) ব্যবহার করা হয়। যখন ব্যতিচার মাপক ফলক দুইটির দূরত্ব খুব কম থাকে তখন দুইটি তরঙ্গের দ্বারা সৃষ্ট ঝালরগুলি পরস্পরের সহিত প্রায় মিলিয়া থাকে। একটি ফলক সরাইয়া ইহাদের মধ্যের দূরত্ব বাড়াইলে ঝালর-

শ্রেণীর দুইটির মধ্যেও আপেক্ষিক গতি দেখা যাইবে এবং ফলকদ্বয়ের একটি দূরত্বে এই ঝালরশ্রেণীর মধ্যে বিসঙ্গতির (discordance) সৃষ্টি হইবে ; ফলে একশ্রেণীর উজ্জ্বল ঝালর অন্য শ্রেণীর অন্ধকার ঝালরের সহিত মিশিবে। এই অবস্থায় কেন্দ্রের কথা বিবেচনা করিলে লেখা যায় [$\cos\theta=1$]

$$2t_1=m_1\lambda_1=(m_1+\tfrac{1}{2})\,\lambda_2 \;:\; \text{এখানে অবশ্য } \lambda_1>\lambda_2 \qquad (2.74a)$$

$t_1=P_1P_2$ ফলক দুইটির মধ্যের দূরত্ব।

যদি ফলকটি আরও দূরে সরানো হইতে থাকে তবে ঝালরশ্রেণীর আপেক্ষিক গতির জন্য আবার ইহাদের মধ্যে সংযোগের (coincidence) এর সৃষ্টি হইবে এবং ইহার পরে আবার বিসঙ্গতির উদ্ভব হইবে। এই দ্বিতীয় বিসঙ্গতির সময় লেখা যাইতে পারে

$$2t_2=m_2\lambda_1=(m_2+1\tfrac{1}{2})\,\lambda_2 \qquad (2.75)$$

$$\therefore\quad 2(t_2-t_1)=(m_2-m_1)\,\lambda_1=(m_2-m_1)\,\lambda_2+\lambda_2 \qquad (2.76)$$

বা $\quad (m_2-m_1)\,(\lambda_1-\lambda_2)=\lambda_2$

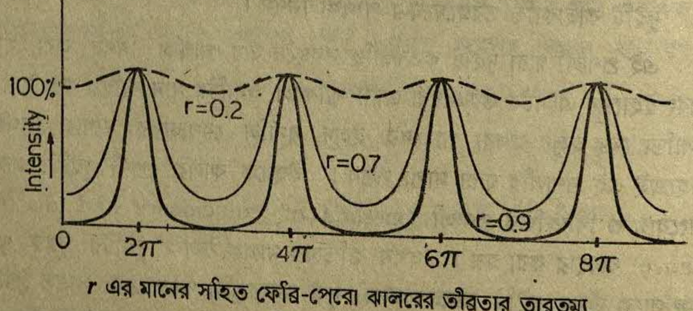
বা $$\lambda_1-\lambda_2=\frac{\lambda_2}{m_2-m_1} \qquad (2.77)$$

কিন্তু $m_2-m_1=\dfrac{2(t_2-t_1)}{\lambda_1}$, (সমীকরণ 2.76 হইতে)

$$\therefore\quad \lambda_1-\lambda_2=\frac{\lambda_1\lambda_2}{2(t_2-t_1)}\simeq\frac{\lambda_1^2}{2(t_2-t_1)}\simeq\frac{\lambda_2^2}{2(t_2-t_1)}$$

$$[\because\ \lambda_1\lambda_2\simeq\lambda_1^2\simeq\lambda_2^2\,] \qquad (2.78)$$

ফলকের এই অবস্থানের মধ্যে ঝালরের ক্রম হইতে m_2-m_1 এবং এই অবস্থান দুইটির পার্থক্য হইতে স্ক্রু এর মান পাঠ করিয়া t_2-t_1 পাওয়া যায় যাহা হইতে $\lambda_1-\lambda_2$ এর মান বাহির করা যাইবে।



r এর মানের সহিত ফেব্রি-পেরো ঝালরের তীব্রতার তারতম্য

চিত্র ২.৩৪ (*a*)

এই পরীক্ষা পদ্ধতিটি খুব নির্ভুল নয়। প্রথমতঃ বিসঙ্গতির নির্ভুল অবস্থান ঠিকমত বাহির করা শক্ত। দ্বিতীয়তঃ $t_2 - t_1$ এর মান যে স্ক্রু এর পাঠ হইতে বাহির করা হয় তাহার পরিমাপের নির্ভুলতাও খুব উচ্চমানের নয়। দেখা যায় যে যদি এই স্ক্রুয়ের পরিমাপে এক সেণ্টিমিটারের হাজার ভাগের এক ভাগ ভুল হয় তবে 6000Å তরঙ্গের ক্ষেত্রে $\lambda_1 - \lambda_2$ এর মানের ভুল দাঁড়ায় 0.02Å। এই হিসাবে $t_2 - t_1$ এর মূল্য ধরা হইয়াছে 0.1 cm. অবশ্য ভুল আরও বেশী হয় বিসঙ্গতির সঠিক অবস্থান নির্ণয়ে।

তরঙ্গদৈর্ঘ্যের নির্ভুল মান নির্ণয়—সঠিক ভগ্নাংশের পদ্ধতি (method of exact fractions).

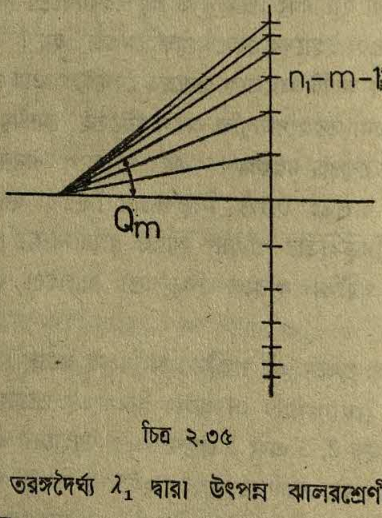
এই পদ্ধতিতে ফেব্রি-পেরো ইটালন (etalon) ব্যবহার করা হয়। যে ব্যবস্থায় $P_1 P_2$ ফলক দুইটির মধ্যের দূরত্ব অপরিবর্তিত (fixed) থাকে তাহাকে ইটালন (etalon) বলা হয়। তিন বা ততোধিক জানা তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলোক নিয়া ঝালর সৃষ্টি করা হয় এবং প্রিজ্‌ম্ ও সরু রেখাছিদ্রের সাহায্যে এই ঝালর শ্রেণীকে আলাদা করিয়া ইহাদের ফোটোগ্রাফ নেওয়া হয়। এই ফোটোগ্রাফ হইতে একই সঙ্গে সব কয়টি আলোক তরঙ্গের দৈর্ঘ্যই পাওয়া যায়। তবে এই পদ্ধতির প্রয়োগের জন্য তরঙ্গদৈর্ঘ্যগুলি আগে হইতেই মোটামুটিভাবে ব্যবর্ত্তন-ঝাঝরি দ্বারা জানিয়া নেওয়া দরকার। এই পরিমাপ এমন হওয়া দরকার যাহাতে তরঙ্গদৈর্ঘ্য অন্ততঃ 0.1Å নির্ভুলতায় নির্ণীত হয়। ফেব্রি-পেরো ইটালনের দ্বারা এই নির্ভুলতার পরিমাণ আরও বাড়ানো হয় মাত্র এবং উপযুক্ত সাবধানতা সহকারে পরীক্ষা করিলে নির্ভুলতা বাড়াইয়া 0.001Å পর্য্যায়ে আনা যায়।

বেনো (Benoit) প্রথমে এই পদ্ধতির আবিষ্কার করেন। ইহাও একপ্রকার সংযোগের নীতিরই (principle of coincidence) প্রয়োগ। যদি তিনটি দোলকে দোলনকাল হয় 2, 3 এবং 5 সেকেণ্ড এবং তাহাদের একসঙ্গে দোলাইয়া দেওয়া হয় তবে তাহাদের দোলনের সঙ্গীত হইবে প্রতি 30 সেকেণ্ড পর পর। ফেব্রি-পেরো ইটালনের প্রয়োগে ধরা যাক তিনটি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের ঝালরের কেন্দ্রে ঝালরের ক্রম মাপা হইতেছে। এই ক্রমগুলি সাধারণত পূর্ণসংখ্যক হইবে না। এই ক্ষেত্রে ইহাদের কেন্দ্রে ক্রমিক সংখ্যা ধরা যাক $n_1 + x_1$, $n_2 + x_2$ এবং $n_3 + x_3$; এদের মধ্যে n_1, n_2 এবং n_3 পূর্ণসংখ্যা আর x_1, x_2 ও x_3 ভগ্নাংশ। ব্যতিচার মাপকের একই ফলক দূরত্বে এই তিনটি পরিমাপ লওয়ায় তিন ক্ষেত্রেই আলোক পথের দূরত্ব এক হইবে ; অতএব লেখা যায়

$$2d = (n_1 + x_1)\,\lambda_1 = (n_2 + x_2)\,\lambda_2 = (n_3 + x_3)\,\lambda_3 \tag{2.79}$$

এই সমীকরণে ফলক দুইটির মধ্যের দূরত্ব d এবং তরঙ্গ তিনটির দৈর্ঘ্য λ_1, λ_2 ও λ_3.

এই সমীকরণে d দূরত্ব মাইক্রোমিটারের সাহায্যে মোটামুটিভাবে জানা আছে (± 0.005 mm পর্য্যন্ত নির্ভুল)। তাছাড়া এই নির্ণীত d এর সাহায্যে n_1, n_2 ও n_3র মানও মোটামুটি বাহির করা যায়। কিন্তু ইহাদের সঠিক মান জানিতে পারা যাইবে না। x_1, x_2 ও x_3 ভগ্নাংশগুলি শতকরা 97-98 ভাগ নির্ভুলভাবে গণনা করা যায়। এইবার সঙ্গতির নীতি প্রয়োগ করিয়া n_1, n_2 ও n_3র সঠিক মান বাহির করা হয়। এই সঠিক মানের সাহায্যে d এর মান অধিকতর নির্ভুলভাবে গণনা করিবার পর পরের ধাপে তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সূক্ষ্মতর হিসাব করা সম্ভব। এই প্রণালীতে স্থূলভাবে নির্ণীত তরঙ্গদৈর্ঘ্য অধিকতর সূক্ষ্মভাবে বাহির করা যায়। ভগ্নাংশগুলি x_1, x_2 এবং x_3 কি করিয়া নির্ণয় করা হয় তাহা নিম্নে বর্ণিত হইল।



চিত্র ২.৩৫

যে কোনও একটি তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ_1 দ্বারা উৎপন্ন ঝালরশ্রেণী নিম্নলিখিত সর্ত্ত দ্বারা নিয়মিত হইবে

$$\left.\begin{aligned} n_1\lambda_1 &= 2d\cos\theta_1 = (n_1+x_1)\,\lambda_1\cos\theta_1 \\ (n_1-1)\,\lambda_1 &= 2d\cos\theta_2 = (n_1+x_1)\,\lambda_1\cos\theta_2 \\ (n_1-m-1)\,\lambda_1 &= 2d\cos\theta_m = (n_1+x_1)\,\lambda_1\cos\theta_m \end{aligned}\right\} \quad (2.80)$$

যদি পরীক্ষাধীন ঝালরটি কেন্দ্র হইতে খুব দূরে না হয় তবে লেখা যায়

$$\cos\theta_m = 1 - \frac{\theta_m^2}{2}$$

যদি ঝালরটির ব্যাস D_m হয়, f এবং M লেন্সের ফোকাস-দূরত্ব ও বিবর্ধন-ক্ষমতা হয় তবে লেখা যাইতে পারে

$$D_m = 2\theta_m f M$$

$$\text{বা} \quad \frac{\theta_m^2}{2} = \frac{D_m^2}{8f^2M^2} \tag{2.81}$$

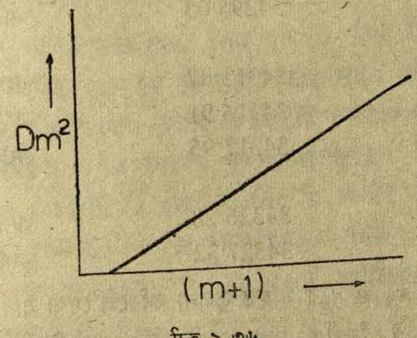
$$\text{সুতরাং} \quad 1 - \frac{D_m^2}{8f^2M^2} = \frac{(n_1 - m_1 - 1)\lambda_1}{2d} = \frac{(n_1 - m_1 - 1)\lambda_1}{(n_1 + x_1)\lambda_1}$$

$$= 1 - \frac{m_1 + x_1 + 1}{n_1 + x_1}$$

$$\text{বা} \quad \frac{D_m^2}{8f^2M^2} = \frac{m_1 + x_1 + 1}{n_1 + x_1} = \frac{m_1 + x_1 + 1}{2d}\lambda_1$$

$$\text{বা} \quad D_m^2 = \frac{(m_1 + x_1 + 1)4f^2M^2\lambda_1}{d} \tag{2.82}$$

যদি একটি লেখ অঙ্কন করা যায় যাহার এক অক্ষে থাকিবে D_m^2 অন্য অক্ষে সংশ্লিষ্ট $(m+1)$ মানসমূহ, তাহা হইলে ইহা একটি সরলরেখা হইবে এবং অক্ষে ইহার ছেদ হইতে x_1 ভগ্নাংশের মান পাওয়া যাইবে।



চিত্র ২.৩৬

এইরূপে ভগ্নাংশসমূহ x_1, x_2 ও x_3 নির্ণয় করিবার পরের ধাপ হইবে নিম্নরূপ :

এই প্রণালীটি চাইল্ড্স্ এর বর্ণিত উদাহরণের দ্বারা বুঝান হইবে :

একটি ইটালনের পরীক্ষায় নিম্নলিখিত মানসমূহ পাওয়া গেল :

$x_1 = 0.20 \pm .03$ $\quad\lambda_1 = 6096.163$Å এর জন্য

$x_2 = 0.90 \pm .03$ $\quad\lambda_2 = 5852.488$Å ,, ,,

$x_3 = 0.35 \pm .03$ $\quad\lambda_3 = 5015.675$Å ,, ,,

মাইক্রামিটারের সাহায্যে পরিমাপ হইতে জানা যায় যে d এর মান $d = 10.040 \pm 0.005$ mm. ইহাতে যে অনিশ্চয়তা আছে তাহার অর্থ হইল যে n_1 এর মান 32922 এবং 32955 এর মধ্যে আবদ্ধ থাকিবে। ইহার কারণ

$$32922.20 \times 6096.163 \times 10^{-8} = 2 \times 1.0035 \text{ cm.}$$

[সমীকরণ 2.79 হইতে]

$$32955.20 \times 6096.163 \times 10^{-8} = 2 \times 1.0045 \text{ cm.}$$

ইহাদের মধ্যে কোনটি সঠিক মান তাহা বুঝাইতে হইলে এবার সঙ্গতির নীতির সাহায্য নিতে হইবে। উক্ত n_1 এর মানের প্রত্যেকটির সহিত ভগ্নাংশ 0·20 যোগ করিয়া এবং পর্যায়ক্রমে অন্য দুইটি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের জন্য $(n_2 + x_2)$ এবং $(n_3 + x_3)$ এর মান হিসাব করিয়া একটি তালিকা তৈরী করা হয়। নিম্নে এই টেবিলটি দেওয়া হইল।

তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ_1 এর ক্ষেত্রে কাল্পনিক ক্রম	তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ_2 ও λ_3 জন্য নির্ণীত সংশ্লিষ্ট ক্রম	
$\lambda_1 = 6096{\cdot}163$Å	$\lambda_2 = 5852{\cdot}488$Å	$\lambda_3 = 5015{\cdot}675$Å
32922·20	34292·95	40014·37
32923·20	34293·99	40015·58
32924·20	34295·03	40016·80
...	...	...
32944·20	34315·87	40041·11
32945·20	34316·91	40042·32
32946·20	34317·95	40043·54
...	...	...
32954·20	34326·28	40053·26
32955·20	34327·32	40054·47

নির্ণীত ভগ্নাংশ x_1, x_2 ও x_3র সহিত তুলনা করিলে দেখা যায় যে একমাত্র $n_1 = 32945$·সংখ্যাটিই নির্ণীত ভগ্নাংশ তিনটিকে মোটামুটি সিদ্ধ করে। হিসাব করিলে দেখা যাইবে যে $32945{\cdot}20 \times 6096{\cdot}163 = 34316{\cdot}91 \times 5852{\cdot}488 = 40042{\cdot}32 \times 5015{\cdot}675$. এই n_1 এর মান n_2 ও n_3 এর মানকেও নির্ণয় করে আর এইগুলির সাহায্যে d এর নূতন নির্ভুলতর মান দাঁড়ায় $10{\cdot}04197 \pm 0{\cdot}00001$ mm. কাজেই যেখানে মাইক্রোমিটারের সাহায্যে d এর মান 0·005 mm সীমার মধ্যে নির্ণীত হইয়াছিল, সঠিক ভগ্নাংশের নিয়মের সাহায্যে সেই সীমা 0·00001 mm পর্য্যন্ত নিয়া যাওয়া সম্ভব হইল।

এইরূপে অত্যন্ত সূক্ষ্ম মাপে d এর মান নিরূপণ করিবার পর নির্ণেয় তরঙ্গের উপর এই পদ্ধতি প্রয়োগ করা হয়। ইহার জন্য তরঙ্গ দৈর্ঘ্যটি প্রাথমিকভাবে ব্যবর্তন ঝাঝরি দ্বারা এমনভাবে নির্ণয় করা আবশ্যক যাহাতে 10^5 ভাগে একভাগের বেশী ভুল না থাকে। এই নির্ভুলতায় কেন্দ্রে ঝালরের ক্রমের পূর্ণসংখ্যা m ইটালনের সাহায্যে দ্ব্যর্থবিহীনভাবে বাহির করা যায়। সংশ্লিষ্ট ভগ্নাংশ x এর মান উপরে বর্ণিত উপায়ে হিসাব করিয়া তরঙ্গের দৈর্ঘ্য পাওয়া যাইবে।

এই পদ্ধতিতে তরঙ্গদৈর্ঘ্যের নির্ভুলতার সীমা $\pm 0{\cdot}05$Å হইতে $\pm 0{\cdot}005$Å এ নিয়া যাওয়া সম্ভব। এই সীমা আরও বাড়ানো সম্ভব যদি 100 mm এর ইটালন ব্যবহার করা যায়। কিন্তু ইহা করিতে হইলে বর্ণালি রেখার একবর্ণত্ব খুবই পরিশুদ্ধ (exact) হওয়া দরকার; দৃশ্যমানতার আলোচনা হইতে দেখা গিয়াছে যে প্রায় কোন বর্ণালি রেখায়ই এই মানের পরিশুদ্ধতা বিদ্যমান নাই।

বর্ণালিরেখার অতিসূক্ষ্ম গঠন অনুসন্ধান—(Investigation of hyperfine structure of spectral lines).

কোন কোন বর্ণালিরেখার ক্ষেত্রে দেখা যায় যে যদিও ইহা আপাতদৃষ্টিতে একবর্ণের আলো বলিয়া মনে হয় প্রকৃতপক্ষে তাহা নয়। উচ্চ বিবর্ধন ক্ষমতার যন্ত্র দিয়া পরীক্ষা করিলে দেখা যাইবে যে রেখাটি একাধিক ঘনসন্নিবিষ্ট রেখার সমষ্টি। ইহাদের মধ্যে তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য সাধারণত $0{\cdot}1$Å হইতে $0{\cdot}001$Å এর মধ্যে থাকে। এই তথ্যটি বুঝাইতে বলা হয় যে উক্ত বর্ণালি রেখার একটি অতি সূক্ষ্ম গঠন বিদ্যমান। ইহার কারণ প্রধানত দুইটি। বোরের (Bohr) প্রবর্তিত সিদ্ধান্ত অনুসারে জানা যায় যে একটি বর্ণালিরেখার তরঙ্গ সংখ্যা ν এর (wave number) মান

$$\nu = \frac{2\pi^2 \mu e^4 z^2}{ch^3}\left(\frac{1}{n_1{}^2} - \frac{1}{n_2{}^2}\right) \tag{2.83}$$

এখানে e = ইলেকট্রনের আধান; c = আলোর গতিবেগ; h = প্ল্যাঙ্কের ধ্রুবক; z = পারমাণবিক সংখ্যা (atomic number); μ = পরমাণুর লঘুকৃত ভর (reduced mass of the atom) এবং $\mu = \dfrac{mM}{m+M}$;

এখানে m এব M যথাক্রমে ইলেকট্রন এবং নিউক্লিয়াসের ভর; n_1, n_2 বিভিন্ন কোয়াণ্টাম সংখ্যা (quantum numbers).

ইহা হইতে দেখা যাইতেছে যে M এর মান আলাদা হইলে সংশ্লিষ্ট ν এর মান আলাদা হইবে। এদিকে পরমাণুর ক্ষেত্রে আইসোটোপ (isotope) থাকার জন্য একই পরমাণুতে বিভিন্ন মানের M বর্তমান যাহার ফলে ইহার ν এর মানও আলাদা হইবে। এইজন্য অনেক বর্ণালিরেখারই অতিসূক্ষ্ম গঠনের সৃষ্টি হয়।

দ্বিতীয়তঃ পাউলী (Pauli) এবং রাসেল (Russell) পৃথকভাবে যথাক্রমে ১৯২৪ এবং ১৯২৭ সনে সিদ্ধান্ত করেন যে পরমাণুর নিউক্লিয়াসের সামান্য চৌম্বক ভ্রামকের (magnetic moment) অস্তিত্বের জন্য বর্ণালিরেখার অতিসূক্ষ্ম গঠনের উৎপত্তি হয়। দেখা গিয়াছে এই সিদ্ধান্তও পরীক্ষালব্ধ ফলের সহিত নির্ভুলভাবে মিলিয়া যায়। অতএব বলা যায় যে বর্ণালিরেখার অতিসূক্ষ্ম গঠন পরমাণুর আইসোটোপ-গঠন অথবা চৌম্বক ভ্রামকের অস্তিত্ব ইহার যে কোনও কারণে অথবা কোন কোন ক্ষেত্রে একসঙ্গে উভয় কারণেই উৎপন্ন হয়। পরমাণুর কতকগুলি শক্তি-স্তর (energy level) বর্তমান থাকে। এই বিভিন্ন শক্তি-স্তরের মধ্যে ইলেকট্রনের কক্ষপথের পরিবর্তনের ফলেই একটি বর্ণালী-রেখার উৎপত্তি হয়। এখন নিউক্লিয়াসের সামান্য চৌম্বক-ভ্রামক থাকার ফলে এই শক্তিস্তরের কোন কোনটি সামান্য পরিমাণ দূরে আলাদা হইয়া যায়; ইহার ফলে একটি বর্ণালিরেখার জায়গায় একাধিক বর্ণালিরেখার উৎপত্তি হয়।

ফেব্রি-পেরোর ব্যতিচার মাপকে একটি ফলক সাজাইয়া যদি d দূরত্ব বাড়াইতে থাকা যায় তাহা হইলে একসময় বর্ণালিরেখার অতিসূক্ষ্ম গঠনের জন্য প্রধান রেখার পাশে যে সমস্ত উপগ্রহ রেখা (satellite lines) থাকে তাহাদের ঝালরশ্রেণী পরস্পর হইতে পৃথক হইয়া যাইবে। ফলে প্রতিটি ক্রমের ঝালরের জন্য একটি ঝালরশ্রেণী পাওয়া যাইবে। ইহারা বিভিন্ন তরঙ্গদৈর্ঘ্য হইতে উৎপন্ন হয়। একটি তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ_1 বিবেচনা করিলে বলা যায় যে ইহার m ক্রমের ঝালর নিম্নোক্ত সর্ত মানিয়া উৎপন্ন হইবে।

$$2d \cos \theta_1 = m\lambda_1 \qquad (2.84)$$

এবং ইহার ঠিক বাহিরের ঝালরের ক্ষেত্রে নিম্নের সর্ত প্রযোজ্য হইবে

$$2d \cos \theta_2 = (m-1)\lambda_1 \quad (\theta_2 > \theta_1) \qquad (.285)$$

মনে করা যাক যে λ_1 এর খু[illegible]াছে λ_2 আর একটি তরঙ্গদৈর্ঘ্য বিদ্যমান আছে। এখন যদি সংগতির পদ্ধতি (method of coincidences) প্রয়োগ করিয়া একটি ফলক এমনভাবে সরানো হয় যে λ_2 তরঙ্গের m ক্রমের ঝালর

λ_1 তরঙ্গের $(m-1)$ ক্রমের ঝালরের সহিত মিশিয়া যায় তবে লেখা যাইতে পারে

$$2d \cos \theta_2 = m\lambda_2 = m(\lambda_1 - \triangle\lambda) = (m-1)\ \lambda_1 \tag{2.86}$$

ইহাতে ধরা হইয়াছে যে $\lambda_1 = \lambda_2 + \triangle\lambda$ এবং $\lambda_1 > \lambda_2$

এই সমীকরণ হইতে পাওয়া যায়

$$m(\lambda_1 - \triangle\lambda) = (m-1)\ \lambda_1$$

$$\text{বা} \quad \triangle\lambda = \frac{\lambda_1}{m} \tag{2.87}$$

কিন্তু 2.84 নং সমীকরণ হইতে লেখা যায়

$$m = \frac{2d \cos \theta_1}{\lambda_1}$$

$$\therefore \quad \triangle\lambda = \frac{\lambda_1^2}{2d \cos \theta_1} \simeq \frac{\lambda_1^2}{2d} \tag{2.88}$$

(যদি কেন্দ্রের নিকটে পরিমাপ করা হয়)

দুইটি ঝালরশ্রেণী আপেক্ষিকভাবে একটি ঝালরের প্রস্থ দ্বারা অপসারিত (displaced) হইলে ইহাদের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য দাড়ায় $\frac{\lambda_1^2}{2d}$. এই পরিমাপ আরও সূক্ষ্মতর পর্যায়েও আনা যায়। যদি আপেক্ষিক অপসারণ একটি ঝালরের প্রস্থের এক দশমাংশ হয় তবে $\triangle\lambda$ এর মান এই ক্ষেত্রে দাড়াইবে

$$\triangle\lambda = \frac{\lambda_1^2}{2d \times 10}$$

কি ধরণের সূক্ষ্ম পরিমাপ এই যন্ত্রের সাহায্যে করা যায় তাহার উদাহরণ হিসাবে নিম্নের হিসাবটি কার্য্যকরী হইবে। ধরা যাক $d = 10$ cm এবং $\lambda = 6000$Å.

তাহা হইলে $\triangle\lambda = \frac{6 \times 6 \times 10^{-10}}{2 \times 10^2} = 18 \times 10^{-12} = 0{\cdot}0018 \times 10^{-8}$ cm

$= 0.0018$Å

সুতরাং উপরের উদাহরণ হইতে বুঝা যায় যে উপযুক্ত d দূরত্বে বর্ণালিরেখার এই অতিসূক্ষ্ম গঠন খুব নির্ভুলভাবে নির্ণয় করা যায়।

উপরের আলোচনা হইতে দেখা যায় যে $\triangle\lambda$ এর মান m ক্রমের উপর নির্ভর করে না। কাজেই এই পরিমাপ যে কোনও সুবিধামত ক্রমের ঝালরের উপরেই করা চলে ; অবশ্য এটি কেন্দ্রের নিকট না হইলে উপরের সমীকরণটি সিদ্ধ হইবে না।

এ ছাড়া $\sigma = \frac{1}{\lambda}$ (এখানে σ বুঝাইতেছে একক দূরত্বে তরঙ্গের সংখ্যা) সম্বন্ধটি যদি ব্যবহার করা যায় তবে দাড়ায়

$$\Delta\sigma = -\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} = -\frac{\lambda^2}{2d\lambda^2} = -\frac{1}{2d} \tag{2.89}$$

সুতরাং দেখা যায় যে যদি এই তরঙ্গ দুইটির তরঙ্গ সংখ্যার পার্থক্য বিবেচনা করা হয় তবে এই রাশিটি শুধু m ক্রমই নয়, তরঙ্গদৈর্ঘ্যের উপরও নির্ভরশীল নয়।

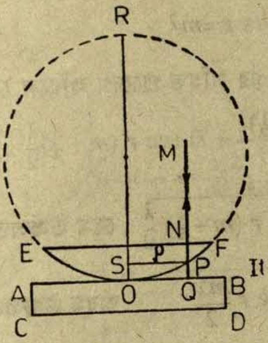
বর্ণালিরেখাটির যদি সূক্ষ্ম কোনও গঠন না থাকে এবং ইহা একবর্ণের হয় তাহা হইলেও ইহার একটি গঠন থাকিবে। (মাইকেলসনের ব্যতিচারে বর্ণালিরেখার দৃশ্যমানতার আলোচনা দ্রষ্টব্য)। এই গঠনের বিশদ জ্ঞানও ফেব্রি-পেরোর ব্যতিচার মাপক দ্বারা অর্জন করা সম্ভব। তবে ইহা করিতে হইলে d দূরত্বটি বেশ বড় করিবার ব্যবস্থা থাকা দরকার এবং ব্যতিচার মাপকের গঠনপ্রণালীটি খুবই উচ্চমানের হওয়া প্রয়োজন।

নিউটনের বলয়সমূহ (Newton's Rings).

যদি একটি কাচের সমতল ও সমান্তরাল ফলকের উপর একটি উত্তল লেন্স রাখা যায় তবে ইহাদের মধ্যে একটি বায়ুর স্তর আবদ্ধ হয়। এই স্তরের বেধ কাচের ফলক এবং লেন্সের সংযোগস্থলে শূন্য এবং এই সংযোগবিন্দু হইতে বাহিরের দিকে অঙ্কিত সরলরেখায় ক্রমশ বাড়িতে থাকে। বায়ুস্তরটির উপর বাহির হইতে আলো আসিয়া পড়িলে (উত্তল লেন্সের মধ্য দিয়া) একপ্রকার ব্যতিচার ঝালর দেখা যায়। এই ঝালরগুলি বৃত্তাকার এবং সমকেন্দ্রিক এবং ফলক ও লেন্সের সংযোগস্থলকে কেন্দ্র করিয়া গঠিত হয়। এই ঝালরশ্রেণীকে বলা হয় নিউটনের বলয়সমূহ (Newton's rings). নিউটনই প্রথমে এই বলয়সমূহ বিশদভাবে পরীক্ষা করেন যে জন্য এই প্রকারের. ঝালরের নাম নিউটনের নামানুসারে চিহ্নিত হইয়াছে। তিনি এই বলয়গুলির ব্যাস খুব সতর্কতার সহিত নির্ণয় করেন। এই বলয়সমূহ স্বভাবতই আলোর ব্যতিচারের দরুণ সৃষ্টি হয় এবং ব্যতিচারের ঝালর সৃষ্টির উদাহরণের এইগুলি একটি অতি সহজসাধ্য উপায়। যদি সূর্য্যালোক দ্বারা এই ফলক এবং লেন্স সমন্বয় আলোকিত করা যায় তবে বলয়গুলি রামধনুবর্ণের হইবে। ইহাদের প্রস্থ কেন্দ্র হইতে বাহিরের দিকে ক্রমশঃ কমিতে কমিতে শেষে এত সরু হইয়া

যাইবে যে আর দেখাই যাইবে না এবং ঐ স্থান সাদা আলো দ্বারা অধিকৃত হইবে।

এই বলয়ের উৎপত্তি নিম্নলিখিত চিত্র হইতে বুঝিতে পারা যাইবে।



চিত্র ২.৩৭

চিত্র নং ২.৩৭এ $ABCD$ একটি কাচের ফলক এবং ইহার উপরে একটি কাচের উত্তল লেন্স EOF রাখা হইয়াছে ; ইহাদের সংযোগস্থল O বিন্দু। MN একটি আপতিত রশ্মি ; এই রশ্মিটি বায়ুস্তরের দুই প্রান্ত P এবং Q হইতে প্রতিফলিত হইয়া QM দিকে যাইতেছে। যেহেতু এই রশ্মি দুইটি একই রশ্মি হইতে উদ্ভূত, ইহারা পরস্পর সংসক্ত এবং সেকারণে ব্যতিচার সৃষ্টিতে সক্ষম। সুতরাং QM দিকে একটি ব্যতিচারী বিন্দুর সৃষ্টি হইবে। আর এই বিন্দুর সঞ্চারপথ হইবে এমন একটি বৃত্ত যাহার ব্যাসার্ধ PS $(SP=OQ)$. যদি $SP=\rho$ হয় তবে ρর মান নিম্নলিখিত উপায়ে বাহির করা যায়। EOF বৃত্তাংশকে বাড়াইয়া $EOFR$ বৃত্তটি সম্পূর্ণ করা হইল। O বিন্দু হইতে এই বৃত্তের যে ব্যাস OR টানা হইয়াছে P বিন্দু হইতে তাহার উপর একটি অভিলম্ব PS টানিতে হইবে। $PS=\rho$. এবং $OS=t$

জ্যামিতির সূত্র হইতে লেখা যায়

$$SP^2=OS\times SR$$

বা $\rho^2=t\times(D-t)$ এখানে $D=$ বৃত্তের ব্যাস (2.90)

এই ধরণের পরীক্ষায় সাধারণতঃ $D>>t$. সুতরাং লেখা যায়

$$\rho^2=tD \tag{2.91}$$

এই ব্যতিচার এরূপ দুইটি আলোকরশ্মির মধ্যে হইতেছে যাহারা বায়ুস্তরের দুই প্রান্ত হইতে প্রতিফলিত হইয়া উৎপন্ন হইয়াছে। সুতরাং পূর্বের আলোচনা মতে ইহাদের সৃষ্টির সূত্র হইবে

$$2t \cos r = (m + \tfrac{1}{2})\lambda \qquad \cdots \text{ চরম তীব্রতা}$$

$$2t \cos r = m\lambda \qquad \cdots \text{ অবম তীব্রতা}$$

অতএব সমীকরণ 2.91 এর সহিত প্রয়োগ করিলে লেখা যায়

$$\rho^2 = \frac{D(m+\frac{1}{2})\lambda}{2 \cos r} = D \sec r \,(m+\tfrac{1}{2})\frac{\lambda}{2}$$

বা $\rho = \sqrt{D \sec r \,(m+\frac{1}{2})\,\frac{\lambda}{2}}$ চরম উজ্জ্বলতার বলয়ের ক্ষেত্রে (2.92)

এবং $\rho = \sqrt{D \sec r \,\frac{m\lambda}{2}}$ অবম উজ্জ্বলতার বলয়ের ক্ষেত্রে (2.93)

যদি লেন্সের বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ R বিবেচনা করা যায় তবে লেখা যায় $\left(R = \frac{D}{2}\right)$

$$\rho = \sqrt{R \sec r \,(m+\tfrac{1}{2})\lambda} \qquad \cdots \text{ চরম} \qquad (2.94)$$

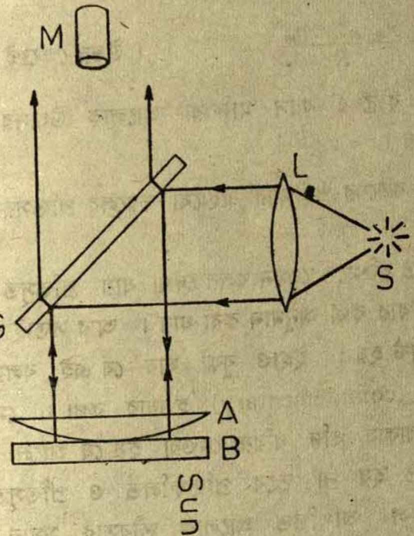
$$\rho = \sqrt{R \sec r \, m\lambda} \qquad \cdots \text{ অবম} \qquad (2.95)$$

এইরূপে উপরোক্ত সমীকরণ হইতে ρ, R, m এবং r এর মান নির্ণয় করিয়া ব্যবহৃত আলোকের তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ বাহির করা যায়। অথবা λ জানা থাকিবে R বাহির করিতে পারা যায়। এখানেও অবশ্য প্রতিফলনে একটি রশ্মির π দশাপরিবর্তন হইবে এইটি ধরিয়া লইয়াই উপরের সমীকরণগুলি লেখা হইয়াছে। তাছাড়া r কোণটি পরীক্ষাকালে সাধারণতঃ $0°$র কাছাকাছি থাকে বলিয়া $\sec r$ এর মান মোটামুটি 1 হয়।

পরীক্ষাকালে নিম্নলিখিতরূপে এই পরীক্ষাটি করা হয়।

চিত্র ২.৩৮এ AB একটি কাচের ফলক এবং লেন্সের সমন্বয়। লেন্সটি এমন নেওয়া হয় যাহাতে ইহার ফোকাসদূরত্ব অন্ততঃ 50 cm. থাকে ; তাহা হইলে বলয়গুলি বেশ ফাক ফাক হয় এবং ভালভাবে দেখিতে এবং মাপিতে পারা যায়। S একটি একবর্ণের আলোক উৎস। ইহা হইতে নির্গত আলো লেন্স Lএর সাহায্যে সমান্তরাল রশ্মিতে পরিণত হইয়া 45° কোণে রক্ষিত

কাচের ফলক G এর উপর আপতিত হয়। এই ফলকে রশ্মির একাংশ প্রতিফলিত হইয়া AB সমন্বয়ের উপর আসিয়া পড়ে এবং ঐ স্থানের বায়ুস্তরে যুগ্ম প্রতিফলনের পর আবার আপতন পথেই ফিরিয়া যায়। ইহারা G এর



চিত্র ২.৩৮

ভিতর দিয়া গিয়া ভ্রাম্যমান অনুবীক্ষণ যন্ত্র (Travelling microscope) M দ্বারা সংগৃহীত হওয়ার ফলে ইহার ফোকাসতলে ব্যতিচার বলয়ের আবির্ভাব হয়। প্রয়োজনীয় সমঞ্জনের (adjustment) পর অনুবীক্ষণ যন্ত্রের সাহায্যে সুবিধামত (পঞ্চদশ বা দশম) বলয়ের একধার হইতে অন্যধার পর্য্যন্ত এই বলয়সমূহের ব্যাস একাধিক বার মাপা হয়। এইবার সমীকরণ 2.94 এবং 2.95 এর সাহায্যে তরঙ্গদৈর্ঘ্য বাহির করা যাইবে।

এই পরীক্ষায় আলোকরশ্মি AB সমন্বয়ের উপর অভিলম্বভাবে আসিয়া পড়ায় $r=0°$. সুতরাং যদি m ক্রমের বলয়ের ব্যাসার্দ্ধ ρ_m হয় তবে লেখা চলিতে পারে

$$\rho_m{}^2 = Rm\lambda \qquad \text{আলোর অবম তীব্রতা}$$

$$\rho_m{}^2 = R(m+\tfrac{1}{2})\lambda \qquad \text{চরম তীব্রতা}$$

এইরূপে যদি $m+p$ ক্রমের ঝালর মাপা যায়

$$\rho_{m+p}^2 = R(m+p)\lambda \qquad \text{অবম তীব্রতা}$$

$$\rho_{m+p}^2 = R(m+p+\tfrac{1}{2})\lambda \qquad \text{চরম তীব্রতা}$$

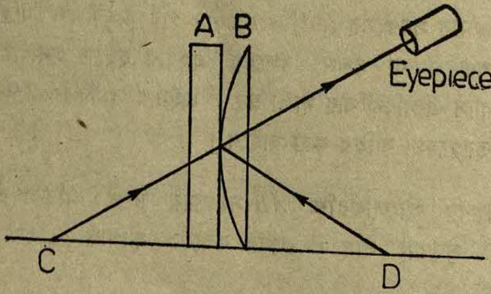
$$\therefore \quad (\rho_{m+p}^2 - \rho_m^2) = Rp\lambda$$

$$\text{বা} \quad \lambda = \frac{\rho_{m+p}^2 - \rho_m^2}{Rp} \qquad \text{(উভয় ক্ষেত্রেই)} \qquad (2.96)$$

এইভাবে বলয়ের ব্যাস মাপিয়া আলোক উৎসের তরঙ্গদৈর্ঘ্য সহজেই বাহির করা যায়।

নিউটনের বলয়ের পরীক্ষার সাহায্যে তরলের প্রতিসরাঙ্কও নিরূপণ করা যায়।

প্রতিফলিত রশ্মিতে যেমন বলয় দেখা যায় প্রতিসৃত রশ্মিতেও অনুরূপ বলয় দেখা যাইবার কথা অনুমান করা যায়। আর সত্যই প্রতিসৃত রশ্মিদ্বারাও একপ্রস্থ বলয় সৃষ্ট হয়। ইহাও বুঝা যায় যে এই বলয়গুলি প্রতিফলনের বলয়ের পূরক (complementary) হওয়ার কথা। মোট আলোক শক্তি অপরিবর্তিত থাকায় যদি ধরিয়া নেওয়া হয় যে আলো ঐ ফলক ও লেন্স সমন্বয়ে শোষিত হয় না তবে প্রতিফলিত ও প্রতিসৃত বলয়ের আলোক তীব্রতার যোগফল আপতিত আলোক তীব্রতার সমান হইবে। সুতরাং প্রতিফলিত বলয়ের কেন্দ্র যদি অন্ধকার হয় প্রতিসৃত বলয়ের কেন্দ্র তবে হইবে উজ্জ্বল এবং এইরূপ ভাবে তাহারা পরস্পরের পূরক হইবে। এই তথ্যটি অ্যারাগোর (Arago) পরীক্ষা দ্বারাও প্রমাণ করা যায়।



চিত্র ২.৩৯

চিত্র নং ২.৩৯এ AB একটি স্বচ্ছ ফলক ও লেন্সের সমন্বয়। এটি একটি সাদা এবং সর্বত্র সমানভাবে আলোকিত কাগজের উপর উল্লম্বভাবে বসানো

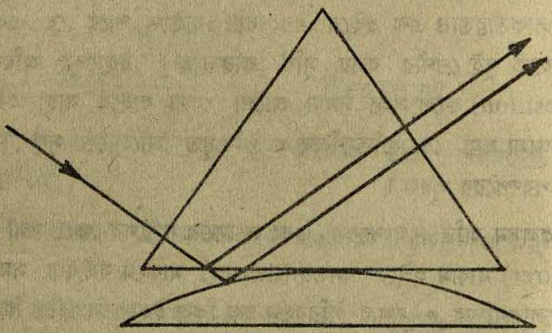
হইয়াছে, ইহার কারণ দুইটি বলয়শ্রেণীই একসঙ্গে দেখিতে হইবে। তাহা হইলে D বিন্দু হইতে আলো আসিয়া প্রতিফলিত এবং C বিন্দু হইতে আলো প্রতিসৃত বলয়শ্রেণীর সৃষ্টি করিবে এবং অভিনেত্রে ইহারা একসঙ্গে বর্তমান থাকিবে। যদি কাগজটির সর্বত্র সমান আলোকতীব্রতা হয় তবে C এবং D বিন্দুর আলোকতীব্রতাও এক হইবে এবং ধরা যাইতে পারে যে একই বিন্দু হইতে আলোক দুই শ্রেণীর বলয় সৃষ্টি করিয়াছে। ইহাদের অধিস্থাপনের (Superposition) ফলে সর্বত্র সমান আলো দেখা যাইবে যাহা হইতে এই সিদ্ধান্তে আসা যায় যে প্রতিফলিত ও প্রতিসৃত আলোতে সৃষ্ট নিউটনের বলয়সমূহ পরস্পরের পূরক।

মাইকেলসন ব্যতিচারমাপকের এবং লয়েডের দর্পণের ক্ষেত্রে বলা হইয়াছে যে তনু (rarer) মাধ্যম হইতে ঘনতর (denser) মাধ্যমে যাইবার সময় প্রতিফলনে আলোকরশ্মির π দশার পরিবর্তন হয় কিন্তু ইহার বিপরীত জিনিষ হয় না। নিউটনের বলয়ের ক্ষেত্রেও এই নীতি সমভাবেই প্রযোজ্য। একটি সুন্দর পরীক্ষার দ্বারা ইয়ং (Young) এই তথ্য প্রমাণ করেন। একটি ফ্লিন্ট কাচ (flint glass) ও আরেকটি ক্রাউন কাচের (crown glass) লেন্স সমবায়ের মধ্যের বায়ুস্তর তেলের স্তর দ্বারা ভর্তি করা হয়। এই তেলের প্রতিসরাঙ্কের মান ক্রাউন ও ফ্লিন্ট কাচের প্রতিসরাঙ্কের মানের মাঝামাঝি। কাজেই এই অবস্থায় ব্যতিচারী দুইটি আলোকরশ্মিই একই অবস্থায় প্রতিফলিত হয় (তনু হইতে ঘনতর মাধ্যমে অথবা ইহার বিপরীত); কাজেই এখানে উভয়ের মধ্যে কোনও আপেক্ষিক দশার পরিবর্তন ঘটিবে না এবং বলয়শ্রেণীর কেন্দ্রটি উজ্জ্বল হইবে। যদি বায়ুস্তরে প্রতিফলন হয় তবে বিপরীত অবস্থায় প্রতিফলন হওয়ায় π দশার আপেক্ষিক পরিবর্তন হইবে এবং কেন্দ্রটি অন্ধকার হইবে। পরীক্ষার ফল এই সিদ্ধান্তই সমর্থন করে।

বৃহৎ ও উজ্জ্বল বলয়ের সৃষ্টি—অবার্ণতার সর্ত (Production of large and bright rings—condition of achromatism).

এই ফলক ও লেন্সের সমন্বয়ে যে বলয়শ্রেণীর সৃষ্টি হয় তাহাদের ব্যাস r কোণের উপর নির্ভর করে। এই কোণ বাড়িলে বলয়ের ব্যাসও বাড়ে (সমীকরণ 2.94 ও 2.95)। সুতরাং আলোর আপতন কোণ বাড়াইয়া বলয়ের ব্যাস বাড়ানো যায়। কিন্তু আপতন কোণ বাড়াইলে লেন্সের উপরের তল হইতে প্রতিফলিত রশ্মির তীব্রতার অনুপাত সঙ্গে সঙ্গে বাড়িয়া যায়; ফলে ব্যতিচারী রশ্মি দুইটির তীব্রতা অনুরূপভাবে কমিয়া যাওয়ায় বলয়ের

ঔজ্জল্যও কমিতে থাকে। যদি ফলক ও লেন্স সমন্বয়ের বদলে একটি প্রিজ্‌ম্ ও লেন্সের সমন্বয় ব্যবহার করা যায় তবে বৃহৎ ও উজ্জল বলয়ের সৃষ্টি করা যাইতে পারে।



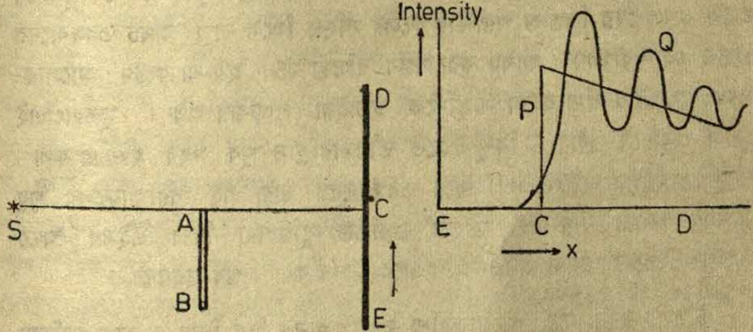
চিত্র ২.৪০

উপরের ২.৪০ নং চিত্রে দেখা যাইতেছে যে একটি আলোকরশ্মি প্রিজ্‌মে উল্লম্বভাবে পড়িতেছে এবং ইহার ফলে এই তল হইতে প্রতিফলনের অনুপাত খুব কম। এই রশ্মি বায়ুস্তরের উপর বৃহৎ আপতন কোণে পড়ায় প্রতিফলিত রশ্মিদ্বয়ের পরিমাণ খুব বেশী হইবে এবং r কোণটি বেশী হওয়ায় উৎপন্ন বলয়গুলি খুব উজ্জল ও বৃহৎ হইবে।

অধিকন্তু যদি সাদা আলো ব্যবহার করা যায় তবে আপতন কোণ প্রয়োজন-মত সমঞ্জন করিলে বলয়সমূহ মোটামুটি অবার্ণ হয়। ইহার কারণ সাদা আলোর বিচ্ছুরণ। বিচ্ছুরণের ফলে বেগুনী আলো বায়ুস্তরে লাল আলোর অপেক্ষা বড় কোণে আপতিত হইবে যাহার ফলে ইহার বলয়ের ব্যাস লাল আলোর তুলনায় বৃদ্ধি পাইবে। অন্যদিকে লাল আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্য বেশী হওয়ায় এই কারণে লাল আলোর বলয়ের ব্যাস বেগুনী আলোর ব্যাসের অপেক্ষা বেশী হইবে। এই দুই বিপরীতমুখী প্রবণতা একটি কোনও আপতন কোণে সমান হইবে এবং পরস্পরকে পূরণ করিবে। ফলে এই আপতন কোণে বলয়গুলি মোটামুটি অবার্ণ হইবে। এইভাবে সাদা আলো এবং প্রিজ্‌ম্ লেন্স সমন্বয় ব্যবহার করিয়া বৃহৎ উজ্জল ও অবার্ণ নিউটন-বলয় সৃষ্টি করা যাইতে পারে।

আলোকের ব্যবর্তন (Diffraction of light).

আলোকরশ্মি যখন গতিপথে বাধা অতিক্রম করে তখন ইহার গতিপথের কিছু পরিবর্তন হয়। এই পরিবর্তন আলোকের কণাবাদ অনুসারে হইবার কথা নয়। চিত্র নং ৩.১এ S একটি ক্ষুদ্র আলোকউৎস। ইহা হইতে নির্গত আলোক DCE পর্দার উপর পড়িতেছে। আলোকের গতিপথে একটি অস্বচ্ছ বাধা AB রাখা হইয়াছে; এই বাধা AB একটি আয়তক্ষেত্রাকার (rectangular) ধাতুর পাত হইলেও চলিবে। এই অবস্থায় কণাবাদ অনুসারে পর্দায় যে আলো পড়িবে তাহার তীব্রতা এরূপ হইবে যে C এর নীচের দিকে সম্পূর্ণ অন্ধকার এবং C এর উপর দিকে অপরিবর্তিত তীব্রতা দেখা যাইবে।



চিত্র ৩.১

ECD সরলরেখায় যদি আলোর তীব্রতা মাপা যায় এবং ইহা একটি লেখ দ্বারা অঙ্কন করা যায় তবে এই লেখ চিত্রের প্রদর্শিত রূপ নিবে। E হইতে C পর্যন্ত আলোকতীব্রতা শূন্য হইবে; C বিন্দুতে এই তীব্রতা হঠাৎ বাড়িয়া যাইবে এবং C হইতে D এর দিকে এই তীব্রতা সামান্য কমিতে থাকিবে কিন্তু এই হ্রাস নিরবচ্ছিন্ন হইবে, ইহাতে কোনও ভেদ (variation) দেখা যাইবে না। ৩.১ চিত্রে P লেখ দ্বারা এই বর্ণিত আলোক তীব্রতা বুঝান হইয়াছে।

কিন্তু সূক্ষ্মভাবে লক্ষ্য করিলে দেখা যায় যে আলোকতীব্রতা উপরে বর্ণনার সহিত মিলে না। C হইতে E এর দিকে আলোকতীব্রতার খুব দ্রুত হ্রাস হয়

আর C হইতে D এর দিকে আলোকতীব্রতার ভেদ দেখা যায়। ফলে এক শ্রেণীর ঝালরের (fringe) উৎপত্তি হয়। এই ঝালরের প্রস্থ এবং তীব্রতার বৈষম্য C হইতে D এর দিকে ক্রমশ কমিতে থাকে এবং কিছুদূর যাওয়ার পর অপরিবর্তী তীব্রতা (uniform illumination) আসিয়া যায়। তবে এই ঝালরের উৎপত্তি খুব সূক্ষ্ম মাপের হয় বলিয়া খুব যত্নসহকারে অথবা যন্ত্রের সাহায্য ছাড়া দেখা দুষ্কর। অন্যদিকে এই ঝালরগুলি সৃষ্টি করিতে কোনও বিশেষ পরীক্ষাব্যবস্থার প্রয়োজন হয় না বলিয়া ইহার উৎপত্তি একটি অতি সাধারণ ঘটনা। এইজন্য ব্যতিচার-ঝালরের পরীক্ষার অনেক পূর্বেই এই জাতীয় ঝালরের অস্তিত্ব সম্বন্ধে বিজ্ঞানীরা অবহিত ছিলেন এবং ইহার কারণ অনুসন্ধান করিতেছিলেন।

আপাতদৃষ্টিতে যদিও মনে হইবে যে স্থূলমাপে দেখিলে এই আলোক-তীব্রতা কণাবাদ দ্বারাই সহজে ব্যাখ্যা করা যায় (এই মতবাদ অনুসারে আলো সরলরেখায় গমন করে) তবুও উপরের আলোচনা হইতে বুঝা যায় যে সূক্ষ্মতর মাপে কণাবাদের সিদ্ধান্ত পরীক্ষার ফলের সহিত মিলে না। অথচ তরঙ্গবাদের দ্বারাও এই পরীক্ষাফল ব্যাখ্যা করা সম্ভব বলিয়া মনে হয় না কারণ আলোক-তরঙ্গ বাধা AB পার হইয়া চতুর্দিকে ছড়াইয়া পড়িবার কথা। সুতরাং এই ধারণা অনুসারে পর্দায় C বিন্দু হইতে তীব্রতার হ্রাস খুব মন্থর হওয়ার কথা। কিন্তু ফ্রেনেলের (Fresnel) যত্নে তরঙ্গবাদের দ্বারা এই পরীক্ষাফলের শুধু ব্যাখ্যাই পাওয়া যায় নাই, তাহার প্রবর্তিত যুক্তিধারা দিয়া এইসব ক্ষেত্রে আলোকতীব্রতার সম্ভাব্য মানও সঠিকভাবে নির্ণয় করা সম্ভব হইয়াছে।

উপরের বর্ণনা মত আলোকরশ্মি যখন কোনও ছিদ্র দিয়া বা বাধা ঘেঁসিয়া গমন করে তখন ইহার গতিপথে সরলরেখা হইতে যে বিচ্যুতি (deviation) ঘটে তাহাকে বলা হয় আলোর ব্যবর্তন। আলোর এই ব্যবর্তন অতি দীর্ঘকাল পূর্ব হইতে লক্ষিত হইয়া আসিয়াছে। প্রকৃতপক্ষে ইহা ব্যতিচারের পরীক্ষার মত বিশেষ যান্ত্রিক কৌশলের সাহায্য ছাড়াই উৎপন্ন হয়। বিশেষত ইহা সৃষ্টির জন্য আলোকউৎসের সংসক্তির প্রয়োজন না থাকায় অতি সহজেই ইহা উৎপন্ন হয়। অনুরূপ ব্যবর্তন শব্দতরঙ্গের ক্ষেত্রেও খুব সহজেই দেখা যায় ; সেখানে শব্দতরঙ্গের অনেকটা বিচ্যুতি ঘটে। কিন্তু আলোকতরঙ্গের দৈর্ঘ্য শব্দতরঙ্গের তুলনায় অনেক কম হওয়ায় পূর্বোক্ত ক্ষেত্রে বিচ্যুতির পরিমাণও আনুপাতিকভাবে অনেক কম আর এজন্য ইহার ব্যবর্তন প্রত্যক্ষ করিতে হইলে অনেক সূক্ষ্ম পর্যবেক্ষণের প্রয়োজন হয়।

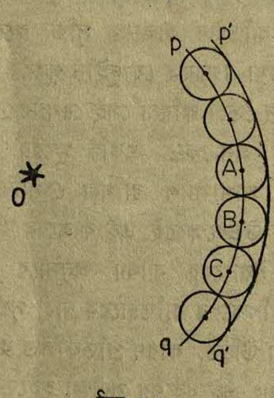
আলোকের ব্যতিচার প্রসঙ্গে গ্রিমল্ডির পরীক্ষার কথা উল্লেখ করা হইয়াছে। অস্বচ্ছ আবরণে দুইটি অতিক্ষুদ্র ছিদ্র করিয়া তাহা দিয়া সূর্য্যালোক প্রবেশ করাইয়া পর্দার উপর এমনভাবে ফেলা হইয়াছে যাহাতে ঐ আলোকরশ্মি দুইটির খানিক অংশ পরস্পরের উপর আপতিত হয়। ব্যতিচারের আলোচনা হইতে বুঝিতে পারা যায় যে আলোকউৎস দুইটি পরস্পর সংসক্ত না হওয়ায় এক্ষেত্রে অধিস্থাপনের অংশে ব্যতিচার ঝালরের সৃষ্টি হইবে না। কিন্তু দেখা যায় যে পর্দার উপরে অবস্থিত গোলাকার আলোকবিন্দুদ্বয়ের বাইরের ধার ঘেষিয়া বৃত্তাকার ঝালরের উদ্ভব হইয়াছে। সুতরাং এই পরীক্ষায় ব্যতিচার ঝালরের সৃষ্টি না হইলেও ব্যবর্তন-ঝালরের উৎপত্তি হইয়াছে (চিত্র নং ২.২)। ইহার পরে নিউটন প্রমুখ বিজ্ঞানীরা এই ধরণের ব্যাপারে পরীক্ষা নিরীক্ষা করেন। ইয়াং (Young) এই শ্রেণীর ঝালরের উৎপত্তির কারণ ব্যাখ্যা করিবার চেষ্টা আরম্ভ করেন। স্বভাবতই তিনি ইহা তাহার প্রবর্তিত আলোকতরঙ্গের ব্যতিচারের মতবাদ দিয়া ব্যাখ্যা করিবার প্রয়াস পান। তাহার মতে এই ঝালরের সৃষ্টি হয় দুইটি রশ্মির ব্যতিচারের দরুণ। ইহাদের একটি রশ্মি বাধা বা ছিদ্রের ধার ঘেষিয়া যায়, অন্যটি ঐ বাধা বা ছিদ্রের ধারের তল হইতে প্রতিফলিত হইয়া গমন করে। এই দুইটি রশ্মি একই উৎস হইতে উৎপন্ন বলিয়া পরস্পর সংসক্ত আর তাহাদের মধ্যে পথ-পার্থক্যও বিদ্যমান। সুতরাং ব্যতিচারের সমস্ত সর্তই পূরণ করায় রশ্মি-দুইটি ব্যতিচার ঝালরের সৃষ্টি করে। ফ্রেনেলের মতে এই ব্যাখ্যা ঠিক নয়। দেখা গিয়াছে যে দুইটি ক্ষুরের ধারালো দিক পাশাপাশি রাখিয়া একটি রেখাছিদ্র তৈরী করিয়া সেই রেখাছিদ্রের সাহায্যে যদি একক্ষেত্রে ঝালর সৃষ্টি হয় আর অন্যক্ষেত্রে একটি ক্ষুরের ধারালো দিক অন্য একটি ক্ষুরের ভোতা দিকের পাশাপাশি রাখিয়া রেখাছিদ্র তৈরী করিয়া ঝালর সৃষ্টি করা হয় তবে উভয়ক্ষেত্রেই এই ঝালরের আকৃতি এবং তীব্রতা সম্পূর্ণ একরূপ হয়। কিন্তু ইয়াংয়ের ব্যাখ্যা অনুসারে যদি ইহারা প্রতিফলিত এবং সরাসরি প্রেরিত রশ্মিদ্বয়ের ব্যতিচারের দ্বারা সৃষ্ট হয় তবে এই দুইক্ষেত্রে তীব্রতার পার্থক্য হওয়া উচিত, কারণ প্রতিফলিত রশ্মির তীব্রতা এই দুইক্ষেত্রে আলাদা হইবে। সুতরাং এই ধরণের পরীক্ষা হইতে ইয়াংয়ের ব্যাখ্যা বাতিল করা হয়। অবশ্য সমারফেল্ডের (Sommerfeld) আলোচনামতে দেখা যায় যে সোজা ধারে আলোর ব্যবর্তনকে এই ধরণের যুক্তি দ্বারাও ব্যাখ্যা করা যায়].

ফ্রেনেলের যুক্তি অনুসারে এই ব্যবর্তন ঝালরের সৃষ্টি হয় একটি মূল তরঙ্গ হইতে যে সমস্ত মাধ্যমিক ক্ষুদ্রতরঙ্গের (secondary wavelets) উদ্ভব হয়

ইহাদের মধ্যে ব্যতিচারের ফলে। এই প্রকারের ব্যতিচারকেই বলা হয় আলোকতরঙ্গের ব্যবর্তন। সুতরাং, দেখা যায় যে ব্যবর্তনকে প্রকৃতপক্ষে একপ্রকার ব্যতিচারও বলা যায় ; একমাত্র প্রভেদ এই যে ব্যতিচারের ক্ষেত্রে দুইটি সংসক্ত আলোকউৎস হইতে উৎপন্ন আলোকরশ্মি দুইটি অধিস্থাপনের ফলে ব্যতিচারের সৃষ্টি হয়। অপরদিকে একই মূল তরঙ্গ হইতে উৎপন্ন মাধ্যমিক ক্ষুদ্রতরঙ্গের মধ্যে ব্যতিচারের ফলে যে আলোক তীব্রতার ভেদ সৃষ্টি হয় তাহাকে আলোকের ব্যবর্তন বলা হয়। এই প্রসঙ্গ পরে আরও বিশদরূপে আলোচিত হইবে।

ফ্রেনেল আলোকতরঙ্গবাদের সাহায্যে ব্যবর্তনের ব্যাখ্যা করিতে চেষ্টা করেন। তিনি যে শুধু ইহাতে সফল হন তাহাই নহে ; তাহার হাতে এই ব্যাখ্যা এরূপ পূর্ণতালাভ করে যে তিনি পরীক্ষালব্ধ ফলগুলি পুঙ্খানুপুঙ্খরূপে নির্ণয় করেন এবং ইহার অনুমিত (predicted) ফলাফলও পরে পরীক্ষা দ্বারা পাওয়া যায়।

এই ব্যাখ্যা বর্ণনা করিতে হইলে সর্বপ্রথমে হাইগেন্‌সের নীতি (Huygens' Principle) আলোচনা করিতে হইবে। আলো কি করিয়া বিস্তারলাভ করে বা উৎস হইতে চতুর্দিকে গমন করে তাহাই এই নীতির বক্তব্য। ৩.২ নং চিত্রে দেখা যাইতেছে যে একটি আলোকউৎস 0 হইতে আলো

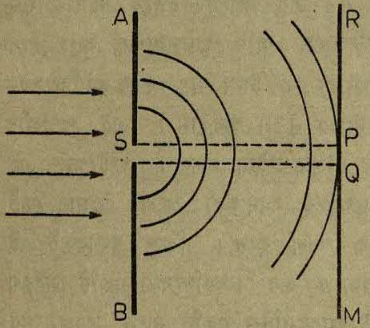


চিত্র ৩.২

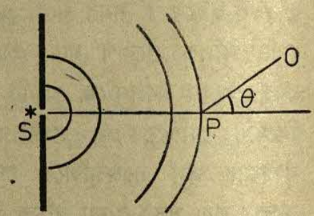
চতুর্দিকে ছড়াইয়া পড়িতেছে। কোনও এক সময়ে এই বৃত্তাকার তরঙ্গের তরঙ্গমুখের একাংশ *pq* দ্বারা বুঝান হইয়াছে। হাইগেন্‌সের নীতি অনুসারে এই তরঙ্গমুখ *pq* র প্রতিটি বিন্দু একটি মাধ্যমিক ক্ষুদ্র-তরঙ্গের জন্ম দেয়।

প্রতিটি মাধ্যমিক ক্ষুদ্রতরঙ্গ আবার বৃত্তাকারে ছড়াইয়া পড়ে। চিত্রে ABC প্রভৃতি বিন্দু হইতে এইরূপ কতকগুলি বৃত্তাকার ক্ষুদ্র তরঙ্গ দেখান হইয়াছে। এই বৃত্তের ব্যাস নির্ভর করিবে আলোকতরঙ্গের বেগ, মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক এবং বিবেচ্য সময়ের উপর। যদি t' সময়ে ক্ষুদ্রতরঙ্গের ব্যাস চিত্রে প্রদর্শিত বৃত্তসমূহ দ্বারা বুঝান হয় তবে হাইগেন্‌সের নীতি অনুসারে এই সময়ে তরঙ্গমুখ pq এর নূতন অবস্থান হইবে $p'q'$. $p'q'$ এর আকৃতি হইবে একটি বর্দ্ধিত ব্যাসের বৃত্ত এবং এই বৃত্তের কেন্দ্রও হইবে O. যদি ক্ষুদ্রতরঙ্গের বৃত্তসমূহকে স্পর্শ করিয়া একটি আবরণ (envelope) $p'q'$ টানা যায় তবে এই আবরণ $p'q'$ ই হইবে t' সময় পরে pq তরঙ্গমুখের নূতন অবস্থান। এই প্রণালীর পৌনঃপুণিক প্রয়োগ দ্বারা আলোকের বিস্তার হইয়া থাকে। হাইগেন্‌স এই ক্ষেত্রে অবশ্য বলেন যে, একটি ক্ষুদ্র তরঙ্গের কার্য্যকরী অংশ একমাত্র সেই বিন্দুটি যেটিতে $p'q'$ আবরণ ইহাকে স্পর্শ করে। কিন্তু স্বভাবতই এই বৃত্তাকার ক্ষুদ্র তরঙ্গগুলিকে স্পর্শ করিয়া pq এর ভিতরদিকেও একটি আবরণ অঙ্কন করা সম্ভব হওয়া উচিত এবং এই আবরণটিও একটি নূতন তরঙ্গমুখের উৎপত্তি করিবার কথা যেটাকে বলা যাইতে পারে পশ্চাৎগামী তরঙ্গ (back wave). এইরূপ তরঙ্গ অবশ্য কার্য্যক্ষেত্রে দেখা যায় না। হাইগেন্‌স্ এই পশ্চাৎগামী তরঙ্গের অনুপস্থিতির কোনও কারণ দেখান নাই। তিনি শুধু আলো কি করিয়া সম্মুখদিকে গমন করে তাহার ব্যাখ্যাই করিয়াছেন। অর্থাৎ বলা যায় যে তিনি তাহার প্রয়োজনমত ধরিয়া লইয়াছেন যে মাধ্যমিক ক্ষুদ্র তরঙ্গের কার্য্যকরী অংশ হইল সম্মুখদিকের তরঙ্গমুখ $p'q'$ ইহাকে যে বিন্দুতে স্পর্শ করে একমাত্র সেই বিন্দুটিই আর এই বক্তব্যের স্বপক্ষে তিনি কোনও যুক্তি দেখান নাই। তবে ষ্টোক্‌সের (Stokes) এর স্থিতিস্থাপক মাধ্যমের কম্পনের আলোচনা (vibration of elastic medium) হইতে এই কারণের ব্যাখ্যা পাওয়া যায়। ষ্টোক্‌স্ এই আলোচনা হইতে সিদ্ধান্তে আসেন যে প্রাথমিক তরঙ্গের যে কোনও বাহিরের বিন্দুতে এই তরঙ্গের ভ্রংশ $(1+\cos\theta)$ অনুপাতে নিয়মিত হইবে। এখানে θ কোণ উৎপন্ন হইয়াছে আলোক তরঙ্গের অভিলম্ব (wave normal) এবং মাধ্যমিক তরঙ্গের কেন্দ্র ও আলোচ্য বিন্দুর সংযোগকারী সরলরেখার মধ্যে (চিত্র নং ৩.৩)। এই সম্বন্ধ অনুযায়ী তরঙ্গের ভ্রংশ $\theta°=0$ কোণে অর্থাৎ সম্মুখদিকে চরম হইবে আর পশ্চাৎ-দিকে ক্রমশ কমিতে কমিতে θ কোণ যখন π হইবে তখন শূন্য দাড়াইবে। কাজেই এই সম্বন্ধের দ্বারা পশ্চাৎগামী তরঙ্গের অনুপস্থিতি ব্যাখ্যা করা যাইতে পারে।

হাইগেন্‌সের সিদ্ধান্তের সত্যতা একটি পরীক্ষার সাহায্যে প্রমাণ করা যাইতে পারে। ৩.৪ নং চিত্রে একটি অস্বচ্ছ পর্দা *AB* তে একটি অতি ক্ষুদ্র ছিদ্র *S* অবস্থিত। *S* এর আয়তন ব্যবহৃত তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সহিত তুলনীয়। *AB* পর্দার উপরে একটি সমান্তরাল আলোকরশ্মি আসিয়া পড়িতেছে। মনে হইতে



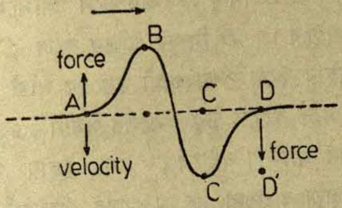
চিত্র ৩.৪



চিত্র ৩.৩

পারে যে *RM* পর্দার উপরে আলোকের যে তীব্রতা দেখা যাইবে তাহা *PQ* ক্ষেত্রেই সীমাবদ্ধ থাকিবে। কিন্তু বাস্তবক্ষেত্রে দেখা যায় যে *S* এর আয়তন আলোক তরঙ্গের দৈর্ঘ্যের যত কাছাকাছি হইবে *PQ* এর আয়তনও ততই বাড়িতে থাকিবে এবং ইহা খুব ক্ষুদ্র হইলে *RM* পর্দার প্রায় সমস্তটাই জুড়িয়া আলো বিস্তৃত হইবে। এই ক্ষেত্রে প্রাথমিক আলোক তরঙ্গের *S* অংশ হইতে হাইগেন্‌সের নীতি অনুসারে মাধ্যমিক ক্ষুদ্র তরঙ্গসমূহের উৎপত্তি হওয়ার ফলে আলোকতরঙ্গ অর্ধবৃত্তাকারে বিস্তৃত হইবে এবং *RM* পর্দার প্রায় সমস্তটাই জুড়িয়া থাকিবে। কিন্তু *S* এর আয়তন যদি বড় হয় তবে দেখা যায় যে পর্দায় যে প্রতিবিম্ব পড়ে তাহার আয়তন মোটামুটি জ্যামিতিক প্রতিবিম্ব *PQ* এর সমান। ব্যবর্তনের আলোচনা আরও অগ্রসর হইলে বুঝা যাইবে যে প্রথম ক্ষেত্রে আপতিত তরঙ্গের অনেকটা কার্য্যকরী অংশ *AB* পর্দায় বাধা পাওয়ায় তরঙ্গের ব্যবর্তন হইতেছে, সুতরাং পারগত আলো জ্যামিতিক আলোক বিজ্ঞানের প্রচলিত নিয়ম মানিয়া চলিতেছে না। কিন্তু দ্বিতীয় ক্ষেত্রে যখন ছিদ্র *S* এর আয়তন বড় হয় তখন তরঙ্গের সমস্ত কার্য্যকরী অংশই ইহার মধ্য দিয়া গমন করিবার ফলে ব্যবর্তনের প্রভাব এখানে পড়ে না। আর তার ফলে *RM* পর্দায় যে প্রতিবিম্ব পাওয়া যায় তাহার আয়তন মোটামুটি জ্যামিতিক আলোক বিজ্ঞানের নিয়ম অনুসারেই নিয়ন্ত্রিত হয়।

হাইগেন্সের নীতির আলোচনা প্রসঙ্গে প্রত্যাশিত পশ্চাৎগামী তরঙ্গের (Back wave) অনুপস্থিতির কথার উল্লেখ করা হইয়াছে। এই অনুপস্থিতির নিম্নরূপ ব্যাখ্যা দেওয়া যাইতে পারে। যদি কোনও মাধ্যমের একটি বিন্দু যে কোনও নিয়মানুসারে আন্দোলিত হয় তবে ইহা সামনে এবং পিছনে উভয় দিকেই তরঙ্গ প্রেরণ করিয়া থাকে। কিন্তু যদি মাধ্যমের কোনও বিন্দু ইহার উপর আপতিত তরঙ্গের প্রভাবে আন্দোলিত হয় তবে ইহার সম্মুখ দিকের (যে দিকে আপতিত তরঙ্গ গমন করিতেছে) তরঙ্গ এই বিন্দুর আন্দোলনের ফলে সৃষ্ট হইতেছে বলিয়া ধরা যায়। কিন্তু এই ক্ষেত্রে বিন্দুটি হইতে শুধু সামনের দিকেই তরঙ্গ প্রেরিত হয় পিছনের দিকে নয় যদিও আলোচ্য দুই ক্ষেত্রেই মাধ্যমের বিন্দুটি সমভাবেই আন্দোলিত হইতেছে। দুই ক্ষেত্রে ইহাদের



চিত্র ৩.৫

আচরণের পার্থক্য আলোচিত কারণ হইতে বুঝা যাইবে। চিত্র নং ৩.৫ এ একটি তরঙ্গস্পন্দন (Pulse) ডানদিকে গমন করিতেছে এবং আলোচ্য সময়ে এই তরঙ্গস্পন্দনের চেহারা দেখানো হইয়াছে। এই গতির বেলায় তরঙ্গটি ডানদিকে অপরিবর্তিত আকারে ভ্রমণ করিবে এবং মাধ্যমের যে বিন্দু দিয়া ইহা গমন করিবে সেই বিন্দুটি আন্দোলিত হইবে ; কিন্তু তরঙ্গ স্পন্দনটি চলিয়া যাইবার পরই বিন্দুটি আবার স্থিতাবস্থায় আসিবে। অথচ যদি কোনও মাধ্যম এই তরঙ্গস্পন্দনের আকারে বিকৃত (distort) করিয়া ছাড়িয়া দেওয়া হয় তবে এই অংশ আন্দোলিত হইতে থাকিবে এবং উভয় দিকেই তরঙ্গ প্রেরণ করিবে। দুই ক্ষেত্রে আচরণের এই পার্থক্য মাধ্যমের বিন্দুগুলির গতি এবং ভ্রংশের (velocity & displacement) কথা আলোচনা করিলে বুঝা যাইবে। গতিশীল আপতিত তরঙ্গের কথা বিবেচনা করিয়া দেখা যায় যে এই ক্ষেত্রে D বিন্দু নীচের দিকে মাধ্যমের বক্রতার দরুণ একটি বল অনুভব করিবে এবং এইটিই বিন্দুটির উপর প্রযুক্ত একমাত্র বল হওয়ায় বিন্দুটি নীচের দিকে নড়িবে। অনুরূপভাবে A বিন্দুটি উপরের দিকে একটি বল অনুভব করিবে। কিন্তু

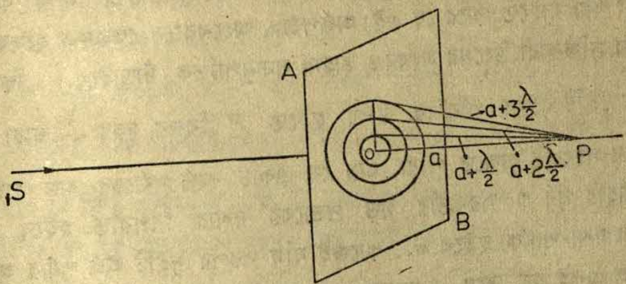
D বিন্দুটির মত ইহা এই সময় স্থিতাবস্থায় ছিল না। তরঙ্গস্পন্দনটি ইহার মধ্য দিয়া গমন করিবার ফলে A বিন্দুর আন্দোলন হইয়াছে এবং আলোচ্য সময়ে ইহা নিচের দিকে নামিতেছে। A বিন্দুতে পূর্বোক্ত বলের জন্য গতি এবং এই গতি সমান এবং বিপরীত হওয়ায় বিন্দুটি প্রারম্ভিক অবস্থানে (original position)-এ আসার সঙ্গে সঙ্গে নিশ্চল হইয়া যায়। দ্বিতীয় ক্ষেত্রে (অর্থাৎ যে মাধ্যমটি তরঙ্গের আকারে বিকৃত করা হইয়াছে) A এবং D বিন্দু উভয়েই গোড়ায় স্থিতাবস্থায় থাকায় যখন ইহাদের ছাড়িয়া দেওয়া হইবে তখনই ইহারা আন্দোলিত হইতে থাকিবে এবং উভয় দিকেই তরঙ্গ প্রেরণ করিবে।

এই আলোচনা হইতে D বিন্দু দিয়া একটি তরঙ্গ স্পন্দনের গমনের ফলে পশ্চাৎগামী তরঙ্গের অনুপস্থিতির কারণ বুঝা যাইতে পারে। পর্যায়ের (Period) এক চতুর্থাংশ সময় $T/4$-এ D বিন্দু D' অবস্থানে আসিবে এই সময়ে C বিন্দু C' অবস্থানে চলিয়া যাইবে। D বিন্দুর গতির ফলে C বিন্দুর উপর যে বল প্রযুক্ত হইবে (এবং যাহার ফলে পশ্চাৎগামী তরঙ্গের সৃষ্টি হইবার কথা) তাহা C বিন্দুর উর্দ্ধ দিকের গতি হইতে উদ্ভূত বলের সমান এবং বিপরীত হওয়ায় C বিন্দু নিশ্চল অবস্থায় আসিয়া যাইবে। আর ইহার অর্থ এই যে তরঙ্গ স্পন্দনটি ডানদিকে চলিয়া যাওয়ার পর মাধ্যমের বিন্দুগুলি আবার প্রারম্ভিক অবস্থায় অর্থাৎ নিশ্চল অবস্থায় আসিবে এবং কোনও পশ্চাৎগামী তরঙ্গের উদ্ভব হইবে না।

পরীক্ষা ব্যবস্থার (experimental set up) ভেদ অনুসারে ব্যবর্তনকে দুই ভাগে ভাগ করা যায়। এক ব্যবস্থায় ব্যবর্তন উৎপাদনকারী বাধা বা ছিদ্র হইতে আলোক উৎস এবং পর্দা উভয়ের দূরত্বই অল্প এবং সীমিত। এই প্রণালীতে বিশেষ কোনও যন্ত্রাদির প্রয়োজন হয় না বলিয়া এই জাতীয় ব্যবর্তন ঝালর খুবই সহজে দেখা যায়। ফ্রেনেলই (Fresnel) ইহার উৎপত্তির কারণ সন্তোষজনকরূপে ব্যাখ্যা করেন। এই জাতীয় ব্যবর্তনকে বলা হয় ফ্রেনেল-ব্যবর্তন (Fresnel diffraction). অন্যটিতে ব্যবর্তন উৎপাদনকারী ব্যবস্থা হইতে আলোক উৎস এবং পর্দা উভয়েই কার্য্যতঃ (effectively) অসীম দূরত্বে অবস্থান করে। এই জাতীয় ব্যবর্তন ফ্রনহোফার-বিবর্তন (Fraunhofer diffraction) নামে অভিহিত হইয়া থাকে। প্রথমে ফ্রেনেল-ব্যবর্তন আলোচিত হইবে।

ফ্রেনেল এই জাতীয় ব্যবর্তন ব্যাখ্যা করিতে হাইগেন্‌সের নীতির সাহায্য নেন তাহা পূর্বেই বলা হইয়াছে। ইহা ছাড়া তিনি এইজন্য আরও একটি নূতন ধারণার প্রবর্তন করেন। এইগুলিকে বলা হয় অর্ধ-পর্যায় অংশ (half-

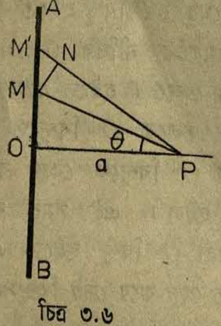
period element). এই ধারণার সাহায্যে একটি প্রাথমিক তরঙ্গের বাহিরের যে কোনও বিন্দুতে এই তরঙ্গের প্রভাব নির্ণয় করা যায়। নিম্নের চিত্রে এইরূপ দুইটি উদাহরণ আলোচিত হইল।



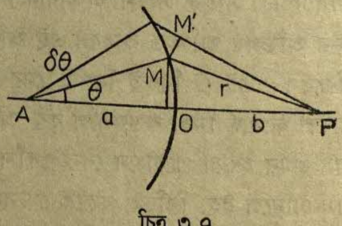
চিত্র ৩.৫(ক)

চিত্র নং ৩.৫ (ক)-এ S একটি অতিদূরে অবস্থিত আলোকউৎস ; ইহা হইতে ডানদিকে আলো আসিতেছে। P বিন্দুতে আলোর তীব্রতা বাহির করিতে হইবে। S আলোকউৎসটি অনেক দূরে অবস্থিত বলিয়া ইহা হইতে আগত আলোকের তরঙ্গমুখকে P বিন্দুর নিকটে সমতল বলিয়া ধরিয়া লওয়া যায়। এই সমতল তরঙ্গমুখের একটি অংশ দেখা যাইতেছে AB. P বিন্দুতে এই তরঙ্গের প্রভাব নির্ণয় করিতে হইলে AB তরঙ্গমুখ হইতে যে সমস্ত মাধ্যমিক ক্ষুদ্রতরঙ্গ এই বিন্দুতে আসিয়া পড়িবে তাহাদের যোগফল বাহির করা প্রয়োজন। এই উদ্দেশ্যে প্রাথমিক তরঙ্গ AB এর উপর P বিন্দুর সংশ্লিষ্ট মেরু (pole) প্রথমে বাহির করিতে হইবে। এই মেরুটি P বিন্দু হইতে তরঙ্গ-মুখের উপর অবম বা চরম দূরত্বে অবস্থিত [ফারমাটের নীতির (Fermat's Principle) সহিত সাদৃশ্য লক্ষ্যণীয়]। আলোচ্য ক্ষেত্রে P হইতে AB তলের উপর অভিলম্ব অঙ্কিত করিলে এই অভিলম্ব AB তলকে O বিন্দুতে ছেদ করিবে। এই O বিন্দুই নির্ণেয় মেরু। এইবার O বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া বিভিন্ন ব্যাসার্দ্ধ নিয়া কতকগুলি বৃত্ত অঙ্কন করা হইল। এই সমস্ত বৃত্তের ব্যাস এমন হওয়া প্রয়োজন যেন প্রদর্শিত চিত্রানুযায়ী O বিন্দু হইতে একটি ব্যাস টানিলে ইহা বিভিন্ন বৃত্তকে যে সমস্ত বিন্দুতে ছেদ করে সেই বিন্দুসমূহের দূরত্ব P বিন্দু হইতে ক্রমান্বয়ে $\frac{\lambda}{2}$ দূরত্ব দ্বারা বাড়িতে থাকে। পরপর দুইটি বৃত্তের মধ্যে তরঙ্গের যে অংশ আবদ্ধ হয় তাহাকে বলা হয় ফ্রেনেলের অর্দ্ধ-

পর্যায় অংশ (Fresnel's half-period element). এইরূপ সংজ্ঞা প্রবর্তনের কারণ পরের আলোচনা হইতে বুঝিতে পারা যাইবে। হাইগেন্‌সের নীতি অনুসারে প্রাথমিক তরঙ্গের প্রতিটি বিন্দু হইতে যে মাধ্যমিক ক্ষুদ্র তরঙ্গের উদ্ভব হয় তাহাদের সমষ্টিই P বিন্দুতে আলোকের তীব্রতা নির্ণয় করিবে। সুতরাং ধরা যাইতে পারে যে এই অর্দ্ধপর্যায় অংশের যে ক্ষেত্রফল হইবে, ক্ষুদ্র তরঙ্গের সৃষ্টিকারী উৎসের সংখ্যাও তাহার সমানুপাতিক দাঁড়াইবে। দ্বিতীয়তঃ পরপর দুইটি বৃত্তের পরিধির উপর হইতে P বিন্দুর দূরত্ব $\frac{\lambda}{2}$ দ্বারা বৃদ্ধি পাওয়ায় সহজেই বুঝিতে পারা যায় যে একটি অর্দ্ধ পর্যায়ের গড় প্রভাবের দশা তাহার পূর্ব বা পরবর্তীর গড় প্রভাবের দশার বিপরীত হইবে অর্থাৎ ইহাদের দশা-পার্থক্য হইবে π. কাজেই যদি পরপর দুইটি অর্দ্ধ পর্যায় অংশের ক্ষেত্রফল একই হয় তবে (দূরত্বের প্রশ্ন বাদ দিলে) ইহাদের গড় বিস্তারও একই হইবে ; আর ইহাদের দশা বিপরীত হওয়ায় P বিন্দুতে ইহাদের পরিণামিক প্রভাব দাড়াইবে শূন্য। অতএব দেখা যাইতেছে যে P বিন্দুতে সম্পূর্ণ তরঙ্গের প্রভাব হিসাব করিতে হইলে ইহাকে বিভিন্ন অর্দ্ধ পর্যায় অংশে বিভক্ত করিয়া এই সমষ্টিগুলির ক্ষেত্রফল বাহির করিতে হইবে। জিনিষটি এইভাবে দেখা যাইতে পারে। পরপর দুইটি অংশকে আবার অনেকগুলি সমান সংখ্যক ক্ষুদ্রতর বৃত্তাংশে ভাগ করিলে প্রথম অংশটির প্রথম ক্ষুদ্রতর বৃত্তের বিন্দুগুলি দ্বিতীয় অংশের সংশ্লিষ্ট (corresponding) ক্ষুদ্রতর বৃত্তের তুলনায় π দশা-পার্থক্য সৃষ্টি করিবে। এই যুক্তি সমস্ত ক্ষুদ্রতর বৃত্তসমূহের ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য। কাজেই ধরা যাইতে পারে যে একটি অর্দ্ধপর্যায় অংশের গড় বিস্তার ইহার আগের বা পরের অংশের গড় বিস্তারের অপেক্ষা π দশা দ্বারা পৃথক হইবে।



চিত্র ৩.৬



চিত্র ৩.৭

চিত্র নং ৩.৬-এ দেখান হইয়াছে যে P বিন্দু হইতে AB সমতল ক্ষেত্রের উপর অভিলম্ব ইহাকে O বিন্দুতে ছেদ করিয়াছে। AB তলটি পুস্তকের

পৃষ্ঠার তলের সহিত লম্বভাবে অবস্থান করায় OMM' সরলরেখা দ্বারা ইহাকে চিত্রিত করা হইয়াছে। PM এবং PM' O বিন্দু হইতে একটি অর্দ্ধ পর্যায় অংশের দুইটি বৃত্তের পরিধির উপর অঙ্কিত সরলরেখা। অর্দ্ধ পর্যায় অংশটি MM' প্রস্থের একটি বলয়াকার ক্ষেত্র এবং ইহার তল পুস্তকের পৃষ্ঠার সহিত অভিলম্বভাবে অবস্থান করিতেছে।

MN M বিন্দু হইতে PM' এর উপর অঙ্কিত অভিলম্ব। সাধারণতঃ $a \gg MM'$. এই অবস্থায় লেখা যাইতে পারে $M'N = \frac{\lambda}{2} = \delta$

যদি O বিন্দু হইতে M এবং M' এর গড় দূরত্ব হয় x হয় আর PM এবং PM' দূরত্বের গড় হয় r তবে অর্দ্ধ পর্যায় অংশের ক্ষেত্রফল A লেখা যাইতে পারে

$$A = 2\pi x \, . \, MM' \tag{3.1}$$

আবার OPM' এবং NMM' দুইটি সদৃশ ত্রিভুজ যাহা হইতে পাওয়া যায়

$$r : x = MM' : M'N$$

$$\text{বা} \quad x \, . \, MM' = r \, . \, M'N = r\delta \tag{3.2}$$

$$\text{সুতরাং} \quad A = 2\pi r\delta = 2\pi \frac{\lambda}{2} r \tag{3.3}$$

কাজেই এই হিসাব হইতে দেখা যাইতেছে যে O বিন্দু হইতে যত বাহিরের দিকে যাওয়া যাইবে r এর মান ততই বাড়িতে থাকায় সংশ্লিষ্ট অর্দ্ধ পর্যায় অংশের ক্ষেত্রফল আনুপাতিকভাবে বৃদ্ধি পাইবে। অবশ্য এই হিসাবে কিছু স্থূলতা (approximation) গ্রহণ করা হইয়াছে বলিয়া উপরের সমীকরণ সম্পূর্ণ নির্ভুল হইবে না ; তবুও মোটামুটিভাবে এই হিসাবের দ্বারা নির্ভরযোগ্য সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া যাইতে পারে।

উপরের ক্ষেত্রে আলোক উৎস অনেক দূরে অবস্থিত বলিয়া প্রাথমিক তরঙ্গ-মুখ AB কে সমতল বলিয়া ধরা হইয়াছে। কিন্তু যদি এই দূরত্ব বেশী না হয় তবে এই তরঙ্গমুখ বৃত্তের আকৃতি হইবে। এইক্ষেত্রে অর্দ্ধপর্যায় অংশের ক্ষেত্রফল নিম্নোক্তরূপে বাহির করা যায়। চিত্র নং ৩.৭-এ আলোকউৎস A হইতে নির্গত তরঙ্গের P বিন্দুতে আলোর তীব্রতা বাহির করিতে হইবে। A এবং P বিন্দুদ্বয়কে যদি একটি সরলরেখা দ্বারা যোগ করা হয় তবে ইহা তরঙ্গমুখ $M'MO$ কে O বিন্দুকে ছেদ করিবে এবং P বিন্দুর জন্য O হইবে মেরু। এক্ষেত্রে অবশ্য তরঙ্গটি A বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া একটি বৃত্ত অঙ্কন

করিবে যাহার চিত্ররূপ $M'MO$ বৃত্তাংশ। MM' একটি অর্দ্ধপর্য্যায় অংশের প্রস্থ বুঝাইতেছে। A এবং P বিন্দুদ্বয়কে M এবং M' বিন্দুদ্বয়ের সহিত যোগ করা হইয়াছে ; আর M হইতে PM' এর উপর অভিলম্ব অঙ্কন করা হইয়াছে। দেখা যায় যে অর্দ্ধপর্যায় অংশের ক্ষেত্রফল

$$A = 2\pi a \sin\theta \,.\, MM' \text{ (approx.)} \qquad (3.4)$$

এখানে $OA = a$; $OP = b$; $\angle OAM = \theta$.

MAP ত্রিভুজ হইতে পাওয়া যায়

$$MP^2 = AM^2 + AP^2 - 2AM \cdot AP \cos\theta$$

বা $r^2 = a^2 + (a+b)^2 - 2a(a+b)\cos\theta$

বা $r\,\delta r = a(a+b)\sin\theta\,\delta\theta$. [a এবং b ধ্রুবক বলিয়া]

কিন্তু $\delta\theta \simeq \dfrac{MM'}{a}$

$$\therefore\quad r\,\delta r = a(a+b)\sin\theta \cdot \frac{MM'}{a} = (a+b)\sin\theta \cdot MM'$$

বা $\sin\theta \cdot MM' = \dfrac{r\,\delta r}{a+b}$

$$\therefore\quad A = \frac{2\pi a r\,\delta r}{a+b} = \frac{2\pi a}{a+b}\,\frac{\lambda}{2}\,r. \quad \left[\because\ \delta r = \frac{\lambda}{2}\right] \qquad (3.5)$$

সুতরাং পূর্বের মতই এক্ষেত্রেও দেখা যাইতেছে যে অর্ধপর্যায় অংশের ক্ষেত্রফল বাহিরের দিকে r এর সমানুপাতে বাড়িবে।

সমীকরণ 3.5 এর বেলায় যদি $a = \infty$ ব্যবহার করা যায় অর্থাৎ আলোক-উৎসটির দূরত্ব খুব বেশী হয় তবে আলোকতরঙ্গটি কার্য্যত সমতল হইবে। এই বেলায় ক্ষেত্রফল দাড়ায়

$$A = 2\pi\frac{\lambda}{2}r \quad [\text{কারণ } a >> b\,].$$

অতএব দেখা যাইতেছে যে P বিন্দুতে তরঙ্গের প্রভাব ফ্রেনেল প্রবর্তিত অর্ধপর্যায় অংশের ধারণা দ্বারা নির্ণয় করা সম্ভব। এ পর্যন্ত যে আলোচনা করা হইয়াছে তাহা হইতে বুঝা যায় যে এই পরিণামিক ফল বাহির করিতে নিম্নোক্ত তিনটি যুক্তি গণ্য করা আবশ্যক :

১। অর্ধপর্যায় অংশের ক্ষেত্রফল r দূরত্বের সমানুপাতে বাড়িতে থাকিবে এবং ইহার ফলে বাহিরের দিকের ক্ষেত্রফল ক্রমাগত বাড়িয়া যাইবে। আর

এই অংশগুলির গড় বিস্তার ক্ষেত্রফলের সমানুপাতিক বলিয়া ইহাও ঐ r এর সমানুপাতে বৃদ্ধি পাইবে। (অর্থাৎ $I \propto r^2$)

২। তীব্রতার ব্যস্তিবর্গের নিয়মানুসারে (inverse square law) আলোর তীব্রতা দূরত্বের ব্যস্ত-বর্গানুসারে পরিবর্তিত হয়। তীব্রতা বিস্তারের বর্গানুপাতে পরিবর্তিত হয়; সুতরাং অর্ধপর্যায় ক্ষেত্রের গড় আলোর বিস্তার আলোচ্য বিন্দু হইতে ইহার দূরত্বের ব্যস্তানুপাতে পরিবর্তিত হয়। কাজেই দেখা যায় যে এই ক্ষেত্রের প্রভাব পূর্বের প্রভাবের বিপরীত দিকে কাজ করে এবং ইহারা পরস্পরের প্রভাবকে সম্পূর্ণরূপে নষ্ট করে। $\left(\text{অর্থাৎ } I \propto \frac{1}{r^2}\right)$.

৩। স্টোক্‌সের সূত্রানুযায়ী একটি অর্ধপর্যায় অংশের গড় প্রভাব ইহার বক্রতার উপর নির্ভর করে। এই বক্রতা $(1+\cos\theta)$ গুণক দ্বারা বুঝান হইয়া থাকে।

৩.৩ নং চিত্রে θ কোণের মান হইতে সহজেই দেখা যায় যে θ বাড়িলে $(1+\cos\theta)$ কমিতে থাকিবে যাহার ফলে বাহিরের দিকের অর্ধপর্যায় অংশের প্রভাবও কমিতে থাকিবে। এই হ্রাসের হার প্রথমদিকে বেশী হইলেও ক্রমশ ইহা কমিয়া আসে। এই তিনটি ক্রিয়ার মোট ফল দাড়ায় এই যে O বিন্দু হইতে যত বাহিরের দিকে যাওয়া যাইবে ততই অংশের বিস্তার কমিয়া আসিবে (চিত্র নং ৩·৫ক)। প্রথমে ইহা দ্রুত কমিতে থাকিবে আর পরে এই হ্রাসের হার ক্রমশ কমিয়া আসিবে। অধিকন্তু এই গড় বিস্তারের দশা একান্তরভাবে (alternately) বিপরীত হইবে। যদি P বিন্দুতে এই সমস্ত অর্ধপর্যায় অংশের গড় বিস্তার ক্রমান্বয়ে q_1, q_2, q_3 ইত্যাদি দ্বারা এবং পরিণামিক বিস্তার Q দ্বারা বুঝান হয় তবে লেখা যায়

$$Q = q_1 - q_2 + q_3 - q_4 + \cdots \tag{3.6}$$

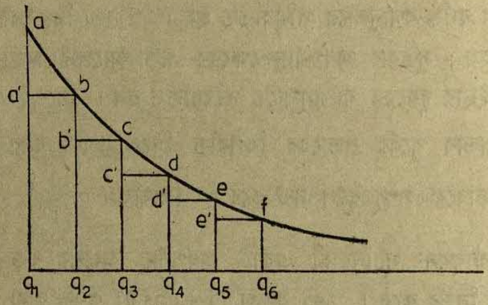
এই অংশের সংখ্যা বিজোড় বা জোড় (odd or even) হইতে পারে। যদি ধরিয়া লওয়া হয় যে এই সংখ্যা n জোড় তবে উপরোক্ত রাশিমালা নীচের দুইভাবে লেখা যায়

$$Q = q_1 - \frac{q_2}{2} - \left(\frac{q_2}{2} - q_3 + \frac{q_4}{2}\right) - \left(\frac{q_4}{2} - q_5 + \frac{q_6}{2}\right) \cdots\cdots - \frac{q_n}{2} \tag{3.7}$$

$$= \frac{q_1}{2} + \left(\frac{q_1}{2} - q_2 + \frac{q_3}{2}\right) + \left(\frac{q_3}{2} - q_4 + \frac{q_5}{2}\right) + \cdots\cdots + \frac{q_{n-1}}{2} - q_n \tag{3.8}$$

যদি একটি লেখ দ্বারা এই রাশিমালাকে এমনভাবে চিত্রিত করা যায়

যাহাতে q এর মান আনুপাতিক কোটি দ্বারা সমান ভুজের দূরত্বে অঙ্কন করা হয় এবং এই কোটিসমূহের শীর্ষবিন্দু যোগ করিয়া একটি রেখা টানা যায় তাহা হইলে দেখিতে পাওয়া যাইবে যে এই রেখার হ্রাসের হার ক্রমশ কমিয়া আসিতে



চিত্র ৩.৮

থাকিবে এবং ক্রমে ইহা ভুজের অক্ষের সমান্তরাল হইয়া এই অক্ষের সহিত মিলিয়া যাইবে (চিত্র নং ৩.৮)। অধিকন্তু যেহেতু $aa' > bb' > cc'$, বন্ধনীর মধ্যের প্রতিটি রাশিমালার মানই ধনাত্মক। কারণ $\left(\frac{q_1}{2} - \frac{q_2}{2}\right) > \left(\frac{q_2}{2} - \frac{q_3}{2}\right)$;
সুতরাং $\left\{\left(\frac{q_1}{2} - \frac{q_2}{2}\right) - \left(\frac{q_2}{2} - \frac{q_3}{2}\right)\right\}$ সংখ্যাটি ধনাত্মক। আর এই সম্বন্ধটি প্রতিটি বন্ধনীর বেলায়ই খাটে। সুতরাং লেখা যায়

$$q_1 - \frac{q_2}{2} - \frac{q_n}{2} > Q > \frac{q_1}{2} + \frac{q_{n-1}}{2} - q_n. \qquad (3.9)$$

কিন্তু দুইটি পাশাপাশি q এর মানের পার্থক্য খুবই সামান্য। সুতরাং স্থূলভাবে লেখা যায় যে $q_1 \simeq q_2$ এবং $q_{n-1} \simeq q_n$.

আর ইহার ফলে দাড়ায়

$$\frac{q_1}{2} - \frac{q_n}{2} > Q > \frac{q_1}{2} - \frac{q_n}{2}.$$

এই সম্বন্ধটি পূরণ হইবে একমাত্র তখনই যখন নিম্নের সমীকরণটি সিদ্ধ হইবে

$$\frac{q_1}{2} - \frac{q_n}{2} = Q = \frac{q_1}{2} - \frac{q_n}{2} \qquad (3.10)$$

[এই আপাত পরস্পর বিরোধী সম্বন্ধের উদ্ভব হয় উপরের স্থূল সম্বন্ধ ব্যবহার করার জন্য]

সুতরাং দাড়াইতেছে যে জোড় সংখ্যক অর্ধপর্যায় অংশের ক্ষেত্রে P বিন্দুতে সমগ্র তরঙ্গের প্রভাব দাড়াইবে সর্বপ্রথম এবং সর্বশেষ অংশের প্রভাবের বিয়োগফলের অর্ধেক। অর্থাৎ

$$Q=\frac{q_1}{2}-\frac{q_n}{2}. \qquad (3.11)$$

পূর্বেই দেখানো হইয়াছে যে বক্রতার গুণক $(1+\cos\theta)$ এর জন্য q সংখ্যাগুলির মান দ্রুত কমিয়া আসিতে থাকিবে [অবশ্য প্রতিটি অর্ধপর্যায়ের জন্য θ যদি সমান হারে বৃদ্ধি পাইত তবে $(1+\cos\theta)$ গুণকের জন্য ৩.৮ চিত্রের বক্রতা বিপরীত হইত। কিন্তু এখানে θ প্রথম দিকে খুব দ্রুত হ্রাস পায় (চিত্র ৩.৬), সুতরাং অর্ধপর্যায় অংশের ক্ষেত্রফল q প্রথমে দ্রুত এবং ক্রমে অপেক্ষাকৃত মন্দগতিতে হ্রাস পাইবে। এইজন্য রেখাচিত্রের আকার চিত্র নং ৩.৮ এর মত হইবে]। যদি সমস্ত তরঙ্গটি P বিন্দুতে ক্রিয়া করে তাহা হইলে ইহার শেষ অংশ q_n এর মান শূন্য হইবে বলিয়া ধরা যায়। ইহার ফলে দাড়ায় যে সমগ্র তরঙ্গের প্রভাব প্রথম অর্ধপর্যায় অংশের অর্ধেকের সমান হইবে।

অনুরূপভাবে দেখানো যায় যে অর্ধপর্যায় অংশের সংখ্যা বিজোড় হইলে দাড়াইবে

$$Q=\frac{q_1}{2}+\frac{q_n}{2} \qquad (3.12)$$

উপরে প্রাপ্ত ফল ব্যবহার করিয়া বিভিন্ন প্রকারের পরীক্ষায় উৎপন্ন ব্যবর্তনে আলোকের তীব্রতার ব্যাখ্যা করা যাইতে পারে।

অবশ্য 3.11 নং সমীকরণ পাইবার জন্য রেখাটি চিত্র নং ৩.৮ এর মত প্রথমে দ্রুত এবং পরে ধীরে ধীরে হ্রাস না পাইলেও চলে। যদি হ্রাসের হার ইহার বিপরীত প্রকৃতির হয় তবে বন্ধনীর মধ্যের প্রতিটি রাশিমালা ঋণাত্মক হইবে। তাহা হইলে লেখা যায়

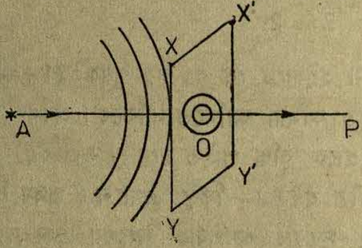
$$\frac{q_1}{2}+\frac{q_{n-1}}{2}-q_n>Q>q_1-\frac{q_2}{2}-\frac{q_n}{2}$$

এবং ইহা হইতে আগের মত লেখা যায় $\frac{q_1}{2}-\frac{q_n}{2}>Q>\frac{q_1}{2}-\frac{q_n}{2}$

অর্থাৎ $\frac{q_1}{2}-\frac{q_n}{2}=Q=\frac{q_1}{2}-\frac{q_n}{2}$. সুতরাং দেখা যাইতেছে যে রেখার হ্রাসের

হার প্রথমদিকে বা শেষদিকে দ্রুত বাড়িলেও স্থূল সম্বন্ধ (approximate) ব্যবহার করার ফলে উভয়ক্ষেত্রেই একই ফল পাওয়া যায়।

গোলাকার ছিদ্রে ব্যবর্তন (diffraction at a circular hole).



চিত্র ৩.৯

৩.৯ নং চিত্রে আলোকউৎস A হইতে আলোক আসিয়া একটি অস্বচ্ছ সমতল বাধা $XX'Y'Y$ এর উপরে পড়িতেছে। এই বাধার কেন্দ্রস্থল O বিন্দুতে একটি ক্ষুদ্র গোল ছিদ্র আছে। A এবং O বিন্দু যোগকারী সরলরেখা অন্যদিকে বাড়াইয়া দিলে ইহাতে অবস্থিত একটি বিন্দু P এ আলোর তীব্রতা নির্ণয় করিতে হইবে।

এখানে চিত্র হইতে দেখা যাইতেছে যে উৎস A হইতে আগত আলোক-তরঙ্গ XY' এ আসিয়া বাধাপ্রাপ্ত হইতেছে এবং অপরদিকে যাইতে পারিতেছে না। O বিন্দুতে যে ছিদ্র আছে শুধুমাত্র তাহার মধ্য দিয়াই তরঙ্গের কিছুটা অংশ গমন করিতেছে। P বিন্দুতে তীব্রতা বাহির করিতে হইলে তরঙ্গটিকে এমনভাগে কতকগুলি অর্ধপর্যায় অংশে বিভক্ত করিতে হইবে যাহাতে ইহাদের প্রথমটি মেরু O বিন্দুটিকে কেন্দ্র করিয়া অবস্থান করিবে। এখন O বিন্দুতে অবস্থিত ছিদ্রটির আকার যদি এমন হয় যে শুধুমাত্র প্রথম অর্ধপর্যায় অংশটিই ইহার মধ্য দিয়া গমনে সক্ষম হয় তবে P বিন্দুতে কেবল এইটিই ক্রিয়া করিবে। ফলে এই বিন্দুতে তরঙ্গের বিস্তার দাড়াইবে

$$Q_1 = q_1$$

এবং তীব্রতা $\quad I_1 = q_1{}^2$

যদি ছিদ্রের আকার বৃহত্তর হয় যাহাতে প্রথম দুইটি অর্ধপর্যায় অংশ গমন করিতে পারে তবে এই ক্ষেত্রে পাওয়া যাইবে

$$Q_2 = q_1 - q_2$$

q_1 এবং q_2 প্রায় সমান হওয়ায় ইহাদের বিয়োগফল একটি ক্ষুদ্র সংখ্যা হইবে। কাজেই Q_2 এর মান দাড়াইবে একটি ক্ষুদ্র সংখ্যা। ছিদ্রের আকার আরও বড় হওয়ায় যদি তিনটি অর্ধপর্যায় অংশ ইহার মধ্য দিয়া গমন করে তবে পরিণামিক বিস্তার দাড়াইবে

$$Q_3 = q_1 - q_2 + q_3$$

এই ক্ষেত্রে আবার Q এর মান বাড়িবে যদিও ইহা Q_1 এর অপেক্ষা কিঞ্চিৎ কম হইবে। এইভাবে ছিদ্রের আকার বাড়াইয়া গেলে P বিন্দুতে আলোর তীব্রতারও পর্যায়ক্রমে হ্রাসবৃদ্ধি হইবে। এই তীব্রতার মানগুলি সমগ্র তরঙ্গের তীব্রতার সহিত তুলনা করিলে ব্যবর্তন ঝালর সৃষ্টির কারণ আরও স্পষ্টভাবে বুঝিতে পারা যাইবে। সমগ্র তরঙ্গের ক্ষেত্রে পাওয়া যাইবে

$$Q = \frac{q_1}{2} \pm \frac{q_n}{2} = \frac{q_1}{2}, \text{ কারণ } q_n \simeq 0.$$

চিত্র নং ৩.৬ হইতে দেখা যায় যে সূক্ষ্মভাবে হিসাব করিলে অর্ধপর্যায় অংশের ক্ষেত্রফল r এর সমানুপাতিক হইবে না, r বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে ইহার ক্ষেত্রফল কমিতে থাকিবে। সুতরাং $\theta = 90^\circ$ হইলে $r = \infty$ হইতে থাকায় এবং ক্ষেত্রফল কমিতে থাকায় $q_n = 0$ লেখা যায়। আর বৃত্তাকার তরঙ্গমুখের বেলায় বক্রতা $(1 + \cos\theta)$ র জন্য $q_n = 0$ হইবে।

$$\therefore \quad I = \frac{q_1^2}{4}.$$

কাজেই দেখা যাইতেছে যে সমগ্র তরঙ্গের জন্য (অর্থাৎ $XX'Y'Y$ না থাকিলে) P বিন্দুতে যে আলোকতীব্রতা হওয়ার কথা ছিদ্রের আকার ক্ষুদ্রতম (যাহাতে ইহার মধ্য দিয়া শুধু একটি অর্ধপর্যায় অংশ যাইতে পারে) হইলে আলোকতীব্রতা তাহার চতুর্গুণ হয়। ছিদ্রের আকার বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে P বিন্দুতে আলোর তীব্রতার তারতম্য চিত্র নং ৩.১০ এ লেখ দ্বারা দেখান হইয়াছে। এই আলোচনায় একটি বিশেষ তরঙ্গদৈর্ঘ্য এবং P বিন্দু ও XY' এর দূরত্ব ধরা হইয়াছে। কিন্তু ইহা সহজেই বুঝা যায় যে অর্ধপর্যায় অংশের আকার এই রাশিগুলির মানএর উপর নির্ভরশীল। সুতরাং এই রাশিগুলি পরিবর্তনের সঙ্গে সঙ্গে P বিন্দুতে আলোর তীব্রতাও অনুরূপভাবে পরিবর্তিত হইবে।

অস্বচ্ছ গোলাকার চাকতিতে ব্যবর্তন (diffraction at an opaque circular disc).

অস্বচ্ছ গোলাকার চাকতিতে আলোর ব্যবর্তনকে পূর্ববর্ণিত ক্ষেত্রের পূরক

(complementary) হিসাবে গণ্য করা যাইতে পারে। সাধারণভাবে মনে হইবে যে এই ক্ষেত্রে অক্ষের উপর একটি বিন্দু P তে আলোর তীব্রতাও পূর্বের ক্ষেত্রের পূরক হইবে এবং এই বিন্দুতে তীব্রতার তারতম্যও ছিদ্রের পূরক হইবে। কিন্তু প্রকৃতপক্ষে পরীক্ষা করিয়া দেখা যায় যে এই সিদ্ধান্ত সত্য নয়; এই বেলায় আলোর তীব্রতার কোনও পর্যায়ক্রমে হ্রাসবৃদ্ধি হয় না। এখানে আলোর তীব্রতা চাকতির ব্যাস বাড়িবার সঙ্গে কমিতে থাকে কিন্তু এই হ্রাস নিরবচ্ছিন্ন (continuous) হইয়া থাকে। যুক্তি দিয়া বিচার করিলেও এইরূপ সিদ্ধান্তেই উপনীত হইতে হয়। ধরা যাক যে চাকতির ব্যাস এরূপ যে ইহা প্রথম অর্ধপর্যায় অংশটিকে সম্পূর্ণরূপে আবৃত করে যাহার ফলে এই প্রথমটি বাদে অন্য অংশগুলি প্রেরিত হইতে পারে এবং P বিন্দুতে তাহাদের প্রভাব বিস্তার করে। সুতরাং এই ক্ষেত্রে ধরা যায় যে অংশগুলির পরিণামিক প্রভাব হিসাব করিতে যে রাশিমালার যোগফল বাহির করিতে হয় তাহাতে প্রথম অংশ q_1 এর পরিবর্তে দ্বিতীয়টি q_2 দিয়া আরম্ভ করিতে হয়। সুতরাং লেখা যায়

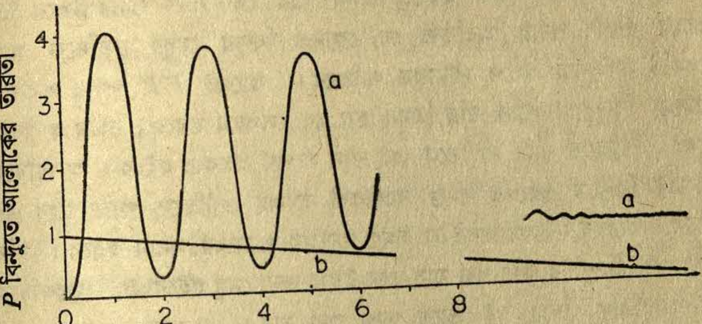
$$Q_1 = q_2 - q_3 + q_4 \cdots - q_n = \frac{q_2}{2} \pm \frac{q_n}{2} \simeq \frac{q_2}{2}$$

যদি চাকতির ব্যাস বাড়াইয়া প্রথম দুইটি অর্ধপর্যায় অংশ কাটিয়া দেওয়া যায় তবে এই ক্ষেত্রে রাশিমালা আরম্ভ হইবে q_3 দিয়া; অতএব

$$Q_2 = q_3 - q_4 + q_5 - q_6 + \cdots - q_n = \frac{q_3}{2} \pm \frac{q_n}{2} \simeq \frac{q_3}{2}$$

যেহেতু q_3 q_2 হইতে সামান্য ছোট, সুতরাং এইক্ষেত্রে Q_2 এর মান Q_1 অপেক্ষা সামান্য কম হইবে। এইরূপে চাকতির ব্যাস ক্রমাগত বাড়াইয়া গেলে Q এর মানও আনুপাতিকভাবে কমিতে থাকিবে কিন্তু এই হ্রাস নিরবচ্ছিন্ন হইবে, ইহার মধ্যে কোনও ভেদ দেখা যাইবে না। অর্ধপর্যায় অংশগুলির প্রভাব প্রথমদিকে খুব দ্রুত এবং পরে আস্তে আস্তে কমিয়া আসিতে থাকিবে (চিত্র নং ৩.৮ এর প্রসঙ্গে আলোচনা দ্রষ্টব্য)। ইহার ফলে কিছুসংখ্যক অংশের পরে ইহাদের প্রভাব খুবই নগণ্য হইয়া যাইবে। সুতরাং যদি চাকতির ব্যাস এত বড় হয় যে ইহা সমস্ত কার্য্যকরী (effective) অর্ধপর্যায় অংশই আবৃত করিয়া ফেলে তাহা হইলে কার্য্যকরী অংশের সম্পূর্ণ অনুপস্থিতির জন্য P বিন্দুতে পূর্ণ অন্ধকারের সৃষ্টি হইবে। এই আলোচনা হইতে অতএব দেখা যাইতেছে যে গোল ছিদ্রের এবং গোল অস্বচ্ছ চাকতির ক্ষেত্রে P বিন্দুতে

আলোকের তীব্রতা পরস্পরের পূরক নহে। চিত্র নং ৩.১০ দ্বারা এই তথ্য বুঝান হইয়াছে।



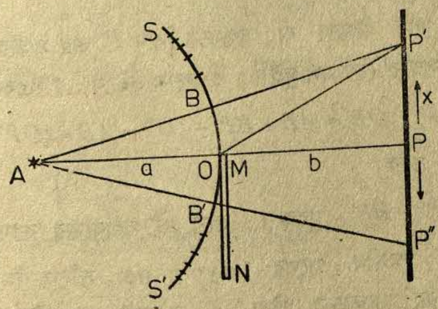
a = ছিদ্রের ক্ষেত্রে আলোকের তীব্রতা

b = চাকতির " " "

চিত্র ৩.১০

ঋজু ধারে ব্যবর্তন (diffraction at a straight edge).

ব্যবর্তনের আলোচনার গোড়াতেই (চিত্র ৩.১) বলা হইয়াছে যে আলো ঋজু ধার ঘেঁষিয়া যাওয়ার সময় ব্যবর্তিত হওয়ার ফলে পর্দায় ঝালরের সৃষ্টি করে। প্রাথমিক আলোচনা হইতে এই পরীক্ষালব্ধ ফলের ব্যাখ্যা করা যাইতে পারে।



চিত্র ৩.১১

৩.১১ নং চিত্রে A আলোকউৎস হইতে আলো আসিয়া $P'P''$ পর্দায় পড়িবার পথে MN অস্বচ্ছ বাধার সম্মুখীন হইতেছে। $P'P''$ পর্দার বিভিন্ন

অংশে আলোর তীব্রতা নির্ণয় করিতে হইবে। এইক্ষেত্রে তরঙ্গমুখ স্তম্ভাকার (cylindrical) হইবে ; (ফ্রেনেলের সমাকলের আলোচনা দ্রষ্টব্য)। ফ্রেনেলের অর্ধপর্যায় অংশের ধারণা হইতে জানা যায় যে $P'P''$ পর্দার উপরে SS' তরঙ্গের প্রভাব পর্দায় অবস্থিত যে কোনও বিন্দুর মেরুর চতুর্দিকে অল্প কয়েকটি অর্ধপর্যায় অংশে সীমাবদ্ধ থাকিবে। কাজেই $P'P''$ পর্দায় অবস্থিত আলোচ্য বিন্দুর অবস্থান যদি এমন হয় যে সেখানে তরঙ্গের কোন কার্য্যকরী অংশই পৌঁছিতে পারে না তবে এই স্থান সম্পূর্ণ অন্ধকার হইবে। অপরদিকে যদি এই বিন্দুতে তরঙ্গের সমস্ত কার্য্যকরী অংশই পৌঁছিতে পারে তবে এই স্থানের আলোক-তীব্রতা বাধাহীন সমগ্র তরঙ্গের প্রভাবের সমান হইবে। যদি পর্দায় P' বিন্দুটির কথা ধরা যায় তবে ইহার জন্য মেরু হইবে B. তরঙ্গটিকে এই মেরুবিন্দু দিয়া দুই ভাগে ভাগ করা যায়। তরঙ্গের উপরের অংশ P' বিন্দুতে নিরবচ্ছিন্ন তীব্রতার সৃষ্টি করিবে। এই তীব্রতার সঙ্গে যুক্ত হইবে তরঙ্গের নীচের যে অংশ পর্দায় পড়িবে তাহার প্রভাব। সুতরাং যদি OB খণ্ডে জোড় সংখ্যক অর্ধপর্যায় অংশ বিদ্যমান থাকে তবে তাহারা জোড়ায় জোড়ায় পরস্পরের প্রভাবকে প্রায় খণ্ডন করিবে। ফলে এই ক্ষেত্রে OB খণ্ডের প্রভাব হইবে অবম। লেখা যাইতে পারে যদি $OP' - BP' = 2n \cdot \frac{\lambda}{2}$ তাহা হইলে P' বিন্দুতে আলোর তীব্রতা দাড়াইবে অবম।

আবার যদি $OP' - BP' = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$ হয় তবে P' বিন্দুতে আলোর তীব্রতা দাড়াইবে চরম।

এইরূপে একটি উজ্জ্বল বা অন্ধকার বিন্দু P' এর সঞ্চারপথ হইবে এমন একটি পরাবৃত্ত যাহার ফোকাস দুইটির অবস্থান হইবে A এবং O বিন্দুতে।

কারণ $AP' - OP' = AB + BP' - OP' = AB - (OP' - BP')$

আর $AB =$ ধ্রুবক

সুতরাং $OP' - BP' =$ ধ্রুবক। তবে এই পরাবৃত্তের বক্রতা এত কম যে ইহা প্রায় অসীম পথের (asymptote) সহিত মিলিয়া যাইবে। (ব্যতিচার ঝালরের আলোচনা দ্রষ্টব্য)। কাজেই দেখা হইতেছে যে আলোক উৎসের জ্যামিতিক ছায়া P বিন্দু হইতে উপরের P' এর দিকে গেলে আলোর তীব্রতার ভেদ দেখা যাইবে। ইহার ফলে একশ্রেণীর ব্যবর্তন ঝালরের উৎপত্তি হইবে। ইহার বিভিন্ন স্থানে আলোর তীব্রতা সাধারণভাবে নিম্নোক্তরূপে

বাহির করা যায়। যদি ধরা যায়, $OA=a, OP=b, PP'=x,$ তবে লেখা যায়

$$AP'^2 = AP^2 + PP'^2 = (a+b)^2 + x^2$$

$$\therefore\ AP' = \{(a+b)^2 + x^2\}^{\frac{1}{2}} = (a+b)\left\{1+\frac{x^2}{(a+b)^2}\right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$= (a+b)\left\{1+\frac{x^2}{2(a+b)^2}\right\} \tag{3.13}$$

[পরীক্ষায় a, b এবং x দূরত্ব যে অনুপাতে ব্যবহৃত হয় তাহাতে $(a+b)$ এর তুলনায় x অনেক ক্ষুদ্রতর আর সেইজন্য x^2 এর বেশী ঘাতের (power) পদ অগ্রাহ্য করা হইয়াছে]

$$= a+b+\frac{x^2}{2(a+b)} \tag{3.14}$$

অনুরূপভাবে

$$OP' = b+\frac{x^2}{2b} \tag{3.15}$$

সুতরাং যদি $OP' - BP' = OP' - (AP' - AB)$

$$= \left[b+\frac{x^2}{2b}\right] - \left[a+b+\frac{x^2}{2(a+b)} - a\right]$$

$$= b+\frac{x^2}{2b} - b - \frac{x^2}{2(a+b)}$$

$$= \frac{x^2}{2}\left[\frac{1}{b} - \frac{1}{a+b}\right] = (2n+1)\frac{\lambda}{2} \text{ হয়} \tag{3.16}$$

তবে P হইতে এই x দূরত্বের বিন্দুতে আলোর তীব্রতা চরম হইবে। এই ক্ষেত্রে

$$x = \left\{\frac{b(a+b)}{a}(2n+1)\lambda\right\}^{\frac{1}{2}} \tag{3.17}$$

আর আলোর অবম তীব্রতার ক্ষেত্রে দূরত্ব হইবে

$$x = \left\{\frac{b(a+b)}{a}\, 2n\,\lambda\right\}^{\frac{1}{2}} \tag{3.18}$$

যদি বিন্দুটি পর্দায় জ্যামিতিক ছায়া P এর নীচের দিকে P'' এ P হইতে এত দূরত্বে অবস্থিত হয় যে SS' তরঙ্গের সমগ্র নীচের অর্দ্ধেকাংশ তো ঢাকিয়া যায়ই অধিকন্তু উপরের অর্দ্ধেক $B'S$ এর কার্য্যকরী অংশও P'' বিন্দুতে আসিতে

পারে না তাহা হইলে P'' বিন্দু সম্পূর্ণ অন্ধকার হইবে। কিন্তু P' বিন্দুর দূরত্ব P বিন্দু হইতে কম হইলেও এদিকে আলোর তীব্রতার ভেদ দেখা যাইবে না কারণ P'' বিন্দুর নীচের দিকে গমনের সঙ্গে সঙ্গে তরঙ্গের উপরের অর্দ্ধেকভাগে কার্য্যকরী অর্দ্ধপর্যায় অংশের সংখ্যা একাদিক্রমে কমিতে থাকিবে। আর গোল চাকতির ক্ষেত্রে ব্যবর্তনের আলোচনা হইতে সহজেই বুঝা যায় যে P হইতে নীচের দিকে আলোর তীব্রতা নিরবচ্ছিন্নভাবে হ্রাস পাইবে।

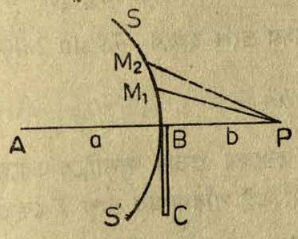
উপরের আলোচনা হইতে দেখা যায় যে কেন্দ্র হইতে যত বাহিরের দিকে যাওয়া যায় ততই অর্দ্ধপর্যায় অংশের প্রভাব দ্রুত কমিতে থাকে (চিত্র ৩.৮)। আর প্রতিটি অর্দ্ধপর্যায় অংশের ক্ষেত্রফল খুবই ছোট হওয়ায় (আলোক তরঙ্গের দৈর্ঘ্যের সমানুপাতিক বলিয়া) মেরু (pole) হইতে অল্প ব্যাস বাড়াইলেই অনেকগুলি অর্ধপর্যায় অংশ পাওয়া যাইবে। ইহার তাৎপর্য এই যে তরঙ্গের কার্য্যকরী অংশ মেরুর সন্নিকটে অতি সামান্য ক্ষেত্রফলে বা সামান্য কয়েকটি অর্ধপর্যায় অংশে আবদ্ধ থাকিবে। এই কার্যকরী অংশ যদি কোনও রকমে বাধাপ্রাপ্ত হয় তবে আলোর প্রভাব বাধার অপর পার্শ্বে শূন্য দাড়াইবে।

কর্ণুর সর্পিলরেখা (Cornu's spiral) ও ফ্রেনেলের সমাকল (Fresnel's integrals).

সরলরেখাকৃতি বাধায় উৎপন্ন ব্যবর্তনের সমস্যাশ্রেণী ফ্রেনেল এবং কর্ণু (Cornu) লেখচিত্রের পদ্ধতি দ্বারা (graphical method) সমাধান করেন। এই শ্রেণীতে যে সমস্ত বাধার কথা ধরা হয় তাহাদের মধ্যে আছে সরল ধার, রেখাছিদ্র প্রভৃতি। এই শ্রেণীর বাধা দ্বারা উৎপন্ন ব্যবর্তনের ক্ষেত্রে আলোর তীব্রতার মান নির্ণয় করিতে কর্ণু যে পদ্ধতির প্রবর্তন করেন তাহা নিম্নে দেওয়া হইল। ইতিপূর্বে সরলধারে ব্যবর্তনের যে আলোচনা করা হইয়াছে তাহাতে শুধু গুণাত্মকভাবে (qualitatively) তীব্রতার ভেদ দেখান হইয়াছে। কর্ণু এবং ফ্রেনেলের পদ্ধতির সাহায্যে এই তীব্রতার পরিমাণাত্মক (quantitative) ভেদ ও [অবশ্য আপেক্ষিক গ্রামে (relative scale)] নির্ণয় করা যায়।

এই ধরণের পরীক্ষায় আলোক উৎস হিসাবে একটি খুব কম প্রস্থের রেখাছিদ্র ব্যবহার করা হয় আর ইহার দৈর্ঘ্য সরল ধারের সঙ্গে সমান্তরাল করিয়া বসান হয়। এই ব্যবস্থায় আলোকউৎস হইতে যে তরঙ্গ বাধার ধার ঘেঁষিয়া যায় তাহার আকৃতি বৃত্তাকার না হইয়া স্তম্ভকাকার (cylindrical) হইয়া থাকে। যদিও ব্যবর্তন ঝালরের উৎপাদনে রেখাছিদ্রের এই ব্যবহার আবশ্যিক নহে তবুও এই প্রণালীতে ঝালরের ঔজ্জ্বল্য খুব বাড়ে।

৩.১২ নং চিত্রে রেখাছিদ্রের এবং ইহার সমান্তরাল বাধার অভিলম্ব একটি তল অঙ্কন করা হইয়াছে। রেখাছিদ্রের দৈর্ঘ্য A বিন্দুর মধ্য দিয়া চিত্রতলের অভিলম্বে আছে এবং অনুরূপভাবে বাধাটিও BC এর মধ্য দিয়া চিত্রতলের অভিলম্বে অবস্থিত। এই অবস্থায় রেখাছিদ্র হইতে স্তম্ভকাকার (cylindrical)



চিত্র ৩.১২

তরঙ্গ নির্গত হইয়া বাধা ঘেঁষিয়া যাইবে। যদি ইহার ডানদিকে যে-কোনও বিন্দু P এর উপর (P বিন্দু উপরোক্ত চিত্রতলে অবস্থিত) আলোকের তীব্রতা নির্ণয় করিতে হয় তবে এই বিন্দুর সম্পর্কে ফ্রেনেলের অর্ধপর্যায় অংশের নীতি প্রয়োগ করা যাইতে পারে। P বিন্দুতে স্তম্ভকাকার (cylindrical) তরঙ্গের অনাবৃত অংশই শুধু প্রভাব বিস্তার করিবে। আর এই প্রভাবের মান বাহির করিতে SS' তরঙ্গমুখের কেবলমাত্র চিত্রতলের এবং তাহার খুব নিকটের অংশ বিবেচনা করিলেই চলিবে। ইহার কারণ পূর্বের আলোচনা হইতে দেখা গিয়াছে যে কোনও বিন্দুতে আলোকতরঙ্গের একমাত্র সেই অংশই কার্যকারী প্রভাব বিস্তার করে যে ভ্রংশ তরঙ্গের মেরু বা তাহার খুব নিকটে অবস্থিত। সুতরাং তরঙ্গের মেরু B বিন্দুতে ভ্রংশ যদি লেখা যায় $a \sin(wt-\delta)$ তবে হিসাবের সুবিধার জন্য ইহাকে নিম্নোক্তভাবে পরিবর্তিত করা যায়।

$$\text{ভ্রংশ} = \sin wt = \sin 2\pi\frac{t}{T}\ ;\quad T = \text{তরঙ্গের পর্যায়} \tag{3.19}$$

এখানে বিস্তার $a=1$ এবং $\delta=0$ ধরা হইয়াছে। প্রথমতঃ ইহার ফলে আলোর তীব্রতা একটি আপেক্ষিক গ্রামে (relative scale) বাহির হইবে। দ্বিতীয়তঃ দশা-ধ্রুবক δ কে সুবিধামত যে কোনও মানে পরিবর্তিত করা যায় (ফেব্রি-পেরো ব্যতিচার মাপকের আলোচনা দ্রষ্টব্য)। SS' তরঙ্গের B বিন্দুর

সন্নিহিত একটি ক্ষুদ্র অংশ δS এর P বিন্দুতে প্রেরিত ভ্রংশকে তাহা হইলে লেখা যায়

$$\delta S \sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{b}{\lambda}\right)\ ;\ b=BP=\text{বাধা হইতে } P \text{ বিন্দুর দূরত্ব।}$$

সুতরাং B বিন্দু হইতে সামান্য কিছু দূরে M_1 বিন্দুতে তরঙ্গের অনুরূপ অংশ δS হইতে তরঙ্গের ভ্রংশ হইবে $\delta S \sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{b+\delta}{\lambda}\right)$.

এখানে $PM_1 = b+\delta$.

এইভাবে সমগ্র তরঙ্গের প্রভাব দাড়াইবে তরঙ্গের এইরূপ বিভিন্ন অংশের যোগফলের সমষ্টি এবং এই পরিণামিক ভ্রংশ Y কে লেখা যায়

$$Y=\sum \sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{b+\delta}{\lambda}\right)dS. \tag{3.20}$$

অবশ্য এই রাশিমালা বক্রতা এবং দূরত্বের জন্য $\frac{1+\cos\theta}{r}$ এই গুণকটি দ্বারা গুণ করা দরকার। কিন্তু এইটির মধ্যে লবটি কমার সঙ্গে সঙ্গে হরটি নিরবচ্ছিন্নভাবে বাড়িতে থাকিবে। অতএব গুণকটি নিরবচ্ছিন্নভাবে কমিতে থাকিবে। সুতরাং ইহাকে সমাকলনের বাহিরে রাখা চলিতে পারে। শুধু মনে রাখিতে হইবে যে ইহা সমাকলের আলোর তীব্রতার তারতম্যের উপরে একটি ক্ষীয়মান আবরণের (decreasing envelope)এর কাজ করিবে।

যদি δS সংখ্যাগুলি ক্রমাগত ক্ষুদ্রতর করা হয় তবে শেষ পর্য্যন্ত (in the limit) এই যোগফল একটি সমাকলনে পর্য্যবেশিত হয়। সুতরাং লেখা যায়

$$Y=\int \sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{b+\delta}{\lambda}\right)dS. \tag{3.21}$$

এই সমাকলের উপরের এবং নীচের সীমা P বিন্দুর অবস্থানের উপর নির্ভর করিবে।

$$\text{অথবা } Y=\int \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{b}{\lambda}\right)-\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right]\delta S$$

$$=\int\left[\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{b}{\lambda}\right)\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda}-\cos 2\pi\right.$$

$$\left.\left(\frac{t}{T}-\frac{b}{\lambda}\right)\sin 2\pi\frac{\delta}{\lambda}\right]\delta S$$

$$= \sin 2\pi \left(\frac{t}{T}-\frac{b}{\lambda}\right)\int \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda}\delta S - \cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{b}{\lambda}\right)$$

$$\int \sin 2\pi \frac{\delta}{\lambda}\, \delta S.$$

(কারণ এই সমাকলনের চল (variable) হইতেছে δS).

ধরা যাক $\int \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda}\delta S = R\cos\theta$; $\int \sin 2\pi \frac{\delta}{\lambda}\delta S = R\sin\theta$

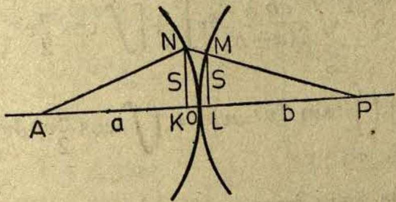
$$\therefore\ Y = R\cos\theta \sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{b}{\lambda}\right) - R\sin\theta\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{b}{\lambda}\right)$$

$$= R\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{b}{\lambda}\right)-\theta\right] \tag{3.22}$$

সুতরাং তীব্রতা $I = R^2 = \left[\int \sin 2\pi \frac{\delta}{\lambda}\delta S\right]^2 +$

$$\left[\int \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda}\delta S\right]^2 \tag{3.23}$$

এইবার δ সংখ্যাটির মান চিত্রের জ্যামিতি হইতে নির্ণয় করা আবশ্যক। এইজন্য ৩.১৩ নং চিত্র হইতে লেখা যায় (0 হইতে অনতিদূরে অবস্থিত বিন্দুসমূহের জন্য)



চিত্র ৩.১৩

$$\delta = NM = KL = KO + OL = \frac{S^2}{2a} + \frac{S^2}{2b} = \frac{S^2}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right) =$$

$$S^2\frac{a+b}{2ab} \tag{3.24}$$

এখানে S ON এবং OM (স্থূল হিসাবে) (approximately) বৃত্তাংশের সমান এবং ঐ ভাবে ইহা লম্বদ্বয় KN এবং ML এর সমান। আর ইহাদের

বেলায় লেখা যায় $KN^2 = KO(2a - KO) \simeq KO \cdot 2a$ (কারণ পরীক্ষাব্যবস্থায় $2a$র তুলনায় KO খুবই ছোট বলিয়া বাদ দেওয়া যায়)

অনুরূপভাবে $OL \simeq \dfrac{S^2}{2b}$.

$$\therefore\ I = \left[\int \sin \frac{2\pi}{\lambda} \frac{S^2(a+b)}{2ab} \delta S\right]^2 + \left[\int \cos \frac{2\pi}{\lambda} \frac{S^2(a+b)}{2ab} \delta S\right]^2$$

$$= \left[\int \sin \frac{\pi(a+b)}{ab\lambda} S^2\, \delta S\ \right]^2 + \left[\int \cos \frac{\pi(a+b)}{ab\lambda} S^2\, \delta S\ \right]^2 \qquad (3.25)$$

এই সমাকল (integral) দুইটি a, b এবং λ এর মান এর উপর নির্ভরশীল হওয়ায় ইহাদের মান পরীক্ষাকালীন ব্যবস্থার জ্যামিতিক অবস্থান এবং তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের সঙ্গে সঙ্গে পরিবর্তিত হইবে। এই অসুবিধা দূর করিবার জন্য ইহাদের একটি নির্মাত্রিক চলে (dimensionless variable) পরিবর্তিত করা করা হয়। অর্থাৎ ধরা হয়

$$\frac{\pi(a+b)}{ab\lambda} S^2 = \frac{\pi}{2} v^2. \quad \text{[এখানে } v \text{ একটি নির্মাত্রিক চল]} \qquad (3.26)$$

তাহা হইলে পাওয়া যায় $S = v\sqrt{\dfrac{ab\,\lambda}{2(a+b)}}$; $\delta S = \sqrt{\dfrac{ab\,\lambda}{2(a+b)}}\,\delta v$

$$\therefore\ I = \left[\int \sin\ \frac{\pi}{2} v^2 \sqrt{\frac{ab\,\lambda}{2(a+b)}}\, \delta v\right]^2 + \left[\int \cos \frac{\pi}{2} v^2 \sqrt{\frac{ab\lambda}{2(a+b)}}\, \delta v.\right]^2$$

$$= \frac{ab\,\lambda}{2(a+b)} \left[\left(\int_{\infty}^{\infty} \sin \frac{\pi}{2} v^2\, \delta v \right)^2 + \left(\int_{\infty}^{\infty} \cos \frac{\pi}{2} v^2\, \delta v \right)^2 \right] \qquad (3.27)$$

তরঙ্গের সমস্ত অংশের প্রভাব বিবেচনা করিলে।

এই সমীকরণটি সম্পূর্ণ তরঙ্গের তীব্রতা নির্ণয় করিবে। ইহা হইতে যদি $\dfrac{ab\lambda}{2(a+b)}$ গুণকটি বাদ দেওয়া যায় তবে তীব্রতার মান একটি আপেক্ষিক গ্রামে পাওয়া যাইবে। তাহাতে বিশেষ অসুবিধা নাই, কারণ আপেক্ষিক গ্রামে তীব্রতার মান নির্ণয়ই প্রধান উদ্দেশ্য। তাছাড়া এই হিসাবের গোড়ার দিকে বিস্তারের মান 1 ধরিয়া লওয়ায় সেখানেই একটি আপেক্ষিক গ্রাম আসিয়া গিয়াছে। সুতরাং তরঙ্গের যে কোনও একটি আকাঙ্ক্ষিত (desired)

ফ্রেনেলের সমাকলের তালিকা (Table of Fresnel's Integrals)

v	x	y	v	x	y
0·00	0·0000	0·0000	2·10	0·5815	0·3743
0·10	0·1000	0·0005	2·20	0·6363	0·4557
0·20	0·1999	0·0042	2·30	0·6266	0·5531
0·30	0·2994	0·0141	2·40	0·5550	0·6197
0·40	0·3975	0 0334	2·50	0·4574	0·6192
0·50	0·4923	0·0647	2·60	0·3890	0·5500
0·60	0·5811	0·1105	2·70	0·3925	0·4529
0·70	0·6597	0·1721	2·80	0·4675	0·3915
0·80	0·7230	0·2493	2·90	0·5624	0·4101
0·90	0·7648	0·3398	3·00	0·6058	0·4963
1·00	0·7799	0·4383	3·10	0·5616	0·5818
1·10	0·7638	0·5365	3·20	0·4664	0·5933
1·20	0·7154	0·6234	3·30	0·4058	0·5192
1·30	0·6386	0·6863	3·40	0·4385	0·4296
1·40	0·5431	0·7135	3·50	0·5326	0·4152
1·50	0·4453	0·6975	3·60	0·5880	0·4923
1·60	0·3655	0·6389	3·70	0·5420	0·5750
1·70	0·3238	0·5492	3·80	0·4481	0·5656
1·80	0·3336	0·4508	3·90	0·4223	0·4752
1·90	0·3944	0·3734	4·00	0 4984	0·4204
2·00	0·4882	0·3434	4·10	0·5738	0·4758

v	x	y		v	x	y
4·20	0·5418	0·5633		5·70	0·5385	0·4595
4·30	0·4494	0·5540		5·80	0·5298	0·5461
4·40	0·4383	0·4622		5·90	0·4486	0·5163
4·50	0·5261	0·4342		6·00	0·4995	0·4470
4·60	0·5673	0·5162		6·10	0·5495	0·5165
4·70	0·4914	0·5672		6·20	0·4676	0·5398
4·80	0·4338	0·4968		6·30	0·4760	0·4555
4·90	0·5002	0·4350		6·40	0·5496	0·4965
5·00	0·5637	0·4992		6·50	0·4816	0·5454
5·10	0·4998	0·5624		6·60	0‘4690	0·4631
5·20	0·4389	0·4969		6·70	0·5467	0·4915
5‘30	0·5078	0·4405		6·80	0·4831	0·5436
5·40	0·5573	0·5140		6·90	0·4732	0·4624
5·50	0·4784	0·5537		7·00	0·5207	0·4591
5·60	0·4517	0·4700				

অংশের জন্য P বিন্দুতে আলোকের আপেক্ষিক তীব্রতা পাওয়া-যাইবে নিম্নোক্ত সমীকরণ হইতে

$$I=\left[\int_0^v \sin\frac{\pi}{2}v^2dv\right]^2+\left[\int_0^v \cos\frac{\pi}{2}v^2dv\right]^2 \qquad (3.28)$$

এখানে সমাকলের সীমা v এবং 0 এর মান প্রকৃতপক্ষে নির্ভর করিবে আলোচ্য পরীক্ষার কালে a, b এবং λ এর মানের উপর। এই সংখ্যাগুলির মূল্য হইতে সংশ্লিষ্ট নির্মাত্রিক চল v এর মান 3.26 সমীকরণের সাহায্যে বাহির করিয়া তীব্রতার হিসাব করা হয়।

এই সমাকল দুইটিকে বলা হয় ফ্রেনেলের সমাকল (Fresnel's integrals). ইহাদের মান ফ্রেনেল নকেনহাওয়ের, কশি এবং গিলবার্ট (Fresnel, Knochenhauer, Cauchy, Gilbert) বিভিন্ন পদ্ধতিতে নির্ণয় করিয়াছেন। ইহা নিম্নের তালিকায় দেওয়া হইল। এই তালিকা হইতে দেখা যায় যে v চলটির মান বাড়াইতে থাকিলে সমাকল দুইটির মান ক্রমান্বয়ে চরম এবং অবম মানের মধ্য দিয়া গমন করে এবং অবশেষে ইহারা উভয়েই একটি ধ্রুবকে আসিয়া উপস্থিত হয়। এই ধ্রুবকের মূল্য $\frac{1}{2}$। ইহার কারণ এই যে

$$\int_0^\infty \sin mx^2dx=\int_0^\infty \cos mx^2dx=\sqrt{\frac{\pi}{8m}}$$; এটি একটি প্রতিষ্ঠিত ফল।

কাজেই এই ফলের সাহায্যে $m=\frac{\pi}{2}$ এবং $v=x$ বসাইয়া পাওয়া যায়

$$\int_0^\infty \sin\frac{\pi}{2}v^2dv=\int_0^\infty \cos\frac{\pi}{2}v^2dv=\sqrt{\frac{\pi}{8\times\frac{\pi}{2}}}=\sqrt{\tfrac{1}{4}}=\tfrac{1}{2}.$$

সুতরাং দেখা যায় যে অর্ধেক তরঙ্গের প্রভাব এই হিসাবে আপেক্ষিক গ্রামে দাড়াইবে

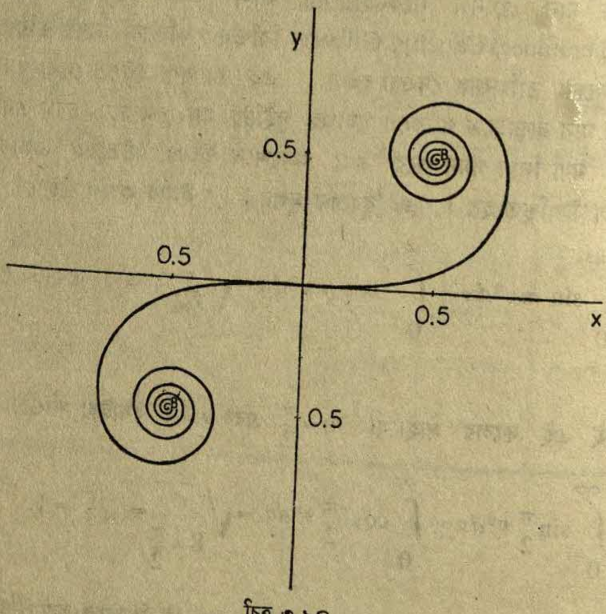
$$I=\left[\int_0^\infty \sin\frac{\pi}{2}v^2dv\right]^2+\left[\int_0^\infty \cos\frac{\pi}{2}v^2dv\right]^2$$

$$=(\tfrac{1}{2})^2+(\tfrac{1}{2})^2=\tfrac{1}{4}+\tfrac{1}{4}=\tfrac{1}{2}.$$

আলোর তীব্রতা পাওয়া যায় দুইটি সমাকলের বর্গের সমষ্টি হইতে। সুতরাং এই সমাকল দুইটি যদি x এবং y ধরা যায় তবে লেখা যাইতে পারে

$$I = x^2 + y^2.$$

অতএব এই সমাকল দুইটি পরস্পর অভিলম্বে অবস্থিত অক্ষদ্বয়ের দিকে পরিণামিক বিস্তারের উপাংশ বলিয়া গণ্য করা যাইতে পারে। কাজেই এই পরিণামিক বিস্তারের লেখ পাওয়া যাইবে এমন একটি বিন্দুর গতি হইতে যাহা সমাকল দুইটির মানের উপর নির্ভরশীল। অক্ষদ্বয়ের উৎস এই বিন্দুতে যোগ করিলে যে সরলরেখার সৃষ্টি হইবে সেইটিই হইবে পরিণামিক বিস্তার। এবং এই পরিণামিক বিস্তারের বর্গ আলোর তীব্রতা নির্ণয় করিবে। এই লেখটি প্রথমে কর্ণু আলোচনা করেন বলিয়া ইহাকে কর্ণুর সর্পিলরেখা (Cornu's spiral) বলা হয়। চিত্র নং ৩.১৪এ এই সর্পিলরেখাটি দেখান হইয়াছে।



চিত্র ৩.১৪

এই লেখ অনুসারে যদি সমগ্র তরঙ্গই P বিন্দুতে প্রভাব বিস্তার করে তাহা হইলে পরিণামিক বিস্তার পাওয়া যাইবে

$$x = 0{\cdot}5 + 0{\cdot}5 = 1 \; ; \quad y = 0{\cdot}5 + 0{\cdot}5 = 1.$$

$$I = x^2 + y^2 = 1^2 + 1^2 = 2.$$

সুতরাং দেখা যাইতেছে যে অপেক্ষিক গ্রামে সমগ্র তরঙ্গের প্রভাবে উৎপন্ন আলোর তীব্রতা 2 হইবে, আর এই গ্রামে অর্ধেক তরঙ্গের প্রভাব হইবে $\frac{1}{2}$.

কর্ণুর এই সর্পিলরেখা দ্বারা ব্যবর্তনের সমস্যার সমাধান করা যায় বলিয়া ইহার বৈশিষ্ট্য আলোচনা করা বাঞ্ছনীয়। এই লেখে v উৎসবিন্দু 0 হইতে সর্পিলরেখার বরাবর আলোচ্যবিন্দুর দূরত্ব বোঝায়। কাজেই

$$x=\int_0^v \sin\frac{\pi}{2}v^2dv \qquad y=\int_0^v \cos\frac{\pi}{2}v^2dv$$

হইতে সহজেই বোঝা যায় যে v এর মান শূন্য হইলে সমাকল দুইটিও শূন্য হইবে। অতএব সর্পিলরেখাটি উৎসবিন্দু 0 এর মধ্য দিয়া যাইবে। এছাড়া লেখটি কেন্দ্রবিন্দু 0 এর সম্বন্ধে প্রতিসম ও (symmetrical about the origin) হইবে ; কারণ v এর মান ধনাত্মক হইতে ঋণাত্মক অথবা বিপরীতমুখী করিলে সমাকলের মানের কোন পরিবর্তন হইবে না শুধু ইহার চিহ্নের (sign) পরিবর্তন ঘটিবে। তবে v যখন ধনাত্মক হইবে তখন x এবং y উভয়েই ধনাত্মক হইবে। আবার v ঋণাত্মক হইলে x এবং y উভয়েই ঋণাত্মক দাড়াইবে। অতএব সর্পিলরেখাটি কেন্দ্রবিন্দু 0 এর সম্বন্ধে প্রতিসম হইবে। x এবং y অক্ষ দ্বারা যে চারিটি পাদের (quadrant) সৃষ্টি হইবে সর্পিলরেখাটি তাহার প্রথম এবং তৃতীয় পাদে আবদ্ধ থাকিবে। প্রথমপাদের অংশ তৃতীয় পাদের সম্পূর্ণ অনুরূপ ; একমাত্র তফাৎ এই যে ইহারা কেন্দ্রবিন্দু 0 এর সম্বন্ধে বিপরীতমুখী হইয়া অবস্থান করিবে (প্রতিসাম্যের ধর্ম অনুসারে এইরূপই হইবার কথা)।

ধরা যাক সর্পিলরেখাটির কোনও বিন্দুতে ইহার নতি (slope) ψ. তাহা হইলে লেখা যায়

$$\tan\psi=\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{dv}\cdot\frac{dv}{dx}=\frac{dy}{dv}\Big/\frac{dx}{dv}.$$

ফ্রেনেলের সমাকল হইতে লেখা যায়

$$\tan\psi=\frac{\sin\frac{\pi v^2}{2}}{\cos\frac{\pi v^2}{2}}$$

$$= \tan\frac{\pi v^2}{2}$$

$$\therefore \quad \psi = \frac{\pi v^2}{2}.$$

অতএব দেখা যায় যে সর্পিলরেখার কোনও বিন্দুতে ইহার নতি ঐ স্থানের v এর মানের বর্গের সমানুপাতিক।

সর্পিলরেখার একটি ক্ষুদ্র অংশ dl কে লেখা যায়

$$(dl)^2 = (dx)^2 + (dy)^2 = \cos^2\frac{\pi v^2}{2}(dv)^2 + \sin^2\frac{\pi v^2}{2}(dv)^2 = (dv)^2$$

$$\therefore \quad dl = dv.$$

আবার $dv \propto ds$. [এখানে ds তরঙ্গমুখের মেরু হইতে অনাবৃত অংশ বুঝায়]

$$\therefore \quad dl \propto ds.$$

সুতরাং উৎস হইতে সর্পিলরেখার দৈর্ঘ্য তরঙ্গমুখের অনাবৃত অংশের সমানুপাতিক। সর্পিলরেখার বক্রতার ব্যাসার্ধ (radius of curvature) যদি ρ হয় তবে লেখা যায়

$$\rho = \frac{dl}{d\psi} = \frac{dv}{d\psi}$$

পূর্বেই দেখা গিয়াছে $d\psi = \pi v dv$

$$\therefore \quad \rho = \frac{dv}{\pi v dv} = \frac{1}{\pi v}$$

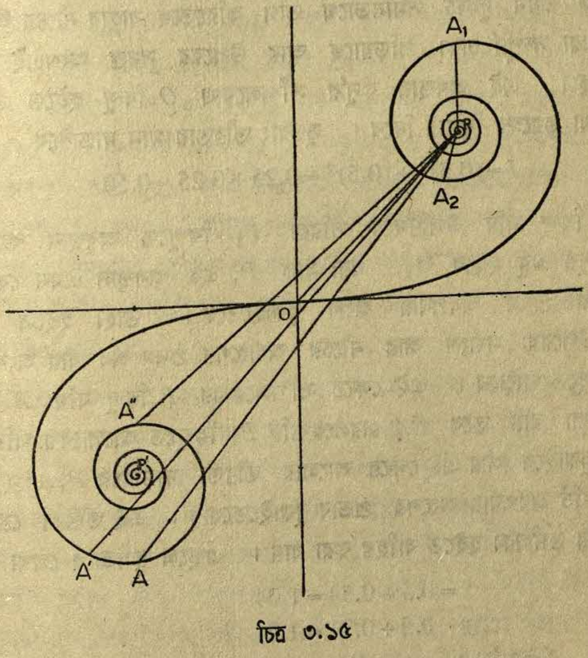
যেহেতু উৎসে $v = 0$, সুতরাং $\rho = \infty$

অতএব উৎস একটি নতিবিন্দু (point of inflection). v এর বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে ρ এর মান কমিতে থাকে আর যখন $v = \infty$ হয় তখন $\rho = 0$ দাড়ায়। উৎসের উভয় দিকে ρ এর মান প্রতিসম।

ঋজু ধারে ব্যবর্তন (diffraction by a straight edge).

এই প্রকারের ব্যবর্তন পূর্বে গুণাত্মকভাবে (qualitatively) আলোচিত হইয়াছে। ফ্রেনেলের সমাকলব এবং কর্ণুর সর্পিলরেখার সাহায্যে পরিমাণাত্মক ভাবে (quantitatively) ঝালরের আলোর তীব্রতা বাহির করা যায় (অবশ্য আপেক্ষিক গ্রামে)।

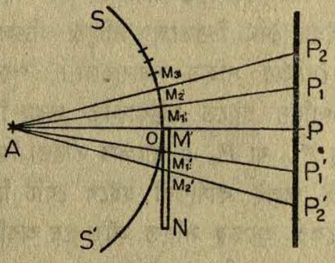
৩.১৬ নং চিত্রে A আলোকউৎস হইতে MN অস্বচ্ছ বাধার ঋজু ধার ঘেঁষিয়া আলো P_2P_2' পর্দায় আসিয়া পড়িতেছে। পর্দায় P বিন্দু জ্যামিতিক ছায়ার সীমায় অবস্থিত। পর্দার বিভিন্ন বিন্দুতে আলোকের তীব্রতা নির্ণয় করিতে হইবে। যে পদ্ধতিতে সাধারণত এই পরীক্ষা করা হয় তাহাতে A একটি রেখাছিদ্র, ইহার দৈর্ঘ্য চিত্রতলের সহিত অভিলম্বে অবস্থিত ; আর ঋজু ধারটিও ইহার দৈর্ঘ্যের সহিত সমান্তরাল। পূর্বেই দেখান হইয়াছে যে এরূপ ক্ষেত্রে রেখাছিদ্র হইতে স্তম্ভকাকৃতি তরঙ্গ নির্গত হইবে। আর পর্দায় যে কোনও বিন্দু P'_2 বা P_2 এ আলোর তীব্রতা হিসাব করিতে হইলে তরঙ্গের একমাত্র সেই তলই কার্য্যকরী হইবে যেটি চিত্রে দেখান হইয়াছে। এখানে চিত্রতল স্তম্ভকের অক্ষের সহিত অভিলম্বে অবস্থিত আর A ও P'_2 বা P_2 বিন্দু এই তলেই অবস্থিত ; উক্ত তল স্তম্ভকাকৃতি তরঙ্গকে SOS বৃত্তাংশে ছেদ করিতেছে।



চিত্র ৩.১৫

পর্দায় যে কোনও বিন্দু P এ আলোর তীব্রতা নির্ণয় করিতে হইলে পূর্বের ন্যায় ফ্রেনেলের অর্দ্ধপর্যায় অংশের ধারণার সাহায্য নিতে হইবে।

রেখাছিদ্র A হইতে যে স্তম্ভকাকৃতি তরঙ্গ বাহির হইবে P বিন্দুতে তাহার কার্য্যকরী অংশ SS' বৃত্তকে P বিন্দুর জন্য M_1, M_2, M_3, M_1', M_2' ইত্যাদি অর্ধপর্যায় অংশে বিভক্ত করা হইয়াছে। P বিন্দুটি যদি আলোকের



চিত্র ৩.১৬

জ্যামিতিক সীমায় অবস্থিত হয় তবে ইহার মেরু হইবে O বিন্দু। এই বিন্দুটি SS' কে এমন দুইটি সমানভাগে ভাগ করিতেছে যাহার নীচের অংশ বাধা M_N দ্বারা সম্পূর্ণ ঢাকা পড়িয়াছে আর উপরের সমস্ত অংশটাই প্রেরিত হইতেছে। এই অবস্থায় কর্নুর সাঁপিলরেখা O বিন্দু হইতে P পর্য্যন্ত সরলরেখা তরঙ্গের বিস্তার দিবে। সুতরাং তীব্রতার মান দাড়াইবে

$$I=(0.5)^2+(0.5)^2=0.25+0.25=0.50$$

P বিন্দু যদি উপরদিকে সরিয়া P_1 বিন্দুতে অবস্থান করে তবে P_1 বিন্দুর মেরু হইবে M_1. ধরা যাক P_1 এর অবস্থান এমন যে OM_1 ফ্রেনেলের প্রথম অর্ধপর্যায় অংশ বুঝাইতেছে। তাহা হইলে তরঙ্গের সম্পূর্ণ উপরের অর্ধাংশ আর নীচের অর্ধাংশের প্রথম অর্ধপর্যায় অংশ পর্দায় P_1 বিন্দুতে পড়িবে। এই ক্ষেত্রে সাঁপিলরেখার P বিন্দু যদি A বিন্দুতে যোগ করা যায় তবে PA সরলরেখাটি P_1 বিন্দুতে আলোকের পরিণামিক বিস্তার বুঝাইবে আর এই ক্ষেত্রে আলোর তীব্রতা দাড়াইবে P_1A^2 (এখানে OA একটি অর্ধপর্যায় অংশের প্রভাব বুঝাইতেছে)। এই তীব্রতা ফ্রেনেলের সমাকলের তালিকা হইতে বাহির করা যায়। এস্থলে স্থূলভাবে লেখা যায়

$$x=0.5+0.54=1.04$$
$$y=0.5+0.71=1.21$$
$$\therefore \quad I=x^2+y^2=(1.04)^2+(1.21)^2=2.549.$$

সুতরাং দেখা যাইতেছে যে এই তীব্রতার মান বাধাহীন সম্পূর্ণ তরঙ্গের মান 2 এর চেয়েও অনেকটা বেশী। আর ছায়ার জ্যামিতিক সীমান্ত P বিন্দুতে

তীব্রতার অপেক্ষা ইহা চতুর্গুণেরও বেশী। অবশ্য এটিই সর্বোচ্চ তীব্রতা নয়, ইহার অপেক্ষাও বেশী তীব্রতা পাওয়া যাইবে P_1 এর অবস্থান হইতে সামান্য নীচে।

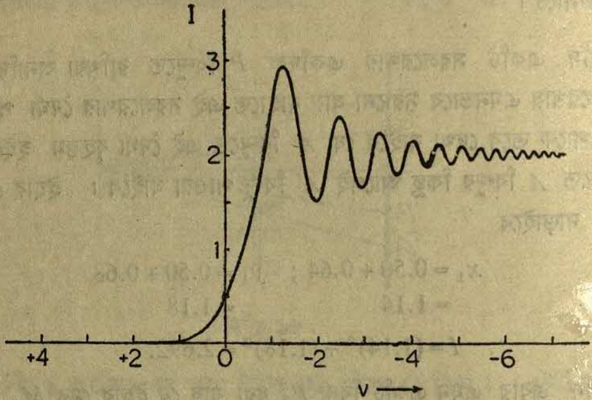
যদি একটি সরলরেখার একদিক P বিন্দুতে রাখিয়া অন্যদিকে OP' সঁপিলরেখায় এমনভাবে সরানো যায় যাহাতে এই সরলরেখার দৈর্ঘ্য পরিবর্তিত হইতে থাকে তবে দেখা যাইবে যে A' বিন্দুতে এই দৈর্ঘ্য বৃহত্তম হইবে, আর O হইতে A বিন্দুর কিছু আগেই A' বিন্দু পাওয়া যাইবে। ইহার মোটামুটি তীব্রতা দাড়াইবে

$$x_1 = 0.50 + 0.64 \; ; \quad y_1 = 0.50 + 0.68$$
$$= 1.14 \qquad\qquad = 1.18$$
$$\therefore \quad I = (1.14)^2 + (1.18)^2 = 2.692.$$

যদি এবার এমন একটি বিন্দু P_2 ধরা যায় যে ইহার মেরু M_2 O বিন্দু হইতে দুইটি অর্ধপর্যায় অংশ জুড়িয়া থাকে তবে বিস্তার পাওয়া যাইবে চিত্রে PA'' সরলরেখা হইতে। আর ইহার দৈর্ঘ্য PA অথবা PA' হইতে অনেক কম। এইরূপে P বিন্দু হইতে যত উপরের দিকে যাওয়া যাইবে ততই বিস্তারের সরলরেখা সঁপিলরেখার O বিন্দু হইতে ক্রমশ P' বিন্দুর দিকে যাইতে থাকিবে। আর ইহার ফলে তীব্রতাও পর্যায়ক্রমে বাড়িতে এবং কমিতে থাকিবে। এইরূপে যখন P হইতে এত উপরে যাওয়া যাইবে যে তরঙ্গের কার্য্যকরী অংশের সমস্তটাই প্রেরিত হওয়ার সুযোগ পাইবে তখন তীব্রতা একটি ধ্রুবক মান 2 এ আসিয়া দাড়াইবে। অর্থাৎ এই ক্ষেত্রে ধরা যায় যে অস্বচ্ছ বাধাটি যেন উপস্থিত নাই।

অপরদিকে যদি P'_1 বিন্দুটি P এর নীচের দিকে অবস্থিত হয় এবং OM'_1 একটি অর্ধপর্যায় অংশের সমান হয় তবে তরঙ্গের সমস্ত নীচের অর্ধাংশ এবং উপরের অর্ধাংশের প্রথম অর্ধপর্যায় অংশ কাটা পড়িবে। সুতরাং সঁপিলরেখা হইতে বিস্তার পাওয়া যাইবে এবার P বিন্দুকে A_1 বিন্দুতে যোগ করিয়া। আর চিত্র হইতে দেখা যাইবে যে এই বিস্তার PA এর তুলনায় অনেক কম। যদি P'_2 আরও নীচে হয় এবং OM'_2 দুইটি অর্ধপর্যায় অংশের সমান হয় তবে বিস্তার হইবে PA_2 ; ইহা PA_1 হইতে কম। কিন্তু লক্ষ্যণীয় এই যে P' বিন্দুগুলির অবস্থান যত নীচের দিকে যাইতে থাকিবে PA দৈর্ঘ্য সমূহও ততই ক্রমাগত এবং নিরবচ্ছিন্নরূপে ক্ষুদ্রতর হইতে থাকিবে, P হইতে উপরের দিকের বিন্দুসমূহের তীব্রতার মত ইহাতে

ভেদ দেখা যাইবে না। এই তীব্রতার বণ্টন নিম্নলিখিত চিত্রদ্বারা বুঝান যায়।



চিত্র ৩.১৭

ইহার একটি আপেক্ষিক মান নিম্নের তালিকা হইতে মোটামুটি পাওয়া যায়। এই ক্ষেত্রে *MP* দূরত্ব 1 মিটার ধরা হইয়াছে।

P বিন্দু হইতে দূরত্ব (cm)	জ্যামিতিক ছায়া *P* হইতে বাহির দিকে আলোর তীব্রতা	জ্যামিতিক ছায়া *P* হইতে ভিতরদিকে আলোর তীব্রতা
0.060	2.7496	0.0596
0.094	1.5548	0.0280
0.117	2.3990	0.0182
0.136	1.6984	0.0134
0.155	2.3018	0.0106
0.170	1.7436	0.0088

এই তালিকা অনুসারে বাধাহীন সম্পূর্ণ তরঙ্গের তীব্রতা 2 ধরা হইয়াছে। ঝালরশ্রেণীর প্রথমটির চরম তীব্রতা 2.7496 এবং ইহার পরের অবম তীব্রতা 1.5548. অপরদিকে ছায়ার মধ্যে এই দূরত্বে তীব্রতা যথাক্রমে 0.0596 ও 0.0280. সুতরাং 2 তীব্রতার তরঙ্গের সহিত 0.0596 এবং 0.0280 তীব্রতার তরঙ্গের ব্যতিচারের ফলে যথাক্রমে 2.7496 এবং 1.5548 তীব্রতা পাওয়া উচিত। দেখা যায় প্রথমক্ষেত্রে পরিণামিক বিস্তার হইবে

$$\sqrt{2.0}+\sqrt{0.0596}=1.4140+0.2441=1.6581$$

$\therefore$ তীব্রতা $I=(1.6581)^2=2.739$

আবার দ্বিতীয় ক্ষেত্রে পরিণামিক বিস্তার হইবে

$$\sqrt{2.0} - \sqrt{0.0280} = 1.4140 - 0.1643 = 1.2467$$

$\therefore$ তীব্রতা $I = (1.2467)^2 = 1.555$

সুতরাং দেখা যাইতেছে যে মোটামুটিভাবে নির্ণীত তীব্রতা পরীক্ষালব্ধ তীব্রতার সহিত মিলিয়া যাইতেছে যাহা হইতে এই হিসাব পদ্ধতির যথার্থতা সম্বন্ধে নিঃসন্দেহ হওয়া যায়।

উপরের হিসাবপদ্ধতির ব্যাখ্যা হিসাবে বলা যায় যে ছায়ার নীচের দিকে তরঙ্গের এক অর্ধাংশ সম্পূর্ণরূপে রুদ্ধ হইয়াছে অপর অর্ধাংশের খানিকটাই শুধু প্রভাব বিস্তার করিতেছে। উপরদিকে অনুরূপ অংশ একবার সমদশা-সম্পন্ন হওয়ায় যুক্ত হইতেছে এবং দ্বিতীয় ক্ষেত্রে বিপরীত দশা-সম্পন্ন হওয়ায় ইহার প্রভাব বাদ দিতে হইতেছে।

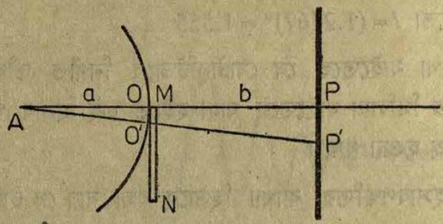
আলোর সরলরেখায় গমন (Rectilinear propagation of light).

সাধারণভাবে মনে হয় যে আলো সরলরেখায় গমন করে কারণ কোনও বাধার ধার ঘেঁষিয়া গেলে ইহা ছায়ার সৃষ্টি করে। কিন্তু এই সরলরেখায় গমন শুধু আপাতদৃষ্টিতে সত্য ; সূক্ষ্মভাবে দেখিলে বুঝা যাইবে যে ছায়ার সীমানার নিকটে আলোর তীব্রতার ভেদ সৃষ্টি হয়। ইহার ব্যাখ্যা করিতে হইলে মনে রাখা প্রয়োজন যে সমগ্র তরঙ্গের প্রভাব দাড়ায়

$$S = \frac{m_1}{2} \pm \frac{m_n}{2}$$

এই সমীকরণে m_1 এবং m_n যথাক্রমে প্রথম এবং শেষ অর্দ্ধপর্যায় অংশ বুঝাইতেছে। তাছাড়া দেখা গিয়াছে যে এই অর্দ্ধপর্যায় অংশসমূহের প্রভাব মেরু হইতে বাহিরের দিকে দ্রুত কমিয়া আসে যাহার ফলে শেষের দিকের অংশগুলির প্রায় কোন প্রভাবই থাকে না (চিত্র নং ৩.৮)। সুতরাং বলা যায় যে প্রভাববিস্তারে মেরুর নিকটবর্তী কয়েকটি অর্দ্ধপর্যায় অংশই শুধু কার্যকরী হয় বাকীগুলি নয়। আর আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্য খুবই ক্ষুদ্র হওয়ায় মেরু হইতে অল্প দূরের মধ্যেই বেশ কিছুসংখ্যক অর্দ্ধপর্যায় অংশ আবদ্ধ থাকে। সুতরাং যদি এই কার্য্যকরী অংশগুলি কোনও বাধার দ্বারা ঢাকা পড়িয়া যায় তবে আলোচ্য বিন্দুতে আলোর তীব্রতা শূন্য দাড়াইবে। অর্থাৎ জ্যামিতিক ছায়ার ভিতরদিকে অল্প দূরেই আলোর তীব্রতা খুব দ্রুত কমিয়া যাইবে এই স্থানে কার্য্যকরী অর্দ্ধপর্যায় অংশের অনুপস্থিতির দরুণ। ইহাই হইল আলোর আপাত

সরলরেখায় গমনের ব্যাখ্যা। ইহা নিম্নের উদাহরণ দ্বারা আরও স্পষ্টভাবে বুঝান যায়।



চিত্র ৩.১৮

৩.১৮ নং চিত্রে একটি ঋজু ধার বাধা MN ঘেষিয়া আলো উৎস A হইতে PP' পর্দার উপরে পড়িতেছে। জ্যামিতিক ছায়া P হইতে নীচে P' বিন্দুতে যদি আলোর পরিমাণাত্মক তীব্রতা নির্ণয় করিতে হয় তবে কর্ণুর সঁপিলরেখার সাহায্যে নেওয়া যাইতে পারে। ধরা যাক $a = b = 400$ cm ; $\lambda = 6000$Å. তাহা হইলে

$$\triangle v = \triangle s\sqrt{\frac{2(a+b)}{ab\lambda}} = \triangle s \times 1{\cdot}30 \times 10 = 13{\cdot}0 \times \triangle s$$

এক্ষেত্রে তরঙ্গের সম্পূর্ণ নীচের অর্দ্ধাংশ এবং উপরের অর্দ্ধাংশের OO' খণ্ড ঢাকা পড়িয়াছে। সুতরাং পরিণামিক বিস্তার নির্ণয় করিতে হইলে কর্ণুর সঁপিল-রেখার উপরের অর্দ্ধেক হইতে OO' অংশের প্রভাব বাদ দিতে হইবে। আর এই OO' অংশের মান নির্ভর করিবে P' বিন্দুর অবস্থানের উপর। যদি ধরা যায় $PP' = 0{\cdot}02$ cm, তবে $\triangle s = \dfrac{a}{a+b} \times 0{\cdot}02 = 0{\cdot}01$

এবং $\triangle v = \triangle s \times 13{\cdot}0 = 0{\cdot}13$.

ফ্রেনেলের সমাকলের তালিকা হইতে দেখা যায় যে $\triangle v$ এই মানের জন্য পাওয়া যায় $x_1 = 0{\cdot}13$ $y_1 = 0{\cdot}002$

পূর্বেই দেখা গিয়াছে যে তরঙ্গের অর্দ্ধাংশের দরুণ x এবং y এর মান $\frac{1}{2}$. এক্ষেত্রে এই বিস্তার হইতে x_1 এবং y_1 এর মান বাদ দিলে অনাবৃত তরঙ্গের প্রভাব বাহির হইবে। কাজেই তীব্রতা দাড়াইবে

$$\begin{aligned} I &= (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 \\ &= (0{\cdot}50 - 0{\cdot}13)^2 + (0{\cdot}50 - 0{\cdot}002)^2 \\ &= (0{\cdot}37)^2 + (0{\cdot}498)^2 = 0{\cdot}39. \end{aligned}$$

সম্পূর্ণ তরঙ্গের তীব্রতা 2 এর সঙ্গে তুলনা করিলে দেখা যায় যে জ্যামিতিক

ছায়ার মাত্র 0·02 cm. ভিতরদিকে আলোর তীব্রতা ইহার $0{\cdot}39/2 \simeq \frac{1}{5}$ দাড়ায়। যদি PP' (0·6) cm. হয় তবে পাওয়া যায়

$$\triangle s = 0{\cdot}3\ ; \quad v = 3{\cdot}9.$$

আর PP' এর এই মানের জন্য তীব্রতা হইবে

$$I = (0{\cdot}50 - 0{\cdot}42)^2 + (0{\cdot}50 - 0{\cdot}47)^2$$
$$= (0{\cdot}08)^2 + (0{\cdot}03)^2 \simeq 0{\cdot}0064 + 0{\cdot}0009 = 0{\cdot}0073$$

কাজেই P বিন্দু হইতে এই দূরত্বের তীব্রতা দাড়াইবে সম্পূর্ণ তরঙ্গের তীব্রতার $\dfrac{0{\cdot}0073}{2} = 0{\cdot}0037.$

এই হিসাব হইতে দেখা যাইতেছে যে জ্যামিতিক ছায়া P বিন্দু হইতে ভিতর-দিকে আলোর তীব্রতা অতি দ্রুত কমিতে থাকে যেজন্য আপাত দৃষ্টিতে মনে হয় যে আলো সরলরেখায় গমন করিতেছে। আর এজন্য P বিন্দুতে সম্পূর্ণ অন্ধকারের সৃষ্টি হইয়াছে। কিন্তু প্রকৃতপক্ষে P বিন্দুতে আলোর তীব্রতা কিছুটা বর্তমান থাকে এবং এই তীব্রতা ছায়ার ভিতরের দিকে অতি দ্রুত কমিতে কমিতে অল্প দূরেই শূন্যে পরিণত হয়।

মণ্ডল ফলক (Zone plate).

মণ্ডল ফলক ফ্রেনেলের অর্ধপর্যায় অংশের ধারণার একটি সমর্থক পরীক্ষা বলা যায়। এই ধারণা অনুসারে সমগ্র তরঙ্গের প্রভাব নির্ণয় করিতে ইহাকে কতকগুলি অর্দ্ধপর্যায় অংশে বিভক্ত করা হইয়াছে এবং ধরা হইয়াছে পাশাপাশি দুইটি অংশ বিপরীত দশায় থাকার জন্য পরস্পরকে প্রায় ধ্বংস করে। এইরূপে সমগ্র তরঙ্গের পরিণামিক প্রভাব হিসাব করা হয়। ইহা হইতে সহজেই ধরা যায় যে প্রথম ও তৃতীয় অংশ বা দ্বিতীয় ও চতুর্থ অংশ সমদশা-সম্পন্ন হইবে। সুতরাং যদি সমস্ত জোড় বা সমস্ত বিজোড় সংখ্যক অংশগুলি কোনওক্রমে আটকাইয়া দেওয়া যায় তবে বাকী প্রেরিত অংশগুলি সকলেই সমদশা-সম্পন্ন হইবে ; আর ইহার ফলে ইহাদের পরিণামিক প্রভাব অনেক বাড়িয়া যাইবে। সমগ্র তরঙ্গ প্রেরিত হইলে দেখা গিয়াছে যে এই ক্ষেত্রে বিস্তার হইবে

$$s = \frac{m_1}{2} \pm \frac{m_n}{2} \simeq \frac{m_1}{2}.$$

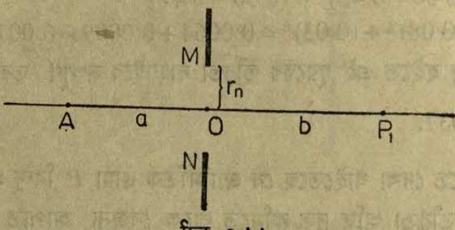
কিন্তু সমস্ত বিজোড় অংশগুলি আটকাইয়া দিলে পরিণামিক বিস্তার দাড়াইবে

$$s = m_2 + m_4 + \ \ldots \ m_{2n}$$

এবং জোড় অংশগুলি বাদ দিলে দাড়াইবে

$$s = m_1 + m_3 + m_5 + \ \ldots \ m_{2n+1}$$

৩.১৯ নং চিত্রে A উৎস হইতে আলোক MN বৃত্তাকার ছিদ্র দিয়া ডানদিকে যাইতেছে। ছিদ্রের কেন্দ্র O এবং A বিন্দু যোগ করিয়া যে সরলরেখা পাওয়া যায় তাহাকে চিত্রের অক্ষ বলা যায়। এই অক্ষের উপর P_1 বিন্দুতে যদি আলোর তীব্রতা নির্ণয় করা যায় তবে দেখা যাইবে যে O বিন্দু হইতে



চিত্র ৩.১৯

P_1 এর দূরত্বের সঙ্গে আলোর তীব্রতারও হ্রাসবৃদ্ধি হইবে। A হইতে যে তরঙ্গ MN বাধায় আসিয়া পড়ে তাহাকে P_1 বিন্দুর জন্য কিছুসংখ্যক অর্দ্ধপর্যায় অংশে ভাগ করা যায়। পূর্বে দেখা গিয়াছে যে এই অর্দ্ধপর্যায় অংশের ক্ষেত্রফল স্থূলভাবে দাড়ায় (সমীকরণ 3.5)

$$\frac{\pi ab\lambda}{a+b}.$$

এই রাশিমালায় সমীকরণ 3.5 এর $r \simeq b$ ধরা হইয়াছে ; ছিদ্রের ব্যাস $OP(=b)$ দূরত্বের তুলনায় খুবই ছোট হওয়ায় এইজন্য ভুল খুব সামান্যই হইবে। তবে এই রাশিমালা হইতে মনে হইবে যে সমস্ত অর্দ্ধপর্যায় অংশের ক্ষেত্রফলই এক যদিও পূর্বের হিসাব হইতে দেখা গিয়াছে যে ইহা r এর সমানুপাতে বাড়ে। যাহা হোক মোটামুটিভাবে ধরা যায় যে ক্ষেত্রফল উপরোক্ত রাশিমালা দ্বারা বুঝান যাইবে। P_1 এর দূরত্ব যদি এমন হয় যে ছিদ্র দিয়া m সংখ্যক অর্দ্ধপর্যায় অংশ গমন করে তবে লেখা যায় (বর্তমান ক্ষেত্রে ছিদ্রের ব্যাস ধরা হইয়াছে r_m)

$$\pi r_m^2 = \frac{m\pi ab\lambda}{a+b} \quad \text{বা} \quad r_m^2 = \frac{mab\lambda}{a+b}.$$

$$\therefore \quad b = \frac{ar_m^2}{ma\lambda - r_m^2} \tag{3.29}$$

পূর্বের আলোচনা হইতে বুঝা যাইবে m এর জোড় সংখ্যার জন্য P_1 বিন্দুতে অবম আলোক তীব্রতা এবং m এর বিজোড় সংখ্যার জন্য চরম আলোক তীব্রতা পাওয়া যাইবে। সুতরাং যদি অক্ষরেখা বরাবর P_1 এর অবস্থান পরিবর্তন করা হয় তবে ইহা পর্যায়ক্রমে চরম এবং অবম তীব্রতার মধ্য

দিয়া যাইবে। এই নীতির উপর নির্ভর করিয়া মণ্ডলফলক তৈরী করা হয়। একটি কাগজে কতকগুলি সমকেন্দ্রিক বৃত্ত আকা হয় এবং ইহাদের ব্যাসার্ধ পরপর পূর্ণসংখ্যার বর্গমূলের সমান নেওয়া হয় (proportional to $\sqrt{n}$



চিত্র ৩.২০

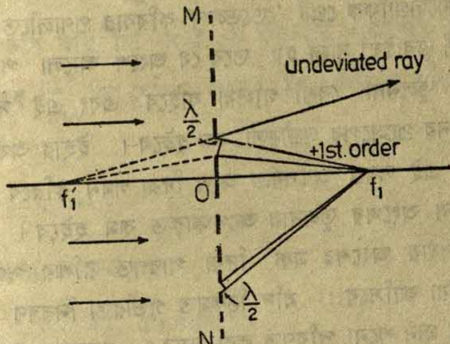
where $n=1, 2, 3, 4\cdots$etc.). তাহা হইলে প্রতিটি বৃত্তের ক্ষেত্রফল এই পূর্ণসংখ্যার সমানুপাতিক হইবে। ফলে পরপর দুইটি বৃত্তের মধ্যে যে ক্ষেত্রফল আবদ্ধ হইবে তাহা সমস্ত ক্ষেত্রেই এক হইবে। অর্থাৎ এইরূপ অঙ্কনের ফলে সৃষ্ট অর্ধপর্যায় অংশগুলির ক্ষেত্রফল সমান দাড়াইবে। এইবার যদি প্রতিটি বিজোড় অথবা প্রতিটি জোড় সংখ্যক অর্ধপর্যায় অংশকে কালো রং করিয়া ফোটোগ্রাফিক প্লেটে ইহার একটি ছোট ছবি তোলা যায় তবে এই ছবিটির উপরের চিত্রে প্রদর্শিত চেহারা হইবে। এই প্লেটের মধ্যে কালো অংশগুলি দিয়া কোনও আলো যাইতে পারিবে না, শুধুমাত্র স্বচ্ছ অংশগুলি দিয়াই আলো যাইবে। এইবার যদি MN অবস্থানে প্লেটটি রাখা হয় তবে কোনও তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যের জন্য A এবং P_1 এর যে যে অবস্থানে ইহা অর্ধপর্যায়ের কাজ করিবে সেই সমস্ত স্থানে আলোর তীব্রতা চরম হইবে। কারণ আগেই বলা হইয়াছে যে, এই সমস্ত ক্ষেত্রে একান্তর (alternate) অর্ধপর্যায়গুলির আলো বন্ধ হওয়ায় যে সমস্ত অর্ধপর্যায়ের মধ্য দিয়া আলো গমন করিবে তাহারা সমদশাসম্পন্ন হওয়ায় পরস্পরকে বৃদ্ধি করিবে। অতএব এই ক্ষেত্রে ফলকটি উত্তল লেন্সের মত আলোকে ফোকাসিত করিবার ক্ষমতার অধিকারী হইবে। এইরূপ ফলককে বলা হয় মণ্ডল-ফলক (zone plate).

যদিও বলা হইয়াছে যে মণ্ডল-ফলক উত্তল লেন্সের মত আলো ফোকাসিত করিবার ক্ষমতা রাখে, তবুও লক্ষ্য করা দরকার যে উহাদের মধ্যে কিছুটা পার্থক্য আছে। প্রথমত উত্তল লেন্সের ক্ষেত্রে আলোকউৎস হইতে ফোকাসতল পর্য্যন্ত সমস্ত আলোকরশ্মিরই আলোকপথ সমান, কিন্তু মণ্ডলফলকের ক্ষেত্রে পরপর দুইটি অর্ধপর্যায় হইতে ফোকাস বিন্দু পর্যন্ত আলোকপথের তফাৎ λ-সুতরাং যদিও মণ্ডলফলকের ক্ষেত্রে চরম আলোকতীব্রতার বিন্দুতে মিলিত রশ্মিগুলির দশা একই, কিন্তু তাহাদের আলোকপথ বিভিন্ন। দ্বিতীয়ত সাদা

আলোর ক্ষেত্রে লেন্সের জন্য বেগুনী আলোর ফোকাসদৈর্ঘ্য লাল আলোর ফোকাসদৈর্ঘ্যের অপেক্ষা কম। কিন্তু সমীকরণ 3.29 হইতে দেখা যায় যে মণ্ডলফলকের বেলায় লাল আলোর ফোকাসদৈর্ঘ্য বেগুনী আলোর ফোকাসদৈর্ঘ্যের অপেক্ষা কম। এ ছাড়া একটি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের জন্য উত্তল লেন্সের ক্ষেত্রে একটিই ফোকাসতল থাকিবে। কিন্তু অর্দ্ধপর্যায় অংশের ক্ষেত্রফলের রাশিমালা $\frac{\pi ab\lambda}{a+b}=\frac{\pi a\lambda}{\frac{a}{b}+1}$ হইতে দেখা যায় যে bএর মান যদি কমিতে থাকে তবে একটি অর্ধপর্যায় অংশের জন্য প্রয়োজনীয় ক্ষেত্রফলও কমিতে থাকিবে। ধরা যাক bএর এমন মান হইতে হিসাব আরম্ভ করা হইল যাহাতে ফলকের স্বচ্ছ অংশগুলি এই P_1 বিন্দুর জন্য অর্দ্ধপর্যায় বুঝাইতেছে। এখন যদি b ক্রমাগত কমাইয়া যাওয়া হয় তবে এমন একটা সময় আসিবে যে পূর্বের একটি অর্দ্ধপর্যায় অংশের ক্ষেত্রফল এখন তিনটি অর্দ্ধপর্যায় অংশের ক্ষেত্রফলের সমান দাড়াইবে। এই অবস্থায় পর পর অবস্থিত তিনটি অর্দ্ধপর্যায়ের দুইটি পরস্পরকে ধ্বংস করিবে কিন্তু তৃতীয়টি নিজের প্রভাব অক্ষুণ্ণ রাখিবে। অতএব এই P_1 বিন্দুর অবস্থানে অর্দ্ধপর্যায় তিনটির জন্য খানিকটা আলোকতীব্রতা অবশিষ্ট থাকিবে। প্রতিটি স্বচ্ছ অর্ধপর্যায় অংশের জন্যই এই সর্ত পালিত হওয়ার ফলে P_1 বিন্দুতে আলোকতীব্রতা আবার চরম হইবে। এইরূপ P_1 বিন্দু যখন এমন সব অবস্থানে থাকিবে যে এই অবস্থানের জন্য স্বচ্ছ অংশ পাঁচ, সাত ইত্যাদি অর্ধপর্যায় অংশ বুঝাইবে তখনও এই সমস্ত বিন্দুতে আলোকতীব্রতা চরম হইবে। অবশ্য উপরের আলোচনা হইতে সহজেই বুঝা যায় যে প্রথম ক্ষেত্র হইতে ফোকাসবিন্দু যত মণ্ডলফলকের দিকে আসিতে থাকিবে ততই আলোকতীব্রতা হ্রাস পাইবে। কারণ দ্বিতীয় ক্ষেত্রে তিনটি অর্ধপর্যায়ের একটির প্রভাব মাত্র অক্ষুণ্ণ থাকিবে অথচ প্রথম ক্ষেত্রে সমস্ত স্বচ্ছ অংশের প্রভাবই কার্য্যকরী হইবে। অপরদিকে যে সমস্ত বিন্দুর জন্য একটি স্বচ্ছ বৃত্ত দুই, চার, ছয় ইত্যাদি অর্ধপর্যায় অংশের কাজ করিবে, সেই সমস্ত ক্ষেত্রে ইহা জোড়ায় জোড়ায় পরস্পরকে ধ্বংস করায় সংশ্লিষ্ট বিন্দুগুলিতে অবম আলোকতীব্রতা দাড়াইবে। অতএব মণ্ডলফলককে বহু ফোকাস সম্পন্ন লেন্স বলা যায়।

মণ্ডলফলক শুধু অভিসারী (convergent) নয় অপসারী (divergent) লেন্স হিসাবেও ক্রিয়া করিবে। চিত্র নং ৩.১৯ হইতে দেখা যায় যে MON যদি মণ্ডলফলকের একটি ছেদ (section) বুঝায় তবে ইহার কেন্দ্র O বিন্দু হইতে যত বাহিরের দিকে যাওয়া যাইবে ততই বলয়ের প্রস্থ কমিতে থাকিবে। বামদিক হইতে যদি সমান্তরাল আলোর লম্বভাবে আপতন ধরা যায় এবং একটি

ফোকাসবিন্দু যথা f_1 এর কথা বিবেচনা করা যায় তবে একটি বলয়ের উভয় প্রান্ত হইতে নির্গত আলোকরশ্মির মধ্যে পথপার্থক্য হইবে $\frac{\lambda}{2}$ এবং সমস্ত অর্ধপর্যায় অংশের ক্ষেত্রেই এই সর্ত পালিত হইবে। যেহেতু বাহিরের দিকে বলয়ের প্রস্থ ক্রমাগত কমিতে থাকিবে সেজন্য এই সর্ত পালিত হইতে হইলে একটি বলয়ের প্রান্তিক রশ্মি দুইটির অক্ষের সহিত বক্রতাও (inclination) বাড়িবে যাহাতে এই দুইটির পথপার্থক্য $\frac{\lambda}{2}$ হয়। আর এই সর্ত পালিত হওয়ার জন্যই f_1 বিন্দুতে একটি চরমতীব্রতা পাওয়া যায়।



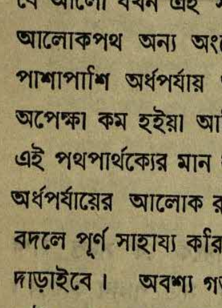
চিত্র ৩.২১

এখন অচ্যুত (undeviated) রশ্মির উপরের দিকে যে সমস্ত রশ্মি ব্যবর্তিত হইবে, তাহাদের প্রান্তিক রশ্মি দুইটিও এই সর্ত পালন করিবে। সুতরাং তাহাদের বেলায়ও ফোকাসের ধর্ম পাওয়া যাইবে। এইগুলিকে বলা চলিতে পারে ঋণাত্মক ফোকাস (negative focus). ইহারা মণ্ডলফলকের ডানদিকে পরস্পরকে ছেদ করিবে না। বস্তুত অপসারী লেন্সের ন্যায় এই রশ্মি দুইটি বামদিকে বাড়াইলে f_1' বিন্দুতে ছেদ করিবে বলিয়া মনে হইবে। এই f_1' বিন্দুই হইবে মণ্ডলফলকের ঋণাত্মক ফোকাস। স্বভাবতই এই ক্ষেত্রেও একাধিক ঋণাত্মক ফোকাসবিন্দুর অস্তিত্ব থাকিবে।

দশা-উৎক্রমণ মণ্ডলফলক (Phase-reversal zone plate).

এ পর্যন্ত মণ্ডলফলকের যে সব আলোচনা করা হইয়াছে তাহাতে দেখানো হইয়াছে যে পাশাপাশি অবস্থিত দুইটি অর্ধপর্যায়ের একটিকে বন্ধ করিবার ফলে আলোকের চরম তীব্রতার উৎপত্তি হইয়াছে। কিন্তু এই প্রক্রিয়ায় আপতিত আলোর অর্দ্ধেক অংশই নষ্ট হইয়াছে। যদি কোনও প্রকারে সংলগ্ন দুইটি

অর্ধপর্যায়ের একটির দশা π বদলানো যাইত তবে দুইটিই একই দশার হইত। ফলে ইহাদের প্রভাব পরস্পরকে সাহায্য করায় পরিণামিক বিস্তার দ্বিগুণ এবং আলোকতীব্রতা চতুর্গুণ হইত। আর. ডব্লিউ. উড (R. W. Wood) এইরূপ মণ্ডলফলক তৈরী করিতে অনেকাংশে সফল হন। তিনি বাইক্রোমেট অব পটাশ (bichromate of potash) মিশ্রিত জিলেটিনের প্রলেপ দেওয়া ফটোগ্রাফিক প্লেটের সাহায্যে মণ্ডলফলকের একটি কাগজের নমুনার ছবি তোলেন। জিলেটিনের যে অংশগুলিতে আলো পড়ে সেখানে রাসায়নিক বিক্রিয়া হয় ; ফলে সেই সমস্ত অংশের দ্রবণীয়তা (solubility) কমিয়া যায়। কাজেই যদি ফোটোগ্রাফিক প্লেট 'ডেভেলপ' করিবার প্রণালীতে প্লেটটি ঈষদুষ্ণ জলে খানিকক্ষণ ডুবাইয়া নাড়া হয় তবে যে অংশে আলো পড়ে নাই তাহারা অন্য অংশের তুলনায় বেশী গলিয়া যাইবে এবং এই সমস্ত বলয়াকৃতি অংশে জিলেটিনের প্রলেপের গভীরতা কম হইবে। ইহার অর্থ এই দাড়াইবে যে আলো যখন এই সমস্ত অর্ধপর্যায় অংশ দিয়া গমন করিবে তখন তাহাদের আলোকপথ অন্য অংশের তুলনায় অপেক্ষাকৃত কম হইবে। সুতরাং দুইটি পাশাপাশি অর্ধপর্যায় অংশের মধ্য দিয়া পারগত রশ্মির পথপার্থক্য π এর অপেক্ষা কম হইয়া আসিবে। যদি ঠিকমত গভীরতা নিয়ন্ত্রণ করা যায় তবে এই পথপার্থক্যের মান শূন্যে পরিণত করা সম্ভব। সেক্ষেত্রে পাশাপাশি দুইটি অর্ধপর্যায়ের আলোক রশ্মি একই দশার হওয়ায় ইহারা পরস্পরকে ধ্বংস করার বদলে পূর্ণ সাহায্য করিবে। এবং লব্ধি বিস্তার দ্বিগুণ ও আলোকতীব্রতা চতুর্গুণ দাড়াইবে। অবশ্য গভীরতা এইরূপ নিয়ন্ত্রণ করিবার কোনও নিশ্চিত পদ্ধতি নাই। তবে বার বার চেষ্টা করিলে কোনওটি এই সর্ত পালন করিতে পারে। সেক্ষেত্রে আলোকতীব্রতা চতুর্গুণের কাছাকাছি বাড়িবে। চিত্র নং ৩.২১(a) এইরূপ একটি দশা-উৎক্রমণ মণ্ডলফলকের ছেদ দেখানো হইল।



(a) অন্ধকার অংশ ; এখানে স্তরের গভীরতা আলোকিত অংশ হইতে কম। এই অংশ দিয়া পারগত আলোর পথ (b) অপেক্ষা কম।

(b) আলোকিত অংশ, এখানে স্তরের গভীরতা অন্ধকার অংশ হইতে বেশী। এই অংশ দিয়া পারগত আলোর পথ (a) হইতে বেশী।

চিত্র ৩.২১ (a)

লেন্স এবং মণ্ডল ফলকের মধ্যের সাদৃশ্য গাণিতিক সম্বন্ধ দ্বারাও দেখানো যায়। মণ্ডল ফলকের আলোচনা হইতে পাওয়া গিয়াছে

$$r_m^2 = \frac{mab\,\lambda}{a+b}.$$

ইহা হইতে লেখা যায়

$$ar_m^2 + br_m^2 = mab\,\lambda$$

অথবা $$\frac{1}{b} + \frac{1}{a} = \frac{m\lambda}{r_m^2}$$

সুতরাং এই ক্ষেত্রে যদি চিত্র নং ৩.১৯ অনুসারে a বস্তুদূরত্ব এবং b প্রতিবিম্ব দূরত্ব বুঝায় তবে $\frac{r_m^2}{m\lambda}$ কে ফোকাস দূরত্ব হিসাবে ব্যবহার করিয়া লেখা যাইতে পারে

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{a} = \frac{1}{f}$$

এবং এইটি লেন্সের সঙ্কেত

$$\frac{1}{v} + \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$$ এর অনুরূপ।

আবার দেখানো যায় যে

$$r_m^2 = mr_1^2$$

সুতরাং লেখা যায় $\frac{1}{b} + \frac{1}{a} = \frac{m\lambda}{mr_1^2} = \frac{\lambda}{r_1^2}$

এখানে r_1 এবং r_m যথাক্রমে প্রথম এবং m ক্রমের অর্ধপর্যায় অংশের বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ।

ব্যাবিনেটের নীতি (Babinet's Principle).

ব্যবর্তনের ফলে প্রতিবিম্ব গঠনের জ্যামিতিক নীতির পরিবর্তন হইয়া থাকে। উদাহরণ স্বরূপ বলা যায় যে যখন আলো আসিয়া এমন একটি অস্বচ্ছ বাধার উপরে পড়ে যাহার মধ্যে নাতিক্ষুদ্র আকারের একটি ছিদ্র থাকে তাহা হইলে বাধার অপরদিকে রাখা কোনও পর্দার উপর ঐ ছিদ্রের একটি প্রতিবিম্বের সৃষ্টি হয়। এক্ষেত্রে ছিদ্রটি বড় হওয়ায় ব্যবর্তনের ভূমিকা গৌণ হইয়া থাকে। কিন্তু ছিদ্রটি যদি খুব ছোট হয় তবে ব্যবর্তনের প্রভাবে প্রতিবিম্বের আকৃতির পরিবর্তন হইবে। জ্যামিতিক আলোকবিজ্ঞান অনুসারে প্রতিবিম্বের যে আকৃতি

হওয়া উচিত তাহার অপেক্ষা বড় জায়গায় আলো ছড়াইয়া পড়ে। প্রতিকৃতির বাহিরে যে বিন্দুতে আলোকতীব্রতা শূন্য সেখানে ছিদ্রের এক অংশের প্রভাব নিশ্চয়ই উহার বাকী অংশের প্রভাবের সমান এবং বিপরীত। অর্থাৎ S_1 যদি ছিদ্রের এক অংশ এবং S_2 ইহার বাকী অংশ হয় আর সম্পূর্ণ ছিদ্র হয় S তবে লেখা যায়

$$S = S_1 + S_2.$$

যে হেতু এই স্থানে আলোক তীব্রতা শূন্য, অতএব এখানে পরিণামিক বিস্তারও শূন্য হইতে হইবে। কাজেই S_1 অংশের জন্য এই বিন্দুতে যদি ভ্রংশ হয় $y_1 = a_1 \sin wt$ তবে S_2 এর জন্য এই বিন্দুতে ভ্রংশ হইতে হইবে $y_2 = -a_1 \sin wt$ যাহাতে পরিণামিক ভ্রংশ দাড়ায়

$$y = y_1 + y_2 = a_1 \sin wt - a_1 \sin wt = 0$$

সুতরাং দেখা যাইতেছে যে যদি কোনও ছিদ্রের এক অংশ S_2 অস্বচ্ছ বলিয়া ধরা যায় এবং বাকী স্বচ্ছ অংশ S_1 এর ভিতর দিয়া আলো ব্যর্তিত হইয়া গমন করে তাহা হইলে পর্দায় এই বিন্দুতে আলোক তীব্রতার জন্য লেখা যায়

$$y_1 = a_1 \sin (wt + \alpha_1)\ ;\ I_1 = a_1^{\,2}.$$

আবার যদি ইহার বদলে S_1 অংশ অস্বচ্ছ হয় এবং বাকী স্বচ্ছ অংশ S_2 দিয়া আলো গমন করে তবে এইক্ষেত্রে অনুরূপভাবে লেখা যায়

$$y_2 = -a_1 \sin (wt + \alpha_2)\ ;\ I_2 = a_1^{\,2}.$$

সুতরাং $I_1 = I_2$

অর্থাৎ দেখা যাইতেছে যে যদি এক ক্ষেত্রের স্বচ্ছ অংশ অন্যক্ষেত্রের অস্বচ্ছ অংশে পরিবর্তিত হয় তবে আলোকতীব্রতা অপরিবর্তিত থাকে। ইহাই ব্যাবিনেটের নীতি। কিন্তু এই নীতি প্রযুক্ত হইবে একমাত্র সেই সব বিন্দুতেই যেখানে আলোক তীব্রতা শূন্য কারণ ইহাতে উপনীত হইতে প্রথমেই বিন্দুটির আলোকতীব্রতা শূন্য ধরা হইয়াছে।

অন্যদিকে P বিন্দুর আলোকতীব্রতা যদি শূন্য না হয় তবে জিনিষটি এইভাবে দেখিতে হইবে। ছিদ্রের দুই অংশ S_1 এবং S_2 হইতে উৎপন্ন ভ্রংশ যদি যথাক্রমে লেখা যায়

$$y_1 = a_1 \sin (wt + \alpha_1)$$
$$y_2 = a_2 \sin (wt + \alpha_2)$$

এবং সমগ্র ছিদ্র হইতে উৎপন্ন ভ্রংশ লেখা যায়

$$y = A \sin (wt + \theta).$$

যেহেতু y_1 এবং y_2 এর মধ্যে দশার সম্বন্ধ বর্তমান, সেইজন্য লেখা যায় (সমীকরণ 2.6 অনুসারে)

$$A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2)$$

অতএব আলোকতীব্রতা লেখা যায়

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\alpha_1 - \alpha_2)$$

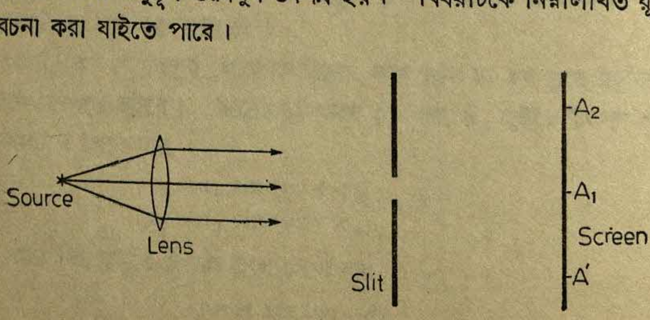
যদি $(\alpha_1 - \alpha_2) = \frac{\pi}{2}$ হয় তবে দাড়ায়

$$I = I_1 + I_2$$

সুতরাং একমাত্র এই ক্ষেত্রেই দুই অংশের আলোক তীব্রতা পূরক, (complementary) সবক্ষেত্রে নয়।

ফ্রনহফার ব্যবর্তন (Fraunhofer Diffraction).

আলোকের ব্যবর্তনের আলোচনার প্রসঙ্গে এ পর্য্যন্ত যে সমস্ত ক্ষেত্রের কথা বিবেচনা করা হইয়াছে সেগুলি ফ্রেনেল ব্যবর্তন বলিয়া অভিহিত করা হয়। দেখা গিয়াছে যে এই সমস্ত ক্ষেত্রে আলোকরশ্মি যে কোনও একটি বাধা বা ছিদ্রে আপতিত হওয়ার ফলে সংশ্লিষ্ট তরঙ্গমুখ প্রভাবিত এবং পরিবর্তিত হয়। এই বাধা বা ছিদ্রে পরিবর্তনের পর যে প্রতিকৃতির সৃষ্টি হয় তাহা ঐ বাধা বা ছিদ্র দ্বারা তরঙ্গমুখের পরিবর্তনের ফল। এই জাতীয় পরীক্ষায় এ পর্য্যন্ত যে সমস্ত উদাহরণ বিবেচনা করা হইয়াছে তাহাতে কোনওরূপ লেন্স ব্যবহার করা হয় নাই। উৎস হইতে আলো আসিয়া বাধা বা ছিদ্রের উপর পড়িয়াছে এবং ব্যবর্তনের পর অন্যাদিকে প্রতিকৃতির সৃষ্টি করিয়াছে। এই ধরণের ব্যবর্তনকে বলা হয় ফ্রেনেল ব্যবর্তন। আর এক শ্রেণীর ব্যবর্তনের পরীক্ষা করা হইয়া থাকে যেখানে আলোক উৎস এবং পর্দা (যেখানে প্রতিবিম্বের সৃষ্টি হয়) উভয়েই কার্য্যতঃ (effectively) অসীম দূরত্বে অবস্থিত। প্রকৃতপক্ষে ইহারা অসীমে না থাকিলেও চলে। যদি উৎস হইতে নির্গত আলো লেন্সের সাহায্যে সমান্তরাল রশ্মিমালায় পরিণত করিয়া বাধা বা ছিদ্রে আপতিত করা হয় এবং ইহা হইতে ব্যর্তিত রশ্মিসমূহ আবার লেন্সের সাহায্যে পর্দায় ফোকাসিত করা হয় তবেও ইহারা কার্য্যতঃ অসীম দূরত্বেই অবস্থিত হয়। ফ্রনহফার প্রথমে ব্যবর্তন ঝাঝরির পরীক্ষার জন্য এই ব্যবস্থার প্রবর্তন করেন। তাহার পর হইতে এই জাতীয় ব্যবর্তনের পরীক্ষা, যাহাতে আলোকউৎস এবং পর্দা উভয়েই কার্য্যতঃ অসীম দূরত্বে অবস্থিত থাকে ফ্রনহফার ব্যবর্তন বলিয়া অভিহিত হইয়া থাকে। বলা হইয়া থাকে যে ফ্রনহফার ব্যবর্তনে তরঙ্গমুখ তলীয় আকৃতির (planar) হওয়া দরকার। আর এইটি বাধায় বা ছিদ্রে আপতনের পূর্বে এবং পরে উভয় ক্ষেত্রেই তলীয় হইতে হইবে। অন্যাদিকে ফ্রেনেল ব্যবর্তনে সাধারণতঃ গোলকীয় অথবা অনুরূপ তরঙ্গমুখ উৎপন্ন হয়। বিষয়টিকে নিম্নলিখিত রূপেও বিবেচনা করা যাইতে পারে।



চিত্র নং ৩.২১(b)

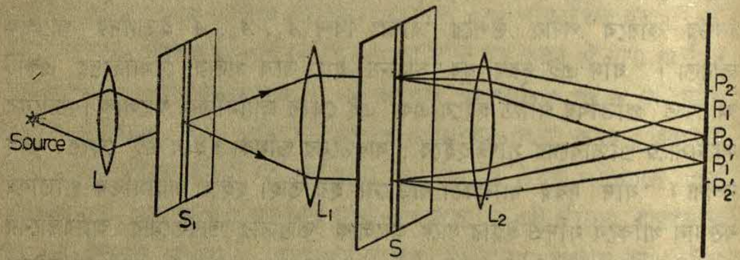
৩.২১(b) নং চিত্রে একটি আলোক উৎস হইতে নির্গত আলো লেন্সের সাহায্যে সমান্তরাল করিয়া রেখাছিদ্রের উপর আপতিত করা হইয়াছে। এই রেখাছিদ্রের মধ্য দিয়া যাইবার সময় আলোকের ব্যবর্তন হইবে। ব্যবর্তনের পর এই আলোক পর্দার উপর পড়িবে। রেখাছিদ্র এবং পর্দার মধ্যে দূরত্বের উপর নির্ভর করিবে পর্দার উপরে বিভিন্ন বিন্দু A_1, A_2, A' ইত্যাদির আলোক তীব্রতা। যদি এই দূরত্ব খুব সামান্য হয় তবে পর্দায় রেখাছিদ্রের একটি অবিকৃত প্রতিবিম্ব গঠিত হইবে এবং এই ক্ষেত্রে জ্যামিতিক আলোক বিজ্ঞানের সূত্রানুসারে প্রতিবিম্বের সৃষ্টি হইবে ; ব্যবর্তনের ভূমিকা হইবে এই ক্ষেত্রে খুবই নগণ্য। যদি দূরত্ব খানিকটা বাড়ানো হয় তাহা হইলে জ্যামিতিক প্রতিবিম্ব বর্তমান থাকিবে যদিও ইহার ধারে আলোক তীব্রতার তারতম্যের আবির্ভাবের দরুণ ঝালরের উৎপত্তি দেখা দিবে। এখানে ফ্রেনেল ব্যবর্তন কার্য্যকরী হইতে আরম্ভ হইয়াছে। দূরত্ব ক্রমাগত বাড়াইয়া যাইতে থাকিলে জ্যামিতিক প্রতিবিম্ব ক্রমশঃ লোপ পাইবে এবং এই প্রতিবিম্বের স্থান দখল করিবে এক শ্রেণীর ঝালর (চিত্র নং ৩.২৩ দ্রষ্টব্য)। এই ঝালর শ্রেণী হইবে রেখাছিদ্রে উৎপন্ন ফ্রনহফার ব্যবর্তন ঝালর। সুতরাং রেখাছিদ্র এবং পর্দার মধ্যে দূরত্ব খুব অল্প পরিমাণ হইতে ক্রমাগত বাড়াইয়া গেলে পর্দায় প্রতিবিম্ব জ্যামিতিক প্রতিবিম্ব হইতে ফ্রেনেল ঝালরের মধ্য দিয়া শেষ পর্য্যন্ত ফ্রনহফার ঝালরে পরিণতি লাভ করিবে। অবশ্য এই তিন ক্ষেত্রের খুব নির্দিষ্ট সীমারেখা নাই ; তবুও মোটামুটিভাবে দূরত্বের উপর নির্ভর করিয়া তিনটি ক্ষেত্রকে আলাদাভাবে নাম দেওয়া যায়। ফ্রেনেল ব্যবর্তন পূর্বেই আলোচিত হইয়াছে ; এবার ফ্রনহফার ব্যবর্তনের কয়েকটি উদাহরণ আলোচনা করা হইবে।

একক রেখাছিদ্রে ফ্রনহফার ব্যবর্তন (Fraunhofer diffraction at a single slit).

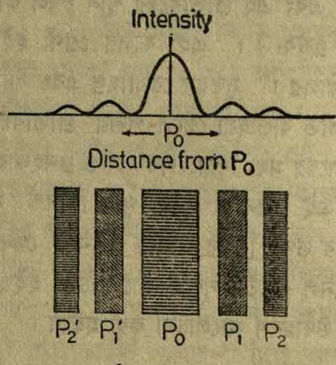
একক রেখাছিদ্রে আলোর ব্যবর্তন ইহার পূর্বে বর্ণিত হইয়াছে। কিন্তু সেখানে আলোর উৎস এবং প্রতিবিম্বের পর্দা উভয়েই সীমিত দূরত্বে অবস্থিত। এই ব্যবর্তন ফ্রেনেল ব্যবর্তন শ্রেণীর অন্তর্ভুক্ত। কিন্তু যদি আলোর উৎস এবং পর্দা উভয়েই কার্য্যতঃ অসীম দূরত্বে থাকে তবে যে ব্যবর্তন ঝালরের উৎপত্তি হইবে তাহাকে বলা হইবে ফ্রনহফার বাবর্তন ঝালর (Fraunhofer diffraction pattern). এই ঝালরের সৃষ্টির জন্য নিম্নে প্রদর্শিত পরীক্ষা ব্যবস্থা গ্রহণ করা যাইতে পারে।

৩.২২ নং চিত্রে একটি জোরালো আলোক উৎস হইতে নির্গত আলো S_1

রেখাছিদ্রে আসিয়া পড়িতেছে। উৎস হইতে নির্গত আলো L লেন্স দ্বারা S_1 রেখাছিদ্রের উপর ঘনীভুত করা হইয়াছে যাহাতে তীব্রতা বৃদ্ধি পায়। S_1 একটি এমন আয়তনের রেখাছিদ্র যাহাতে দৈর্ঘ্যের তুলনায় প্রস্থ খুবই কম।



চিত্র নং ৩.২২



চিত্র নং ৩.২৩

ইহার কারণ পরে বিস্তৃত আলোচনা করা হইবে। S_1 রেখাছিদ্র দিয়া যাইবার পর আলো L_1 লেন্স দ্বারা সমান্তরাল আলোকরশ্মি মালায় পরিবর্তিত হইতেছে। এই সমান্তরাল আলোকরশ্মিমালা S রেখাছিদ্রের অভিলম্বে আপতিত হইয়াছে। এই রেখাছিদ্র S ও S_1 এর ন্যায় দৈর্ঘ্যের তুলনায় প্রস্থে খুবই সরু। আলো এই রেখাছিদ্র S এর মধ্য দিয়া যাইবার সময় ইহার ব্যবর্তন ঘটে। প্রতিটি বিন্দু হইতেই একগুচ্ছ রশ্মি নানা কোণে ছড়াইয়া পড়ে। সুতরাং একটি বিশেষ কোনও কোণে ব্যবর্তিত রশ্মির কথা যদি চিন্তা করা যায় তবে রেখাছিদ্রের প্রতি বিন্দু হইতেই এই দিকে একটি রশ্মি ব্যবর্তিত হইবে। ফলে এই কোণে একটি সমান্তরাল রশ্মিমালা পাওয়া যাইবে। এই সমান্তরাল

রশ্মিমালা L_2 লেন্সের মধ্য দিয়া যাইবার ফলে L_2 লেন্সের ফোকাসতলে প্রতিবিম্বিত হইবে এবং এই স্থানে S_1 রেখাছিদ্রের একটি প্রতিবিম্ব পাওয়া যাইবে (অবশ্য ঠিক কোন অবস্থানে প্রতিবিম্ব পাওয়া যাইবে তাহা নির্ভর করিবে কয়েকটি বিষয়ের উপর যাহা সম্বন্ধে শীঘ্রই বিস্তৃত আলোচনা করা হইবে)। ৩.২২ নং চিত্রে ধরা যাক এই প্রতিবিম্বটি P_0. আর একটি কোণেও অনুরূপ সমান্তরাল ব্যর্বিতত আলোক রশ্মিমালার উদ্ভব হইবে এবং ইহারা L_2 লেন্স দ্বারা ফোকাসে ঘনীভূত হইয়া S_1 এর আর একটি প্রতিবিম্বের সৃষ্টি করিবে। এইরূপে বিভিন্ন কোণে S_1 রেখাছিদ্রের বিভিন্ন প্রতিবিম্বের উদ্ভব হইবে। অতএব L_2 লেন্সের ফোকাসতলে একটি ব্যবর্তন ঝালরের সমষ্টির উৎপত্তি হইবে। এই স্থানে কোনও পর্দা রাখিলে সেই পর্দায়ও এই ব্যবর্তন ঝালর পাওয়া যাইবে। অন্যথায় পর্দার স্থানে একটি কোনও অভিনেত্র রাখিলে ইহা দ্বারা এই ব্যবর্তন ঝালর দেখা যায় এবং ইহাদের প্রস্থও মাপা যাইতে পারে। এই ব্যবর্তনের উৎপত্তির কারণ সম্বন্ধে পরিমাণাত্মকরূপে (quantitatively) আলোচনা করিবার পূর্বে সাধারণভাবে বলা যায় যে হাইগেন্সের নীতির কথা পূর্বে যাহা বিবেচনা করা হইয়াছে তাহা হইতে বুঝা যায় যে আলোকরশ্মিমালা রেখাছিদ্র S এর উপর আপতিত হইয়া ইহার মধ্য দিয়া যাইবার সময় চতুর্দিকে ছড়াইয়া পড়ে। জ্যামিতিক আলোক বিজ্ঞানের সূত্রানুসারে পর্দায় S_1 রেখাছিদ্রের একটি সুস্পষ্ট প্রতিবিম্ব হওয়ার কথা। কিন্তু রেখাছিদ্র S এর মধ্য দিয়া যাইবার সময় আলোকের ব্যবর্তনের ফলে এই একটি প্রতিবিম্বের স্থলে কয়েকটি প্রতিবিম্বের একটি ব্যবর্তন ঝালর উৎপন্ন হয়। ব্যবর্তন ঝালর শ্রেণীর অবস্থান এবং তীব্রতা চিত্র নং ৩.২৩ এ দেখানো হইয়াছে। এখানে P_0 কেন্দ্রীয় ঝালর ; ইহার দুইপাশে অন্যান্য ঝালরশ্রেণী প্রতিসমরূপে অবস্থিত আছে। ইহাদের আপেক্ষিক প্রস্থ এবং আলোক তীব্রতার একটি ধারণাও উপরের লেখচিত্র হইতে মোটামুটি পাওয়া যাইবে।

ব্যবর্তন ঝালরে আলোক-তীব্রতার হিসাব (Calculation of intensity in the diffraction pattern).

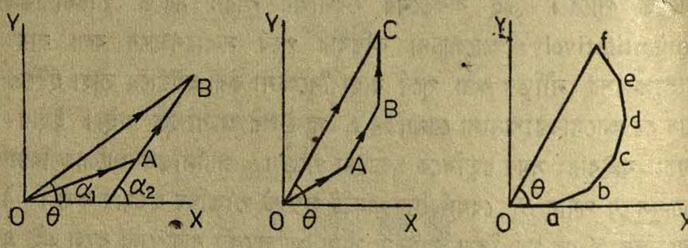
ব্যবর্তন ঝালরের প্রকৃতি সম্বন্ধে খুবই সাধারণভাবে বলা হইয়াছে। ইহাদের আপেক্ষিক আলোক তীব্রতার সম্বন্ধে পরিমাণাত্মকরূপে কিছু বলিতে গেলে সেটি হিসাব করিয়া বাহির করিতে হইবে এই হিসাবের বিভিন্ন উপায় আছে এবং সবগুলিই স্বভাবত একই ফল দেখায়। এখানে দুই প্রণালীতে এই

হিসাব করা হইবে। প্রথমটি লেখচিত্রীয় (graphical) এবং দ্বিতীয়টি বীজগাণিতিক (algebraic).

আলোকতীব্রতার হিসাবের লেখচিত্রীয় পদ্ধতি (Calculation of intensity by the graphic method)

এই হিসাবের পদ্ধতিই প্রথমে বিবেচনা করা হইবে, কারণ ইহাতে অন্তিম ফল অন্যান্য পদ্ধতির মতই শুদ্ধরূপে পাওয়া যাওয়া ছাড়াও ব্যবর্তন ঝালর কিরূপে উৎপন্ন হইতেছে তাহারও একটি সুন্দর ধারণা করা যায়।

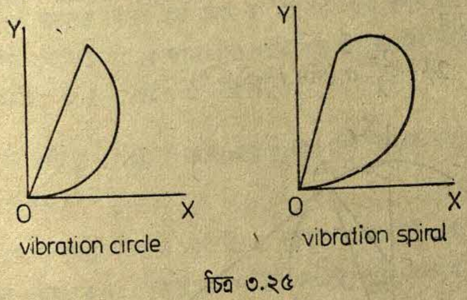
এটা পূর্বেই আলোচিত হইয়াছে যে যদি কোনও বিন্দুতে দুইটি ভ্রংশ একই সময়ে ক্রিয়া করে তবে ঐ বিন্দুর লব্ধি ভ্রংশ লেখাচিত্রীয় পদ্ধতিতে নির্ণয় করা যায়। ইহার জন্য আপতিত ভ্রংশ দুইটির বিস্তার এবং দশা জানা দরকার। এইগুলি জানা থাকিলে লব্ধি ভ্রংশের বিস্তার এবং দশা সহজেই বাহির করা



চিত্র ৩.২৪

সম্ভব হয়। ৩.২৪ নং চিত্রে এইরূপ দুইটি ভ্রংশের বিস্তার দেখানো হইয়াছে OA এবং AB ; ইহারা OX অক্ষের সহিত যথাক্রমে α_1 এবং α_2 কোণে অবস্থিত। এই α_1 এবং α_2 ইহাদের দশা। এই ক্ষেত্রে ইহাদের লব্ধি ভ্রংশের বিস্তার হইবে OB এবং দশা হইবে θ. পরের চিত্রে এইরূপ তিনটি ভ্রংশ OA, AB এবং BC দেখানো হইয়াছে ; ইহারা যুগপৎ একটি বিন্দুতে ক্রিয়া করিতেছে। এক্ষেত্রেও ইহাদের লব্ধি ভ্রংশের মান হইবে OC এবং দশা হইবে θ. এই প্রণালীতে যে কোনও সংখ্যক ভ্রংশের লব্ধি বাহির করা যায়। চিত্রে আরও একটি উদাহরণ দেখানো হইয়াছে। এখানে oa, ab, bc, cd, de এবং ef এর লব্ধি হিসাবে পাওয়া গিয়াছে Of এবং ইহার দশা হইয়াছে θ. এই আলোচনা প্রসারিত করিয়া বলা যায় যে যদি কতকগুলি সমান বিস্তারের ভ্রংশ কোনও বিন্দুর উপর একই সময়ে ক্রিয়া করে, এবং এই ভ্রংশগুলির দশা একটি নির্দিষ্ট হারে সমানভাবে

পরিবর্তিত হয় তবে ইহাদের লব্ধি বাহির করিতে বিস্তারগুলি পর পর এমন-ভাবে আঁকিতে হইবে যেন যে কোনও সংলগ্ন দুইটি বিস্তারের মধ্যের দশা সমান হয়। তাহা হইলে প্রথম বিস্তারের প্রথম বিন্দু শেষ বিস্তারের শেষ বিন্দুর সহিত যোগ করিলে যে সরলরেখা পাওয়া যায় তাহার দৈর্ঘ্য বিস্তারের পরিমাপ দেখাইবে। আর সংশ্লিষ্ট অক্ষের সহিত এই সরলরেখার উৎপন্ন কোণ লব্ধির দশা বুঝাইবে। এইবার যদি বিস্তারগুলি ক্রমশঃ ক্ষুদ্রতর করা হয় এবং সমান রাখা হয় আর অনুরূপভাবে দশাগুলিও ক্ষুদ্রতর ভাগে বিভক্ত করা হয় তবে এই প্রণালীর সীমায় (in the limit) বিস্তারগুলি একটি বৃত্তাংশ অঙ্কন করিবে আর ইহার জ্যা (chord) লব্ধি বুঝাইবে। এই রেখাকে বলা হয় কম্পন-রেখা (vibration curve). আলোচ্য ক্ষেত্রে এইটি বৃত্তাকার হওয়ায় ইহাকে বলা হইবে কম্পন-বৃত্ত (vibration circle). যদি কোনও ক্ষেত্রে বিস্তারগুলি ক্রমাগত ছোট হইতে থাকে তবে এইক্ষেত্রে রেখাটি দাড়াইবে সর্পিল আকৃতির (spiral shaped). এই রেখাকে বলা হইবে সর্পিল কম্পনরেখা (vibration spiral). নিম্নে ইহাদের চিত্র দেওয়া হইল (চিত্র নং ৩.২৫)। বলা বাহুল্য বিস্তারের সংখ্যা বেশী হইলে রেখাটি একটি পূর্ণ বৃত্ত অথবা তাহারও বেশী পথ অতিক্রম

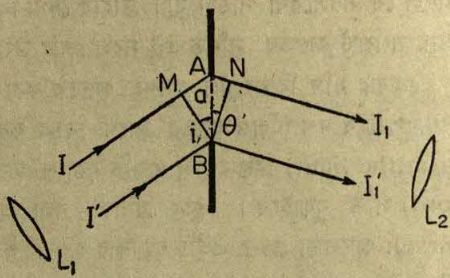


চিত্র ৩.২৫

করিতে পারে। অনুরূপভাবে সর্পিল কম্পন রেখায়ও ইহা একাধিক মোড় নিতে পারে।

এই লেখাচিত্রীয় পদ্ধতি ব্যবর্তন ঝালরের আলোক তীব্রতা হিসাব করিতে ব্যবহার করা যাইতে পারে। এই ক্ষেত্রে L_1 লেন্স হইতে একগুচ্ছ সমান্তরাল আলোকরশ্মি আসিয়া S রেখাছিদ্রে পড়িতেছে। রেখাছিদ্রটির প্রস্থ a ; এই প্রস্থ দৈর্ঘ্যের তুলনায় খুবই ছোট। S এর দৈর্ঘ্য চিত্রতলের অভিলম্বে অবস্থিত। একটি সমান্তরাল রশ্মিমালা S এর উপরে এমনভাবে আপতিত হইতেছে যাহাতে ইহার যে কোনও রশ্মি রেখাছিদ্রের তলের সহিত $90-i$ কোণ উৎপন্ন

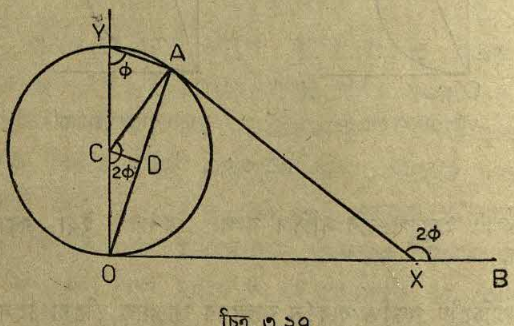
করে। এখানে সাধারণ ক্ষেত্র বিবেচনার উদ্দেশ্যে আপাতন কোণ এইরূপ নেওয়া হইয়াছে। চিত্র ৩.২২ এর মত আপতন কোণ শূন্য ধরা হয় নাই। IA এবং $I'B$ এই রশ্মিমালার ধারের রশ্মি দুইটি দেখাইতেছে। S এ ব্যবর্তনের



চিত্র ৩.২৬

পর আলোকরশ্মি অপরদিকে গমন করিতেছে। এই ব্যবর্তিত রশ্মিমালা হইতে যদি I_1A এবং I'_1B এমন দুইটি সমান্তরাল রশ্মি নেওয়া হয় যে ইহারা রেখাছিদ্রের তলের সহিত $90\text{-}\theta$ কোণ উৎপন্ন করিতেছে তবে এই দুইটি রশ্মির মধ্যে দশা-পার্থক্য 2ϕ হইবে। আর এই 2ϕ এর মান চিত্র নং ৩.২৬ হইতে লেখা যায়

$$2\phi = \frac{2\pi}{\lambda} a (\sin i + \sin \theta) \tag{3.35}$$



চিত্র ৩.২৭

এই ক্ষেত্রে কম্পন-বৃত্তের পদ্ধতি প্রযোজ্য হইবে ইহা সহজেই বুঝা যায়। ৩.২৬ নং চিত্রে রেখাছিদ্রের অভিলম্বে যে ছেদ দেখানো হইয়াছে তাহাতে দুইটি ধারের রশ্মির দশা-পার্থক্য হইবে 2ϕ. ফ্রেনেল ব্যবর্তনের আলোচনা হইতে বলা যায় যে এই ছেদে লেন্সের ফোকাসতলে যে আলোকতীব্রতা হইবে

তাহা সৃষ্টি করিতে AB সরলরেখার সন্নিকটবর্তী বিন্দু সকলই কার্য্যকরী হইবে। এই সরলরেখা AB হইতে দূরে যে সমস্ত আলোকবিন্দু অবস্থিত তাহারা এই তলে বিশেষ কোনও প্রভাব বিস্তার করিতে পারিবে না।

এখন দেখা যাইবে যে AB সরলরেখায় যে সমস্ত বিন্দু হইতে গৌণ (secondary) তরঙ্গের সৃষ্টি হয় L_2 লেন্সের ফোকাস তলে তাহাদের আলোক পথ প্রায় সমান হওয়ার ফলে সংশ্লিষ্ট বিস্তারগুলিও প্রায় সমান হইবে। তবে ইহাদের মধ্যের দশা-পার্থক্যের উল্লেখযোগ্য পরিবর্তন হইবে। সুতরাং যদি ইহাদের বহুসংখ্যক ক্ষুদ্র তরঙ্গে বিভক্ত করা যায় তবে এই সমস্ত তরঙ্গের L_2 লেন্সের ফোকাসতলে লব্ধি কম্পন-বৃত্তের পদ্ধতির সাহায্যে নির্ণয় করা যায়। ৩.২৭ নং চিত্রে OA বৃত্তাংশ এই কম্পন-বৃত্ত বুঝাইতেছে এবং OA জ্যাটি সংশ্লিষ্ট লব্ধি। আলোকতীব্রতা বাহির করিতে হইলে OA জ্যাএর মান নির্ণয় করা আবশ্যক। O এবং A দুইটি ধারের রশ্মি IAI_1 এবং $I'BI'_1$ এর ভ্রংশ বুঝাইতেছে। যদি এই দুই বিন্দুতে দুইটি স্পর্শক (tangent) টানা যায় তবে $\angle AXB = \angle OCA = 2\phi$ হইবে। চিত্রে OA বৃত্তাংশকে বাড়াইয়া সম্পূর্ণ বৃত্ত OAY আঁকা হইয়াছে।

C যদি এই বৃত্তের কেন্দ্র হয় এবং R ব্যাসার্দ্ধ হয় তবে লেখা যাইতে পারে [OAY কোণটি ব্যাসের উপর দাড়াইয়া পরিধির উপর উৎপন্ন হইয়াছে বলিয়া $\angle OAY = 90°$] $OA = 2R \sin OYA$.

এখানে C হইতে OAর উপরে একটি লম্ব OD আঁকা হইয়াছে যাহার ফলে $\angle OCD = \angle ACD = \phi$.

আবার একই বৃত্তাংশ OA এর উপর দাড়াইয়া দুইটি কোণ OCA এবং OYA উৎপন্ন হইয়াছে। ইহাদের একটি কেন্দ্রে এবং অপরটি পরিধির উপর অবস্থিত। অতএব $\angle OCA = 2\angle OYA$.

$$\therefore \quad OA = 2R \sin \phi \tag{3.36}$$

আবার OA বৃত্তাংশের দৈর্ঘ্য নির্ভর করিবে বিস্তারের সংখ্যার এবং ইহাদের মানের উপর। আর এই সংখ্যা এবং মান আবার নির্ভর করিবে রেখাছিদ্র S এর প্রস্থের উপর ; ইহার প্রস্থ বাড়িলে OA বৃত্তাংশও অনুরূপভাবে বাড়িবে। সুতরাং লেখা যাইতে পারে

$$l = ka \tag{3.37}$$

$l = OA$ বৃত্তাংশের দৈর্ঘ্য ; k = ধ্রুবক ; a = রেখাছিদ্র S এর প্রস্থ

আবার $l = 2R\phi$

বা $2R = \dfrac{l}{\phi}$

$$\therefore \quad OA = \frac{l \sin \phi}{\phi} = \frac{ka \sin \phi}{\phi} \tag{3.38}$$

OA লব্ধি ভ্রংশের বিস্তার বুঝাইতেছে। সুতরাং ইহার আলোকতীব্রতা Int দাড়াইবে

$$Int \propto OA^2 \simeq \frac{k^2 a^2 \sin^2 \phi}{\phi^2} \tag{3.39}$$

যদি আনুপাতিক ধ্রুবক (constant of proportionality) $k = 1$ ধরা হয় তবে উপরের রাশিমালা কিছুটা সহজতর হইয়া আসে। অথচ ইহাতে ফলাফলের সত্যতার কোনও ব্যতিক্রম হয় না। শুধুমাত্র এই ধাপের ফলে একটি আনুপাতিক গুণক (scale factor) এই তীব্রতা মাপক রাশিমালায় প্রবেশ করে। তবে ইহাতে কোন অসুবিধা নাই যদিও এই ধাপের ফলে ব্যবর্তন ঝালরের তীব্রতা পরম ক্রমে (absolute scale) না মাপিয়া আপেক্ষিক ক্রমে (relative scale) মাপা হইবে। ইহা ছাড়াও ধরা হইয়াছে $Int \propto (Amp)^2$. এখানেও একটি আনুপাতিক গুণক ঢোকানো হইয়াছে। কাজেই এই সমস্ত আনুপাতিক গুণকের প্রভাব অগ্রাহ্য করিয়া লেখা যাইতে পারে

$$Int = \frac{a^2 \sin^2 \phi}{\phi^2} = \frac{a^2 \sin^2 \left[\frac{\pi a}{\lambda} (\sin i + \sin \theta)\right]}{\left[\frac{\pi a}{\lambda} (\sin i + \sin \theta \right]^2} \tag{3.40}$$

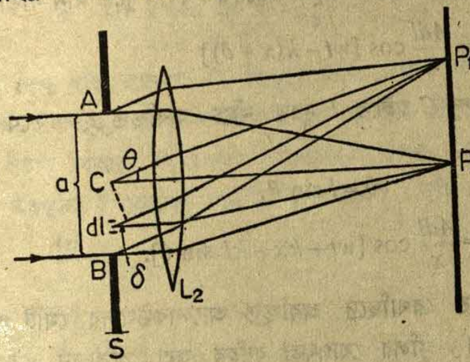
আলো যদি রেখাছিদ্র S এর তলের অভিলম্বে আপতিত হয় তবে $i = 0°$.

$$\text{সে ক্ষেত্রে} \quad Int = \frac{a^2 \sin^2 \left[\frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta \right]}{\left[\frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta \right]^2} \tag{3.41}$$

(এবার বীজগাণিতিক পদ্ধতিতে ব্যবর্তন ঝালরে আলোর তীব্রতা নির্ণয় করা হইবে।

৩.২৮ নং চিত্রে দেখানো হইয়াছে একটি সমান্তরাল আলোকরশ্মিমালা রেখাছিদ্র S এর উপর আপতিত হইয়াছে। হিসাবের সুবিধার জন্য এখানে

ধরা হইয়াছে যে এই ক্ষেত্রে আপতন কোণ 0° (চিত্র নং ৩.২২ এর মত)। ইহার ব্যতিক্রম হইলে প্রয়োজনীয় সংশোধন সহজেই করিয়া নেওয়া যাইতে পারে। রেখাছিদ্র S এর প্রস্থ AB সরলরেখার বিভিন্ন অংশে অবস্থিত



চিত্র ৩.২৮

আলোকউৎস হইতে যে সমস্ত রশ্মির উদ্ভব হয় তাহারা L_2 লেন্সের সাহায্যে ইহার ফোকাসতলে কেন্দ্রীভূত হয়। একপ্রস্থ সমান্তরাল রশ্মিমালা একটি বিন্দুতে কেন্দ্রীভূত হইবে। চিত্রে এইরূপ দুই প্রস্থ রশ্মিমালা এবং ফোকাসতলে তাহাদের অবস্থান P_0 এবং P_1 দেখানো হইয়াছে। যদি এই ফোকাসতলে কোনও একটি বিন্দুতে আলোকতীব্রতা নির্ণয় করিতে হয় তবে সেখানে এই সমান্তরাল আলোকরশ্মিমালার লব্ধি বাহির করিতে হইবে। AB সরলরেখার মধ্যস্থানে C বিন্দুর সংলগ্ন ক্ষুদ্র অংশে যে তরঙ্গের উদ্ভব হইবে তাহার বিস্তার এই অংশের প্রস্থ dl এর সমানুপাতিক এবং C হইতে P_1 এর দূরত্ব x এর ব্যস্তানুপাতিক হইবে। কাজেই P_1 বিন্দুতে এই তরঙ্গের ভ্রংশ y_1 লেখা যাইতে পারে]

$$y_1 = \frac{Adl}{x} \cos (wt - kx) \tag{3.42}$$

এখানে A C বিন্দুতে উৎপন্ন তরঙ্গের বিস্তার, w = বৃত্তীয় কম্পনসংখ্যা। C হইতে খানিকটা নীচে অনুরূপ একটি অংশ dl হইতে যে তরঙ্গ সৃষ্ট হইবে তাহার প্রভাব P_1 বিন্দুতে খানিকটা অন্যরকম হইবে। এই ক্ষেত্রে x এর কিছু পরিবর্তন হইতেছে ; কিন্তু পরীক্ষা ব্যবস্থায় x দূরত্বটি প্রস্থ a এর তুলনায় এতই বেশী যে x এর এই পরিবর্তনের প্রভাব বিস্তারের ক্ষেত্রে ধর্তব্য নহে। কিন্তু দশার পরিবর্তনের বেলায় এই কথা খাটে না। λ দৈর্ঘের পথ পরিবর্তনের

জন্য (অর্থাৎ 10^{-5} cm জাতীয় পথের জন্য) দশা একটি পূর্ণ চক্র (full cycle) পরিবর্তিত হয়। সুতরাং পথের এই পরিবর্তনের পরিমাণ যদি δ হয় তবে এই অংশ হইতে উদ্ভূত তরঙ্গের P_1 বিন্দুতে মান দাড়াইবে

$$y_2 = \frac{Adl}{x} \cos\,[wt - k(x+\delta)]$$

যদি আলোচ্য বিন্দু C হইতে l দূরত্ব নীচে অবস্থিত হয় তবে চিত্র হইতে দেখা যাইবে

$$\delta = l \sin\theta.$$

$$\therefore\quad y_2 = \frac{Adl}{x} \cos\,[wt - kx - kl\sin\theta]. \qquad (3.43)$$

সুতরাং সমস্ত রেখাছিদ্রে অবস্থিত আলোকউৎসের মোট প্রভাব বাহির করিতে এই সমস্ত y গুলির যোগফল বাহির করা প্রয়োজন এবং সমাকলন দ্বারা এই যোগফল পাওয়া যাইতে পারে। হিসাবের সুবিধার জন্য AB র মধ্যবিন্দু C কে কেন্দ্র করিয়া ইহার উপরে এবং নীচে দুইটি খণ্ডের যোগফল বাহির করিলে ইহাদের মান দাড়াইবে

$$\begin{aligned} y = y_+ + y_- &= \frac{Adl}{x}\,[\cos\,(wt - kx - kl\sin\theta) \\ &\qquad + \cos\,(wt - kx + kl\sin\theta)] \\ &= \frac{2Adl}{x}\,[\cos\,(wt-kx)\cos\,(kl\sin\theta)]. \qquad (3.44) \end{aligned}$$

এইরূপ একজোড়া খণ্ডের যোগফল বাহির করিয়া নিয়া এইবার l এর মান 0 এবং $a/2$ সীমার (limit) মধ্যে সমাকলন করিলে সমস্ত রেখাছিদ্রের প্রভাব বাহির হইবে। এই লব্ধি ভ্রংশ যদি Y হয় তবে লেখা যাইতে পারে

$$Y = \frac{2A}{x}\int_0^{a/2} \cos\,(wt-kx)\cos\,(kl\sin\theta)\,dl$$

$$Y = \frac{2A}{x}\cos\,(wt-kx)\int_0^{a/2} \cos\,(kl\sin\theta)\,dl.$$

$$= \frac{2A}{x}\cos\,(wt-kx)\left[\frac{\sin\,(kl\sin\theta)}{k\sin\theta}\right]_0^{a/2}$$

$$=\frac{2A}{x}\ \frac{\sin\left(\frac{ka}{2}\sin\theta\right)}{k\sin\theta}\cos(wt-kx)$$

$$=\frac{Aa}{x}\ \frac{\sin\frac{1}{2}(ka\sin\theta)}{\frac{1}{2}(ka\sin\theta)}\cos(wt-kx) \qquad (3.45)$$

সুতরাং দেখা যাইতেছে যে P_1 বিন্দুতে লব্ধি ভ্রংশ একটি সরল দোলগতি সম্পন্ন কম্পন এবং ইহার কম্পাঙ্ক রেখাছিদ্রের আলোক উৎসগুলির কম্পাঙ্কের সমান আর ইহার বিস্তার P_1 বিন্দুর অবস্থানের উপর নির্ভর করে, কারণ P_1 বিন্দুর অবস্থান θ কোণের মান নির্ণয় করিবে। যদি লেখা যায়

$$\frac{Aa}{x}=A_0\ ;\ \ \frac{1}{2}ka\sin\theta=\phi$$

তাহা হইলে দাড়ায়

$$Y=\frac{A_0\sin\phi}{\phi}\ \cos(wt-kx) \qquad (3.46)$$

পূর্বের লেখচিত্রীয় পদ্ধতি হইতে দেখা গিয়াছে যে রেখাছিদ্রের দুই প্রান্তের রশ্মি দুইটির মধ্যে দশা পার্থক্য 2ϕ. এই দশা পার্থক্য

$$2\phi=\frac{2\pi a}{\lambda}\sin\theta.$$

কাজেই θ কোণের পরিবর্তনের সঙ্গে সঙ্গে এই দশা পার্থক্যেরও পরিবর্তন হইতে থাকিবে এবং লব্ধি ভ্রংশের বিস্তারও অনুরূপভাবে পরিবর্তিত হইবে। আরও দেখা যায় যে কোনও একটি পরীক্ষায় যদি রেখাছিদ্রটি আলো দ্বারা সমভাবে আলোকিত করা হয় তবে $\frac{A}{x}$ এর মান প্রায় ধ্রুবক থাকিবে (কারণ P_1 এর বিভিন্ন অবস্থানের পক্ষে x এর মানের পরিবর্তন ধর্তব্য নয়)। সুতরাং এখানেও যদি লেখা হয়

$$\frac{Aa}{x}=ka=a\ (k=1)$$

তবে এখানেও শুধু একটি আনুপাতিক গুণক (scale factor) ঢোকানো হইবে। এবং ইহার ফলে আপেক্ষিক ক্রমে (relative scale) তীব্রতা মাপিতে কোনই অসুবিধা হইবে না। অতএব আলোর তীব্রতা *Int* লেখা চলে

$$Int=\frac{a^2\sin^2\phi}{\phi^2}. \qquad (3,47)$$

$$Int=\frac{a^2\sin^2\left[\frac{\pi a}{\lambda}(\sin\theta)\right]}{\left[\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta\right]^2} \qquad (3.48)$$

যদি আলো রেখাছিদ্রের উপর i কোণে আপতিত হয় তবে পথ পার্থক্যের মান হইবে

$$\delta = a\,(\sin i + \sin \theta)$$

এবং সহজেই দেখা যাইবে যে এক্ষেত্রে তীব্রতার মান হইবে

$$Int = \frac{a^2 \sin^2 \left[\frac{\pi a}{\lambda}(\sin i + \sin \theta)\right]}{\left[\frac{\pi a}{\lambda}(\sin i + \sin \theta)\right]^2} = \frac{a^2 \sin^2 \phi}{\phi^2} \qquad (3.49)$$

এখানে $\phi = \frac{\pi a}{\lambda}(\sin i + \sin \theta)$

কাজেই দেখা যাইতেছে যে লেখাচিত্রীয় এবং বীজগাণিতিক দুই পদ্ধতি দ্বারা স্বভাবতই একই ফলে উপনীত হওয়া গিয়াছে।

ব্যবর্তন ঝালরে আলোকতীব্রতার চরম এবং অবম অবস্থান নির্ণয় (Determination of positions of maximum and minimum intensity in the diffraction pattern).

পর্দায় যদি P_0P_1 দিকে যাওয়া যায় (অর্থাৎ রেখাছিদ্র S এর প্রস্থের সমান্তরালে) তবে চিত্র হইতে দেখা যায় যে θ কোণের পরিবর্তন হইতে থাকে। আর আলোকতীব্রতা এই θ কোণের উপর নির্ভরশীল বলিয়া ইহার পরিবর্তনের সঙ্গে সঙ্গে চরম এবং অবম মানের মধ্য দিয়া যাইবে। ইহার তারতম্য তীব্রতার যে রাশি পাওয়া গিয়াছে তাহা হইতে নির্ণয় করা যায়।

অবম তীব্রতা (Intensity minima).

এইগুলির অবস্থান অতি সহজেই বাহির করা যায়। দেখা গিয়াছে

$$Int = \frac{a^2 \sin^2 \phi}{\phi^2}$$

সুতরাং এখানে যে যে ক্ষেত্রে লবের (numerator) মান শূন্য হইবে সেই সেই স্থানে তীব্রতাও শূন্য দাড়াইবে। সুতরাং অবম তীব্রতার সর্ত দাড়াইবে

$$\phi = n\pi$$

বা $$\frac{\pi a}{\lambda}(\sin i + \sin \theta) = n\pi$$

বা $$a\,(\sin i + \sin \theta) = n\lambda \qquad (3.50)$$

এখানে $n =$ অখণ্ড সংখ্যা, ধনাত্মক ও ঋণাত্মক $= \pm 1,\ \pm 2$ ইত্যাদি।

এই সমস্ত অবস্থানে আলোর তীব্রতা শূন্য হইবে।

চরম তীব্রতা (Intensity maxima).

কিন্তু এই শ্রেণীতে যখন $n=0$ হয় তখন লব ও হর (numerator and denominator) উভয়েই শূন্য দাড়ায় এবং সংখ্যাটি অনির্ধার্য (indeterminate) হইয়া দাড়ায়। এরূপ ক্ষেত্রে এই সংখ্যার মান নিরূপণ করিবার জন্য $\sin\phi$ কে একটি ঘাতশ্রেণী (power series) তে সম্প্রসারিত করিয়া ইহার মান নির্ণয় করিতে হয়। এইপ্রকার হিসাব করিলে পাওয়া যায়

$$\frac{\sin\phi}{\phi}=1 \text{ for } n=0$$

এইটি হইবে প্রধান (principal) অথবা কেন্দ্রীয় চরম তীব্রতার ঝালর।

মনে হইতে পারে যে লব $\sin\phi$ যে যে স্থানে চরম হইবে আলোর তীব্রতাও সেই সমস্ত স্থানেই চরম হইবে। কিন্তু সেটা ঠিক নয়, কারণ সঙ্গে সঙ্গে হর ϕ ও পরিবর্তিত হইতে থাকিবে। সুতরাং $\frac{\sin\phi}{\phi}$ রাশিটিকে অন্তরকলন করিয়া প্রাপ্ত রাশি যদি শূন্যের সমান ধরা যায় তবে ঐ সমীকরণ হইতে চরম তীব্রতার অবস্থান নির্ণয় করা যাইবে।

$$\frac{d}{d\phi}\left(\frac{\sin\phi}{\phi}\right)=\frac{\phi\cos\phi-\sin\phi}{\phi^2}=0.$$

বা $\quad \phi\cos\phi=\sin\phi$

বা $\quad \phi=\tan\phi. \qquad (3.51)$

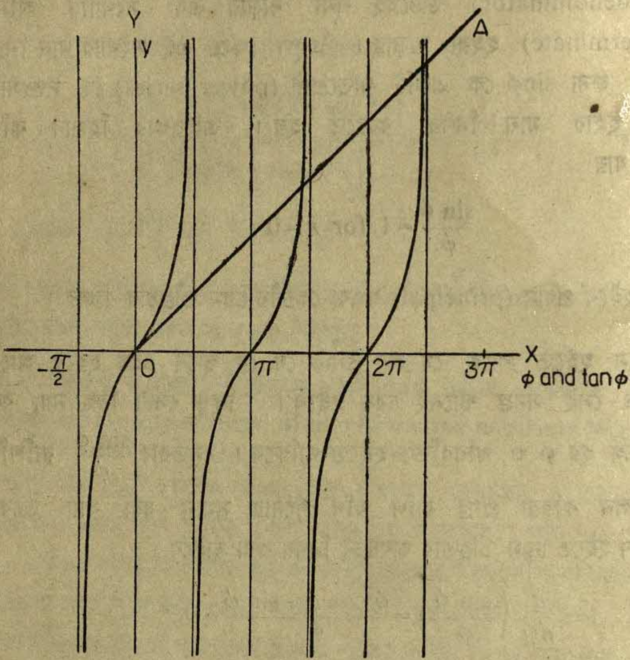
লেখাচিত্রীয় পদ্ধতিতে এই সমীকরণ সমাধান করিতে নিম্নলিখিত দুইটি লেখাচিত্র আঁকিতে হইবে।

$$y=\phi$$

এবং $\quad y=\tan\phi$

এই দুইটি লেখাচিত্র যে সমস্ত বিন্দুতে ছেদ করিবে সেই সমস্ত বিন্দুতে $\phi=\tan\phi$ এই সর্ত পালিত হইবে। সুতরাং ঐ সমস্ত বিন্দুই এই সমীকরণের সমাধান। ইহাদের প্রথম লেখাচিত্রটি হইবে অক্ষ দুইটির যে কোনও একটির সহিত 45° কোণ করিয়া একটি সরলরেখা। দ্বিতীয় সমীকরণ হইতে অনন্ত সংখ্যক রেখা পাওয়া যায়। ইহাদের প্রত্যেকেই π বিস্তারের মধ্যে সীমাবদ্ধ, কিন্তু

প্রত্যেকটির এই সীমা আলাদা। ৩.২৯ চিত্রে এই দুই প্রকারের লেখচিত্র দেখানো হইয়াছে।



চিত্র ৩.২৯

প্রথমটি OA সরলরেখা OX অথবা OY এর সহিত $45°$ কোণে অবস্থিত এবং এইটির সমীকরণ $y = \phi$.

দ্বিতীয় সমীকরণ $y = \tan \phi$ এর জন্য কয়েকটি রেখা (curve) অঙ্কন করা হইয়াছে। প্রথম রেখাটি $\frac{-\pi}{2}$ এবং $\frac{+\pi}{2}$ এর মধ্যে সীমাবদ্ধ এবং অক্ষদ্বয়ের মূল বিন্দু (origin of coordinates) O দিয়া গমন করিতেছে। X অক্ষের ধনাত্মক দিকে দ্বিতীয় রেখাটি $x = \frac{+\pi}{2}$ এবং $\frac{+3\pi}{2}$ এই দুই সরলরেখার মধ্যে সীমাবদ্ধ। এইরূপ π বিস্তারের অনন্তসংখ্যক রেখা আকা যাইতে পারে। OA সরলরেখাটি প্রতিটি দ্বিতীয় শ্রেণীর রেখাকে একটি বিন্দুতে ছেদ করিয়াছে ; আর এই বিন্দুগুলিই আলোকতীব্রতার চরম অবস্থান হইবে। সুতরাং দেখা যাইতেছে যে দ্বিতীয় রেখাটি OA সরলরেখাকে যেখানে

ছেদ করিয়াছে তাহার মান $\frac{3\pi}{2}$ নয়, ইহার চেয়ে সামান্য একটু কম। তৃতীয় রেখার বেলায়ও এই ছেদবিন্দু $\frac{5\pi}{2}$ এর অপেক্ষা সামান্য কিছু কম। অতএব পূর্বে যে বলা হইয়াছে যে $\phi=(2n+1)\frac{\pi}{2}$ সমীকরণ দ্বারা চরম তীব্রতার অবস্থান নির্ণীত হয় না তাহা এই লেখাচিত্র হইতে সমর্থিত হয়। এই লেখাচিত্রের সাহায্যে সমাধান হইতে চরম তীব্রতার যে অবস্থান পাওয়া যায় তাহা নিম্নের তালিকায় দেওয়া হইল। আবার এই সমাধান হইতে ঝালরগুলির আপেক্ষিক তীব্রতাও বাহির করা যায়। মোটামুটিভাবে (approximately) যদি হিসাব করা যায় তবে দেখিতে পাওয়া যাইবে যে দ্বিতীয় চরম তীব্রতা প্রথমটির তুলনায় $\frac{1}{\left(\frac{3\pi}{2}\right)^2}$ গুণ হইবে; তৃতীয়টি হইবে $\frac{1}{\left(\frac{5\pi}{2}\right)^2}$ গুণ। এই হিসাবে স্থূলভাবে (grossly) ধরা হইয়াছে যে চরম তীব্রতার অবস্থান নির্ণীত হইবে $\phi=(2n+1)\frac{\pi}{2}$ এই সমীকরণ দ্বারা। এই সমীকরণ অবশ্য সম্পূর্ণ সত্য নয়। তবে ইহাতে প্রকৃত অবস্থা হইতে খুব সামান্যই পার্থক্য হইবে যাহার ফলে মোটামুটি আলোকতীব্রতা এই সমীকরণের সাহায্যে হিসাব করিলে খুব ভুল হইবে না। তালিকায় 0 ক্রমের অর্থাৎ প্রধান ঝালরের তীব্রতা 1 ধরা হইয়াছে।

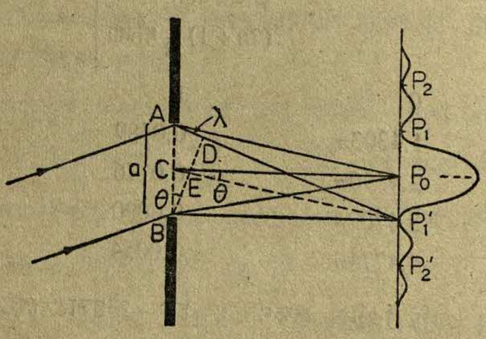
ঝালরের ক্রম	ϕ এর মান	ঝালরের আলোক তীব্রতা	
		ϕ এর মান $(2n+1)\frac{\pi}{2}$ ধরিয়া	ϕ এর প্রকৃত মান ধরিয়া
0	0	1	1
1	1.4303π	0.0489	0.0472
2	2.4590π	0.0176	0.0165
3	3.4709π	0.0090	0.0083
4	4.4774π	0.0054	0.0050

এখানে একটি জিনিষ লক্ষণীয়। চরম তীব্রতার ক্ষেত্রে ϕ এর মান $(2n+1)\frac{\pi}{2}$ হইতে আলাদা হইলেও ঝালরের ক্রম যত বাড়িতে থাকে ততই ইহা $(2n+1)\frac{\pi}{2}$ এর নিকটবর্তী হয়। ইহার কারণ লেখাচিত্র হইতে স্পষ্ট

হইবে। $y = \tan\phi$ সমীকরণ দ্বারা যে রেখাগুলি পাওয়া যায় তাহারা $y = \phi$ সরলরেখাকে ছেদ করিবার ব্যাপারে দেখা যায় ঝালরের ক্রম যত বাড়ে এই ছেদবিন্দুগুলিতেও y এর মান ততই বাড়িতে থাকে। ইহার ফলে সরলরেখাটি $\tan\phi$ রেখাগুলিকে ক্রমশ বেশী উপরদিকে ছেদ করিতে থাকে। $\tan\phi$ রেখাগুলির উপরের দিক ক্রমশঃ $(2n+1)\frac{\pi}{2}$ সরলরেখার দিকে অগ্রসর হয়। সুতরাং ঝালরের ক্রম বাড়িবার সঙ্গে সঙ্গে ϕ এর মানও ক্রমশ $(2n+1)\frac{\pi}{2}$ এর নিকটবর্তী হইতে থাকে। ইহার ফলে আরও একটি ব্যাপারের সৃষ্টি হয়। দুইটি পাশাপাশি ঝালরের শূন্য তীব্রতার মধ্যের দূরত্ব সব ঝালরের ক্ষেত্রেই সমান। কিন্তু ইহাদের চরম তীব্রতার মধ্যের দূরত্ব সমান নহে ; ঝালরের ক্রম বাড়িবার সঙ্গে ইহা কমিতে থাকে এবং শেষে একটি ধ্রুবক মানে আসিয়া যায় ; এই ধ্রুবক দূরত্ব শূন্য তীব্রতার দূরত্বের সমান।

তালিকার আলোক তীব্রতার মান হইতে দেখা যায় যে ঝালরের ক্রম বাড়িবার সঙ্গে সঙ্গে তীব্রতা খুব দ্রুত হ্রাস পাইতে থাকে। প্রথম ঝালরের তীব্রতা 1 ধরা হইলে দ্বিতীয় ও তৃতীয়টি যথাক্রমে 0.047 এবং 0.0165 অর্থাৎ 5 এবং $1\frac{1}{2}$ শতাংশের মত হইবে। ফলে সাধারণ পরীক্ষা ব্যবস্থায় এই জাতীয় ব্যবর্তনে খুব কম সংখ্যক ঝালর দেখা যায়।

একক রেখাছিদ্রে ফ্রনহফার ব্যবর্তন ঝালরের উৎপত্তির কারণ নিম্নলিখিতরূপেও বুঝিতে পারা যায়। ৩.৩০ নং চিত্রে রেখাছিদ্রের প্রস্থ AB দেখানো হইয়াছে ; ইহার উপর একটি সমান্তরাল রশ্মিমালা আপতিত হইয়াছে। এই



চিত্র ৩.৩০

ব্যবস্থায় ব্যবহৃত লেন্সগুলি দেখানো হয় নাই। P_0 যদি কেন্দ্রীয় ঝালর হয় তবে রেখাছিদ্রের সমস্ত বিন্দু হইতে উদ্ভূত আলোকরশ্মির পথই এই

P_0 বিন্দু পর্য্যন্ত সমান হওয়ায় তাহারা একই দশায় এই স্থানে পৌছায় ; ফলে এই স্থানের আলোকতীব্রতা চরম হয়। পাশে P_1' বিন্দুর কথা ধরা যাক। P_1' এর অবস্থান এরুপ যে A এবং B হইতে P_1' এ আগত রশ্মি দ্বয়ের পথপার্থক্য λ $(AD=\lambda)$. এই স্থানের তীব্রতা হইবে শূন্য। ইহার কারণ অনুসন্ধানের জন্য AB প্রস্থকে দুই সমানভাগে যদি ভাগ করা যায় তবে এই দুই ভাগ হইতে নির্গত রশ্মির P_1' বিন্দুতে প্রভাব হিসাব করা যাইতে পারে। উপরের অর্ধেক অংশের প্রথম রশ্মি এবং নীচের অর্ধেকের প্রথম রশ্মির কথা যদি চিন্তা করা যায় তবে P_1' বিন্দুতে ইহাদের পথপার্থক্য হইবে $\frac{\lambda}{2}$. সুতরাং ইহারা উভয়ে মিলিয়া P_1' বিন্দুতে শূন্য তীব্রতার সৃষ্টি করিবে। এইরূপে যদি দুই অর্ধেকের বিভিন্ন স্থানের সংশ্লিষ্ট রশ্মিদ্বয় ধরা হয় তবে তাহারা পরস্পরকে ধ্বংস করিবে। ফলে P_1' বিন্দুতে মোট তীব্রতা দাড়াইবে শূন্য। যদি P_2' বিন্দুর কথা ধরা হয় যাহাতে $AP_2'-BP_2'=2\lambda$ তবে এইক্ষেত্রে AB প্রস্থকে সমান চারভাগে ভাগ করিয়া এই পদ্ধতি প্রয়োগ করিতে হইবে। প্রথম এবং দ্বিতীয় অংশ পরস্পরকে ধ্বংস করিবে এবং তৃতীয় অংশ চতুর্থকে ধ্বংস করিবে। ফলে এই স্থানেও শূন্য আলোকতীব্রতা হইবে। কিন্তু P_1' এবং P_2' এর মাঝে যদি এমন একটি বিন্দুর কথা ধরা যায় যেখানে A এবং B হইতে আগত রশ্মি দুইটির পথপার্থক্য $\frac{3\lambda}{2}$, তবে এইক্ষেত্রে AB প্রস্থ তিনটি সমান ভাগে বিভক্ত করিতে হইবে। ইহার পরপর অবস্থিত দুইটি অংশ পরস্পরকে ধ্বংস করিলেও তৃতীয়টি তাহার প্রভাব বিস্তার করিবে ; ফলে এই বিন্দুতে আলোর তীব্রতা শূন্য হইবে না। আর ইহা প্রায় চরম হইবে তাহা এমনিতেই অনুমান করা যায়। এইরূপ যুক্তির সমর্থনে বলা যাইতে পারে যে এই পদ্ধতিতে প্রাপ্ত ফল পরীক্ষালব্ধ ফলের সহিত সুন্দরভাবে মিলিয়া যায়।

৩.৩০ নং চিত্র হইতে দেখা যায় যে অবম তীব্রতার ঝালরগুলির সমীকরণ লেখা যায়

$$a \sin \theta = n\lambda \qquad n=1,\ 2,\cdots -1,\ -2\cdots$$

এখানে আপতন কোণ 0° ধরা হইয়াছে। তাহা না হইলে প্রয়োজনীয় পরিবর্তন সহজেই করিয়া লওয়া যায়।

সুতরাং $a \sin \theta_1 = \lambda$ প্রথম অবম তীব্রতার ঝালর

$a \sin \theta_2 = 2\lambda$ দ্বিতীয় অবম তীব্রতার ঝালর

$$\therefore \quad \sin \theta_1 \sim \sin \theta_2 = \frac{\lambda}{a}$$

যেভাবে এই পরীক্ষা করা হয় তাহাতে θ কোণের মান খুবই ছোট হইয়া থাকে এবং $\sin\theta=\theta$ লেখা যায়। ফলে দাড়ায়

$$\theta_1-\theta_2=\frac{\lambda}{a} \tag{3.52}$$

সুতরাং একটি ঝালরের কৌণিক (angular width) প্রস্থ (অবম তীব্রতার মধ্যে) দাড়ায় $\frac{\lambda}{a}$. L_2 লেন্সের ফোকাস দূরত্ব (চিত্র নং ৩.২২) যদি f হয় তবে ঝালরের রৈখিক প্রস্থ w (linear width) হইবে

$$w=\frac{f\lambda}{a} \tag{3.53}$$

এই সমীকরণ হইতে দেখা যায় যে ঝালরের প্রস্থ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সমানুপাতিক এবং রেখাছিদ্রের প্রস্থের ব্যস্ত্যানুপাতিক। ইহা ভিন্ন এই প্রস্থ ফোকাস দূরত্বেরও সমানুপাতিক। কাজেই সাদা আলো ব্যবহার করিলে কেন্দ্রীয় ঝালর ছাড়া অন্যান্যগুলি রঙীন হইবে এবং বিচ্ছুরণের জন্য কেন্দ্র হইতে বাহিরের দিকে গেলে অধিস্থাপনের (overlapping) জন্য ঝালরের স্পষ্টতা দ্রুত কমিয়া আসিবে। একটি উদাহরণ নিলে দেখা যায় যে যদি S রেখাছিদ্রের প্রস্থ হয় 0·1 mm, এবং L_2 লেন্সের ফোকাস দূরত্ব হয় 100 cm তবে 6000 A° তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের আলো ব্যবহার করিলে ঝালরের রৈখিক প্রস্থ হইবে

$$w=\frac{100\times6\times10^{-5}}{1\times10^{-2}}=6\times10^{-1}=0{\cdot}60\text{ cm.}$$

যদি রেখাছিদ্রের প্রস্থ বাড়াইয়া 1 mm করা হয় তবে প্রস্থ w দাড়াইবে

$$w=0{\cdot}60\text{ mm.}$$

এই পরীক্ষায় S_1 রেখাছিদ্রের প্রস্থেরও একটি গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা আছে। S_1 এর প্রস্থ যদি নগণ্য হয় তবে ধরা যায় যে ইহা হইতে একটি মাত্র সমান্তরাল রশ্মিমালা S রেখাছিদ্রের উপর আপতিত হইবে। কিন্তু S_1 এর যদি পরিমিত (finite) প্রস্থ হয় তবে ইহার প্রতিটি রেখার জন্য একগুচ্ছ সমান্তরাল রশ্মি নির্গত হইবে এবং ইহারা বিভিন্ন কোণে S এর উপর আপতিত হইবে আর ইহার ফলে প্রতিটি রেখার জন্য এক শ্রেণীর ঝালর উৎপন্ন হইবে। এই ঝালরশ্রেণী সমূহ পরস্পরের তুলনায় কিছু সরিয়া অবস্থান করিবে যাহার ফলে ঝালরের স্পষ্টতা কমিয়া যাইবে। সুতরাং S_1 রেখাছিদ্রের প্রস্থও কম রাখা প্রয়োজন। অবশ্য এই প্রস্থ খুব কমাইলে আপতিত আলোর পরিমাণও আনুপাতিকভাবে কমিয়া যাইবে এবং ঝালরশ্রেণীর দৃশ্যতাও সঙ্গে সঙ্গে কমিয়া

যাইবে। সুতরাং এই প্রস্থ একটি অনুকূল (optimum) মানে রাখিতে হইবে।

এই প্রস্থের আলোচনা প্রসঙ্গে লক্ষণীয় যে কেন্দ্রীয় ঝালরটির প্রস্থ অন্যান্য ঝালরের প্রস্থের দ্বিগুণ। ইহা হইতেই এই জাতীয় ব্যবর্তন ঝালরকে ব্যতিচার ঝালর হইতে সহজেই আলাদা বলিয়া চেনা যায়। এই দ্বিগুণ প্রস্থের কারণ অনুসন্ধান করিলে দেখা যায় যে প্রস্থের নির্ণয় করা হয় নিম্নলিখিত সমীকরণ হইতে

$$a \sin \theta = n\lambda \quad \rightarrow \text{অবম তীব্রতার ঝালর}$$

এখানে n এর মান 1, 2, -1, $-2\cdots$ প্রভৃতি

কিন্তু এই সমীকরণে $n=0$ ক্ষেত্রে অবম তীব্রতার পরিবর্তে চরম তীব্রতা হয়। সুতরাং এই স্থানে ঝালরের প্রস্থও দ্বিগুণ দাড়ায়।

আয়তকার ক্ষুদ্র ছিদ্রে ফ্রনহফার ব্যবর্তন (Fraunhofer diffraction at a small rectangular aperture).

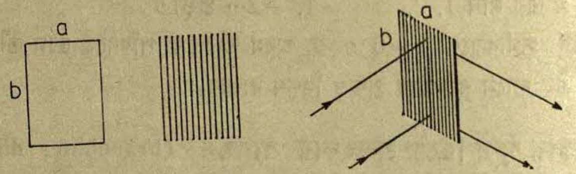
রেখাছিদ্রে ব্যবর্তন আলোচনা করিবার সময় ধরা হইয়াছে যে ইহার দৈর্ঘ্য প্রস্থের তুলনায় অনেকগুণ বড়, ফলে এই দৈর্ঘ্যের দিকে আপতিত তরঙ্গমুখের সমস্তটাই পারগত হয় এবং এই জন্য এই মাত্রায় (dimension) কোনও ব্যবর্তনের উৎপত্তি হয় না। এজন্য তীব্রতার হিসাব করিবার সময় রেখাছিদ্রের দৈর্ঘ্যের অভিলম্বে একটি ছেদ নিয়া ধরা হইয়াছে যে এই ছেদের উপর এবং অত্যন্ত নিকটে যে সমস্ত তরঙ্গের উদ্ভব হয় তাহারাই লেন্সের ফোকাসতলে প্রভাব বিস্তার করে। কিন্তু যদি একটি আয়তাকার ক্ষুদ্র ছিদ্র দিয়া ইহাতে ফ্রনহফার ব্যবর্তনের কথা বিবেচনা করা হয় তবে সহজেই অনুমান করা যায় যে এই ক্ষেত্রে উভয় মাত্রায়ই আপতিত তরঙ্গমুখ পারগমে বাধা পাইবে এবং ইহার ফলে উভয় দিকেই ব্যবর্তনের সৃষ্টি হইবে। ধরা যাক যে আয়তাকার এই ক্ষুদ্র ছিদ্রের দৈর্ঘ্য b এবং প্রস্থ a এবং ইহারা উভয়েই ক্ষুদ্র (চিত্র নং ৩.৩১)। আলোর তীব্রতার হিসাব করিতে সহজভাবে পূর্ববর্ণিত রেখাছিদ্রের বেলায় ব্যবহৃত পদ্ধতি এখানেও কাজে লাগানো যাইতে পারে।

এই ক্ষুদ্র আয়তাকার ছিদ্রটি দৈর্ঘ্যের সমান্তরাল রেখা দ্বারা কিছু সংখ্যক রেখাছিদ্রে বিভক্ত করা চলিতে পারে। এই বিভাগের ফলে ছিদ্রটি অনেকগুলি রেখাছিদ্রের সমষ্টিতে পরিণত হইবে এবং এই রেখাছিদ্র প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য হইবে b এবং প্রস্থ খুব অল্প হইবে (কতগুলি ভাগে ছিদ্রটিকে বিভক্ত করা হইয়াছে তাহার উপর প্রস্থ নির্ভর করিবে)। এইবার যদি একটি সমান্তরাল রশ্মিমালা

এই ছিদ্রের একটির দৈর্ঘ্যের সহিত $90° - i$ কোণে আপতিত হয় এবং ব্যবর্তনের পর $90° - \theta$ কোণে নির্গত হয় তবে লেন্সের ফোকাসতলে যে ভ্রংশের সৃষ্টি হইবে তাহার বিস্তার A দাড়াইবে

$$A = \frac{b \sin \alpha}{\alpha} \tag{3.54}$$

এখানে $2\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} b (\sin i + \sin \theta)$. অর্থাৎ 2α পারগত রশ্মির প্রান্তিক দুইটির মধ্যের দশা পার্থক্য। ইহা রেখাছিদ্রের পূর্বের আলোচনা হইতে সরাসরি পাওয়া যায়।



চিত্র ৩.৩১

প্রতিটি রেখাছিদ্র হইতে এইরূপ বিস্তার Aর একটি তরঙ্গের উদ্ভব হইবে। ইহারা পরস্পর সমান হইলেও ইহাদের দশা-পার্থক্য বর্ত্তমান থাকিবে। কারণ ধরা যায় যে আপতিত আলো ছিদ্রের প্রস্থের সহিত $90° - i'$ কোণে আপতিত হইয়া $90° - \theta'$ কোণে ব্যবর্তিত হইতেছে। ইহার ফলে প্রতিটি রেখাছিদ্র হইতে যে আলো ব্যবর্তিত হইতেছে তাহার দশার পরিবর্তন হইতেছে। সুতরাং ঐ পূর্বের ব্যবহৃত একই পদ্ধতির সাহায্যে লেখা যায় যে ইহারা লেন্সের ফোকাসতলে যে লব্ধ ভ্রংশের সৃষ্টি করিবে তাহার বিস্তার A' দাড়াইবে—

$$A' = \frac{Aa \sin \phi}{\phi} \tag{3.55}$$

এখানে $2\phi = \frac{2\pi}{\lambda} a (\sin i' + \sin \theta')$

অর্থাৎ ইহা রেখাছিদ্রগুলির প্রান্তিক দুইটি হইতে উৎপন্ন দুইটি তরঙ্গের দশা-পার্থক্য। কাজেই দাড়াইতেছে

$$A' = ab \frac{\sin \alpha \sin \phi}{\alpha \phi} \tag{3.56}$$

এবং আলোক তীব্রতা I হইবে

$$I = a^2 b^2 \frac{\sin^2 \alpha \sin^2 \phi}{\alpha^2 \phi^2} \tag{3.57}$$

আলোক তীব্রতার এই রাশিমালা হইতে দেখা যাইতেছে যে ইহা দুইটি গুণকের উপর নির্ভরশীল। এই দুইটি গুণকের প্রতিটিই পূর্ববর্ণিত রেখাছিদ্রের ব্যবর্তন ঝালরের সৃষ্টি করিবে। কাজেই $\frac{b \sin \alpha}{\alpha}$ যে ঝালরশ্রেণী সৃষ্টি করিবে তাহারা ছিদ্রের প্রস্থ aএর সমান্তরাল হইবে। আবার $\frac{a \sin \phi}{\phi}$ গুণকের জন্য যে ঝালর-শ্রেণী উৎপন্ন হইবে তাহারা দৈর্ঘ্য b এর সমান্তরাল হইবে। ইহার ফলে আয়তাকার আকৃতির কতকগুলি ঝালরের উৎপত্তি হইবে।

এই রাশিমালার মধ্যে $\frac{b \sin \alpha}{\alpha}$ গুণকের জন্য যে ঝালরশ্রেণী উৎপন্ন হয় তাহার প্রস্থ w_1 লেখা যাইবে

$$w_1 = \frac{\lambda}{b}$$

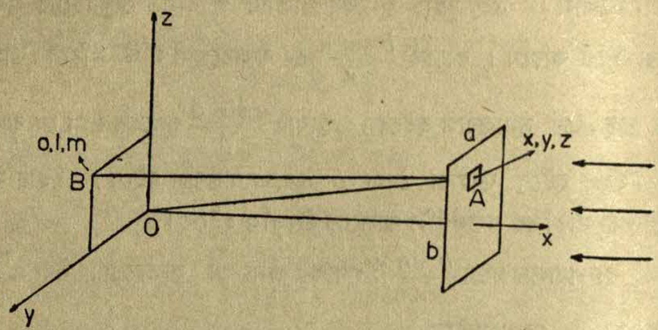
সুতরাং ইহাদের প্রস্থ b এর ব্যস্ত্যানুপাতিক, অর্থাৎ ছিদ্রের দৈর্ঘ্যের ব্যস্ত্যানুপাতিক।

আবার $\frac{a \sin \phi}{\phi}$ গুণকের জন্য যে ঝালরশ্রেণীর সৃষ্টি হয় তাহাদের প্রস্থ w_2 লেখা যায়

$$w_2 = \frac{\lambda}{a}$$

সুতরাং ইহাদের প্রস্থ ছিদ্রের প্রস্থ a এর ব্যস্ত্যানুপাতিক। অতএব আয়তাকার ঝালরগুলি ছিদ্রের আকৃতির হইবে। কিন্তু ইহাদের আপেক্ষিক দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থ ছিদ্রের দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থের সহিত 90° কোণ করিয়া অবস্থান করিবে। এই জাতীয় ঝালর ঠিকমত উৎপন্ন করিতে হইলে S_1 রেখাছিদ্রের স্থানে একটি উজ্জল বিন্দু উৎস ব্যবহার করা দরকার ; রেখাছিদ্র ব্যবহার করিলে ইহার প্রতিটি বিন্দুর জন্য একটি পূর্ববর্ণিত ঝালরশ্রেণীর সৃষ্টি হয় এবং ইহারা পরস্পরের তুলনায় সরিয়া থাকায় ঝালরের স্পষ্টতা নষ্ট হইয়া যায়। রেখাছিদ্রের ঝালরের আলোচনায় বলা হইয়াছে যে ঝালর সৃষ্টি করিবার জন্য আলোকউৎস হিসাবে একটি বিন্দু ব্যবহার করিলেই চলে। তবে ইহাতে ঝালরের ঔজ্জ্বল্য খুব কম হয়। ঔজ্জ্বল্য বাড়াইবার জন্য রেখাছিদ্রের আকৃতির আলোক উৎস ব্যবহার করিতে হয় এবং এই উৎস ব্যবর্তন সৃষ্টিকারী উৎসের সমান্তরাল হওয়া দরকার। কিন্তু উপরোক্ত কারণের জন্য আয়তাকার ছিদ্রের ক্ষেত্রে রেখাছিদ্রের আকৃতির উৎসের স্থানে বিন্দুর আকারের আলোক উৎস ব্যবহার করিতে হয়। সুতরাং উজ্জ্বল ঝালর সৃষ্টির জন্য এই আলোক বিন্দুর ঔজ্জ্বল্য যথাসম্ভব বেশী করা দরকার।

এই ফল বীজগাণিতিক পদ্ধতিতেও পাওয়া যাইতে পারে।



চিত্র ৩.৩২

৩.৩২ নং চিত্রে ab একটি আয়তাকার ছিদ্র ; ইহার দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থ যথাক্রমে b এবং a. এই ছিদ্রের উপর একটি সমান্তরাল রশ্মিমালা অভিলম্বে আপতিত হইয়া ব্যবর্তনের পর L_2 লেন্সের ফোকাসতলে একত্রিত হইতেছে। L_2 লেন্সটির ফোকাস দৈর্ঘ্য ছিদ্রের দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থের তুলনায় খুবই বেশী এবং ছিদ্র হইতে স্থানাঙ্ক অক্ষের উৎস O এর দূরত্বের সমান। L_2 লেন্সের ফোকাস বিন্দুকে স্থানাঙ্ক অক্ষের উৎস ধরা হইয়াছে। স্থানাঙ্ক অক্ষ তিনটি Ox, Oy এবং Oz দ্বারা বুঝানো হইয়াছে। Oyz তল ফোকাসতলের সম্পাতী। ছিদ্রে যে সমান্তরাল আলোকরশ্মিমালা আপতিত হইতেছে তাহার তরঙ্গমুখ তলীয় আকৃতির : ছিদ্রে ব্যবর্তনের পর এই তরঙ্গমুখ L_2 লেন্সের ফোকাসতলে একত্রিত হইতেছে। অতএব এই তরঙ্গমুখের আকৃতি হইবে গোলীয়। কিন্তু পূর্বেই বলা হইয়াছে যে লেন্স হইতে ফোকাসতলের দূরত্ব ছিদ্রের দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থের তুলনায় অনেকগুণ বেশী। সুতরাং এই গোলীয় তরঙ্গমুখের যে অংশ ছিদ্রদ্বারা নিয়ন্ত্রিত হয় তাহাকে মোটামুটি তলীয় বলিয়া গণ্য করা যাইতে পারে।

ছিদ্রের মধ্যে A বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া একটি ক্ষুদ্র অংশ নেওয়া হইল। ইহার A বিন্দুর স্থানাঙ্ক ধরা যাক $x, y, z.$ তাহা হইলে এই ক্ষুদ্র অংশের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ ধরা যাইতে পারে dz এবং dy· ছিদ্রের তলে A বিন্দুতে তরঙ্গের ভ্রংশ যদি ধরা যায় δY_A তবে লেখা যাইতে পারে

$$\delta Y_A = A \cos 2\pi \nu t. \qquad \nu = \text{আপতিত তরঙ্গের কম্পাঙ্ক ;}$$

তাহা হইলে L_2 লেন্সের ফোকাসতলের কোনও বিন্দু B এ এই ভ্রংশ লেখা যাইতে পারে

$$\delta Y_B = A \cos 2\pi\left(vt - \frac{d}{\lambda}\right) \tag{3.58}$$

এখানে $d = AB$ দূরত্ব। λ = তরঙ্গদৈর্ঘ্য।

এখানে দূরত্ব এবং কৌণিক আনতির (angle of inclination) জন্য বিস্তারের যে পরিবর্তন হয় তাহা অগ্রাহ্য করা হইয়াছে। কারণ AB দূরত্বের তুলনায় এই পরিবর্তন খুবই সামান্য।

B বিন্দুর স্থানাঙ্ক ধরা যাইতে পারে o, l, m. আর OA দূরত্ব D ধরা যাইতে পারে। তাহা হইলে পাওয়া যাইবে

$$D^2 = x^2 + y^2 + z^2 \tag{3.59}$$

$$\begin{aligned} d^2 &= x^2 + (y-l)^2 + (z-m)^2 \\ &= x^2 + y^2 + z^2 + l^2 + m^2 - 2yl - 2zm \\ &= D^2 + l^2 + m^2 - 2(yl + zm) \\ &\simeq D^2 - 2(yl + zm) \end{aligned} \tag{3.60}$$

এইরূপে লেখার কারণ l এবং m D দূরত্বের তুলনায় খুবই ছোট।

$$d^2 = D^2 \left[1 - \frac{2}{D^2}(yl + zm) \right]$$

$$d = D\left[1 - \frac{(yl+zm)}{D^2}\right]$$ উচ্চতর ঘাতের রাশিগুলি অগ্রাহ্য করিয়া

$$= D - \frac{(yl+zm)}{D} \tag{3.61}$$

কাজেই A বিন্দুতে অবস্থিত $dydz$ আয়তক্ষেত্র হইতে যে ভ্রংশ B বিন্দুতে আসিতেছে তাহাকে লেখা যাইতে পারে

$$\delta Y_B = A \cos 2\pi \left[vt - \frac{1}{\lambda}\left(D - \frac{yl+zm}{D}\right)\right] dydz \tag{3.62}$$

ইহার কারণ B বিন্দুতে যে ভ্রংশ আসিবে তাহা A বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া যে অংশ হইতে এই ভ্রংশ উদ্ভূত হইবে সেই অংশের ক্ষেত্রফলের উপর নির্ভর করিবে। সুতরাং B বিন্দুতে সমস্ত ছিদ্র হইতে আগত তরঙ্গমুখের মোট প্রভাব

নির্ণয় করিতে হইলে এই ভ্রংশকে সমাকলন করিতে হইবে। এই মোট ভ্রংশ Y_B লেখা যায়

$$Y_B = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} A \cos 2\pi \left[\nu t - \frac{1}{\lambda} \left(D - \frac{yl + zm}{D} \right) \right] dy dz \qquad (3.63)$$

হিসাবের সুবিধার জন্য এখানে ধরা হইয়াছে যে A বিন্দুটি ab আয়তক্ষেত্রের মধ্যস্থলে অবস্থিত ; অতএব সমাকলনের সীমা নেওয়া হইয়াছে $\pm\frac{a}{2}$ এবং $\pm\frac{b}{2}$.

এবার ধরা যাক $2\pi\left(\nu t - \frac{D}{\lambda}\right) = u$ এবং $\frac{2\pi}{\lambda D} = v$.

$$\therefore \quad Y_B = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} A \cos \{u - v(yl + zm)\} dy dz. \qquad (3.64)$$

সমাকলনের সুবিধার জন্য কল্পিত সংখ্যার পদ্ধতির (method of imaginary quantities) সাহায্য নেওয়া যাইতে পারে। ধরা যাক লেখা যাইতে পারে

$$\cos \{u - v(yl + mz)\} = e^{i\{u - v(yl + zm)\}} \qquad (3.65)$$

[পরে প্রয়োজন মত বাড়তি অংশ বাদ দেওয়া যাইবে]

তাহা হইলে দাড়ায়

$$Y_B = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} A e^{i\{u - v(yl + zm)\}} \, dy dz \qquad (3.66)$$

এই সমাকলনে uর সামান্য পরিবর্তনকে অগ্রাহ্য করিলে ইহাকে সমাকলন চিহ্নের বাহিরে আনা যায়। ফলে দাড়ায়

$$Y_B = A e^{iu} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} e^{-ivyl} \, dy \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} e^{-ivzm} \, dz$$

$$= A e^{iu} \frac{1}{-ivl} \left\{ e^{-\frac{1}{2}iavl} - e^{-\frac{1}{2}iavl} \right\}$$

$$\times \frac{1}{-ivm} \left\{ e^{\frac{1}{2}ibvm} - e^{-\frac{1}{2}ibvm} \right\}$$

$$= Ae^{iu}\frac{1}{-ivl}\,2i\sin\tfrac{1}{2}avl\times\ \frac{1}{-ivm}\,2i\sin\tfrac{1}{2}bvm$$

$$= Ae^{iu}\frac{2}{vl}\sin\tfrac{1}{2}avl\,\frac{2}{vm}\sin\tfrac{1}{2}bvm \tag{3.67}$$

এইবার v এর মূল্য প্রয়োগ করিয়া লেখা যায়

$$Y_B = Ae^{iu}\frac{\sin\dfrac{\pi al}{\lambda D}\ \sin\dfrac{\pi bm}{\lambda D}}{\dfrac{\pi l}{\lambda D}\cdot\dfrac{\pi m}{\lambda D}}$$

$$= Ae^{iu}ab\frac{\sin\dfrac{\pi al}{\lambda D}\sin\dfrac{\pi bm}{\lambda D}}{\dfrac{\pi al}{\lambda D}\cdot\dfrac{\pi bm}{\lambda D}}$$

এইবার কল্পিত রাশির কল্পিত অংশ বাদ দিয়া আবার পূর্বের অবস্থায় ফিরিয়া আসা প্রয়োজন। ইহা করিলে দাড়াইবে

$$Y_B = A\ ab\frac{\sin\dfrac{\pi al}{\lambda D}\ \sin\dfrac{\pi bm}{\lambda D}}{\dfrac{\pi al}{\lambda D}\cdot\dfrac{\pi bm}{\lambda D}}\cos 2\pi\left(\nu t-\frac{D}{\lambda}\right) \tag{3.68}$$

B বিন্দুতে আলোর তীব্রতা পাওয়া যাইবে এই ভ্রংশের বিস্তারের বর্গ হইতে। সুতরাং তীব্রতা *Int.* লেখা যায়.

$$Int = A^2\left\{a\frac{\sin\dfrac{\pi al}{\lambda D}}{\dfrac{\pi al}{\lambda D}}\right\}^2\left\{b\ \frac{\sin\dfrac{\pi bm}{\lambda D}}{\dfrac{\pi bm}{\lambda D}}\right\}^2 \tag{3.69}$$

যদি ধরা যায়, $\dfrac{\pi al}{\lambda D}=\phi$; $\dfrac{\pi bm}{\lambda D}=\alpha$

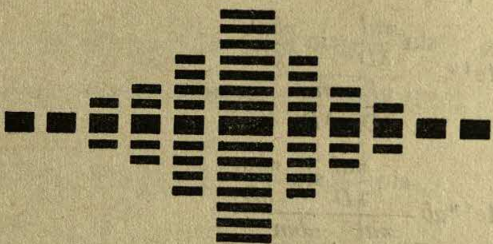
তবে লেখা যায়

$$Int = A^2a^2b^2\frac{\sin^2\phi}{\phi^2}\ \frac{\sin^2\alpha}{\alpha^2}$$

যদি $A=1$ ধরা যায় তবে দাড়ায়

$$Int = a^2b^2\,\frac{\sin^2\alpha}{\alpha^2}\ \frac{\sin^2\phi}{\phi^2} \tag{3.70}$$

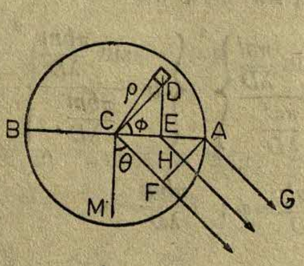
লক্ষ্য করিলে দেখা যাইবে যে এই রাশিমালা লেখাচিত্রীয় পদ্ধতিতে যে রাশিমালা পূর্বে পাওয়া গিয়াছে (সমীকরণ 3.57) তাহার সহিত সম্পূর্ণ অভিন্ন। কাজেই ব্যবর্তন ঝালরশ্রেণী সম্বন্ধে পূর্বে যাহা বলা হইয়াছে এক্ষেত্রেও তাহা পুরাপুরিভাবে খাটিবে।



চিত্র ৩.৩৩

বৃত্তাকার ছিদ্রে ফ্রনহফার ব্যবর্তন (Frannhofer diffraction at a circular aperture).

আলোকবিজ্ঞানে ব্যবহৃত অনেক যন্ত্রে বৃত্তাকার ছিদ্রে ব্যবর্তন হইয়া থাকে। ইহার প্রকৃষ্ট উদাহরণ হিসাবে বলা যায় দূরবীক্ষণ যন্ত্রে তারকা বা গ্রহ জাতীয় খগোলীয় বস্তুর (celestial bodies) প্রতিবিম্বের সৃষ্টি। অথবা অণুবীক্ষণ যন্ত্রে ক্ষুদ্র বস্তু কর্তৃক প্রতিবিম্ব সৃষ্টি। সুতরাং এই বিষয়টি বিশদভাবে আলোচিত হইবে।



চিত্র ৩.৩৪

৩.৩৪ নং চিত্রে বৃত্তাকার ছিদ্রের একটি আকৃতিতে কেন্দ্রবিন্দু C এবং C এর মধ্য দিয়া গমনকারী ব্যাস ACB দেখানো হইয়াছে। এই ছিদ্রের উপর সমান্তরাল আলোকরশ্মিমালা চিত্রতলের পশ্চাৎদিক হইতে ছিদ্রতলের অভিলম্বে আপতিত হইয়াছে এবং ছিদ্রে ব্যবর্তনের পর সম্মুখদিকে সমান্তরাল রশ্মিমালা

হিসাবে নির্গত হইতেছে। এই রশ্মিমালা L_2 লেন্স দ্বারা ইহার ফোকাসতলে ঘনীভূত হইবে ; ফলে এই ফোকাসতলের কোনও বিন্দুতে আলোর তীব্রতা রশ্মিগুলির দশা-পার্থক্যের উপর নির্ভর করিবে। ACB সরলরেখার মধ্য দিয়া ছিদ্রতলের অভিলম্বে যে তল অবস্থিত তাহাতে দুইটি ব্যবর্তিত সমান্তরাল রশ্মি দেখানো হইয়াছে CF এবং AG. ছিদ্রতলে C বিন্দুর উপর লম্ব CM. ব্যবর্তিত সমান্তরাল রশ্মিগুলি CF এবং AG এই লম্ব CM এর সহিত θ কোণ উৎপন্ন করিয়াছে। সুতরাং এই দুইটি রশ্মির মধ্যে পথ-পার্থক্য হইবে $AC \sin \theta$. এখানে A বিন্দু হইতে CF রশ্মির উপর লম্বটি AF ; ফলে এই সমান্তরাল রশ্মিমালার তরঙ্গমুখ দাড়াইতেছে AF. ছিদ্রতলে যদি D বিন্দুকে ঘিরিয়া একটি ক্ষুদ্র অংশ ধরা যায় এবং CA ও CD সরলরেখার মধ্যের কোণ ধরা যায় ϕ তবে এই ক্ষুদ্র অংশের ক্ষেত্রফল

$$dA = \rho d\rho d\phi \tag{3.71}$$

[এখানে $\rho = CD$ দূরত্ব]

D হইতে ACB এর উপর অঙ্কিত লম্ব ইহাকে E বিন্দুতে ছেদ করিয়াছে। এই অবস্থায় D এবং A হইতে নির্গত সমান্তরাল রশ্মিদ্বয়ের দশা-পার্থক্য দাড়াইবে A এবং E বিন্দু হইতে নির্গত সমান্তরাল রশ্মিদ্বয়ের দশা-পার্থক্যের সমান। সুতরাং এই দশা-পার্থক্য δ লেখা যায়

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} AE \sin \theta = \frac{2\pi}{\lambda}(a - \rho \cos \phi) \sin \theta = l(a - \rho \cos \phi) \tag{3.72}$$

এখানে $a =$ ছিদ্রের ব্যাসার্দ্ধ ; $l = \frac{2\pi}{\lambda}$ "

সুতরাং A বিন্দু হইতে নির্গত ভ্রংশ যদি লেখা যায় $\sin wt$

তবে D এর চতুর্দিকে অবস্থিত অংশ হইতে উৎপন্ন অংশের ভ্রংশ দাড়াইবে

$$\sin [wt + l(a - \rho \cos \phi)]\rho d\rho d\phi \tag{3.73}$$

এবং সমস্ত ছিদ্র হইতে উৎপন্ন ভ্রংশের L_2 লেন্সের ফোকাসতলে লব্ধি লেখা যাইবে

$$\int_0^{2\pi} \int_0^a \sin [wt + l(a - \rho \cos \phi)]\rho d\rho d\phi.$$

[এখানে একটি কোণ θ দিকে আলোকতীব্রতা হিসাব করা হইতেছে

বলিয়া সমাকলনে θ অপরিবর্তিত থাকিবে ; অতএব lও অপরিবর্তিত থাকিবে] সুতরাং লেখা যায়

$$=\sin(wt+la)\int_0^{2\pi}\int_0^{a}\rho\cos(l\rho\cos\phi)d\rho d\phi-\cos(wt+la)$$

$$\int_0^{2\pi}\int_0^{a}\rho\sin(l\rho\cos\phi)d\rho d\phi \qquad (3.74)$$

ইহাদের দ্বিতীয় রাশিমালার কথা যদি বিবেচনা করা হয় তবে দেখিতে পাওয়া যাইবে যে সমাকলনের পর ইহার মোট মূল্য দাড়াইবে শূন্য। কারণ ACB ব্যাসটি ছিদ্রতলকে প্রতিসমরূপে (symmetrically) দুই ভাগে বিভক্ত করিয়াছে। কাজেই D এর মত এমন দুইটি সমান অংশ ACB সরলরেখার উপরে এবং নীচে প্রতিসমরূপে অবস্থিত থাকিবে যাহাতে ইহাদের প্রভাব সমাকলনে পরস্পরকে ধ্বংস করিবে। আর দেখা যায় যে সমস্ত ছিদ্রটিই এইরূপ প্রতিসম জোড়ায় বিভক্ত করা চলে। সুতরাং ইহাদের মোট ফল দ্বিতীয় রাশিমালার ক্ষেত্রে দাড়াইবে শূন্য। অতএব ব্যর্তিত রশ্মির L_2 লেন্সের ফোকাসতলে মোট ভ্রংশ Y হইবে নিম্নরূপ

$$Y=\sin(wt+la)\int_0^{2\pi}\int_0^{a}\rho\cos(l\rho\cos\phi)d\rho d\phi \qquad (3.75)$$

এবং θ কোণে, অর্থাৎ CF দিকে আলোকতীব্রতা হইবে

$$Y^2=Int=\left[\int_0^{2\pi}\int_0^{a}\rho\cos(l\rho\cos\phi)d\rho d\phi\right]^2 \qquad (3.76)$$

এই সমাকলন দুই ধাপে করা হইবে ; একটিতে পরিবর্তনীয় রাশি ρ, অন্যটিতে ϕ.

প্রথমটি হইবে $\int_0^{a}\rho\cos(l\rho\cos\phi)d\rho$

$$=\left[\frac{\rho}{l\cos\phi}\sin(l\rho\cos\phi)\right]_0^{a}-\frac{1}{l\cos\phi}\int_0^{a}\sin(l\rho\cos\phi)d\rho$$

$$=\frac{a}{l\cos\phi}\sin(la\cos\phi)+\frac{1}{l^2\cos^2\phi}\{\cos(la\cos\phi)-1\}$$

$$=a^2\frac{\sin(la\cos\phi)}{la\cos\phi}-\tfrac{1}{2}a^2\frac{\sin^2(\frac{1}{2}la\cos\phi)}{(\frac{1}{2}la\cos\phi)^2} \qquad (3.77)$$

যদি $la=2p$ লেখা যায় তবে দাড়ায়

$$Int=\left[a^2\int_0^{2\pi}\frac{\sin(2p\cos\phi)}{2p\cos\phi}\,d\phi-\tfrac{1}{2}a^2\int_0^{2\pi}\frac{\sin^2(p\cos\phi)}{(p\cos\phi)^2}d\phi\right]^2 \qquad (3{\cdot}78)$$

দ্বিতীয় ধাপে ϕ পরিবর্তনীয় রাশি ধরিয়া সমাকলন করিতে রাশিমালার সাহায্যে সমাধানের (series solution) পদ্ধতি অবলম্বন করিতে হইবে। নিম্নলিখিত রাশিমালার সাহায্য নেওয়া যাইতে পারে

$$\frac{\sin\alpha}{\alpha}=1-\frac{\alpha^2}{\lfloor 3}+\frac{\alpha^4}{\lfloor 5}-\frac{\alpha^6}{\lfloor 7}$$

$$\frac{\sin^2\alpha}{\alpha^2}=\frac{1-\cos 2\alpha}{2\alpha^2}=1-\frac{2^3\alpha^2}{\lfloor 4}+\frac{2^5\alpha^4}{\lfloor 6}-\frac{2^7\alpha^6}{\lfloor 8}+$$

কাজেই

$$\sqrt{Int}=a^2\int_0^{2\pi}\left[1-\frac{(2p\cos\phi)^2}{\lfloor 3}+\frac{(2p\cos\phi)^4}{\lfloor 5}-\frac{(2p\cos\phi)^6}{\lfloor 7}+\cdots\right]d\phi$$

$$-\tfrac{1}{2}a^2\int_0^{2\pi}\left[1-\frac{2^3(p\cos\phi)^2}{\lfloor 4}+\frac{2^5(p\cos\phi)^4}{\lfloor 6}-\frac{2^7(p\cos\phi)^6}{\lfloor 8}+\cdots\right]d\phi \qquad (3{\cdot}79)$$

এইগুলি প্রতিটি আলাদা পদ হিসাবে সমাকলন করা যায়; এইরূপ সমাকলনে নিম্নের সংকেতটি ব্যবহার করা হইয়াছে

$$\int_0^{2\pi}\cos^{2n}x\,dx=\frac{1.3.5.\cdots(2n-1)}{2.4.6.\cdots 2n}2\pi$$

এই সংকেত ব্যবহার করিয়া পদগুলি সমাকলন করিলে শেষ পর্যন্ত দাড়ায়

$$\sqrt{Int} = \pi a^2 \left\{1 - \tfrac{1}{2}\left(\frac{p}{1}\right)^2 + \tfrac{1}{3}\left(\frac{p^2}{\lfloor 2}\right)^2 - \tfrac{1}{4}\left(\frac{p^3}{\lfloor 3}\right)^2 + \tfrac{1}{5}\left(\frac{p^4}{\lfloor 4}\right)^2 - \cdots\right\}$$

$$= \pi a^2 \left[1 - \frac{p^2}{2} + \frac{p^4}{3.4} - \frac{p^6}{4.6} + \frac{p^8}{5.24} - \right]$$

$$= \frac{\pi a^2}{p}\left[\frac{2p}{1!2} - \frac{(2p)^3}{1!2!2^3} + \frac{(2p)^5}{2!3!2^5} + \cdots\right]$$

$$\therefore \quad I = \pi^2 a^4 \left[2\,\frac{J_1(2p)}{2p}\right]^2 = \pi^2 a^4 P^2$$

এখানে $J_1(2p)$ রাশিমালাকে প্রথম ক্রমের বেসেল রাশিমালা (Bessel's function of the first order) বলা হইয়া থাকে।

$$\therefore \quad \sqrt{Int.} = \pi a^2 P. \qquad (3.80)$$

এখানে দ্বিতীয় বন্ধনীর মধ্যেকার রাশিমালার সমষ্টিকে P দ্বারা বুঝানো হইয়াছে।

$$\therefore \quad Int = \pi^2 a^4 P^2.$$

P রাশিমালা pএর সমস্ত মূল্যের জন্যই অভিসারী (convergent) হয়, তবে pএর মূল্য পরিবর্তনের সঙ্গে সঙ্গে ইহা ধনাত্মক এবং ঋণাত্মক মানের মধ্য দিয়া যায় ; p θ কোণের সহিত সম্পর্কিত বলিয়া θ কোণের পরিবর্তনের সঙ্গেও আলোর তীব্রতারও ভেদ হইবে। অতএব আলোর তীব্রতাও চরম এবং অবম মানের মধ্য দিয়া গমন করে। কারণ ধনাত্মক হইতে ঋণাত্মক মানে যাইতে ইহা শূন্য মূল্যের মধ্য দিয়া যাইতে হইবে ; আর এই সমস্ত ক্ষেত্রে আলোর তীব্রতা হইবে শূন্য। সুতরাং আলোর চরম ও অবম (শূন্য) তীব্রতা নির্ণয় করিবে $\frac{dP}{dp} = 0$ এবং $P = 0$ এই সমীকরণ দুইটি। নিম্নের দেওয়া টেবিলে বিভিন্ন চরম তীব্রতার সংশ্লিষ্ট pএর মান ও তীব্রতার পরিমাণ দেওয়া হইল

ঝালরের ক্রম	pএর মান	আলোক তীব্রতা	ঝালরের ক্রম	p এর মান	আলোক তীব্রতা
প্রথম চরম	0	1	তৃতীয় অবম	$1{\cdot}619\pi$	0
প্রথম অবম	$0{\cdot}610\pi$	0	চতুর্থ চরম	$1{\cdot}847\pi$	0·0017
দ্বিতীয় চরম	$0{\cdot}819\pi$	0·0175	চতুর্থ অবম	$2{\cdot}120\pi$	0
দ্বিতীয় অবম	$1{\cdot}116\pi$	0	পঞ্চম চরম	$2{\cdot}361\pi$	0·0008
তৃতীয় চরম	1.333π	0·0042	পঞ্চম অবম	$2{\cdot}621\pi$	0

এই টেবিল হইতে দেখা যাইতেছে যে প্রথম অবম তীব্রতা হইবে নিম্নলিখিতরূপ

$$\frac{p}{\pi}=0{\cdot}610 \quad \text{অথবা} \quad \frac{la}{2}=\frac{2\pi a}{2\lambda}\sin\theta=\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta=0{\cdot}610\pi$$

$$\text{অথবা} \quad \sin\theta=\frac{0{\cdot}610\lambda}{a} \tag{3·81}$$

θ কোণ খুবই ছোট বলিয়া লেখা যায়

$$\theta=\frac{0{\cdot}610\lambda}{a}=\frac{1{\cdot}22\lambda}{d} \tag{3·82}$$

এখানে $d=$ ছিদ্রের ব্যাস $=2a$

θ কোণে ব্যবর্তিত রশ্মি ছিদ্রতলে অঙ্কিত অভিলম্ব CM এর সহিত এমন একটি শঙ্কু উৎপন্ন করিবে যাহার অর্দ্ধশীর্ষকোণ (semi-vertical angle) দাড়াইবে θ. সুতরাং, অবম তীব্রতার ঝালর হইবে বৃত্তাকার আর এই বৃত্তের কেন্দ্র হইবে CM এবং L_2 লেন্সের ফোকাসতলের ছেদবিন্দু। অন্যান্য অবম এবং চরম-তীব্রতার হিসাব করিলে দেখা যাইবে যে বৃত্তাকার ছিদ্রের বেলায় ব্যবর্তন ঝালর হইবে এক প্রস্থ সমকেন্দ্রিক বৃত্তাকার ঝালর। ইহাদের মধ্যে কেন্দ্রীয় ঝালরটিই অন্যান্যদের তুলনায় বহুগুণ উজ্জ্বল এবং ইহাকে বলা হয় এয়ারীর চাক্তি (Airy's disc). আলোক-উৎস খুব উজ্জ্বল না হইলে বা ফটোগ্রাফের এক্সপোজার বেশী না দিলে সাধারণত এই কেন্দ্রীয় চাক্তিটিই শুধু পাওয়া যায়। তবে বেশীক্ষণ এক্সপোজার দিলে বা উৎসের উজ্জ্বলতা বেশী হইলে এই কেন্দ্রীয় চাক্তির বাহিরেও দুই কি তিনটি চক্র দেখা যায়। এয়ারীর চক্র নাম হওয়ার কারণ এয়ারীই প্রথম এই সমস্যার সমাধান করেন।

এখানে লক্ষণীয় যে রেখাছিদ্রের বেলায়ও অনুরূপ সমীকরণ দ্বারা ব্যবর্তন ঝালরের আলোক তীব্রতা নির্ণীত হয়। কিন্তু সেখানে সমীকরণটি একটু আলাদা

$$\theta=\frac{m\lambda}{a}, \quad m=\text{ঝালরের ক্রম}\ ; \quad a=\text{রেখাছিদ্রের প্রস্থ}\ ;$$

এখানে দেখা যায় যে অবম তীব্রতা নির্ণয় করে যে ক্রমিক সংখ্যা m, তাহারা সব অখণ্ড সংখ্যা।

অন্যদিকে যদি বৃত্তাকার ঝালরের বেলায় অনুরূপ সংকেত ব্যবহার করা যায়

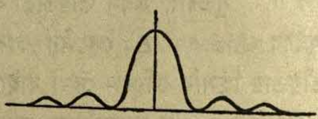
$$\theta=\frac{m'\lambda}{d}\ ;\ d=\text{ছিদ্রের ব্যাস}$$

তবে এখানে m' সংখ্যাগুলি অখণ্ড সংখ্যা নয়। ইহারা প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় অবম তীব্রতার বেলায় দাড়াইবে যথাক্রমে 1.22, 2.232 এবং 3.238. ইহাদের মধ্যে প্রথমটিই সর্বাপেক্ষা গুরুত্বপূর্ণ কারণ এইটিই এয়ারীর চাক্তির আয়তন নির্ণয় করে আর এয়ারীর চাক্তি অন্য ঝালরের তুলনায় অনেকগুণ উজ্জ্বল।

রেখাছিদ্রের বেলায় দ্বিতীয় ঝালরটির আলোকতীব্রতা প্রথমটির প্রায় পাঁচ শতাংশ হইয়া থাকে। কিন্তু বৃত্তাকার ছিদ্রের বেলায় কেন্দ্রের তীব্রতা দ্বিতীয় ঝালরের চরম তীব্রতার প্রায় 60 গুণ! ইহার পরের ঝালরগুলির তীব্রতা আরও দ্রুতভাবে কমিতে থাকে। সুতরাং সাধারণ ক্ষেত্রে কেন্দ্রীয় ঝালর বা এয়ারীর চক্র ছাড়া বাহিরের ঝালরগুলি দেখা যায় না।



চিত্র ৩.৩৫



চিত্র ৩.৩৬

কেন্দ্র হইতে যদি ইহার কোনও ব্যাসার্দ্ধের দিকে আলোর তীব্রতা মাপা হয় তবে ৩.৩৬ নং চিত্রে প্রদর্শিত লেখাচিত্র পাওয়া যাইবে। চিত্র নং ৩.৩৫ এ বলয়গুলির মোটামুটি চেহারা দেখানো হইল।

যুগ্ম রেখাছিদ্রে ফ্রনহফার ব্যবর্তন (Fraunhofer diffraction at a double slit).

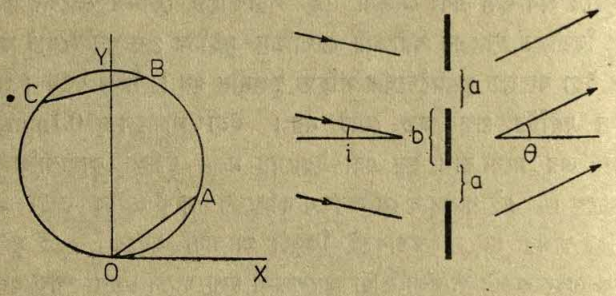
এই জাতীয় পরীক্ষা ব্যতিচার ঝালরের উৎপত্তির বেলায় বর্ণিত হইয়াছে। ইয়ং-এর ব্যতিচার ঝালরের পরীক্ষায় অনুরূপ ব্যবস্থার সাহায্যে ঝালর সৃষ্টি করা হইয়াছিল। কিন্তু বর্তমান পরীক্ষার সঙ্গে উক্ত পরীক্ষার কিছু পার্থক্য বর্তমান। প্রথমত বর্তমান পরীক্ষা ইতিপূর্বে আলোচিত একক রেখাছিদ্রের পরীক্ষারই সম্প্রসারণ, সুতরাং এখানে আলোক উৎস এবং প্রতিবিম্বতল উভয়েই কার্য্যতঃ অসীম দূরত্বে অবস্থিত। এটি করা হইয়াছে দুইটি লেন্স ব্যবহার করিয়া। কিন্তু ইয়ংএর ব্যতিচারের পরীক্ষায় আলোকউৎস এবং প্রতিবিম্বতল উভয়েই সসীম দূরত্বে অবস্থিত এবং সেজন্য এই পরীক্ষাতে কোনও লেন্সের প্রয়োজন নাই। দ্বিতীয়ত ইয়ংএর পরীক্ষায় রেখাছিদ্র দুইটির প্রস্থ খুবই ছোট করা হয় যাহাতে ইহা ব্যবহৃত তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সহিত তুলনীয় হয়। কিন্তু বর্তমান পরীক্ষায় রেখাছিদ্র দুইটির প্রস্থ অত ছোট নয়। ইহা সাধারণত 0.1mm হইতে 0.5 mm এর মধ্যে রাখা হয় এবং ইহাদের মধ্যে দূরত্বও কাছাকাছি মানের হইয়া থাকে। এই ব্যবস্থায় যে ব্যবর্তন ঝালরের সৃষ্টি হইবে তাহা ইয়ংয়ের ব্যতিচার ঝালর হইতে স্বভাবতই কিছুটা আলাদা হইবে। এই দুইশ্রেণীর মধ্যে কি এবং কতটা পার্থক্য তাহা আলোচনা চলা কালে ক্রমশঃ স্পষ্ট হইবে।

এই পরীক্ষার জন্য একক রেখাছিদ্রের পরীক্ষা ব্যবস্থাই ব্যবহার করা চলিবে। (চিত্র নং ৩.২২)। একমাত্র একক রেখাছিদ্র S এর স্থানে এই যুগ্ম রেখাছিদ্রটি বসাইতে হইবে। তাহা হইলেই ব্যবর্তন ঝালরশ্রেণীর আবির্ভাব হইবে। ইহারা অনেকাংশে ইয়ংয়ের ব্যতিচার ঝালরের মত কিন্তু তফাৎ এই যে ইয়ংয়ের পরীক্ষায় সমান প্রস্থের কতকগুলি ঝালর দৃষ্টিক্ষেত্র জুড়িয়া থাকে। ইহাদের তীব্রতা কেন্দ্রীয় ঝালরের চরম মান হইতে ক্রমে কিন্তু খুব আস্তে ধারের দিকে কমিতে থাকে। আর ব্যবর্তন ঝালরের বেলায় যদিও সমান প্রস্থের এক শ্রেণীর ঝালর পাওয়া যায় কেন্দ্র হইতে ধারের দিকে গেলে এইগুলির তীব্রতার খুব দ্রুত পরিবর্তন ঘটে। কেন্দ্রীয় ঝালরের দুই পাশে কয়েকটি উজ্জ্বল ঝালর, পরে খানিকটা স্থান অন্ধকার আবার অপেক্ষাকৃত কম তীব্রতার কয়েকটি ঝালর, তারপরে খানিকটা অন্ধকার পরে হয়তো আরও কয়েকটি ক্ষীণ তীব্রতার ঝালর। এইরূপে সমান প্রস্থের ঝালরগুলির মাঝে মাঝে অন্ধকার অংশ বর্তমান থাকিবে। আর ঝালরের প্রস্থ, অন্ধকারের অবস্থান প্রভৃতি নির্ভর করিবে রেখাছিদ্র দুইটির এবং ইহাদের মাঝের অস্বচ্ছ স্থানের প্রস্থের উপর। তীব্রতার স্বরূপ বুঝিতে হইলে আলোক তীব্রতার মানের জন্য একটি রাশিমালা বাহির করা প্রয়োজন। নিম্নে তাহা করা হইল।

আলোকতীব্রতার মান (Intensity Expression).

একক রেখাছিদ্রের বেলায় যে লেখাচিত্রীয় পদ্ধতির প্রয়োগ করা হইয়াছে তাহা এইক্ষেত্রেও সমভাবেই ব্যবহার করা যায়।

৩.৩৭ নং চিত্রে একটি যুগ্ম রেখাছিদ্র দেখানো হইয়াছে। হিসাবের সুবিধার জন্য ধরা হইয়াছে যে দুইটি রেখাছিদ্রের প্রস্থই সমান এবং এই প্রস্থ a দ্বারা বুঝানো হইয়াছে। ইহারা মাঝের b প্রস্থের অস্বচ্ছ অংশ দ্বারা বিচ্ছিন্ন। সমান্তরাল আলোক রশ্মিমালা i কোণে রেখাছিদ্রে আপতিত হইয়া θ কোণে ব্যর্তিত হইতেছে। তাহা হইলে পূর্বের একক রেখাছিদ্রের আলোচনা অনুসারে বলা যায় যে প্রতিটি ছিদ্রের জন্য প্রভাব একটি বৃত্তাংশ



চিত্র ৩.৩৭

দ্বারা বুঝানো যাইতে পারে। চিত্রে এই বৃত্তাংশ দুইটি OA এবং BC. ইহারা সমান এবং যদি প্রত্যেককে 2ϕ কোণ দ্বারা বুঝানো হয় তবে

$$2\phi = \frac{2\pi a}{\lambda} (\sin i + \sin \theta). \qquad (3.84)$$

ইহারা বিচ্ছিন্ন হইয়াছে যে অংশ b দ্বারা তাহা বুঝাইতেছে AB বৃত্তাংশ ; ইহার কৌণিক পরিমাপ যদি 2β হয় তবে লেখা যাইতে পারে

$$2\beta = \frac{2\pi b}{\lambda} (\sin i + \sin \theta). \qquad (3.85)$$

a রেখাছিদ্রের মধ্য দিয়া যে লব্ধি ভ্রংশ যাইবে তাহার বিস্তার হইবে $\frac{a \sin \phi}{\phi}$ এবং ইহার দশা হইবে ϕ (O বিন্দুতে দশা শূন্য ধরিলে) ; সুতরাং এই ভ্রংশ y_1 লেখা যায়

$$y_1 = \frac{a \sin \phi}{\phi} \sin (wt + \phi) \qquad (3.86)$$

এখানে a রেখাছিদ্রে আপতিত ভ্রংশ ধরা হইয়াছে $\sin wt$. অন্য রেখাছিদ্রটি দিয়া ব্যর্তিত ভ্রংশ যদি y_2 হয় তবে ইহাকে লেখা যায়

$$y_2 = \frac{a \sin \phi}{\phi} \sin (wt + \phi + 2\phi + 2\beta) = \frac{a \sin \phi}{\phi} \sin (wt + 3\phi + 2\beta) \tag{3.87}$$

দশার মান এইরূপ দাড়াইবার কারণ এই যে A বিন্দুতে ভ্রংশের দশা 2ϕ এবং B বিন্দুতে $2\phi + 2\beta$. আর একক রেখাছিদ্রের আলোচনা হইতে দেখা যায় যে OA ছিদ্রের লব্ধি দশা ইহার মধ্যবিন্দুর দশার সমান অর্থাৎ ϕ. অনুরূপভাবে BC রেখাছিদ্রের লব্ধি দশাও ϕ. সুতরাং O বিন্দুর তুলনায় BC রেখাছিদ্রের দশা হইবে $\phi + 2\phi + 2\beta$.

সুতরাং y_2 ভ্রংশের দশা ধ্রুবক হইবে $3\phi + 2\beta$.

ইহাদের উভয়ের লব্ধি দাড়াইবে y, এবং এই লব্ধি হইবে

$$y = y_1 + y_2 = \frac{a \sin \phi}{\phi} \{ \sin (wt + \phi) + \sin (wt + 3\phi + 2\beta) \}$$

$$= \frac{2a \sin \phi}{\phi} \{ \cos (\phi + \beta) \sin (wt + 2\phi + \beta) \} \tag{3.88}$$

সুতরাং L_2 লেন্সের ফোকাসতলে আলোর তীব্রতা Int দাড়াইবে

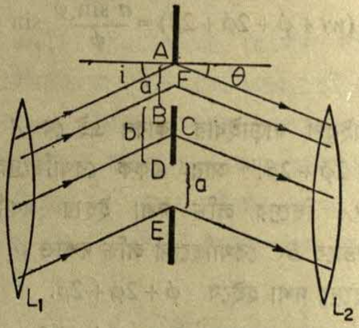
$$Int = \frac{4a^2 \sin^2 \phi}{\phi^2} \cos^2 (\phi + \beta) = \frac{4a^2 \sin^2 \phi}{\phi^2} \cos^2 \gamma \tag{3.89}$$

এখানে $\phi + \beta = \frac{\pi}{\lambda} (a + b) (\sin i + \sin \theta) = \frac{\pi}{\lambda} W (\sin i + \sin \theta) = \gamma$ (3.90)

$W = a + b$ অর্থাৎ প্রথম রেখাছিদ্রের কেন্দ্র হইতে দ্বিতীয় রেখাছিদ্রের কেন্দ্র পর্যন্ত দূরত্ব।

বীজগাণিতিক পদ্ধতিতেও স্বভাবতই ঐ একই ফল পাওয়া যাইবে। নিম্নলিখিতরূপে এই ফল পাওয়া যাইতে পারে। ৩.৩৮ নং চিত্রে AB এবং DE দুইটি রেখাছিদ্রের প্রস্থ। ইহাদের প্রত্যেককেই হিসাবের সুবিধার জন্য ধরা হইয়াছে a র সমান। মাঝে b প্রস্থের অস্বচ্ছ অংশ। একটি সমান্তরাল রশ্মিমালা এই রেখাছিদ্র দুইটির উপর i কোণে আপতিত হইয়াছে এবং θ কোণে ব্যর্তিত হইয়াছে। এই প্রক্রিয়ায় দুইটি লেন্স L_1 এবং L_2

ব্যবহার করা প্রয়োজন ; b অস্বচ্ছ অংশের মধ্যভাগ C বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া যদি উভয়দিকে দূরত্ব মাপা হয় তবে C বিন্দু হইতে s দূরত্বে F বিন্দুর মধ্য



চিত্র ৩.৩৮

দিয়া যে আলোকরশ্মি গমন করিতেছে তাহার ভ্রংশ সহজেই লেখা যায়। যদি C বিন্দুর তুলনায় লেখা যায় তবে এই ভ্রংশ হইবে dy

$$dy = A \cos 2\pi \left(\nu t - \frac{\Delta}{\lambda} \right). \tag{3.91}$$

এখানে A রেখাছিদ্রে আপতিত রশ্মির বিস্তার, ν ইহার কম্পাঙ্ক এবং Δ পথ পার্থক্য। CF দূরত্ব যদি s হয় তবে লেখা যাইতে পারে :

$$\Delta = s\,(\sin i + \sin\theta) = s.\delta$$
$$\delta = (\sin i + \sin\theta).$$

সুতরাং F বিন্দুর নিকটে ds অংশের জন্য ভ্রংশ হইবে

$$dy = A \cos 2\pi \left(\nu t - \frac{s.\delta}{\lambda} \right) ds = A \cos (wt - \alpha s)\, ds\,;$$

$$w = 2\pi\nu\,; \quad \alpha = \frac{2\pi\delta}{\lambda}.$$

L_2 লেন্সের ফোকাসতলে লব্ধি ভ্রংশ পাওয়া যাইবে এই রাশিমালাকে $\left(\frac{b}{2} + a\right)$ হইতে $\left(\frac{b}{2}\right)$ পর্য্যন্ত এবং $-\left(\frac{b}{2}\right)$ হইতে $-\left(\frac{b}{2} + a\right)$ পর্য্যন্ত সীমার মধ্যে সমাকলন করিয়া।

ইতিপূর্বে ব্যবহৃত কল্পিতের পদ্ধতি (method of imaginaries) অবলম্বন করিয়া লেখা যায়

$$\cos (wt - \alpha s) = R.\,P.\,of e^{-i\,(wt - \alpha s)}$$

সুতরাং লব্ধি ভ্রংশ Y দাড়াইবে [*R. P. of* বারবার না লিখিয়া]

$$Y = A \int_{\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}+a} e^{-i(wt-\alpha s)}\,ds + A \int_{-\left(\frac{b}{2}+a\right)}^{-\frac{b}{2}} e^{-i(wt-\alpha s)}\,ds. \tag{3.92}$$

$$= \frac{Ae^{-iwt}}{i\alpha}\left[\left\{e^{i\alpha\left(\frac{b}{2}+a\right)} - e^{-i\alpha\left(\frac{b}{2}+a\right)}\right\} + \left\{e^{-\frac{i\alpha b}{2}} - e^{\frac{i\alpha b}{2}}\right\}\right]$$

$$= \frac{2Ae^{-iwt}}{i\alpha}\left\{i \sin \alpha\left(\frac{b}{2}+a\right) - i \sin \frac{\alpha b}{2}\right\}$$

$$= \frac{2A}{\alpha} e^{-iwt}\left\{\sin \alpha\left(\frac{b}{2}+a\right) - \sin \frac{\alpha b}{2}\right\}$$

$$= \frac{4A}{\alpha} \cos \frac{\alpha(a+b)}{2} \sin \frac{\alpha a}{2}\, e^{-iwt} \tag{3.93}$$

সুতরাং ভ্রংশের বিস্তার দাড়াইতেছে

$$\text{Amp} = \frac{4A}{\alpha} \cos \frac{\alpha(a+b)}{2} \sin \frac{\alpha a}{2}.$$

যদি ধরা যায়

$$\frac{\alpha a}{2} = \frac{a}{2} \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \delta = \frac{\pi a}{\lambda}(\sin i + \sin \theta) = \phi.$$

$$\frac{\alpha(a+b)}{2} = \frac{a+b}{2} \cdot \frac{2\pi}{\lambda}\delta = \frac{\pi(a+b)}{\lambda}(\sin i + \sin \theta) = \gamma$$

তাহা হইলে বিস্তার হইবে

$$\text{Amp} = \frac{4A}{\alpha} \sin \phi \cdot \cos \gamma.$$

$$= 2Aa \frac{\sin \phi}{\phi} \cos \gamma \tag{3.94}$$

এই রাশিমালা লেখাচিত্রীয় পদ্ধতিতে প্রাপ্ত রাশিমালার সহিত অভিন্ন ; শুধু এইমাত্র পরিবর্তন করা হইয়াছে যে একটি বাড়তি সংখ্যা A আসিয়াছে। ইহার কারণ আগের ক্ষেত্রে বিস্তার ধরা হইয়াছে 1 ; আর বর্তমান ক্ষেত্রে বিস্তার ধরা

হইয়াছে A. সুতরাং A গুণকটি পরের ক্ষেত্রে বাড়তি আসিয়াছে। অতএব L_2 লেন্সের ফোকাসতলে আলোর তীব্রতা দাড়াইবে

$$Int = 4A^2a^2\frac{\sin^2\phi}{\phi^2}\cos^2\gamma.$$

$$= A^2 4a^2\frac{\sin^2\phi}{\phi^2}\cos^2\gamma. \tag{3.95}$$

ব্যবর্তন ঝালরের অবম এবং চরম তীব্রতার বণ্টন (Distribution of minima and maxima in the diffraction pattern).

উপরের আলোকতীব্রতার রাশিমালা হইতে দেখা যায় যে আলোকতীব্রতা দুইটি গুণকের উপর নির্ভর করে। ইহাদের মধ্যে প্রথমটি $\dfrac{a^2\sin^2\phi}{\phi^2}$ পূর্বেই একক রেখাছিদ্রের ফ্রনহফার ব্যবর্তনের তীব্রতার রাশিমালা হিসাবে পাওয়া গিয়াছে। দ্বিতীয়টি $\cos^2\gamma$ দেখা যাইবে যে দুইটি রেখাছিদ্র হইতে আগত আলোর মধ্যে ব্যতিচার ঝালরের আলোকতীব্রতার মান নিরূপণ করিবে। আলোচনার প্রথমেই অনুমান করা সম্ভব ছিল যে এই ব্যবর্তন ঝালর উভয় প্রকার ঝালরেরই সমষ্টি হইবে; কারণ রেখাছিদ্র দুইটির প্রত্যেকটিতেই ব্যবর্তনের ফলে ঝালরের সৃষ্টি হইবে। আবার ইহাদের দুইটির আলো অধিস্থাপনের (superposition) ফলে ব্যতিচার ঝালরেরও উৎপত্তি হইবে।

আলোর তীব্রতা অবম এবং এক্ষেত্রে শূন্য হইবে নিম্নোক্ত দুইটি ক্ষেত্রে

$\gamma = (2n+1)\dfrac{\pi}{2}$; n = অখণ্ড সংখ্যা

এবং $\phi = m\pi$ m=অখণ্ড সংখ্যা (0 বাদে, পরের আলোচনা দ্রষ্টব্য)

প্রথমটি হইতে পাওয়া যায়

$$\frac{\pi}{\lambda}(a+b)(\sin i + \sin\theta) = (2n+1)\frac{\pi}{2} \tag{3.96}$$

বা $(a+b)(\sin i + \sin\theta) = (2n+1)\dfrac{\lambda}{2}$ ... অবম (শূন্য) আলোকতীব্রতা (3.97)

চিত্র হইতে দেখা যাইবে যে প্রথম রেখাছিদ্রের কেন্দ্র হইতে দ্বিতীয় রেখাছিদ্রের কেন্দ্র পর্যন্ত দূরত্ব $(a+b)$; অর্থাৎ ইয়ংয়ের পরীক্ষায় দুইটি রেখা-ছিদ্রের মধ্যের দূরত্বের সমান। সুতরাং অবম তীব্রতার এই সর্ত আসিতেছে :

দুইটি রেখাছিদ্রের মধ্যের আলোয় সৃষ্ট ব্যতিচারের [যদি $(a+b)=W$ লেখা যায়] ক্ষেত্রে দাড়ায়

$$W(\sin i+\sin\theta)=\frac{\lambda}{2},\ \frac{3\lambda}{2},\ \frac{5\lambda}{2}\ldots \text{অবম তীব্রতা} \tag{3.98}$$

ইহার অর্থ খুবই স্পষ্ট। $W(\sin i+\sin\theta)$ দুইটি রেখাছিদ্র হইতে আগত আলোর মধ্যের পথ পার্থক্য। সুতরাং এই পথ পার্থক্য যদি বিজোড় সংখ্যক $\frac{\lambda}{2}$ হয় তবে ইহারা বিপরীত দশায় থাকে বলিয়া পরস্পরকে ধ্বংস করে এবং ইহাদের মোট ফল দাঁড়ায় শূন্য।

$\phi=m\pi$ হইতে পাওয়া যায়

$$\frac{\pi a}{\lambda}(\sin i+\sin\theta)=m\pi$$

বা $a(\sin i+\sin\theta)=m\lambda$; $\lambda, 2\lambda, 3\lambda\ldots$(0λ বাদে)$\cdots$ (3.99)

অবম আলোকতীব্রতা।

এখানেও দেখা যায় যে এই সংকেতটি একক রেখাছিদ্রের ক্ষেত্রের অবম তীব্রতার সহিত অভিন্ন। এই সংকেতটি পালিত হইলে সংশ্লিষ্ট কোণ θ দিকে শূন্য আলোকতীব্রতা সৃষ্টি হইবে। একমাত্র তফাৎ এই যে এই কোণে উভয় রেখাছিদ্রের বেলায়ই শূন্য আলোকতীব্রতা জন্মিবে। পূর্বেই দেখা গিয়াছে যে $a(\sin i+\sin\theta)$ প্রত্যেকটি রেখাছিদ্রের দুই প্রান্তের রশ্মির মধ্যের পথ-পার্থক্য ; আর একক রেখাছিদ্রের ক্ষেত্রে দেখা গিয়াছে যে এই ক্ষেত্রে পথপার্থক্য $m\lambda$ হইলে θ দিকে আলোকতীব্রতা শূন্য হয় (সমীকরণ 3.50) ঃ

আলোকতীব্রতার রাশিমালা দুইটি গুণকের গুণফল হওয়ার ফলে তীব্রতার চরম অবস্থান অবমের মত সহজে নির্ণয় করা যায় না। যদি কিছু স্থূলভাবে (approximately) হিসাব করা যায় তবে নিম্নলিখিতরূপে এই আসন্ন মান (approximate value) বাহির করা সম্ভব। এই পদ্ধতিতে $\frac{\sin^2\phi}{\phi^2}$ এর পরিবর্তন অগ্রাহ্য করিলে লেখা যায়

$\gamma=n\pi$, $n=$ অখণ্ড সংখ্যা→চরম তীব্রতা

বা $\frac{\pi}{\lambda}(a+b)(\sin i+\sin\theta)=n\pi$

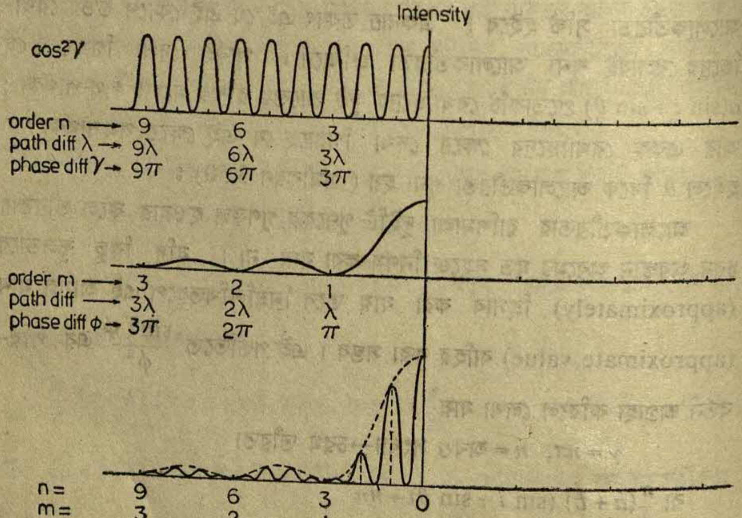
বা $(a+b)(\sin i+\sin\theta)=n\lambda$ …চরম তীব্রতা

বা $W(\sin i+\sin\theta)=n\lambda$ (3.100)

এখানেও সহজেই দেখা যায় যে $(a+b)(\sin i+\sin\theta)$ দুইটি রেখাছিদ্রের সংশ্লিষ্ট (corresponding) বিন্দু হইতে আগত আলোকরশ্মির পথ দূরত্ব।

কাজেই ব্যতিচারের নিয়ম অনুসারে ইহারা $n\lambda$ হইলে রশ্মি দুইটি একই দশায় থাকে যাহার ফলে তাহাদের লব্ধি চরম হয়। কিন্তু যে সর্ত আরোপ করা হইয়াছে (অর্থাৎ $\frac{\sin^2 \phi}{\phi^2}$ এর পরিবর্তন ধরা হয় নাই ; কিন্তু সেটা সাধারণতঃ এই পরীক্ষায় পালিত হয় না) একক রেখাছিদ্রের প্রস্থ খুব কম হইলেই শুধু এই অবস্থার সৃষ্টি হয়। একক রেখাছিদ্রের ব্যবর্তন ঝালরের প্রস্থ রেখাছিদ্রের প্রস্থের ব্যস্তানুপাতিক। সুতরাং রেখাছিদ্রের প্রস্থ যদি খুব কম হয় তবে ইহার ব্যবর্তন ঝালরগুলিও খুব প্রশস্ত হইবে ফলে কেন্দ্রীয় ঝালরটির আলোকতীব্রতার হ্রাস ধারের দিকে খুবই ধীরে ধীরে হইতে থাকিবে। এই অবস্থায় $W(\sin i + \sin\theta) = n\lambda$ এই সর্ত মোটামুটিভাবে পালিত হইবে এবং আলোক তীব্রতার চরম অবস্থানগুলি এই সম্বন্ধ হইতে স্থূলভাবে পাওয়া যাইবে। ইয়ং এর পরীক্ষায় রেখাছিদ্র দুইটির প্রস্থ খুব কম রাখা হয় বলিয়া ঐ ক্ষেত্রে চরম তীব্রতার ঝালর এই সম্বন্ধ হইতে পাওয়া যায় ইহা পূর্বেই দেখা গিয়াছে।

আলোক-তীব্রতার যথার্থ বণ্টন বাহির করিতে হইলে প্রথমে দুইটি গুণকের জন্যই আলাদা করিয়া তীব্রতার মান নির্ণয় করিতে হইবে। পরে এই দুইটি



চিত্র ৩.৩৯

তীব্রতার মান গুণ করিলে লব্ধি তীব্রতা পাওয়া যাইবে। লেখাচিত্রীয় পদ্ধতিতে এই আলোকতীব্রতা সহজেই বাহির করা যায়। ৩.৩৯ নং চিত্রে এইরূপ পদ্ধতি দেখানো হইয়াছে।

প্রথমটি $\cos^2\gamma$ গুণকের লেখাচিত্র। এইগুলি পরিচিত ব্যতিচার ঝালরের লেখাচিত্র বলিয়া সহজেই চেনা যায়। ইহাদের প্রস্থ সমান হইবে। চিত্রে অবশ্য সব ঝালরগুলিরই তীব্রতা সমান দেখানো হইয়াছে যদিও প্রকৃতপক্ষে তীব্রতা কেন্দ্র হইতে বাহিরের দিকে ক্রমশঃ কমিতে থাকিবে। চিত্রের নীচে বিভিন্ন তীব্রতার অবস্থানে সংশ্লিষ্ট ঝালরের ক্রম এবং পথ ও দশা পার্থক্য সূচিত হইয়াছে।

দ্বিতীয় চিত্রে অনুরূপভাবে একক রেখাচিদ্রের ব্যবর্তন ঝালর অঙ্কিত হইয়াছে। এখানেও উপরোক্ত বিষয়গুলি পার্শ্বে লিখিত আছে।

তৃতীয়টিতে লব্ধি আলোক তীব্রতার মান দেখানো হইয়াছে। এই লেখা-চিত্র পাওয়া গিয়াছে প্রতিটি θ কোণের জন্য উপরের লেখাচিত্র দুইটির সংশ্লিষ্ট কোটি (ordinate) গুণ করিয়া। যদিও কেন্দ্রীয় তীব্রতা তিনটি চিত্রেই একই স্কেলে আঁকা হইয়াছে, প্রকৃত ক্ষেত্রে তৃতীয়টির কোটিগুলি 4 দ্বারা গুণ করা প্রয়োজন কারণ তীব্রতার রাশিমালায় একটি 4 গুণক বর্ত্তমান। এই 4 গুণকটির অস্তিত্বের কারণ নিম্নরূপ। দুইটি রেখাছিদ্রের যে কোনও একটি বন্ধ করিলে অন্যটি একই স্থানে এবং একই প্রকারের ব্যবর্তন ঝালর উৎপন্ন করে। ইহার কারণ ঝালরগুলির কেন্দ্র L_2 লেন্সের কেন্দ্রের সহিত সম্পাতী হইবে বলিয়া দুই ক্ষেত্রেই একই জায়গায় ঝালর উৎপন্ন হয়। কিন্তু দুইটি একসঙ্গে খোলা থাকিলে দ্বিগুণ তীব্রতার একটি ব্যতিচার ঝালরশ্রেণীর সৃষ্টি হয় না। চরম তীব্রতার বেলায় L_2 লেন্সের ফোকাসতলে প্রতিটি বিন্দুতে রেখাছিদ্র হইতে আগত ভ্রংশ যোগ হইয়া দ্বিগুণ বিস্তার হয়, কারণ এই ভ্রংশ পরস্পর সংসক্ত। ফলে লব্ধি তীব্রতা দ্বিগুণের স্থানে চতুর্গুণ হইয়া থাকে।

আরও একটি জিনিষ লক্ষণীয়। লব্ধি ঝালরের মান দুইটি গুণকের গুণফলের সমান হওয়ার অর্থ এইভাবে ভাবা যায় যে ব্যতিচার ঝালর যেটা সৃষ্টি হয়, ব্যবর্তন ঝালরের তীব্রতার মান তাহার আবরণ (envelope) হিসাবে কাজ করিয়া তীব্রতার মান নিয়ন্ত্রণ করে। কাজেই যে অংশে সমান তীব্রতার ব্যতিচার ঝালরগুলির কোটি (ordinates) ব্যবর্তন ঝালরের বর্দ্ধমান (increa-sing) কোটি দ্বারা গুণ করা হয় সেখানে লব্ধি তীব্রতার চরম মান কোটির বৃদ্ধির দিকে সরিয়া আসিবে। তীব্রতার অবস্থানের এইরূপ স্থানচ্যুতি চিত্র নং ৩.৩৯ এ (তৃতীয় চিত্র) দেখানো হইয়াছে। কেন্দ্রীয় ব্যবর্তন ঝালরের ক্ষেত্রে এই ব্যতিচার ঝালর কেন্দ্রের দিকে সরিয়া আসিয়াছে। ইহার পরের ব্যবর্তন ঝালরের মধ্যে অবস্থিত ব্যতিচার ঝালরগুলি এই যুক্তি অনুসারে উভয় দিকেই

সরিয়া যাইবে। তীব্রতার মান খুবই কম বলিয়া এইগুলি চিত্রে ঠিকমত অঙ্কিত করা সম্ভব হয় নাই ; শুধু কেন্দ্রীয় ব্যবর্তন ঝালরের বেলায়ই এই স্থানচ্যুতি দেখানো হইয়াছে। স্থানচ্যুতি না হইলে এই ঝালরগুলির চরম তীব্রতার অবস্থান ভগ্নরেখা বরাবর হওয়ার কথা।

৩.৩৯ নং চিত্রের তৃতীয় অংশে যে লব্ধি ঝালর আকা হইয়াছে তাহাতে রেখাছিদ্রের প্রস্থ এবং তাহাদের মধ্যেকার ব্যবধানের একটি বিশেষ সম্বন্ধ আছে। এই ঝালরগুলি আকা হইয়াছে একটি θ কোণের স্কেল অনুসারে। আবার এই θ কোণের সহিত ϕ এবং γ কোণেরও সম্বন্ধ আছে। চিত্র নং ৩.৩৮ হইতে এই সম্বন্ধ নির্ণয় করা যাইতে পারে। হিসাবের সুবিধার জন্য যদি ধরা হয় যে আলো রেখাছিদ্রের উপর অভিলম্বভাবে আপতিত হইয়াছে তবে ব্যবর্তন ঝালরের ক্ষেত্রে লেখা যায়

$$\frac{2\pi}{\lambda}\ a \sin\theta = 2\phi$$

ঐ একই কোণে উৎপন্ন ব্যতিচার ঝালরের ক্ষেত্রে লেখা যায়

$$\frac{2\pi}{\lambda} W \sin\theta = 2\gamma.$$

সুতরাং $\dfrac{2\gamma}{2\phi} = \dfrac{W}{a}.$

কাজেই দেখা যাইতেছে যে একই কোণ θ র জন্য

$$\frac{\gamma}{\phi} = \frac{W}{a} = \frac{a+b}{a}$$

চিত্র ৩.৩৯ যেভাবে আকা হইয়াছে, তাহাতে $\dfrac{\gamma}{\phi} = 3$ ধরা হইয়াছে।

অতএব এখানে $a : b = 1 : 2$

যাহাতে পাওয়া যায় $\dfrac{a+b}{a} = 3.$

যদি রেখাছিদ্রের প্রস্থ এবং ইহাদের মধ্যের অস্বচ্ছ অংশের প্রস্থের অনুপাত আলাদা হয় তবে ঝালরগুলিতে আপেক্ষিক অবস্থান এবং প্রস্থও অনুরূপভাবে পরিবর্তিত হইবে। যেমন-বর্তমান ক্ষেত্রে কেন্দ্রীয় ব্যবর্তন ঝালরের মধ্যে তিনটি (একদিকে) ব্যতিচার ঝালর অবস্থিত থাকিবে। যদি $a : b = 1 : 5$ হয় তবে এই ব্যতিচার ঝালরের সংখ্যা দাড়াইবে ছয়টি। ইয়ংয়ের পরীক্ষায় এই অনুপাত খুব বড় করা হয় 1 : 10 অথবা 1 : 15 জাতীয় অথবা ইহার

অপেক্ষাও বেশী ; সুতরাং সেইসব ক্ষেত্রে কেন্দ্রীয় ব্যবর্তন ঝালরের মধ্যে দশ-পনেরোটি অথবা বেশী ব্যতিচার ঝালর বর্তমান থাকিবে।

লুপ্ত ক্রমের ঝালর (Missing order fringes).

৩.৩৯ নং চিত্রে তৃতীয়, ষষ্ঠ, নবম ইত্যাদি ঝালর লক্ষ্য করিলে দেখা যাইবে যে এখানে যে চরম তীব্রতার ঝালরগুলি হইবার কথা সেগুলি প্রায় অনুপস্থিত বলিলেই চলে। ইহার পরিবর্তে ঐ অবস্থানের দুই পাশে খুব কম তীব্রতার দুইটি ঝালর দেখা যায়। এই ঝালরের অনুপস্থিতিকে লুপ্ত ক্রমের (missing order) ঝালর বলা হয়। এই সব অবস্থানে সমীকরণ 3.100 অনুসারে ব্যতিচার ঝালরের চরম তীব্রতা হওয়ার কথা ; কিন্তু একই সময়ে ব্যবর্তন ঝালরের অবম (অর্থাৎ শূন্য) তীব্রতাও এই একই কোণে উৎপন্ন হইবার কথা। কিন্তু লব্ধি তীব্রতা এই দুই স্বতন্ত্র তীব্রতার গুণফল হওয়ার জন্য এইসব অবস্থানে শূন্য দাড়াইবে। এই অবস্থান অবশ্য একটি বিন্দুর বেলায়ই প্রযোজ্য ; লেখাচিত্র ৩.৩৯ হইতে দেখা যায় যে ইহার দুইপাশে সামান্য তীব্রতা বর্তমান থাকায় দুইটি সামান্য তীব্রতার ঝালর উৎপন্ন হইবে। লুপ্ত ক্রমের ঝালর সৃষ্টির সর্ত হইবে নিম্নরূপ

$W \sin \theta = n\lambda$ → চরম তীব্রতার ব্যতিচার ঝালর

$a \sin \theta = m\lambda$ → অবম তীব্রতার ব্যবর্তন ঝালর

$$\therefore \quad \frac{W \sin \theta}{a \sin \theta} = \frac{n\lambda}{m\lambda}$$

$$\text{বা} \quad \frac{W}{a} = \frac{n}{m}. \qquad (3.101)$$

চিত্রে অঙ্কিত ক্ষেত্রে $W : a = 3 : 1$

সুতরাং এই ক্ষেত্রে $m = 1, 2, 3$ ইত্যাদির জন্য লুপ্ত ঝালরের ক্রম হইবে 3, 6, 9.

যদি $W : a = 2 : 1$ হয় তবে

$m = 1, 2, 3$ ইত্যাদির ক্ষেত্রে লুপ্ত ঝালরের ক্রম হইবে 2, 4, 6.

তবে একটি জিনিষ বুঝা প্রয়োজন। m এবং n দুইটিই অখণ্ড সংখ্যা। কাজেই লুপ্ত ক্রমের ঝালর উৎপন্ন হওয়ার জন্য W এবং a এর অনুপাতও দুইটি ক্ষুদ্র অখণ্ড সংখ্যার অনুপাতের সমান হওয়া প্রয়োজন। ফলে লুপ্ত ক্রমের ঝালর সাধারণত দেখা যায় না। অবশ্য $W : a$ যদি খুব বড় হয় তাহা হইলেও

তাত্ত্বিক দিক হইতে লুপ্ত ক্রমের ঝালর দেখা সম্ভব কিন্তু প্রকৃত পরীক্ষার ক্ষেত্রে এই লুপ্ত ঝালর পাওয়া দুষ্কর হইবে।

এই লুপ্ত ঝালরগুলির সৃষ্টির কারণ সাধারণভাবেও বুঝা যায়। চিত্রে অঙ্কিত ক্ষেত্রে তৃতীয় ক্রমের ব্যতিচার ঝালরটি লুপ্ত হইবে। এইটির ক্ষেত্রে সমীকরণ দাড়াইবে

$$W \sin \theta = 3\lambda$$

ইহাতে দুইটি রেখাছিদ্রের সংশ্লিষ্ট বিন্দু হইতে নির্গত রশ্মির মধ্যে পথপার্থক্য 3λ. সুতরাং তাহারা একই দশার হওয়ায় এই কোণে তীব্রতা চরম হওয়ার কথা। কিন্তু ঠিক এই একই কোণে নির্গত একটি রেখাছিদ্রের দুই প্রান্ত হইতে ব্যবর্তিত রশ্মির পথপার্থক্য λ. সুতরাং এই রেখাছিদ্রের সমস্ত রশ্মির এই কোণে লব্ধি তীব্রতা হইবে শূন্য। অন্যটির বেলায়ও এই কথাই প্রযোজ্য হইবে। কাজেই এই θ কোণে দুইটি রেখাছিদ্রের প্রত্যেকটি হইতে নির্গত আলোকরশ্মির মোট ফল শূন্য হওয়ায় এই কোণের ব্যতিচার ঝালরটি লুপ্ত হইয়া যাইবে।

যুগ্ম-রেখাছিদ্রের ঝালরশ্রেণীতে রেখাছিদ্রের প্রস্থ a এবং ইহাদের মধ্যের অস্বচ্ছ অংশের প্রস্থ b এর অনুপাতের উপর ঝালর নকসা অনেকাংশে নির্ভর করিবে একথা আগেই বলা হইয়াছে। যদি ইহাদের মধ্যে a অপরিবর্তিত রাখিয়া b এর মান বাড়ানো যায় তবে ব্যবর্তন ঝালরের প্রস্থ অপরিবর্তিত থাকে, কিন্তু রেখাছিদ্র দুইটির মধ্যে দূরত্ব বাড়ায় ইহাদের আলোতে উৎপন্ন ব্যতিচার ঝালরের প্রস্থ কমিতে থাকিবে। সুতরাং কেন্দ্রীয় ব্যবর্তন ঝালরের মধ্যে অবস্থিত ব্যতিচার ঝালরের সংখ্যাও বাড়িতে থাকিবে। আবার যদি অস্বচ্ছ অংশ b এর প্রস্থ অপরিবর্তিত রাখিয়া রেখাছিদ্রের প্রস্থ a কমানো হয় তবে ব্যবর্তন ঝালরের প্রস্থ বাড়িয়া যাইবে যদিও ব্যতিচার ঝালরের প্রস্থ খুব সামান্যই পরিবর্তিত হইবে। এক্ষেত্রেও কেন্দ্রীয় ব্যবর্তন ঝালরের মধ্যে অবস্থিত ব্যতিচার ঝালরের সংখ্যা বাড়িয়া যাইবে। অন্যদিকে b কমাইলে বা a বাড়াইলে স্বভাবতই ইহার বিপরীত ব্যাপার ঘটিবে।

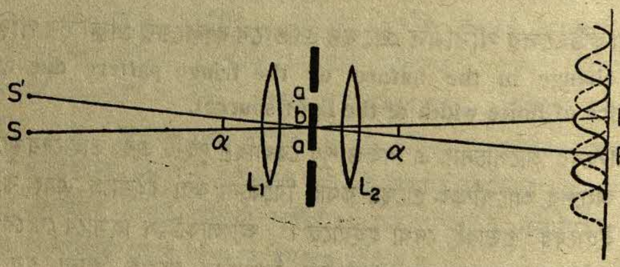
যুগ্ম রেখাছিদ্রের যে ঝালর নকসার আবির্ভাব হয় তাহার উৎপত্তি সম্বন্ধে প্রশ্ন উঠিতে পারে যে ইহা ব্যবর্তন না ব্যতিচার ঝালর? এ পর্য্যন্ত যে আলোচনা করা হইরাছে তাহা হইতে দেখা যায় যে এই ঝালরের উৎপত্তির কারণ ব্যবর্তন এবং ব্যতিচার দুইই হইতে পারে। ইয়ংএর পরীক্ষার রেখাছিদ্রের মত এক্ষেত্রেও দুইটি রেখাছিদ্র হইতে আলো আসিয়া অধিস্থাপিত (superposed) হইতেছে; অতএব এখানে ব্যতিচার ঝালর হওয়ার কথা।

আবার একক রেখাছিদ্রের ব্যবর্তন ঝালরের আলোচনা হইতে দেখা যায় যে প্রতিটি রেখাছিদ্রই একপ্রস্থ ব্যবর্তন ঝালরের সৃষ্টি করে। আর দ্বিতীয় লেন্সটি L_2 (চিত্র নং ৩.৩৮) থাকার জন্য এই দুইটি ঝালরশ্রেণী একই স্থানে পড়ে। তবে ব্যবর্তনের আলোচনায় দেখা গিয়াছে যে ইহা প্রকৃতপক্ষে তরঙ্গমুখের বিভিন্ন অংশ হইতে উৎপন্ন মাধ্যমিক তরঙ্গসমূহের (secondary wavelets) ব্যতিচার ভিন্ন আর কিছুই নয়। সুতরাং এইদিক হইতে বিচার করিলে যুগ্ম রেখাছিদ্রের ঝালরশ্রেণীর উৎপত্তির কারণ সমস্তটাই ব্যতিচার বলিয়া বলা চলে। আবার অন্য দিকে সমস্ত ব্যাপারটাকে শুধুমাত্র ব্যবর্তনও বলা চলিতে পারে। কারণ ঝালরের আলোকতীব্রতা পাওয়া গিয়াছে (সমীকরণ ৩.৯৪) আপতিত আলোকরশ্মিমালার তরঙ্গমুখের প্রভাব সমাকলন করিয়া, যেরূপভাবে একক রেখাছিদ্রের ব্যবর্তনের জন্য আলোকতীব্রতার রাশিমালা হিসাব করা হইয়াছে। তবে প্রচলিত রীতি অনুসারে দুই বা ততোধিক আলোক রশ্মিমালার অধিস্থাপনের ফলে সৃষ্ট ঝালরকে বলা হয় আলোকের ব্যতিচার। আর আলোকের তরঙ্গমুখের বিভিন্ন বিন্দু হইতে নির্গত মাধ্যমিক তরঙ্গসমূহের ব্যতিচারকে ব্যবর্তন বলিয়া আখ্যা দেওয়া হয়। সুতরাং এই দিক হইতে দেখিতে গেলে যুগ্মরেখাছিদ্রের ঝালরশ্রেণীর উৎপত্তিকে যুগপৎ ব্যবর্তন এবং ব্যতিচারের দরুণ বলা যাইতে পারে। আর ব্যবর্তনও ব্যতিচারেরই নামান্তর এবং প্রকারভেদ মাত্র।

আলোকউৎসের পরিমিত প্রস্থের প্রভাবে ঝালরের প্রকৃতির পরিবর্তন (The change in the nature of the fringe pattern due to the influence of finite width of the light source).

ঝালরের আলোচনায় এ পর্য্যন্ত শুধু রেখাছিদ্র দুইটি এবং তাহাদের মধ্যেকার অস্বচ্ছ অংশের আপেক্ষিক প্রস্থের কথাই বিবেচনা করা হইয়াছে এবং ঝালরের উপর ইহাদের প্রভাবই দেখা হইয়াছে। আলোকউৎস হিসাবে যে রেখাছিদ্র ব্যবহৃত হইয়াছে, তাহার প্রস্থ কোনওরূপ হিসাবের মধ্যেই আনা হয় নাই। কিন্তু একটু ভাবিয়া দেখিলে বুঝা যাইবে যে এই রেখাছিদ্রের প্রস্থও ঝালরের প্রকৃতি অনেকাংশে নিয়ন্ত্রণ করিবে। ঝালরের সৃষ্টির বেলায় ধরা হইয়াছে যে রেখাছিদ্র দুইটিতে একটি মাত্র সমান্তরাল আলোকরশ্মিমালা আপতিত হইয়াছে এবং এই রশ্মিমালা L_2 লেন্সের ফোকাসতলে ঘনীভূত হইয়াছে। কিন্তু এই কল্পনার অর্থ এই যে L_1 লেন্সের ফোকাসতলে একটি সরলরেখাকৃতি উৎস অবস্থিত আছে এই সরলরেখার কোনও প্রস্থ বর্তমান নাই। কিন্তু প্রকৃতপক্ষে

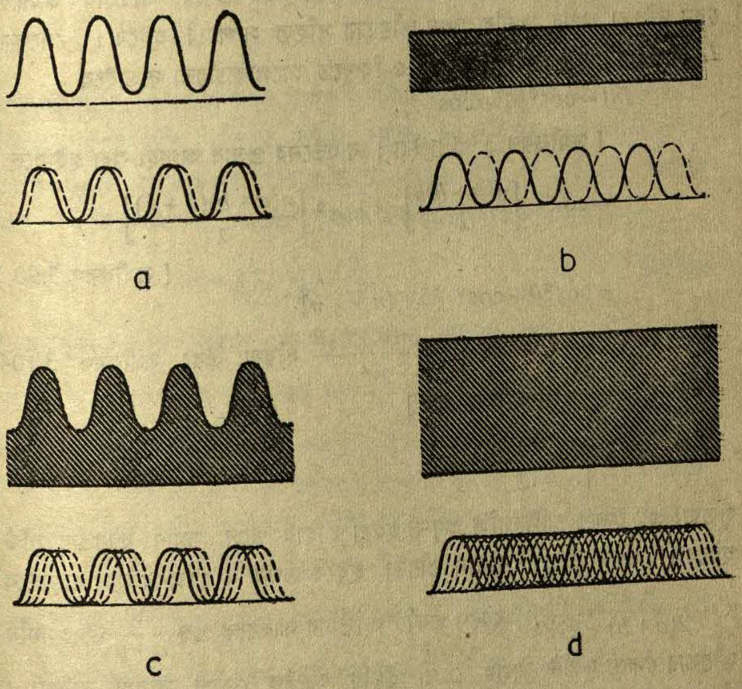
ব্যবহৃত রেখাছিদ্রটি এইরূপ অনেকগুলি সরলরেখার সমষ্টি বলিয়া মনে করা যায়। ইহাদের প্রত্যেকেই একটি সমান্তরাল রশ্মিমালার সৃষ্টি করিবে এবং ইহারা প্রত্যেকেই আলাদা কোণে যুগ্ম রেখাছিদ্রের উপর আপতিত হওয়ায় L_2 লেন্সদ্বারা ইহার ফোকাসতলে বিভিন্ন অবস্থানে ঘনীভূত হইবে। ফলে একটি ঝালরশ্রেণীর পরিবর্তে পাশাপাশি অবস্থিত অনেকগুলি ঝালরশ্রেণীর উদ্ভব হইবে এবং লব্ধি ঝালরশ্রেণী পাওয়া যাইবে এই সমস্তগুলির সমষ্টির সমান। ধরা যাক এইরূপ দুইটি আলোকিত সরলরেখা উৎস হিসাবে ব্যবহার করা হইয়াছে এবং ইহাদের দশার মধ্যে কোনও সম্বন্ধ নাই ; অর্থাৎ এই উৎস দুইটি পরস্পর সংসক্ত নহে। তাহা হইলে এই দুইটি উৎস S এবং S' প্রত্যেকেই একটি সমান্তরাল রশ্মিমালা যুগ্ম রেখাছিদ্রের উপর আপতিত করিবে। ইহাদের আপতন কোণ আলাদা হওয়ায় প্রত্যেকেই L_2 লেন্সের ফোকাসতলে একপ্রস্থ ঝালর সৃষ্টি করিবে। এই দুইপ্রস্থ ঝালর একসঙ্গে মিলিবে না, পাশাপাশি সরিয়া অবস্থান করিবে। আলোকউৎস দুইটি যুগ্ম রেখাছিদ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে, ঝালর প্রস্থ দুইটিও যুগ্ম রেখাছিদ্রে সেই কোণই উৎপন্ন করিবে। আর উৎস দুইটি পরস্পর সংসক্ত নয় বলিয়া লব্ধি ঝালরের আলোকতীব্রতা পাইতে হইলে ইহাদের পৃথক তীব্রতা যোগ করিতে হইবে। ৩.৪১ নং চিত্রে দেখা যাইতেছে অসংসক্ত আলোকউৎস SS' যুগ্ম রেখাছিদ্রে α কোণ উৎপন্ন করিতেছে। ইহাদের প্রত্যেকেই L_2 লেন্সের



চিত্র ৩.৪১

ফোকাসতলে একপ্রস্থ ঝালর উৎপন্ন করিয়াছে। S এবং S' এর ঝালরের কেন্দ্রীয় ঝালর যথাক্রমে P এবং P' আর ইহারা রেখাছিদ্রের তলে α কোণ উৎপন্ন করিয়াছে। যে লব্ধি ঝালরশ্রেণী পাওয়া যাইবে তাহা হইবে এই দুইটি ঝালরশ্রেণীর তীব্রতার যোগফল। যদি α কোণ খুবই ক্ষুদ্র হয় তবে এই দুই প্রস্থ ঝালর প্রায় মিলিয়া যাইবে এবং ইহাদের স্পষ্টতার হ্রাস হইবে

না। চিত্রে শুধুমাত্র ব্যতিচার ঝালরই আঁকা হইয়াছে ; ব্যবর্তন ঝালরের প্রভাবে কেন্দ্র হইতে ধারের দিকে ইহাদের তীব্রতা কমিতে থাকিবে। কিন্তু মোটামুটিভাবে ব্যতিচার ঝালরের প্রভাবই বেশী গুরুত্বপূর্ণ হইবে বলিয়া শুধু এইগুলিই আঁকা হইয়াছে। S এবং S' যদি এত কাছাকাছি হয় যে P এবং P' এর মধ্যের দূরত্ব একটি ব্যতিচার ঝালরের প্রস্থের তুলনায় খুবই কম তবে দুইটি ঝালরশ্রেণীর স্বতন্ত্র এবং লব্ধি তীব্রতা চিত্রে দেখানো হইয়াছে (চিত্র ৩.৪২a)। লব্ধি তীব্রতা কোথায়ও শূন্য হইবে না আর চরম তীব্রতা প্রায়



চিত্র ৩.৪২

দ্বিগুণ হইয়া যাইবে। কিন্তু স্পষ্টতা বিশেষ কমিবে না। কিন্তু যদি S এবং S' এর দূরত্ব এমন হয় যে P এবং P' এর দূরত্ব ঝালরের প্রস্থের অর্ধেক দাড়ায় তবে চিত্র হইতে দেখা যায় যে এখানে ফোকাসতলে সর্বত্র সমান তীব্রতা হইবে অর্থাৎ এই ক্ষেত্রে কোনও ব্যতিচার ঝালর দেখা যাইবে না। র‍্যালে মাপদণ্ড (Rayleigh criterion) অনুসারে অবশ্য মনে হইতে পারে যে যখন একটি ঝালরশ্রেণীর চরম তীব্রতা অন্যটির প্রথম অবম তীব্রতার সহিত

মিলিয়া যায় তখন এই দুই শ্রেণীকে স্বতন্ত্র বলিয়া চিনিতে পারা যায়, যদিও এইটিই সীমারেখা ; ইহা অপেক্ষা নিকটবর্তী হইলে দুইটিকে আর স্বতন্ত্র বলিয়া চেনা যাইবে না। কিন্তু বর্তমান ক্ষেত্রে ইহাদের স্বতন্ত্র বলিয়া চেনা যাইবে না। তাহার কারণ ব্যতিচার ঝালরের অবম তীব্রতার অবস্থান নির্ণীত হয় নিম্নলিখিত সর্ত দ্বারা

$$\sin\theta \simeq \theta = (n+\tfrac{1}{2})\frac{\lambda}{a+b} \qquad n = \text{অখণ্ড সংখ্যা} \tag{3.104}$$

বর্তমান ক্ষেত্রে α যদি θ এর সমান হয় তবে এক শ্রেণীর ব্যতিচার ঝালরের চরম তীব্রতা অপর শ্রেণীর অবম তীব্রতার সহিত সম্পাতী হইবে। সেক্ষেত্রে L_2 লেন্সের ফোকাসতলে যে কোনও বিন্দুতে আলোকতীব্রতা দাড়াইবে

$$Int = \cos^2\gamma_s + \cos^2\gamma_{s'}$$

[সমীকরণ 3.95 দ্রষ্টব্য ; ব্যবর্তনের প্রভাব অগ্রাহ্য করা হইয়াছে]

$$= \cos^2\left[\frac{\pi(a+b)\theta}{\lambda}\right] + \cos^2\left[\frac{\pi(a+b)(\theta+\alpha)}{\lambda}\right]$$

[সমীকরণ 3.90]

$$= \cos^2\delta + \cos^2\left[\delta + (n+\tfrac{1}{2})\pi\right]$$

[এখানে $\delta = \dfrac{\pi(a+b)\theta}{\lambda}$ ধরিয়া এবং সমীকরণ 3.104 ব্যবহার করিয়া]

$$= \cos^2\delta + \sin^2\delta$$
$$= 1.$$

সুতরাং এই ক্ষেত্রে ঝালরগুলি অদৃশ্য হইয়া তাহার স্থলে সমান তীব্রতার সৃষ্টি হইবে। যখন এইরূপ সমান তীব্রতা হইবে তখন α কোণের মান দাড়াইবে $\alpha = \dfrac{\lambda}{2(a+b)} = \dfrac{\lambda}{2W}$. কারণ একটি ব্যতিচার ঝালরের প্রস্থ $\dfrac{\lambda}{a+b}$ এবং সমান তীব্রতার ক্ষেত্রে দুইটি ঝালর শ্রেণী ইহার অর্দ্ধেক কোণে সরিয়া থাকিবে। আবার যখন একশ্রেণীর ঝালরের কেন্দ্রীয় চরম তীব্রতা দ্বিতীয় শ্রেণীর ঝালরের দ্বিতীয় অবম তীব্রতার অবস্থানের সম্পাতী হইবে তখনও সমান তীব্রতার সৃষ্টি হইবে। সুতরাং L_2 লেন্সের ফোকাসতলে ঝালরের অন্তর্ধানের সর্ত হইবে ঃ

$$\alpha = \frac{\lambda}{2W},\ \frac{3\lambda}{2W},\ \frac{5\lambda}{2W} = \frac{(2n+1)\lambda}{2W} \tag{3.105}$$

কিন্তু যদি S এবং S' দুইটি সম্পূর্ণ অসংসক্ত আলাদা আলোক উৎস না হইয়া একটি পরিমিত প্রস্থের রেখাছিদ্রের অংশ হয় তবে এই রেখাছিদ্রে এইরূপ

অনেকগুলি উৎসের পাশাপাশি অবস্থান হইবে। তাহা হইলে যদি রেখাছিদ্রের দুই প্রান্তে অবস্থিত রশ্মিদ্বয়ের জন্য $\alpha = \frac{\lambda}{2W}$ সর্ত পালিত হয় তবে এক্ষেত্রে ঝালরের অন্তর্ধান ঘটিবে না। চিত্র নং ৩.৪২ c হইতে সহজেই ইহা দেখা যাইবে। এই বেলায় তীব্রতার তারতম্য বর্তমান থাকিবে, কিন্তু ইহাদের পৃষ্ঠভূমিতে (background) আলোকের তীব্রতা বৃদ্ধি পাইবে। ঝালরের অন্তর্ধানের জন্য এই ক্ষেত্রে দুইটি প্রান্তিক আলোর নিম্নলিখিত সর্ত পালন করা আবশ্যক হইবে

$$\alpha = \frac{\lambda}{W}$$

কারণ এই সর্তের পালনের ফলে ঝালরের সর্বত্রই সমান সংখ্যক উপাংশ বর্তমান থাকিবে ; ফলে লব্ধি তীব্রতা সর্বত্রই সমান হইবে (চিত্র নং ৩.৪২ d)। অতএব পূর্বের আলোচনার পরিপ্রেক্ষিতে লেখা যায় যে সীমিত প্রস্থের রেখাছিদ্র আলোক উৎসের বেলায় ঝালরের অন্তর্ধানের সর্ত হইবে

$$\alpha = \frac{\lambda}{W}, \ \frac{2\lambda}{W}, \ \frac{3\lambda}{W} \qquad (3.106)$$

এই আলোচনা হইতে পরীক্ষা ব্যবস্থায় আলোক উৎসের প্রস্থের সীমা সম্বন্ধে একটি ধারণা করা যায়। যদি এই প্রস্থ $\frac{\lambda}{W}$ হয় তবে ঝালরের সম্পূর্ণ অন্তর্ধান ঘটিবে। আবার যদি ইহা খুবই কম হয় তবে প্রস্থের জন্য ঝালরের স্পষ্টতা না কমিলেও আপতিত আলোর স্বল্পতার জন্য স্পষ্টতার হ্রাস হইবে। সুতরাং এই দুইটি সীমার মধ্যে সামঞ্জস্য করিয়া রেখাছিদ্রের প্রস্থ নিয়ন্ত্রণ করিতে হইবে। এটা অবশ্য খানিকটা ইচ্ছাধীন (arbitrary) এবং স্পষ্টতার সজ্ঞার উপরও নির্ভর করিবে। যদি ধরা যায় যে $\alpha = \frac{\lambda}{2W}$ অবস্থায় যে ঝালর সৃষ্ট হয় তাহাই স্পষ্টতার শেষ সীমা, আর যদি L_1 লেন্সের ফোকাস দূরত্ব হয় f' তবে রেখাছিদ্রের প্রস্থ হইবে

$$SS' = f'\alpha = \frac{f'\lambda}{2W}$$

কিন্তু যদি ধরা হয় যে স্পষ্টতার সীমা হওয়া দরকার $\alpha = \frac{\lambda}{4W}$, তাহা হইলে স্বভাবতই এই ক্ষেত্রে রেখাছিদ্রের প্রস্থ দাড়াইবে

$$SS' = \frac{f'\lambda}{4W}$$

সুতরাং যদি ইহাদের প্রথমটি নিয়া হিসাব করা যায় এবং সেজন্য নিম্নলিখিত রাশিগুলি ব্যবহার করা হয়

$f' = 20$ cm., $\lambda = 5000$ Å, $W = 1$ mm., তবে পাওয়া যায়
$SS' = 0.05$ mm.

মাইকেলসনের তারকীয় ব্যতিচারমাপক (Michelson's Stellar Interferometer).

আলোকউৎসের আকৃতির উপর নির্ভর করিয়া ব্যবর্তন ঝালরের তীব্রতার এই পরিবর্তন এবং কোনও কোনও ক্ষেত্রে ঝালরের অন্তর্ধান হইতে দুইটি তারকার কৌণিক বিযোজন (angular separation) মাপা যায়। দুইটি তারকা যদি দূরবীক্ষণ যন্ত্র দিয়া দেখা যায় এবং ইহার সামনে যদি একটি যুগ্ম রেখাছিদ্র রাখা হয় তবে প্রত্যেকটি তারকা একপ্রস্থ ঝালরের সৃষ্টি করিবে। যদি তারকার কৌণিক বিযোজন এমন হয় যে $\alpha = \dfrac{\lambda}{2W}$ তাহা হইলে অভিনেত্রের দৃষ্টিক্ষেত্রে ঝালরগুলি অদৃশ্য হইয়া শুধু সমান তীব্রতার আলো দেখা যাইবে। কিন্তু যুগ্ম তারকার বিযোজন ডপ্‌লারের নীতির (Doppler's Principle) সাহায্যে আরও সহজে নির্ণয় করা যায়। যদি একটি তারকার ব্যাস নির্ণয় করিতে হয় তবে ইহার বেলায় ডপ্‌লারের নীতি প্রয়োগ সম্ভব নয়। এই ব্যাসের নিরূপণ প্রথম মাইকেলসন করেন যুগ্ম-রেখাছিদ্রের পরীক্ষার সাহায্যে। এইক্ষেত্রে অভিনেত্রের দৃষ্টিক্ষেত্রে আলোকতীব্রতা নিম্নলিখিতরূপে নির্ণয় করা যায়।

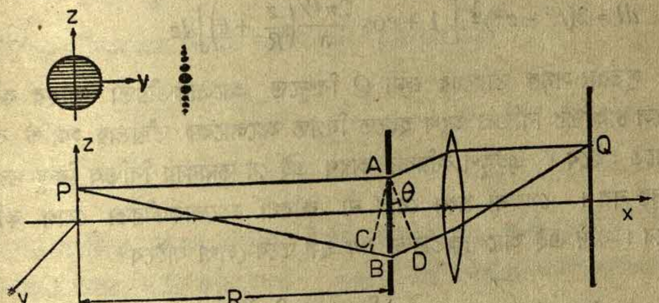
৩.৪৩ নং চিত্রে একটি যুগ্ম রেখাছিদ্র দূরবীক্ষণ যন্ত্রের সামনে রাখা হইয়াছে। আলোকউৎস একটি বৃত্তাকার তারকা। তারকাটির সর্বত্র সমান আলোকতীব্রতা ধরা হইয়াছে। এই তারকার জন্য অভিনেত্রের দৃষ্টিক্ষেত্রে ঝালরের সৃষ্টি হইবে। ইহার আলোক তীব্রতা বাহির করিবার জন্য বৃত্তাকার তারকাটিকে y অক্ষের দিকে সরলরেখা দ্বারা অনেকগুলি সমান প্রস্থের খণ্ডে বিভক্ত করা হইয়াছে। এই প্রতিটি খণ্ডকে কার্যতঃ একটি অসংসক্ত আলোক-বিন্দু হিসাবে গণ্য করা হইবে আর ইহাদের প্রত্যেক বিন্দুর আলোক তীব্রতা ঐ খণ্ডের ক্ষেত্রফলের সমানুপাতিক হইবে। সুতরাং ইহারা চিত্রে প্রদর্শিত আলোকবিন্দুর সারি হিসাবে গণ্য হইতে পারে। এইরূপ বিন্দু হিসাবে গণ্য করিবার স্বপক্ষে যুক্তি এই যে যদি রেখাছিদ্রের দৈর্ঘ্য এত বেশী না হয় যাহাতে ঐ তারকার কৌণিক ব্যাস বিভেদন সীমার (limit of resolution) অনেক

বাহিরে থাকে তবে প্রতিটি খণ্ডকে একটি বিন্দু উৎস হিসাবে ধরা যায়। তারকার চাকতির কেন্দ্র হইতে z দূরে একটি খণ্ডের ক্ষেত্রফল da হইবে

$$da = ydz = (r^2 - z^2)^{\frac{1}{2}} dz \tag{3.107}$$

এখানে r = তারকার চাকতির ব্যাসার্দ্ধ।

এই চিত্রে y অক্ষকে রেখাছিদ্রের দৈর্ঘ্যের সমান্তরাল বলিয়া ধরা হইয়াছে।



চিত্র ৩.৪৩

এইবার দূরবীক্ষণের অভিলক্ষ্যের ফোকাসতলে কোনও বিন্দু Q তে আলোকতীব্রতার কথা যদি ধরা যায় তবে তারকার যে কোনও বিন্দু হইতে নির্গত দুইটি আলোক রশ্মির, যাহারা রেখাছিদ্রের মধ্য দিয়া গমন করিতেছে, পথপার্থক্য নির্ণয় করিতে হইবে। এইজন্য A রেখাছিদ্র হইতে B এর ভিতর দিয়া গমনকারী রশ্মির উপর দুইটি লম্ব টানা হইয়াছে এবং ইহারা C এবং D বিন্দুতে রশ্মিটিকে ছেদ করিয়াছে। সুতরাং এই দুইটি রশ্মি PAQ এবং PBQ এর মধ্যে পথ-পার্থক্য $CB + BD$. অতএব ইহাদের দশা-পার্থক্য δ লেখা যায়

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(CB + BD)$$

কিন্তু চিত্র হইতে দেখা যায়

$$CB = \frac{W \cdot z}{R}\,; \quad BD = W \cdot \theta$$

এখানে R = তারকা এবং যুগ্ম-রেখাছিদ্রের মধ্যের দূরত্ব ; W = দুইটি রেখাছিদ্রের মধ্যের দূরত্ব

$$\therefore \quad \delta = \frac{2\pi}{\lambda} W\left(\frac{z}{R} + \theta\right) \tag{3.108}$$

এখানে দেখা যাইতেছে যে Q বিন্দুতে দুইটি সংসক্ত আলোকরশ্মি অধিস্থাপিত (superposed) হইতেছে। ইহাদের আলোকতীব্রতা da এর সমানুপাতিক আর ইহাদের মধ্যে দশা পার্থক্য δ. এইক্ষেত্রে লব্ধি তীব্রতা হয় $2da\,[1+\cos(\delta_1-\delta_2)]=2da\,[1+\cos\delta]$

δ_1 এবং δ_2 দুইটি আলোকরশ্মির স্বতন্ত্র দশা ধ্রুবক।

∴ তারকার এই বিন্দুর জন্য আলোক তীব্রতা dI লেখা যায়

$$dI=2(r^2-z^2)^{\frac{1}{2}}\left[1+\cos\frac{2\pi W}{\lambda}\left(\frac{z}{R}+\theta\right)\right]dz \tag{3.109}$$

সুতরাং সমস্ত তারকার জন্য Q বিন্দুতে আলোকতীব্রতা বাহির করিতে হইলে চাকতির বিভিন্ন অংশ হইতে নির্গত আলোকের তীব্রতার সমষ্টি বাহির করিতে হইবে। এইরূপ করিবার কারণ এই যে তারকার বিভিন্ন বিন্দু পরস্পর সংসক্ত নয়। সেজন্য ভ্রংশ যোগ না করিয়া আলোকতীব্রতা যোগ করিতে হইবে। যদি এই আলোকতীব্রতা Int হয় তবে লেখা যাইবে

$$Int=2\int_{-r}^{+r}(r^2-z^2)^{\frac{1}{2}}\left[1+\cos\frac{2\pi W}{\lambda}\left(\frac{z}{R}+\theta\right)\right]dz \tag{3.110}$$

এইবার লেখা যাক $\dfrac{z}{r}=Z$,

তাহা হইলে দাড়ায় $Z=+1$ এবং -1 যখন যথাক্রমে $z=r$ এবং $z=-r$. আর $dz=rdZ$.

$$\therefore\quad Int=2\int_{-1}^{1}r^2(1-Z^2)^{\frac{1}{2}}\left[1+\cos\frac{2\pi W}{\lambda}\left(\frac{rZ}{R}+\theta\right)\right]dZ.$$

$$=\pi r^2+2r_2\int_{-1}^{1}(1-Z^2)^{\frac{1}{2}}\left[\cos\frac{2\pi WrZ}{R\lambda}\cos\frac{2\pi W\theta}{\lambda}\right.$$

$$\left.-\sin\frac{2\pi WrZ}{R\lambda}\sin\frac{2\pi W\theta}{\lambda}\right]dZ \tag{3.111}$$

বৃত্তীয় ছিদ্র হইতে ফ্রনহফার ব্যবর্তনের ক্ষেত্রে যেরকম দেখা গিয়াছে এখানেও সেইরূপ দ্বিতীয় সংখ্যাটি অর্থাৎ যাহাতে sin আছে বিষম অপেক্ষক (odd function) বলিয়া এটির সমাকলনের ফল দাড়াইবে শূন্য। আর তাছাড়া যে কোনও একটি বিন্দু Q এর জন্য θ কোণ ধ্রুবক। সুতরাং দাড়ায়

$$Int=\pi r^2+2r^2\cos\frac{2\pi W\theta}{\lambda}\int_{-1}^{+1}(1-Z^2)^{\frac{1}{2}}\cos\frac{2\pi Wr}{R\lambda}ZdZ.$$

এবার নিম্নলিখিত মানক ফলটি (standard result) ব্যবহার করা যায়

$$\int(1-Z_2)^{\frac{1}{2}}\cos\frac{2\pi Wr}{R\lambda}ZdZ=\frac{\pi J_1\left(\frac{2\pi Wr}{R\lambda}\right)}{\left(\frac{2\pi rW}{R\lambda}\right)} \tag{3.112}$$

এই রাশিমালায় $\frac{J_1(x)}{x}=0$ যখন $x=1\cdot22\pi.$

ফলে *Int* রাশিমালায় দ্বিতীয় পদটি শূন্য দাড়াইবে যখন

$$\frac{2\pi Wr}{R\lambda}=1\cdot22\pi.$$

$$\text{বা}\quad \frac{2Wr}{R\lambda}=1\cdot22. \tag{3.113}$$

এই সর্ত পালিত হইলে আলোকতীব্রতা হইবে πr^2 ; অর্থাৎ ইহা Q বিন্দুর অবস্থানের উপর নির্ভর করিবে না। সুতরাং এই অবস্থায় ঝালরশ্রেণীর লোপ হইবে।

৩.৪৩ নং চিত্র হইতে দেখা যায় যে তারকার কৌণিক ব্যাস $\alpha=\frac{2r}{R}.$

$$\text{সুতরাং}\quad \alpha=\frac{1.22\lambda}{W}.\quad (\text{৩.১১৩ সমীকরণের সাহায্যে}) \tag{3.114}$$

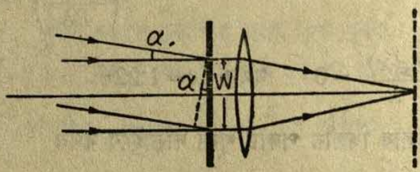
এই হিসাবে অবশ্য ব্যবর্তনের জন্য কেন্দ্র হইতে বাহিরের দিকে আলোক-তীব্রতার হ্রাস ধরা হয় নাই। ইহা মোটামুটি পালিত হইতে হইলে (অর্থাৎ হ্রাসের হার কম হইতে হইলে) রেখাছিদ্রের প্রস্থ খুবই ছোট হওয়া দরকার।

এখানে বিশেষভাবে লক্ষণীয় এই যে পূর্বের আলোচনায় আলোকউৎস রেখা-ছিদ্রের আকৃতির ধরিয়া পাওয়া গিয়াছিল যে $\alpha=\frac{\lambda}{W}$ হইলে ঝালরের প্রথম অন্তর্ধান ঘটে। আলোকউৎস বৃত্তাকার ধরায় 1·22 একটি বাড়তি রাশি আসিয়াছে। অর্থাৎ এয়ারীর চাকতির (Airy's disc) বেলায় যে 1·22 পদটি পাওয়া গিয়াছিল এখানেও অনুরূপ একটি পদ পাওয়া গিয়াছে। রেখাছিদ্রাকার হইতে বৃত্তাকারে পরিবর্তনের ফলে এই 1·22 গুণকের আবির্ভাবটি লক্ষণীয়।

এই নীতি (অর্থাৎ রেখাছিদ্রের মধ্যে ব্যবধানের উপর নির্ভর করিয়া ঝালরের অন্তর্ধান) ব্যবহার করিয়া মাইকেলসন তারকার ব্যাস নির্ণয় করেন।

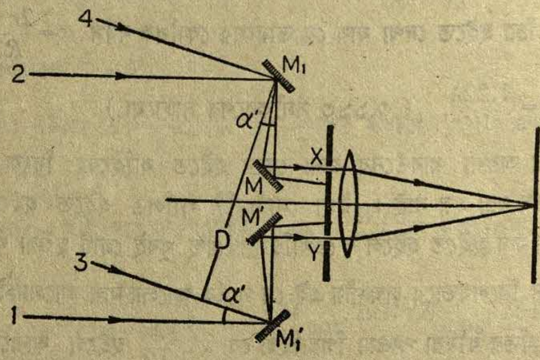
৩.৪৪ নং চিত্রে দেখা যাইতেছে যে একটি তারকা হইতে সমান্তরাল আলো একটি যুগ্ম রেখাছিদ্রে আসিয়া পড়িতেছে এবং দূরবীক্ষণের অভিলক্ষ্যের

ফোকাসতলে তারকার প্রতিবিম্ব সৃষ্টি করিতেছে। যদি ধরা যায় যে তারকার চাকতির (star disc) একপ্রান্ত অক্ষের উপর অবস্থিত তবে এই প্রান্ত হইতে আলো অক্ষের সমান্তরালে আসিয়া যুগ্ম-রেখাছিদ্রে পড়িতেছে। তারকার



চিত্র ৩.৪৪

চাকতির অপরপ্রান্ত হইতে আর একগুচ্ছ সমান্তরাল রশ্মি এই রশ্মির সহিত α কোণ করিয়া রেখাছিদ্রে পড়িতেছে। সুতরাং এই ক্ষেত্রে দুইটি প্রান্ত হইতে আগত রশ্মির মধ্যে পথ পার্থক্য দাড়াইবে $W\alpha$. আর উপরের আলোচনা হইতে দেখা গিয়াছে যে যখন এই পথ-পার্থক্য $1{\cdot}22\lambda$ হইবে তখনই অভিনেত্রের



চিত্র ৩.৪৫

দৃষ্টিক্ষেত্রে ঝালরের অন্তর্ধান ঘটিবে। সুতরাং দেখা যায় যে যদি একটি দূরবীক্ষণ যন্ত্র কোন তারকার দিকে ফোকাস করা যায় এবং দূরবীক্ষণের অভিলক্ষ্যের সম্মুখে একটি এমন যুগ্ম রেখাছিদ্র রাখা হয় যাহাতে রেখাছিদ্রের মধ্যের দূরত্ব প্রয়োজনমত পরিবর্তন করা যায় তবে ইহার সাহায্যে তারকার ব্যাস নির্ণয় করা সম্ভব। রেখাছিদ্রের মধ্যের দূরত্ব বাড়াইবার সঙ্গে সঙ্গে ঝালরের স্পষ্টতাও কমিতে থাকিবে এবং আস্তে আস্তে ঝালরগুলি সম্পূর্ণ অদৃশ্য হইয়া তাহার স্থলে দৃষ্টিক্ষেত্রে সমান তীব্রতার আবির্ভাব হইবে। যদি রেখাছিদ্রের

মধ্যের দূরত্ব আরও বাড়ানো হয় তবে আবার ঝালর দেখা যাইবে এবং দ্বিগুণ দূরত্বে আবার ঝালরের অন্তর্ধান ঘটিবে। যদি তারকার কৌণিক ব্যাস 1 sec হয় তবে W হইবে (ঝালরের প্রথম অবলুপ্তির জন্য)

$$W=\frac{1\cdot22\lambda}{\alpha}=\frac{1\cdot22\times5\cdot5\times10^{-5}}{\frac{1}{57\cdot4\times60\times60}}=13\cdot9 \text{ cm. approx.}$$ ($\lambda=5\cdot5\times10^{-5}$cm ধরা হইয়াছে)

সুতরাং এই ধরণের কৌণিক ব্যাসের তারকা মাপিতে অসুবিধা কিছু নাই। রেখাছিদ্রের মধ্যেকার দূরত্ব অতি সহজেই এই পরিমাণ করা যায় এবং মানমন্দিরের দূরবীক্ষণের অভিলক্ষ্যের ব্যাসও সাধারণত ইহার বেশী হইয়া থাকে। কিন্তু কার্য্যক্ষেত্রে নিকটবর্তী যে সমস্ত তারকার ব্যাস মাপা হয় তাহারা সাধারণত ইহার অপেক্ষা অনেক ছোট ব্যাসের। যদি ইহার একটির ব্যাস হয় 0·01 sec তবে স্বভাবতই দেখা যাইবে যে এই ক্ষেত্রে ঝালরের প্রথম অন্তর্ধানের জন্য W হওয়া দরকার 1390 cm অর্থাৎ 13·9 metre. ইহাতে অসুবিধা দুইটি। এত বড় ব্যাসের অভিলক্ষ্যের দূরবীক্ষণ যন্ত্র অপ্রাপ্য। দ্বিতীয়ত রেখাছিদ্রের মধ্যের এই দূরত্বের জন্য ঝালরের প্রস্থ আনুপাতিক ভাবে এতই কমিয়া যাইবে এইগুলি প্রায় দেখাই যাইবে না। এইজন্য মাইকেলসন পরীক্ষা পদ্ধতিতে একটি পরিবর্তন সাধন করেন। তিনি একটি লোহার রেলিংএর (iron girder) উপর দুইটি ৬" ব্যাসের সমতল দর্পণ M_1M_1' এমনভাবে বসান যাহাতে ইহাদের মধ্যের দূরত্ব অক্ষের প্রতিসমরূপে (symmetrically) পরিবর্তন করা যায় (চিত্র নং ৩.৪৫)। এই দর্পণ দুইটিতে তারকার দুইপ্রান্ত হইতে আলো আসিয়া পড়ে এবং প্রতিফলনের পর অন্য দুইটি সমতল দর্পণ MM'এ দ্বিতীয়বার প্রতিফলিত হইয়া যুগ্ম-রেখাছিদ্রের উপর পড়ে। যদি তারকার দুইপ্রান্তের রশ্মির মধ্যের কোণ α' হয় এবং M_1M_1' দর্পণের দূরত্ব D হয় তবে প্রান্তিক রশ্মি দুইটির মধ্যের পথ-দূরত্ব দাড়াইবে $D\alpha'$ এবং যখন এই পথদূরত্ব $1\cdot22\lambda$ এর সমান হইবে তখন ঝালরের প্রথম অন্তর্ধান ঘটিবে।

চিত্র নং ৩.৪৫ হইতে দেখা যায় যে রশ্মি দুইটি 1 এবং 2এর পথদূরত্ব যেমন সমান, তেমনই 3 এবং 4নং রশ্মি দুইটির পথদূরত্বও পরস্পর সমান। অতএব ব্যাতিচারী রশ্মি দুইটির মধ্যে পথদূরত্ব দাড়াইবে $\alpha'D$ যাহা হইতে লেখা যায় $\alpha'=\frac{1.22\lambda}{D}$.

এখানে লক্ষ্য করিবার কথা যে প্রথম ক্ষেত্রে (অর্থাৎ M_1M_1' দর্পণ দুইটি ছাড়া) কৌণিক ব্যাস দাঁড়াইয়াছিল $\alpha = \frac{1.22\lambda}{W}$.

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে অর্থাৎ M_1M_1' দর্পণ ব্যবহার করিয়া যদি এই কৌণিক ব্যাস ধরা হয় α' তবে ইহার মান দাঁড়াইবে

$$\alpha' = \frac{1.22\lambda}{D}$$

সুতরাং $$\frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{W}{D}. \qquad (3.115)$$

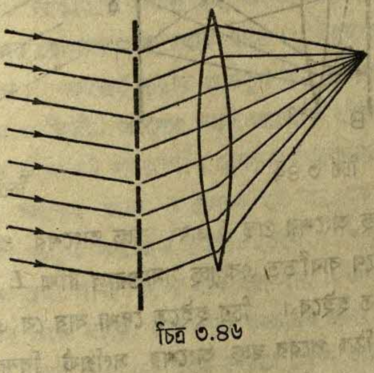
অর্থাৎ পরিমাপযোগ্য কৌণিক ব্যাসের অনুপাত পরের ক্ষেত্রে $\frac{W}{D}$ এই অনুপাতে কমিয়া যায়। এইটিই মাইকেলসনের তারকীয় ব্যতিচারমাপক যন্ত্রের বিশেষত্ব। প্রয়োজনমত M_1M_1' দূরত্ব বাড়াইয়া অতি ক্ষুদ্র কৌণিক ব্যাসের তারকাও মাপা যায়। এজন্য অবশ্য তারকার আলোর কার্য্যকর তরঙ্গদৈর্ঘ্য নির্ণয় করিতে হইবে। ইহা ছাড়া সমীকরণ 3.106 হইতে দেখা গিয়াছে যে ঝালরের অন্তর্ধানের সর্ত হইল

$$\alpha' = \frac{1.22\lambda}{D}, \ \frac{2\times 1.22\lambda}{D}, \ \frac{3\times 1.22\lambda}{D} \ldots \text{ (প্রয়োজনীয় পরিবর্তন সাধন করিয়া নিয়া)} \qquad (3.116)$$

সুতরাং M_1M_1' দর্পণ দুইটির দূরত্ব পরিবর্তনের সঙ্গে সঙ্গে পর পর ঝালরের আবির্ভাব এবং অন্তর্ধান ঘটিবে। তারকার প্রকৃত কৌণিক ব্যাস জানিতে হইলে সঙ্গে সঙ্গে জানিতে হইবে যে এই ঝালরের অন্তর্ধানটি কোন ক্রমের। ইহার জন্য MM' দর্পণ হইতে M_1M_1' দর্পণের দূরত্ব অল্প রাখিয়া আস্তে আস্তে ইহা বাড়ানো চলিতে পারে। প্রথম যখন $\alpha' = \frac{1.22\lambda}{D}$ এই সর্ত পালিত হয় তখন প্রথমবার ঝালরের অন্তর্ধান ঘটে। এইরূপে এইক্ষেত্রের অনিশ্চয়তা দূর করা যায়। ইহা ছাড়া ঝালরের সম্পূর্ণ অন্তর্ধান না ঘটিলেও এই পরীক্ষা চালানো যাইতে পারে। তারকার কৌণিক ব্যাস যদি খুবই ক্ষুদ্র হয় তবে M_1M_1' দর্পণের মধ্যের দূরত্ব অত্যন্ত বেশী না হইলে ঝালরের সম্পূর্ণ অন্তর্ধান হইবে না। এক্ষেত্রে আংশিক অন্তর্ধান অর্থাৎ ঝালরের ক্রমবর্ধমান অস্পষ্টতা হইতেও তারকার কৌণিক ব্যাসের একটা ধারণা করা যাইতে পারে যদিও ইহা হইতে ব্যাসের দূরত্ব পরিমাপ করা সম্ভব নয়।

ব্যবর্তন ঝাঝরি (Diffraction grating).

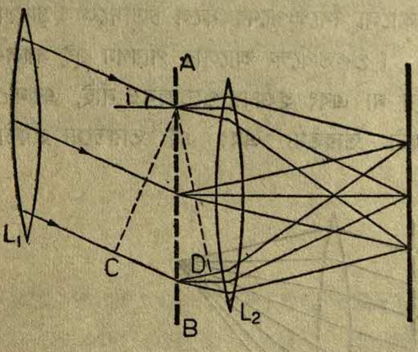
বর্ণালিবিজ্ঞানে (Spectroscopy) এই যন্ত্রটির ভূমিকা খুবই গুরুত্বপূর্ণ। এই ঝাঝরির নানা প্রকারের মধ্যে একটি নির্মিত হয় নিম্নলিখিতরূপে। একটি স্বচ্ছ কাচের ফলকে হীরকখণ্ড নির্মিত বাটালি দ্বারা পর পর অনেকগুলি খুব সরু সরলরেখা টানা হয়। সরলরেখাগুলি সমান্তরাল, সমান প্রস্থের এবং পরস্পর হইতে সমান দূরে অবস্থিত। সূক্ষ্ম কাজে ব্যবহৃত একটি ব্যবর্তন ঝাঝরিতে সাধারণত এক সেন্টিমিটারে 5 হইতে 10 হাজার এইরূপ সরলরেখা থাকে এবং ইহা প্রায় 10 হইতে 15 cm স্থান জুড়িয়া অবস্থান করে। সুতরাং মোট সরলরেখার সংখ্যা 50000 হইতে 150000 পর্য্যন্ত হইয়া থাকে। এই ঝাঝরিতে যে ব্যবর্তন হয় তাহা ফ্রনহফার শ্রেণীর। সুতরাং এই ঝাঝরির আগে ও পরে দুইটি লেন্স দিয়া আলোক উৎস ও প্রতিবিম্বের তল কার্য্যত অসীম দূরত্বে রাখা হয়। এই সমান্তরাল আলোকরশ্মি যখন ঝাঝরির উপর পড়ে তখন প্রতিটি সরলরেখা হইতে আলো বিক্ষেপণের ফলে চতুর্দিকে ছড়াইয়া যায়, পারগত হইতে পারে না। [প্রকৃতপক্ষে আলোর পারগম এই সরলরেখার অংশ দিয়া সম্পূর্ণ বন্ধ হয় না এবং হওয়ার প্রয়োজনও নাই, একমাত্র প্রয়োজন পারগত আলোকে একটা তারতম্য এবং এই তারতম্যে একটা



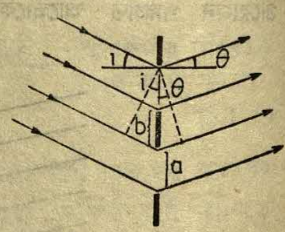
চিত্র ৩.৪৬

আবর্তনও (periodicity) থাকা আবশ্যক]। আর মসৃন ও সমতল অংশ দিয়া আলো বাধা না পাইয়া পারগত হয়। সুতরাং ব্যবর্তনের ফলে মোটামুটি বলা যায় যে প্রতিটি মসৃন ও সমতল অংশ একটি ক্ষুদ্র আলোক উৎস হিসাবে ক্রিয়া করে এবং এই উৎস হইতে আলোকরশ্মি বিভিন্ন কোণে ছড়াইয়া পড়ে। সরলরেখার অংশগুলি কার্য্যত অস্বচ্ছ বলিয়া ধরা যায়।

ঝাঁঝরির প্রাথমিক সিদ্ধান্ত (elementary theory) খুব সহজেই ব্যাখ্যা করা যাইতে পারে। ৩.৪৭ নং চিত্রে L_1 লেন্স হইতে একগুচ্ছ সমান্তরাল রশ্মিমালা AB ঝাঁঝরিতে i কোণে আপতিত হইতেছে। ঝাঁঝরির সরলরেখাগুলি চিত্রতলের অভিলম্বে অবস্থিত ; চিত্রে ইহার প্রস্থ দেখানো হইয়াছে। প্রতিটি সরলরেখা প্রকৃতপক্ষে অতি ক্ষুদ্র প্রস্থের একটি রেখাছিদ্র। এইগুলি অস্বচ্ছ বলিয়া গণ্য করা যায়। অবশ্য আরও বিশদ আলোচনা হইতে দেখা যায় যে এইগুলি সম্পূর্ণ অস্বচ্ছ হওয়ার প্রয়োজন নাই, কেবলমাত্র এই অংশ দিয়া পারগত আলোর তীব্রতা স্বচ্ছ অংশের পারগত তীব্রতার অপেক্ষা কম হইলেই চলে। প্রকৃতপক্ষে এই অংশে আলো সরাসরি পারগত না হইয়া বিক্ষিপ্ত হওয়ায় তীব্রতা কমিয়া যায়। ইহার সংলগ্ন অংশ একটি ক্ষুদ্র আলোক উৎস হিসাবে ক্রিয়া করিবে এবং এই উৎস হইতে বিভিন্ন কোণে আলোকরশ্মি বিক্ষিপ্ত হইবে। ৩.৪৮ নং চিত্রে এইরূপ দুইটি আলোক উৎস দেখানো হইয়াছে।



চিত্র ৩.৪৭



চিত্র ৩.৪৮

এই চিত্রে অস্বচ্ছ অংশের প্রস্থ b এবং স্বচ্ছ অংশের প্রস্থ a. স্বচ্ছ অংশ হইতে নির্গত θ কোণে ব্যবর্তিত একগুচ্ছ সমান্তরাল রশ্মি L_2 লেন্স দ্বারা ইহার ফোকাসতলে ঘনীভূত হইবে। চিত্র হইতে দেখা যায় যে একটি স্বচ্ছ অংশের একপ্রান্ত দিয়া এবং ঠিক পরের স্বচ্ছ অংশের সংশ্লিষ্ট বিন্দু দিয়া গমনকারী রশ্মিদ্বয়ের মধ্যে পথ-দূরত্ব যদি Δ ধরা যায় তবে লেখা যায়

$$\Delta = (a+b)(\sin i + \sin \theta) \qquad (3.117)$$

যদি এই পথ-দূরত্ব একটি অখণ্ড সংখ্যার তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সমান হয় তবে L_2 লেন্সের ফোকাসতলে ইহারা একই দশায় উপনীত হইবে ; ফলে ইহারা পরস্পরকে বৃদ্ধি করিবে। আর যদি এই পথ-দূরত্ব বিজোড়সংখ্যক $\frac{\lambda}{2}$ হয় তবে

ইহারা বিপরীত দশায় উপনীত হওয়ার দরুন পরস্পরকে ধ্বংস করিবে। সুতরাং এই দুইটি পাশাপাশি অবস্থিত উৎসের সংশ্লিষ্ট রশ্মিদ্বয়ের ক্ষেত্রে আলোকতীব্রতার সর্ত দাড়াইবে

$(a+b)(\sin i+\sin\theta)=n\lambda$ চরম আলোক তীব্রতা (3.118)

$(a+b)(\sin i+\sin\theta)=(2n+1)\frac{\lambda}{2}$ অবম আলোক তীব্রতা (3.119)

প্রথম উৎসের দ্বিতীয় রশ্মি এবং দ্বিতীয় উৎসের সংশ্লিষ্ট দ্বিতীয় রশ্মিও এই একই সর্ত পালন করিবে। এইরূপে উৎস দুইটিকে কিছু সংখ্যক সমান ভাগে বিভক্ত করিলে তাহাদের বিভক্ত অংশগুলিকে এইরূপ সংশ্লিষ্ট জোড়ায় জোড়ায় নিয়া সম্পূর্ণ স্বচ্ছ অংশ দুইটির প্রভাব বাহির করা যাইবে। অবশ্যই প্রথম স্বচ্ছ অংশ এবং দ্বিতীয় স্বচ্ছ অংশ সমান সংখ্যক ভাগে বিভক্ত করা হইবে কারণ ধরা হইয়াছে যে সমস্ত স্বচ্ছ অংশের প্রস্থই সমান। কাজেই দেখা যাইতেছে প্রথম রশ্মি জোড়ার বেলায় যে সর্ত পালিত হয় বাকী সমস্ত জোড়ার বেলায়ও ঐ একই সর্ত পালিত হইবে। ফলে যদি কোনও কোণ θর জন্য উপরের একটি সর্ত (সমীকরণ 3.118 অথবা 3.119) পালিত হয় তবে এই কোণে চরম অথবা অবম তীব্রতা হইবে।

আদর্শ ব্যবর্তন ঝাঝরিতে সমস্ত স্বচ্ছ অংশই সমান প্রস্থের এবং ইহাদের মধ্যের অস্বচ্ছ অংশের বেলায়ও এই কথাই খাটে। ইহাদের প্রস্থ যথাক্রমে a এবং b ধরা হইয়াছে। কাজেই তৃতীয় ও চতুর্থ স্বচ্ছ অংশের বেলায়ও উপরের যুক্তি অনুসারে প্রথম ও দ্বিতীয় অংশের মতই আলোক তীব্রতা হইবে। এইরূপে ঝাঝরির সমস্ত স্বচ্ছ অংশকেই পাশাপাশি জোড়ায় বিবেচনা করিয়া দেখা যায় যে প্রথম ও দ্বিতীয় অংশের জন্য θ কোণে যে আলোক তীব্রতা হইবে সমস্ত ঝাঝরিরও ঐ একই ধরণের আলোক তীব্রতা হইবে। শুধু চরম তীব্রতার ক্ষেত্রে একটি স্বচ্ছ অংশের জন্য লব্ধি বিস্তার যদি ধরা যায় a এবং যদি ঝাঝরিতে N সংখ্যক এইরূপ স্বচ্ছ অংশ থাকে, তবে সমস্ত ঝাঝরির জন্য মোটামুটি লব্ধি বিস্তার দাড়াইবে Na এবং ইহার ফলে এই চরম তীব্রতা লেখা যাইতে পারে N^2a^2.

এইবার অন্য θ_1 কোণে ব্যর্তিত সমান্তরাল রশ্মির কথা বিবেচনা করিলে দেখা যাইবে যে যদি ইহারা আবার নিম্নলিখিত সর্ত পালন করে

$$(a+b)(\sin i+\sin\theta_1)=n_1\lambda$$

বা $(a+b)(\sin i+\sin\theta_1)=(2n_1+1)\frac{\lambda}{2}$

তবে প্রথমক্ষেত্রে এই θ_1 কোণে আলোর তীব্রতা চরম হইবে ; আর দ্বিতীয় সর্ত পালিত হইলে এই কোণে আলোর তীব্রতা হইবে অবম। সুতরাং সাধারণভাবে বলা যায় যে নিম্নলিখিত সর্ত দুইটি হইবে বিভিন্ন চরম ও অবম তীব্রতার বর্ণালির (spectrum) সমীকরণ

$$(a+b)(\sin i+\sin\theta_n)=n\lambda \quad \rightarrow \text{চরম তীব্রতার বর্ণালি}$$

$$(a+b)(\sin i+\sin\theta_n)=(2n+1)\frac{\lambda}{2} \quad \rightarrow \text{অবম তীব্রতার বর্ণালি}$$

এই সমীকরণে n অখণ্ডসংখ্যা। ইহা ধনাত্মক, ঋণাত্মক অথবা শূন্য হইতে পারে। n বর্ণালির ক্রম (order of the spectrum) বুঝাইবে। $n=0$ হইলে কেন্দ্রীয় অথবা শূন্য ক্রমের বর্ণালি পাওয়া যাইবে। $n=1, 2, 3$ প্রভৃতি একদিকের প্রথম, দ্বিতীয়, তৃতীয় ইত্যাদি ক্রমের বর্ণালি উৎপন্ন করিবে। আবার $n=-1, -2, -3$ অনুরূপ ঋণাত্মক ক্রমের বর্ণালির সৃষ্টি করিবে। কাজেই দেখা যাইতেছে যে কেন্দ্রীয় বর্ণালী P_0 এর উভয় পার্শে দুইপ্রস্থ প্রতিসম (symmetrical) বর্ণালি হইবে।

ব্যবর্তন ঝাঝরির আলোকতীব্রতার বন্টন (Intensity distribution for a diffraction grating).

এই ক্ষেত্রেও একক এবং যুগ্ম রেখাছিদ্রের ন্যায় একাধিক পদ্ধতিতে আলোক-তীব্রতার রাশিমালা বাহির করা যায়। তবে কাল্পনিক রাশির পদ্ধতিই এক্ষেত্রে সর্বাপেক্ষা সহজ ও প্রকৃষ্ট হইবে বলিয়া এইটিই প্রয়োগ করা হইবে। এখানে ধরা হইবে যে রেখাছিদ্রগুলির প্রস্থ সমান এবং ইহাদের মধ্যের অস্বচ্ছ অংশের প্রস্থও সব সমান। অর্থাৎ a এবং b একটি ব্যবর্তন ঝাঝরির পক্ষে ধ্রুবক। তাহা হইলে একক রেখাছিদ্রের বেলায় দেখা গিয়াছে যে প্রতিটি রেখাছিদ্র হইতে ব্যবর্তিত রশ্মির বিস্তার হইবে a এর সমানুপাতিক। আর দুইটি রেখাছিদ্রের মাঝে b প্রস্থের অস্বচ্ছ অংশ বর্তমান থাকায় পরপর দুইটি রেখাছিদ্রের বিস্তারের মধ্যে একটি দশাপার্থক্য δ বিদ্যমান থাকিবে। ধরা যাক ব্যবর্তন ঝাঝরিতে রেখাছিদ্রের মোট সংখ্যা N. তাহা হইলে এই N রেখাছিদ্র হইতে ব্যবর্তিত আলোকরশ্মিমালার লব্ধি জটিল বিস্তার (complex amplitude) হইবে (ফেব্রি-পেরো ব্যতিচার মাপকের আলোচনা দ্রষ্টব্য)

$$Ae^{i\theta}=a'e^{i\delta'}+a'e^{i(\delta'+\delta)}+a'e^{i(\delta'+2\delta)}+\ \dots\ a'e^{i[\delta'+(N-1)\delta]} \tag{3.120}$$

a' = একক রেখাছিদ্রের বিস্তার

যেহেতু এই দশাগুলির মধ্যে যে কোনও একটিকে সুবিধামত পরিবর্তিত করা যায় (অন্যান্যগুলিও অনুরূপভাবে সঙ্গে সঙ্গে পরিবর্তিত হইবে), প্রথম রেখা-ছিদ্র হইতে আগত বিস্তারের দশা $\delta' = 0$ ধরা যাইতে পারে।

$$\therefore \; Ae^{i\theta} = a' + a'e^{i\delta} + a'e^{2i\delta} + \;\ldots\; a'e^{i(N-1)\delta}$$

$$= a'[1 + e^{i\delta} + e^{2i\delta} + \;\ldots\; e^{i(N-1)\delta}]$$

$$= a'\frac{1 - e^{iN\delta}}{1 - e^{i\delta}} \tag{3.121}$$

তীব্রতা Int পাইতে হইলে এই জটিল বিস্তারকে ইহার জটিল অনুবন্ধী (complex conjugate) দ্বারা গুণ করিতে হইবে। এই প্রণালীতে পাওয়া যাইবে

$$\text{Int} = a'^2 \frac{1 - e^{iN\delta}}{1 - e^{i\delta}} \cdot \frac{1 - e^{-iN\delta}}{1 - e^{-i\delta}} = a'^2 \frac{1 + 1 - (e^{iN\delta} + e^{-iN\delta})}{1 + 1 - (e^{i\delta} + e^{-i\delta})}$$

$$= a'^2 \frac{2 - 2\cos N\delta}{2 - 2\cos\delta} = a'^2 \frac{1 - \cos N\delta}{1 - \cos\delta}$$

$$= a'^2 \frac{1 - 1 + 2\sin^2\frac{N\delta}{2}}{1 - 1 + 2\sin^2\frac{\delta}{2}} = a'^2 \frac{\sin^2\frac{N\delta}{2}}{\sin^2\frac{\delta}{2}} \tag{3.122}$$

এই তীব্রতার রাশিমালায় a' = রেখাছিদ্রের প্রস্থ হইতে ব্যবর্তিত রশ্মির বিস্তার এবং $\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(a+b)(\sin i + \sin\theta)$ অর্থাৎ পর পর দুইটি রেখাছিদ্রের সংশ্লিষ্ট বিন্দু হইতে নির্গত সমান্তরাল দুইটি রশ্মির মধ্যের দশা পার্থক্য। যুগ্ম রেখাছিদ্রের বেলায় এই পদটিকে ধরা হইয়াছিল 2γ (সমীকরণ 3.90)। সুতরাং যদি অনুরূপভাবে লেখা যায়

$\frac{\delta}{2} = \gamma$, তবে আলোকতীব্রতা দাড়াইবে

$$\text{Int} = a'^2 \frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2\gamma} \tag{3.123}$$

পূর্বে ধরা হইয়াছে যে একটি রেখাছিদ্রের ব্যবর্তিত আলোকরশ্মির বিস্তার a'. একক রেখাছিদ্রের আলোচনা হইতে দেখা গিয়াছে যে এই বিস্তার লেখা যায় $a' = \frac{a\sin\phi}{\phi}$ (সমীকরণ 3.39)

এখানে a = রেখাছিদ্রের প্রস্থ ; $2\phi = \frac{2\pi}{\lambda} a\ (\sin i + \sin \theta)$

[সমীকরণ 3.35]

সুতরাং আলোক তীব্রতার মান দাড়াইবে

$$\text{Int} = a^2 \frac{\sin^2 \phi}{\phi^2} \cdot \frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2 \gamma} \tag{3.124}$$

এখানেও যুগ্ম-রেখাছিদ্রের ব্যবর্তনের ন্যায় আলোক তীব্রতা দুইটি গুণকের সমষ্টি। ইহাদের প্রথমটি একক রেখাছিদ্রের ব্যবর্তনের পদের অনুরূপ। দ্বিতীয়টি সমস্ত রেখাছিদ্র হইতে আগত আলোকের প্রভাব দেখাইতেছে। এই রাশিমালায় যদি $N=2$ করা হয় তবে ইহা যুগ্ম-রেখাছিদ্রের তীব্রতার রাশিমালার সমান হওয়া উচিত। দেখা যায় $N=2$ এর ক্ষেত্রে আলোক তীব্রতা দাড়ায়

$$\text{Int} = a^2 \frac{\sin^2 \phi}{\phi^2} \cdot \frac{\sin^2 2\gamma}{\sin^2 \gamma} = a^2 \frac{\sin^2 \phi}{\phi^2} \cdot \frac{4 \sin^2 \gamma \cos^2 \gamma}{\sin^2 \gamma}$$

$$= 4a^2 \frac{\sin^2 \phi}{\phi^2} \cos^2 \gamma.$$

অর্থাৎ $n=2$ এর ক্ষেত্রে ব্যবর্তন ঝাঝরির আলোক তীব্রতার রাশিমালা যুগ্ম-রেখাছিদ্রের তীব্রতার রাশিমালার সমান দাড়ায়।

চরম এবং অবম তীব্রতার বর্ণালি (Maxima and minima of the spectrum).

আলোক তীব্রতার রাশিমালা দুইটি গুণকের গুণফলের সমান। ইহাদের প্রথমটি একক রেখাছিদ্রের ব্যবর্তনে যে আলোক তীব্রতা পাওয়া যায় তাহার সহিত হুবহু মিলিয়া যায়। সুতরাং ইহার প্রভাব পূর্ব আলোচনা হইতে সহজেই অনুমান করা যায়। দ্বিতীয় গুণকটির প্রভাব নির্ণয় করিতে হইলে ইহার অন্তরকলন করিয়া কলটিকে শূন্যের সমান ধরিতে হইবে। তাহা হইলে পাওয়া যাইবে

$$\frac{d}{d\gamma} \frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2 \gamma} = \frac{2N \sin N\gamma \cos N\gamma \sin^2\gamma - 2 \sin^2 N\gamma \sin \gamma \cos \gamma}{\sin^4 \gamma}$$

$$= \frac{2 \sin N\gamma}{\sin^3 \gamma} [N \cos N\gamma \sin\gamma - \sin N\gamma \cos \gamma] \tag{3.125}$$

যদি এইটিকে 0 ধরা হয় তবে দাড়াইবে

হয় (i) $\frac{2 \sin N\gamma}{\sin^3 \gamma} = 0$ অথবা (ii) $N \cos N\gamma \sin \gamma - \sin N\gamma \cos\gamma = 0.$

প্রথম সর্ত হইতে পাওয়া যাইবে $\sin N\gamma = 0$ (3.126)

দ্বিতীয় সর্ত হইতে পাওয়া যাইবে $N \cos N\gamma \sin \gamma = \sin N\gamma \cos \gamma$

$$\text{বা } \frac{N \sin \gamma}{\cos \gamma} = \frac{\sin N\gamma}{\cos N\gamma}$$

$$\text{বা } N \tan \gamma = \tan N\gamma \tag{3.127}$$

যদি $\sin N\gamma = 0$ হয় তবে পাওয়া যাইবে

$$N\gamma = m\pi \qquad m = \text{অখণ্ড সংখ্যা}$$

সুতরাং $\dfrac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2 \gamma}$ পদে লব শূন্য হওয়ায় এই পদটির মান দাড়াইবে শূন্য (অবশ্য পরের সমীকরণ 3.130 ক্ষেত্রগুলি বাদে)

সুতরাং $N\gamma = m\pi$ বা $\gamma = \dfrac{m\pi}{N}$

$$\text{বা } \frac{\pi}{\lambda}(a+b)(\sin i + \sin \theta) = \frac{m\pi}{N}$$

$$\text{বা } (a+b)(\sin i + \sin \theta) = \frac{m\lambda}{N} \quad \ldots \text{ অবম (শূন্য) আলোক তীব্রতা} \tag{3.128}$$

কিন্তু যখন $m = 0, N, 2N$ ইত্যাদি মানের হয় তখন সমীকরণটি দাড়ায়

$$(a+b)(\sin i + \sin \theta) = 0, \lambda, 2\lambda \ldots n\lambda \tag{3.129}$$

এই ক্ষেত্রে, $\gamma = 0, \pi, 2\pi, \cdots n\pi$ হওয়ার জন্য $\dfrac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2 \gamma}$ পদে লব ও হর উভয়েই শূন্য হইবে এবং পদটির মান অনির্ধার্য্য (indeterminate) দাড়াইবে। তবে এই ক্ষেত্রে একক রেখাছিদ্রের তীব্রতার মত পদ্ধতি অবলম্বন করিয়া বাহির করা যায়

$$\frac{\sin N\gamma}{\sin \gamma} = \pm N.$$

$$\text{limit } N\gamma \to Nn\pi$$

সুতরাং তীব্রতার মান দাড়াইবে এই ক্ষেত্রে N^2 এর সমানুপাতিক। এই শ্রেণীর বর্ণালিগুলি হইবে মুখ্য চরম তীব্রতার বর্ণালি (principal maxima).

এইগুলির ক্ষেত্রে দেখা যায়

$$\gamma = n\pi$$

$$\text{বা } \frac{\pi}{\lambda}(a+b)(\sin i + \sin \theta) = n\pi$$

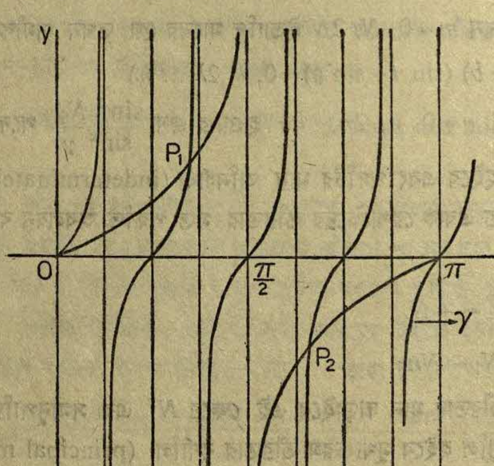
$$\text{বা } (a+b)(\sin i + \sin \theta) = n\lambda \quad \ldots \text{ মুখ্য চরম তীব্রতার বর্ণালি} \tag{3.130}$$

এই সমীকরণে $(a+b)$ $(\sin i + \sin \theta)$ দুইটি পরপর অবস্থিত রেখাছিদ্রের সংশ্লিষ্ট বিন্দু দুইটি হইতে নির্গত আলোকরশ্মিদ্বয়ের পথ পার্থক্য। এই পথ-পার্থক্য যদি পূর্ণসংখ্যক তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যের সমান হয় তবে তরঙ্গ দুইটি সম দশায় থাকার জন্য L_2 লেন্সের ফোকাসতলে তাহারা পরস্পরকে বৃদ্ধি করিবে। এই বর্ণালিগুলিই ঝাঝরির প্রাথমিক সিদ্ধান্তের ক্ষেত্রে পাওয়া গিয়াছিল।

দ্বিতীয় সর্ত $N \tan \gamma = \tan N\gamma$ হইতে আর এক শ্রেণীর বর্ণালির অবস্থানও পাওয়া যাইবে। একক রেখাছিদ্রের ক্ষেত্রের ন্যায় এই সমীকরণের সমাধানও বাহির করা যায় দুইটি রেখাচিত্র অঙ্কন করিয়া

$$y = N \tan \gamma \qquad y = \tan N\gamma \tag{3.131}$$

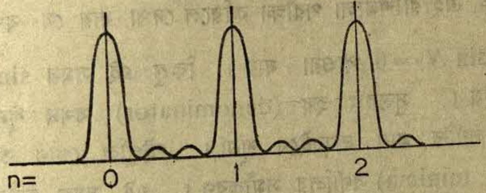
প্রথম লেখাচিত্রটি হইবে একটি $\tan \gamma$ লেখাচিত্র এবং ইহা সীমাবদ্ধ থাকিবে $\gamma = \pm \frac{\pi}{2}$ এর সীমার মধ্যে। দ্বিতীয়টিও ঐ একই প্রকৃতির লেখাচিত্রই হইবে। কিন্তু ইহার প্রত্যেকটি শাখার বিস্তার প্রথমটির $\frac{1}{N}$ গুণ হইবে। অর্থাৎ ইহার শাখাগুলি $\frac{\pi}{N}$ এই সীমার মধ্যে আবদ্ধ থাকিবে। এই দুই শ্রেণীর লেখাচিত্রের ছেদ-বিন্দুগুলি হইবে তীব্রতার চরম মানের অবস্থান। এই তীব্রতার বর্ণালি-



চিত্র ৩.৪৯

গুলিকে বলা হইবে গৌণ চরম তীব্রতার বর্ণালি (secondary maxima). ৩.৪৯ নং চিত্রে এই দুই শ্রেণীর লেখাচিত্র এবং তাহাদের ছেদবিন্দু দেখানো

হইয়াছে। অবশ্য ইহা খুবই স্থূলভাবে আকা হইয়াছে কারণ এই ক্ষেত্রে ধরা হইয়াছে $N=4$. দ্বিতীয় শ্রেণীর লেখাচিত্রে 0 এবং π সীমার মধ্যে N সংখ্যক রেখা হইবে। সত্যিকারের ঝাঝরির ক্ষেত্রে এই সংখ্যা সুতরাং খুবই বড় হইবে। কিন্তু চিত্রে ইহা আকাও সম্ভব নয় আর নীতিটি বুঝাইবার জন্য ইহার প্রয়োজনও



চিত্র ৩.৫০

নাই। লেখাচিত্র হইতে দেখা যাইতেছে যে দুইটি মুখ্য চরম তীব্রতার বর্ণালির মধ্যে $N-2$ অর্থাৎ $N=4$ এর ক্ষেত্রে দুইটি গৌণ চরম তীব্রতার বর্ণালির সৃষ্টি হইয়াছে।

মুখ্য বর্ণালির ক্ষেত্রে বলা হইয়াছে যে ইহাদের তীব্রতা দাড়াইবে N^2 এর সমানুপাতিক। একটি ব্যবর্তন ঝাঝরির বেলায় N সাধারণত খুবই বড় সংখ্যা হইয়া থাকে। ইহা যদি 10^4 ও হয় (প্রকৃতপক্ষে ইহা আরও অনেক বেশী) তবে N^2 হয় 10^8. এইদিক হইতে বিচার করিলে মনে হইবার কথা যে মুখ্য বর্ণালিগুলির আলোক তীব্রতা অত্যন্ত বেশী। কিন্তু পরীক্ষাকালে দেখা যায় যে ব্যবর্তন ঝাঝরির বর্ণালির আলোক তীব্রতা একক বা যুগ্ম রেখাছিদ্রের বর্ণালির আলোক তীব্রতার অপেক্ষাও কম। ইহার কারণ অনুসন্ধান করিলে দেখা যাইবে যে আলোক তীব্রতায় a^2 একটি গুণক বর্তমান। ব্যবর্তন ঝাঝরির বেলায় এই প্রস্থ a খুবই ছোট হয়। এক ইঞ্চিতে যদি 10^4 রেখাছিদ্র থাকে তবে a হইবে $\frac{2 \cdot 5}{10^4} = 2 \cdot 5 \times 10^{-4}$ cm. সুতরাং a^2 দাড়াইবে $6 \cdot 25 \times 10^{-8}$ cm^2. অতএব এই গুণকটি N^2 গুণকটির ফলকে নিষ্প্রভাবিত (neutralise) করিবে। ইহার উপর আছে ঝাঝরি ফলকে আলোকের শোষণ, বিক্ষেপণ ইত্যাদি। এই সমস্ত কারণের ফলে ব্যবর্তন ঝাঝরির বর্ণালি একক অথবা যুগ্ম রেখাছিদ্রের ঝালরের অপেক্ষা কম তীব্রতা সম্পন্ন হইয়া থাকে।

যখন $\gamma = n\pi$ হয় তখন মুখ্য বর্ণালিগুলি পাওয়া যায় এবং তাহাদের তীব্রতা N^2 এর সমানুপাতিক হয়। আবার দেখানো যায় যে

$$\frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2 \gamma} = \frac{N^2}{1+(N^2-1)\sin^2 \gamma} \tag{3.132}$$

সুতরাং গৌণ এবং মুখ্য বর্ণালির অনুপাত হইবে

$$\frac{1}{1+(N^2-1)\sin^2\gamma}$$

$\frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2\gamma}$ এই রাশিমালা পরীক্ষা করিলে দেখা যায় যে যখন $N\gamma = m\pi$ হয় তখন $\sin N\gamma = 0$ পাওয়া যায়। কিন্তু এই সময় $\sin\gamma = 0$ হওয়া আবশ্যিক নয়। সুতরাং হর (denominator) যখন শূন্য না হইবে তখন রাশিমালাটির মান দাড়াইবে শূন্য। এইগুলি গৌণ অবম তীব্রতার (secondary minima) বর্ণালির সমীকরণ। এই সম্বন্ধ হইতে লেখা যায়

$$(a+b)(\sin i+\sin\theta)=\frac{m\lambda}{N}$$

$$=\left[\frac{\lambda}{N},\ \frac{2\lambda}{N}\cdots\frac{(N-1)\lambda}{N},\ \frac{(N+1)\lambda}{N}\cdots\cdots\right]$$

অবম তীব্রতা (3.131*a*)

এখান হইতে সহজেই দেখা যায় যে যখন $m=pN$ হইবে ($p=$ পূর্ণসংখ্যা) তখন সমীকরণটি দাড়াইবে

$$(a+b)(\sin i+\sin\theta)=n\lambda=\lambda,\ 2\lambda,\ 3\lambda\ldots\text{etc.}$$

কিন্তু সমীকরণ 3.130 অনুসারে দেখা গিয়াছে যে এইগুলি মুখ্য চরম তীব্রতার বর্ণালির অবস্থান বুঝাইবে। আর N সংখ্যক রেখাছিদ্রের ঝাঝরির জন্য পরপর দুইটি চরম তীব্রতার মুখ্য বর্ণালির মধ্যে $(N-1)$ অবম তীব্রতার অবস্থান বর্তমান থাকিবে। আর এটাও সহজেই বুঝা যায় এই অবস্থায় $(N-2)$ চরম তীব্রতার গৌণ বর্ণালি উৎপন্ন হইবে।

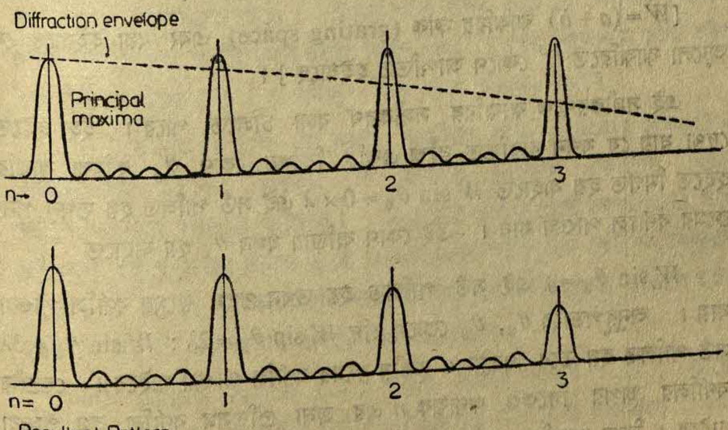
মুখ্য বর্ণালির আলোকতীব্রতার তুলনায় গৌণ বর্ণালির আলোকতীব্রতা খুবই কম। আর মুখ্য বর্ণালি হইতে যত দূরে যাওয়া যায় ততই ইহার তীব্রতা কমে এবং N এর মান বড় হইলে দুইটি মুখ্য বর্ণালির মাঝামাঝি জায়গায় গৌণ বর্ণালির আলোকতীব্রতা প্রায় শূন্য দাড়ায়। কিন্তু মুখ্য বর্ণালির সংলগ্ন গৌণ বর্ণালির ক্ষেত্রে ইহা সত্য নহে। যদিও এইক্ষেত্রে মুখ্য এবং গৌণ বর্ণালির আলোকতীব্রতার অনুপাত N এর মানের উপর অনেকটা নির্ভর করে তবুও এটা

জানা দরকার যে এই অনুপাত খুব বড় নয়। নিম্নের তালিকা হইতে এ সম্বন্ধে একটা ধারণা পাওয়া যায়।

রেখাছিদ্রের সংখ্যা N	মুখ্য এবং সংলগ্ন গৌণ বর্ণালির আলোক-তীব্রতার অনুপাত
3	9
4	13.5
5	16.0
15	20.6
Infinite	21.2

সুতরাং দেখা যাইতেছে যে N এর মান বড় হইলে (যে কোনও সাধারণ ঝাঁঝরির ক্ষেত্রে ইহার সংখ্যা অন্তত কয়েক হাজার) গৌণ বর্ণালির আলোক-তীব্রতা সংলগ্ন মুখ্য বর্ণালির শতকরা পাচভাগের মত হইয়া থাকে। কিন্তু এই গৌণ বর্ণালিগুলি সাধারণত দেখা যায় না কারণ মুখ্য বর্ণালির আলোক-তীব্রতাই ঝাঁঝরির ব্যবর্তন ঝালরের বেলায় এত কম হয় যে গৌণ বর্ণালিগুলি সে তুলনায় খুবই অনুজ্জ্বল হওয়ায় দৃশ্যমান হয় না।

এ পর্য্যন্ত শুধু $\frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2 \gamma}$ এই গুণকের কথাই বিবেচিত হইয়াছে এবং এই রাশি হইতে উদ্ভূত চরম ও অবম তীব্রতার বর্ণালির কথা আলোচিত হইয়াছে।



চিত্র ৩.৫১

কিন্তু আলোকতীব্রতার রাশিমালায় আরও একটি গুণক $\frac{a^2 \sin^2 \phi}{\phi^2}$ বর্তমান আছে এবং দেখা গিয়াছে যে ইহা একক রেখাছিদ্রের ব্যবর্তনের রাশির সহিত অভিন্ন। কাজেই বুঝা যায় যে যুগ্ম রেখাছিদ্রের বেলায় যেরূপ দেখা গিয়াছিল এখানেও $\frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2 \gamma}$ রাশি হইতে উদ্ভূত মুখ্য (ও গৌণ) বর্ণালির আবরণ (envelope) হিসাবে কাজ করে $\frac{a^2 \sin^2 \phi}{\phi^2}$ হইতে সৃষ্ট ঝালর। কাজেই উপরের চিত্রের (চিত্র নং ৩.৫১) প্রদর্শিত মতে মুখ্য বর্ণালিগুলির তীব্রতা θ কোণ বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে হ্রাস পাইবে। এইটি হইবে $\frac{a^2 \sin^2 \phi}{\phi^2}$ গুণকটির উপস্থিতির প্রধান ফল। ইহা ছাড়াও লুপ্ত ক্রমের ঝালরের উৎপত্তির কথা পরে বর্ণিত হইবে।

বিচ্ছুরণ (Dispersion).

উপরের আলোচনা হইতে দেখা গেল যে সাধারণত মুখ্য বর্ণালিই শুধু বিবেচনা করা প্রয়োজন ; গৌণ বর্ণালিগুলির তীব্রতা নগণ্য হওয়ায় এইগুলি ধর্তব্যের মধ্যে নয়। সুতরাং যদি নিম্নলিখিত সমীকরণটি বিবেচনা করা হয়

$$(a+b)(\sin i + \sin \theta) = n\lambda$$

তাহা হইলে ইহাকে হিসাবের সুবিধার জন্য লেখা যায়

$$W \sin \theta = n\lambda \tag{3.133}$$

[$W=(a+b)$ ঝাঝরির ফাক (grating space) এবং ধরা হইয়াছে যে আলো ঝাঝরিতে 0° কোণে আপতিত হইয়াছে]।

এই সমীকরণকে ঝাঝরির সমীকরণ বলা চলিতে পারে। ইহা হইতে দেখা যায় যে যখন ব্যর্তিত রশ্মি একটি বিশেষ কোণ θ_0 করিয়া ঝাঝরি হইতে নির্গত হয় যাহাতে $W \sin \theta_0 = 0 \times \lambda$ এই সর্ত পালিত হয় তখন শূন্য ক্রমের বর্ণালি পাওয়া যায়। এই কোণ বাড়িয়া যখন θ_1 হয় যাহাতে

$W \sin \theta_1 = \lambda$ এই সর্ত পালিত হয় তখন প্রথম ক্রমের বর্ণালি পাওয়া যায়। অনুরূপভাবে θ_2, θ_3 কোণে যদি $W \sin \theta_2 = 2\lambda$; $W \sin \theta_3 = 3\lambda$ সর্ত পালিত হয় তবে দ্বিতীয় ও তৃতীয় ক্রমের বর্ণালি পাওয়া যাইবে। কেন্দ্রীয় বর্ণালির অপর দিকেও ঋণাত্মক n এর জন্য প্রতিসম বর্ণালি ক্রম পাওয়া যাইবে। কিন্তু ঝাঝরির সমীকরণ হইতে এটাও দেখা যায় যে প্রথম ক্রমের যে

বর্ণালির কথা বলা হইয়াছে তাহা θ_{λ_1} কোণে উৎপন্ন হইবে শুধু একটি তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যের λ_1 এর জন্য অর্থাৎ $W \sin \theta_{\lambda_1} = \lambda_1$.

কিন্তু যদি আপতিত আলোতে আর একটি তরঙ্গের অস্তিত্ব থাকে যাহার দৈর্ঘ্য $\lambda_2 = \lambda_1 + \triangle \lambda$ তবে এখানে λ_2 তরঙ্গের জন্য প্রথমক্রমের বর্ণালি উৎপন্ন হইবে θ_{λ_2} কোণে এবং ইহার সর্ত হইবে

$$W \sin \theta_{\lambda_2} = \lambda_2$$

কাজেই দেখা যাইতেছে যে কোনও একটি ক্রমের বিভিন্ন তরঙ্গদৈর্ঘ্যের বর্ণালির ব্যবর্তনকোণ (angle of diffraction) তরঙ্গদৈর্ঘ্যের মানের উপর নির্ভর করিবে। যদি দুইটি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের মধ্যে পার্থক্য হয় $\triangle \lambda$ এবং ইহারা $\triangle \theta$ কোণে আলাদা হইয়া থাকে তবে

$\dfrac{\triangle \theta}{\triangle \lambda}$ হইবে সংশ্লিষ্ট কৌণিক বিচ্ছুরণ (angular dispersion).

ঝাঝরির সমীকরণ 3.133 হইতে পাওয়া যায়

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{n}{W \cos \theta}. \tag{3.134}$$

এই সমীকরণ হইতে তিনটি জিনিষ দেখা যাইতেছে :

(i) দুইটি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের তফাৎ $d\lambda$র জন্য কৌণিক বিযোজন ঝালরের ক্রম nএর সমানুপাতিক হইবে। ইহার ফলে প্রথম ক্রমে যে কৌণিক বিযোজন হইবে দ্বিতীয় এবং তৃতীয় ক্রমে ইহার দ্বিগুণ এবং তিনগুণ বিযোজন সৃষ্টি হইবে, এবং উচ্চতর ক্রমের জন্য ইহা সমানুপাতিক হারে বাড়িয়া যাইবে।

(ii) কৌণিক বিচ্ছুরণ W অর্থাৎ ঝাঝরির ফাক (grating space) এর ব্যস্তানুক্রমিক হইবে। সুতরাং W কমিতে থাকিলে কৌণিক বিচ্ছুরণ আনুপাতিকরূপে বাড়িতে থাকিবে। ঝাঝরিতে একক প্রস্থে রেখাছিদ্রের সংখ্যা যত বেশী হইবে Wএর মানও ততই কমিবে এবং সঙ্গে সঙ্গে কৌণিক বিচ্ছুরণও বাড়িবে। কাজেই খুব কাছাকাছি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের বর্ণালি আলাদা করিতে হইলে যথাসম্ভব কম W এর ঝাঝরি ব্যবহার করা প্রয়োজন।

(iii) কৌণিক বিচ্ছুরণ $\cos \theta$ পদের ব্যস্তানুপাতিক হইবে। কাজেই $\cos \theta$ এর মান যত কম হইবে কৌণিক বিচ্ছুরণও তত বেশী দাড়াইবে। অর্থাৎ বর্ণালিগুলি কেন্দ্রীয় বর্ণালির সহিত যত বেশী কোণে উৎপন্ন হইতে ততই ইহার

কৌণিক বিচ্ছুরণ বাড়িবে। স্বভাবতই কেন্দ্রের সন্নিহিত বর্ণালির ক্ষেত্রে বিচ্ছুরণ সর্বাপেক্ষা কম হইবে এবং কোণ যত বাড়িতে থাকিবে ততই বিচ্ছুরণ বাড়িবে। অবশ্য ইহাও বুঝা প্রয়োজন যে $\cos\theta$ এর উপর কৌণিক বিযোজনের এই নির্ভরশীলতা প্রকারান্তরে তরঙ্গদৈর্ঘ্য λএর উপরেও নির্ভরশীলতা বটে। কারণ বর্ণালির কোণ θ নির্ভর করে সংশ্লিষ্ট তরঙ্গদৈর্ঘ্য λএর উপর। কেন্দ্রীয় বর্ণালির নিকটে $\theta = 6°$ পর্যন্ত $\cos\theta$ এর মানের পরিবর্তন খুবই সামান্য (1000 ভাগের 5 ভাগ মাত্র)। সুতরাং স্থূলদৃষ্টিতে ইহাকে এই সীমার কাছাকাছির মধ্যে ধ্রুবক ধরা চলে। ইহার অর্থ এই দাড়ায় যে এই কৌণিক অবস্থানের নিকট (near the normal) $\Delta\theta$ দাড়াইবে $\Delta\lambda$ এর সমানুপাতিক। অবশ্য এই সর্ত পালিত হইবে যখন n অপরিবর্তিত হইবে। এই ধরণের বর্ণালিকে অতএব বলা হয় নিয়মিত বর্ণালি (normal spectrum). নিয়মিত বর্ণালি ঝাঝরির বিশেষত্ব। প্রিজ্‌মের বর্ণালি সম্পূর্ণ অন্যরূপ। ইহাতে বেগুনী আলোর দিকের বিচ্ছুরণ লাল আলোর দিকের বিচ্ছুরণের অপেক্ষা অনেক বেশী। ঝাঝরির বর্ণালির এই বিশেষত্বের জন্য কেন্দ্রীয় বর্ণালির নিকটে কৌণিক বিযোজন $\Delta\theta$ মাপিয়া সহজেই দুইটি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের তফাৎ $\Delta\lambda$ বাহির করা যায়। রৈখিক বিচ্ছুরণের (linear dispersion) সংজ্ঞা করা হইয়াছে $\frac{\Delta l}{\Delta\lambda}$; অর্থাৎ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের $\Delta\lambda$ পার্থক্যের জন্য কোনও ক্রমের ঐ দুইটি তরঙ্গের বর্ণালির মধ্যে রৈখিক দূরত্ব। এই সংজ্ঞাটি কাজে লাগে বর্ণালি-লেখীতে (spectrograph) তোলা বর্ণালির চিত্রে তরঙ্গদৈর্ঘ্যের হিসাবের জন্য। এই মানটি স্বভাবতই বর্ণালি ফোকাস করিবার লেন্সের ফোকাসদৈর্ঘ্য fএর উপর নির্ভর করে। আর ইহা পাওয়া যায় $\Delta l = f\Delta\theta$ এই সম্বন্ধ ব্যবহার করিয়া। সুতরাং রৈখিক বিচ্ছুরণ লেখা যায়

$$\frac{\Delta l}{\Delta\lambda} = \frac{nf}{W\cos\theta} \qquad f = \text{লেন্সের ফোকাসদৈর্ঘ্য} \qquad (3.135)$$

অবশ্য বর্ণালিলেখীর সহিত যে উপাত্ত (data) নির্মাতারা (manufacturers) সরবরাহ করিয়া থাকে তাহাতে এই রৈখিক বিচ্ছুরণের বিপরীত সংখ্যাই (inverse quantity) দেওয়া হয়। এইটিকে বলা হয় ফলক গুণাঙ্ক (plate factor) এবং সাধারণভাবে এই ফলক গুণাঙ্ক হয় $\frac{\Delta\lambda}{\Delta l}$ প্রতি মিলিমিটারের জন্য এত অ্যাংস্ট্রম (Å/mm).

এই আলোচনা হইতে বুঝা যায় যে যদি আপতিত আলো হিসাবে

সাদা আলো ব্যবহার করা হয় তবে কেন্দ্রীয় ঝালরটি সাদা হইবে, কারণ সমস্ত তরঙ্গদৈর্ঘ্যই এই কোণে একই স্থানে উৎপন্ন হইবে। কিন্তু θ কোণ বাড়িবার সঙ্গে সঙ্গে লাল এবং বেগুনী আলোর বর্ণালি আলাদা হইয়া যাইবে ; প্রতিটি ক্রমের লাল কেন্দ্র হইতে বাহিরের দিকে থাকিবে। আর ঝালরের ক্রম বাড়িবার সঙ্গে সঙ্গে লাল ও বেগুনীর বিযোজনও আনুপাতিকরূপে বাড়িবে। ফলে প্রত্যেকটি ক্রমের বর্ণালিই রামধনু রঙের চেহারা দেখাইবে। অবশ্য এটি হইবে খুব কম ক্ষমতার ঝাঝরির ক্ষেত্রে এবং সাদা আলো ব্যবহার করিলে। সাধারণ এবং উচ্চ ক্ষমতাসম্পন্ন ঝাঝরির বেলায় (W খুব কম হওয়ায়) বর্ণালি-গুলি সম্পূর্ণ আলাদা হইয়া যাইবে (সাদা আলোর ক্ষেত্র বাদে)।

বর্ণালির ক্রমের অতিব্যাপন (Overlapping of orders in spectra).

ক্রমের পরিবর্তনের সঙ্গে সঙ্গে কৌণিক বিচ্ছুরণের সমানুপাতিক পরিবর্তনের ফল দাড়াইবে বিভিন্ন ক্রমের বর্ণালির অতিব্যাপন। ধরা যাক আপতিত রশ্মি হিসাবে দৃশ্যমান তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সমস্ত আলো ব্যবহার করা হইল এবং এই তরঙ্গদৈর্ঘ্যের উভয় সীমা মোটামুটি 7200Å হইতে 3500Å পর্য্যন্ত এবং ধরা যাক যে কোনও একটি θ কোণে 7200Å তরঙ্গদৈর্ঘ্যের জন্য দ্বিতীয় ক্রমের বর্ণালি দেখা গেল। তাহা হইলে এই সর্ত হইবে

$$W \sin \theta = 2 \times 7200\text{Å}.$$

কিন্তু আপতিত আলোতে অবস্থিত আর একটি তরঙ্গ দৈর্ঘ্য 4800Å এই একই θ কোণে তৃতীয় ক্রমের ঝালর উৎপন্ন করিবে। কারণ এই একই কোণে নিম্নলিখিত সর্তটি পালিত হইবে

$$W \sin \theta = 3 \times 4800\text{Å}.$$

অনুরূপভাবে ঐ একই কোণে 3600Å তরঙ্গদৈর্ঘ্য চতুর্থ ক্রমের বর্ণালি সৃষ্টি করিবে কারণ

$$W \sin \theta = 4 \times 3600\text{Å}.$$

আরও একটি জিনিষ লক্ষ্য করিবার মত। ধরা যাক এই আপতিত আলোতে শুধু দুইটি তরঙ্গদৈর্ঘ্য 7000Å এবং 4000Å বর্তমান। তাহা হইলে আশা করা যায় যে 4000Å এর বর্ণালি 7000Å বর্ণালির অপেক্ষা ছোট কোণে অবস্থিত থাকিবে। কিন্তু যদি বর্ণালির ক্রম বেশী হয় অর্থাৎ পর্য্যবেক্ষণ যদি কেন্দ্র হইতে অনেকটা বাহিরের দিকে করা হয় তবে দেখা যাইবে যে 4000Å এর বর্ণালির অপেক্ষা ছোট কোণে 7000Å এর বর্ণালি দেখা যাইবে। তবে

সহজেই বুঝা যায় যে এই ক্ষেত্রে এই দুইটি বর্ণালি একই ক্রমের নহে। হয়তো 7000Å এর বর্ণালিটি দ্বিতীয় ক্রমের এবং 4000Å এর বর্ণালিটি চতুর্থ ক্রমের। কারণ এই ক্ষেত্রে $2\times7000<4\times4000$ এবং এইজন্য 4000Å এর θ 7000Å এর θ হইতে বেশী হওয়ায় প্রথমোক্ত বর্ণালিটি বাহিরের দিকে থাকিবে।

ঝাঝরিতে আলোর অবম চ্যুতি (Minimum deviation of light in the grating).

আলো যখন প্রিজ্‌মের মধ্য দিয়া প্রতিসৃত হয় তখন ইহার খানিকটা চ্যুতি (deviation) হয়। আর এই চ্যুতি আপতন কোণের উপর নির্ভরশীল। কিন্তু এই চ্যুতিরও একটি অবম মান আছে। এইরূপ অবম চ্যুতি (minimum deviation) ঝাঝরিতে আলোর ব্যবর্তনের ক্ষেত্রেও ঘটিয়া থাকে। একটি আলোকরশ্মি যদি i কোণে আপতিত হয় এবং θ কোণে ব্যবর্তিত হয় তবে এই আলোকরশ্মির চ্যুতি D হইবে $i+\theta$. এই চ্যুতির অবম মান বাহির করিতে হইলে উপরের সমীকরণটির অন্তরকলন করিয়া এই অন্তরকলনের ফল শূন্যের সমান করা দরকার।

$$D=i+\theta \tag{3.136}$$

বা $$dD=di+d\theta=0. \tag{3.137}$$

আবার $(a+b)(\sin i+\sin\theta)=n\lambda$

বা $$\sin i+\sin\theta=\frac{n\lambda}{a+b}$$

কোনও একটি ক্রম এবং তরঙ্গদৈর্ঘ্যের জন্য $\frac{n\lambda}{a+b}=$ ধ্রুবক। সুতরাং দাড়ায়

$$\cos i di+\cos\theta d\theta=0.$$

বা $\cos i di-\cos\theta di=0.$ ...সমীকরণ 3.137 ব্যবহার করিয়া

বা $\cos i=\cos\theta.$

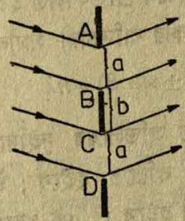
$$\therefore\quad i=\theta. \tag{3.138}$$

সুতরাং অবম চ্যুতির বেলায় আপতন কোণ i ব্যবর্তন কোণ θ-র সমান হইবে। প্রিজ্‌মের প্রতিসরণের মত এই ক্ষেত্রেও বর্ণালির স্পষ্টতা বৃদ্ধি পাইবে। এই পরীক্ষায় আপতিত এবং প্রতিফলিত রশ্মির মধ্যের কোণ নিরূপণ করিয়া i এর মান পাওয়া যায়। ম্যাসকার্ট (Mascart) এই পদ্ধতিতে ঝাঝরির সাহায্যে

আলোকের তরঙ্গদৈর্ঘ্য নির্ণয় করেন। তবে সাধারণত এই পদ্ধতির প্রয়োগ করা হয় না। সচরাচর আলো ঝাঝরির তলের অভিলম্বে আপতিত করিয়াই পরীক্ষা করা হয়।

বর্ণালির লুপ্ত ক্রম (Absent orders of the spectrum).

যুগ্ম-রেখাছিদ্রের বেলায় যেরূপ দেখা গিয়াছে, ব্যবর্তন ঝাঝরির বেলায়ও সেইরূপ কিছু বর্ণালি বিশেষ অবস্থায় লুপ্ত হইতে পারে। ৩.৫২ নং চিত্রে AB



চিত্র ৩.৫২

এবং CD দুইটি পরপর রেখাছিদ্রের প্রস্থ a এবং BC ইহার মধ্যেকার অস্বচ্ছ অংশ b. ধরা যাক a এবং b এর প্রস্থের অনুপাত দুইটি ছোট অখণ্ড সংখ্যা দ্বারা বুঝানো যাইতে পারে। বর্তমান ক্ষেত্রে ধরা যাক $a : b = 1 : 2$. তাহা হইলে যদি কোনও θ কোণে তৃতীয় ক্রমের বর্ণালি সৃষ্টির সর্ত পালিত হয় তবে লেখা যাইতে পারে

$$(a+b)(\sin i + \sin \theta) = 3\lambda.$$

রেখাছিদ্র দুইটির সংশ্লিষ্ট বিন্দুদ্বয় হইতে নির্গত রশ্মির পথ-পার্থক্য এখানে 3λ হওয়ায় তাহারা সমদশায় থাকিবে এবং চরম তীব্রতা সৃষ্টি করিবে। কিন্তু যে কোনও একটি রেখাছিদ্রের দুই প্রান্তের রশ্মির মধ্যে এক্ষেত্রে পথ পার্থক্য হইবে λ যাহার ফলে এই রেখাছিদ্রের সমস্ত রশ্মির লব্ধি ফল দাড়াইবে θ কোণে শূন্য। সুতরাং এই কোণে পরিণামে কোনই আলোকতীব্রতা হইবে না। অনুরূপভাবে ষষ্ঠ, নবম প্রভৃতি বর্ণালি লুপ্ত হইয়া যাইবে। কোন কোন ক্রমের বর্ণালি লুপ্ত হইবে তাহা নির্ভর করিবে a এবং b প্রস্থের অনুপাতের উপর। ইহারা $1 : 2$ হইলে তৃতীয়, ষষ্ঠ, নবম ইত্যাদি ক্রমের বর্ণালি লুপ্ত হইবে। তবে ব্যবহৃত ঝাঝরির বেলায় সাধারণত a এবং b এর অনুপাত দুইটি ক্ষুদ্র অখণ্ড সংখ্যা হয় না এবং বর্ণালির এই কারণে লোপও অতএব ঘটে না।

প্রতিফলিত আলোর ঝাঝরি (Reflection gratings).

এতক্ষণ পারগত আলোর ঝাঝরি সম্বন্ধেই আলোচনা করা হইয়াছে। ইহা ছাড়া আর এক শ্রেণীর ঝাঝরি আছে যাহাতে আলো আপতিত হইয়া প্রতিফলিত হয় এবং এই ক্ষেত্রে প্রতিটি রশ্মির আপতন বিন্দুতে একটি আলোক-উৎসের সৃষ্টি হইয়া থাকে। এই উৎসগুলি হইতে বিক্ষেপিত আলো ব্যবর্তন বর্ণালির সৃষ্টি করে। ধাতুর মসৃণ ও সমতল পৃষ্ঠে সমান্তরাল ও সমান দূরত্বের সরলরেখা অঙ্কিত করিলে এইরূপ ঝাঝরি তৈরী করা যায়। ইহাতে আলো i কোণে আপতিত হইয়া θ কোণে প্রতিফলিত হইলে পরপর দুইটি সরলরেখার সংশ্লিষ্ট রশ্মিদ্বয়ের পথ-পার্থক্যের ব্যতিচারী সমীকরণ হইবে

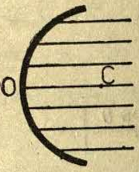
$$(a+b)(\sin\ i \pm \sin\ \theta) = n\lambda \qquad (3.139)$$

যদি আপতন বিন্দুতে অঙ্কিত অভিলম্বের দুইদিকে i এবং θ কোণ অবস্থিত হয় তবে ঋণাত্মক চিহ্ন ব্যবহার করিতে হইবে ; ইহারা অভিলম্বের একদিকে থাকিলে ধনাত্মক চিহ্ন কার্য্যকরী হইবে। এই ধরণের প্রতিফলন-ঝাঝরি কোনও সমতল ধাতুর ফলকের উপর অ্যালুমিনিয়মের স্তর জমাইয়া পরে সরলরেখাগুলি যন্ত্রের সাহায্যে খোদাই করা হয়।

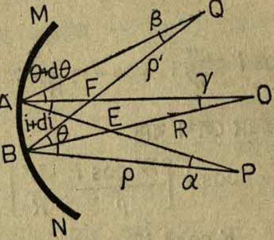
অবতল ঝাঝরি (Concave grating).

সমতল পৃষ্ঠের ঝাঝরির পরীক্ষার জন্য দুইটি লেন্সের প্রয়োজন হয়। এই লেন্সের নানারকম অপেরণ (aberration) থাকে এবং এই অপেরণগুলি সম্পূর্ণরূপে দূর করা খুবই কষ্টকর। আর তাছাড়া অতিবেগুনী (ultra violet) এবং অবলোহিত (infra-red) আলো নিয়া পরীক্ষার সময়ও লেন্স নিয়া অসুবিধা হয় কারণ লেন্স এই সমস্ত আলোর কোন কোন অংশের জন্য অস্বচ্ছ মাধ্যমের মত ব্যবহার করে। এই বাধা দূর করিবার জন্য সমতল পৃষ্ঠের বদলে অবতল পৃষ্ঠের ঝাঝরির উদ্ভাবন হইয়াছে। একটি অবতল মসৃণ ধাতব পৃষ্ঠে কতকগুলি সমান্তরাল ও সমান প্রস্থের রেখা টানা হয় এগুলি পরস্পর হইতে মোটামুটি সমান দূরত্বে অবস্থিত থাকে। এই রেখাগুলি সৃষ্ট হইবে সমান দূরত্বে অবস্থিত কিছুসংখ্যক সমান্তরাল তলের সহিত ঝাঝরির অবতল পৃষ্ঠের ছেদের ফল। এই তলগুলির কেন্দ্রেরটি অবতল পৃষ্ঠের কেন্দ্র C এবং অবতল পৃষ্ঠের মধ্যবিন্দু O এর মধ্য দিয়া যে ব্যাস গমন করিবে তাহার সহিত সম্পাতী হইবে। অন্যান্য তলগুলি ইহার উভয় পার্শ্বে সমান ব্যবধানে এবং সমান্তরালভাবে অবস্থিত থাকিবে [চিত্র নং ৩.৫৩]।

৩.৫৪ নং চিত্রে MN অবতল ঝাঝরির তলের একটি ছেদ এবং ইহাতে A, B পরপর দুইটি প্রতিফলন রেখা। P একটি আলোক বিন্দু। ইহা



চিত্র ৩.৫৩



চিত্র ৩.৫৪

হইতে দুইটি রশ্মি A এবং B তে i এবং $i+di$ কোণে আপতিত হইয়া যথাক্রমে θ এবং $\theta+d\theta$ কোণে ব্যর্তিত হইয়া Q বিন্দুতে ঘনীভূত হইতেছে। তাহা হইলে P আলোকবিন্দুর ফোকাস দাড়াইতেছে Q বিন্দু। ধরা যাক $PB=\rho$; $QB=\rho'$; $AB=W$ এবং $AO=BO=R$; এখানে R অবতল পৃষ্ঠের ব্যাসার্দ্ধ ; রশ্মি দুইটির P হইতে A এবং Bর মধ্য দিয়া গমনের ফলে আসন্ন (approximate) পথ-পার্থক্য $\triangle$ হইবে

$$\triangle = W(\sin i \pm \sin \theta).$$

এই পথ-পার্থক্য যদি অখণ্ড সংখ্যক তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সমান হয় তবে Q বিন্দুর আলোকতীব্রতা এই দুইটি রশ্মির পক্ষে চরম হইবে। সুতরাং P বিন্দুর ফোকাস Q এর অবস্থান নির্ণয় করিতে হইলে নিম্নলিখিতরূপে অগ্রসর হওয়া যায়। Q যদি P বিন্দুর ফোকাস হয় তবে P বিন্দু হইতে নির্গত রশ্মিসমূহের Q পর্য্যন্ত পথের পার্থক্য ধ্রুবক হইবে। এই সর্ত হইতে পাওয়া যায়

$$\sin i - \sin \theta = \frac{n\lambda}{W}$$ [সমীকরণ 3.139 এর একটি ব্যবহার করিয়া]

এবং ইহাকে অন্তরকলন করিয়া দাড়ায়

$$\cos i \, di - \cos \theta \, d\theta = 0.$$

৩.৫৪ নং চিত্র হইতে পাওয়া যায়

$$\alpha + i = \gamma + i + di$$

[E বিন্দুতে কোণ দুইটির সম্পূরক (supplement) হিসাবে]

$$\theta + \gamma = \beta + \theta + d\theta$$ [F বিন্দুতে কোণ দুইটির সম্পূরক হিসাবে]

সুতরাং $di = \alpha - \gamma \qquad d\theta = \gamma - \beta.$

এগুলি প্রয়োগ করিয়া পাওয়া যাইবে

$(\alpha-\gamma)\cos i-(\gamma-\beta)\cos\theta=0.$

আবার চিত্র হইতে দেখানো যায় [B এবং A হইতে যথাক্রমে AP এবং BQ এর উপরে লম্ব টানিয়া]

$$\cos i=\frac{\rho\alpha}{W};\quad \cos\theta=\frac{\rho'\beta}{W};\quad \gamma=\frac{W}{R}.$$

সুতরাং লেখা যায়

$$\cos i\left[\frac{W\cos i}{\rho}-\frac{W}{R}\right]-\cos\theta\left[\frac{W}{R}-\frac{W\cos\theta}{\rho'}\right]=0$$

বা $$\frac{R\cos^2 i-\rho\cos i}{\rho R}=\frac{\rho'\cos\theta-R\cos^2\theta}{\rho' R}$$

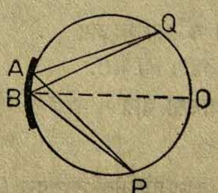
বা $$\rho'=\frac{R\rho\cos^2\theta}{\rho(\cos i+\cos\theta)-R\cos^2 i} \tag{3.140}$$

এখানে P বিন্দুর মেরু-স্থানাঙ্ক (Polar coordinates) ধরা যায় ρ এবং i ; অনুরূপভাবে Q বিন্দুর মেরু স্থানাঙ্ক হইবে ρ' এবং θ. তাহা হইলে দেখা যাইতেছে যে P বিন্দুর সরণের সহিত Q বিন্দুর সরণ সংযুক্ত থাকিবে। আর তাহাদের দুইটির অবস্থান সংযুক্ত হইবে ρ, i এবং ρ', θ এই মেরু স্থানাঙ্কের দ্বারা। ফলে P বিন্দু হইতে নির্গত রশ্মিসমূহ ইহার ফোকাস Q বিন্দুতে ঘনীভূত হইয়া চরম তীব্রতার সৃষ্টি করিবে। অবতল ঝাঝরির এই ধর্ম সাধারণভাবে ব্যর্বতিত রশ্মিকে ফোকাসে ঘনীভূত করে। কিন্তু যখন $\rho=R\cos i$ হয় তখন দেখা যায়

$$\rho'=\frac{R\cos^2\theta\, R\cos i}{R\cos i\,(\cos i+\cos\theta)-R\cos^2 i}$$

$$=\frac{R^2\cos i\cos^2\theta}{R\cos^2 i+R\cos i\cos\theta-R\cos^2 i}$$

বা $$\rho'=R\cos\theta. \tag{3.141}$$



চিত্র ৩.৫৫

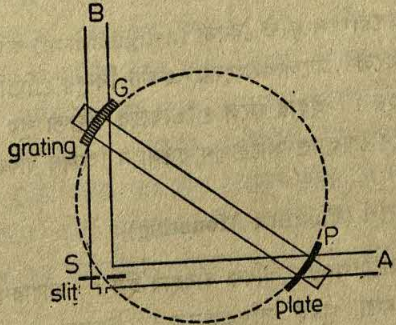
এইটি খুব তাৎপর্য্যপূর্ণ সম্বন্ধ। ইহার অর্থ এই যে অবতল ঝাঝরির ব্যাসার্ধ

R কে ব্যাস করিয়া যদি একটি বৃত্ত অঙ্কন করা হয় এবং P এই বৃত্তের পরিধির উপর অবস্থান করে তবে ইহার সংশ্লিষ্ট ফোকাস Q এই বৃত্তের পরিধির উপরই অবস্থিত হইবে। সুতরাং P হইতে যে আলোকরশ্মি ঝাঝরি AB তে আপতিত হইবে তাহাদের ব্যবর্তন বর্ণালিগুলি সকলই উক্ত বৃত্তের উপর সৃষ্ট (অর্থাৎ ফোকাসিত) হইবে। এই বৃত্তকে বলা হয় রোল্যাণ্ডের বৃত্ত (Rowland circle) (চিত্র নং ৩.৫৫)। উপরের আলোচনা হইতে দেখা যাইতেছে যে এই ব্যবর্তন ব্যবস্থায় কোনও লেন্সের প্রয়োজন নাই। ঝাঝরির তল হইতে আপতিত রশ্মি প্রতিফলিত হইয়া অবতল পৃষ্ঠের ধর্মানুসারে লেন্স ছাড়াই ফোকাসে ঘনীভূত হইবে। আর এই ফোকাস কোথায় হইবে তাহাও আগে হইতেই জানা থাকে। তাহার ফলে সেই পূর্বনির্দিষ্ট স্থানে ফোটোগ্রাফিক প্লেট রাখিলে বর্ণালির সুস্পষ্ট ছবি তোলা যাইবে।

রোল্যাণ্ডের বৃত্তের পদ্ধতির উপর নির্ভর করিয়া অবতল ঝাঝরির বিভিন্ন প্রকার আরোপণ (mounting) প্রচলিত হইয়াছে। নিম্নে ইহাদের একটি সংক্ষিপ্ত বর্ণনা দেওয়া হইল।

অবতল ঝাঝরির বিভিন্ন আরোপণ (Different mountings of concave grating).

রোল্যাণ্ড আরোপণ (Rowland mounting): অবতল ঝাঝরির এইটিই সর্বপ্রথম আবিষ্কৃত আরোপণ। রোল্যাণ্ড আরোপণে একটি শক্ত বীম GP র (beam) দুইপ্রান্তে থাকে ঝাঝরি G এবং ফোটোগ্রাফিক প্লেটবাহক



চিত্র ৩.৫৬

P; ইহাদের মধ্যের দূরত্ব সংশ্লিষ্ট রোল্যাণ্ড-বৃত্তের ব্যাসের সমান, অর্থাৎ অবতল পৃষ্ঠের ঝাঝরির বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান। এই বিমটি দুইটি বিমের মধ্যে

চাকার সাহায্যে চলাফেরা করিতে পারে। শেষোক্ত বিম দুইটি SA এবং SB সমকোণে অবস্থিত। ইহাদের উপর GP বিমটি বিভিন্ন অবস্থানে থাকিলে S আলোক-উৎস হইতে ঝাঁঝরি G এর উপরে আপতিত আলোর আপতন কোণ পরিবর্তিত হয়। BSA কোণ $90°$ হওয়ায় আলোকউৎস S সবসময়েই রোল্যাণ্ড বৃত্তের উপর থাকিবে। আর ফোটোগ্রাফিক প্লেটও এই বৃত্তের ব্যাসের উপরই রাখা হয়। কাজেই বর্ণালিগুলি সবসময়েই প্লেটের উপর ফোকাস হইবে। তবে এই ব্যবস্থায় ব্যবর্তন কোণ $0°$ ডিগ্রী অথবা ইহার খুব কাছাকাছি মানের হইবে। সুতরাং ঝাঁঝরির সমীকরণ হইবে

$$W \sin i = n\lambda \tag{3.142}$$

চিত্র হইতে দেখা যায়

$$\sin i = \frac{SP}{GP}.$$

$$\therefore \quad \lambda = \frac{W \sin i}{n} = \frac{W}{n} \cdot \frac{SP}{GP}.$$

কোনও একটি ক্রমের বর্ণালির জন্য n=ধ্রুবক. আর W এবং GP ও ধ্রুবক। সুতরাং কোনও একটি ক্রমের বর্ণালির জন্য পাওয়া যাইবে

$$\lambda \propto SP. \tag{3.143}$$

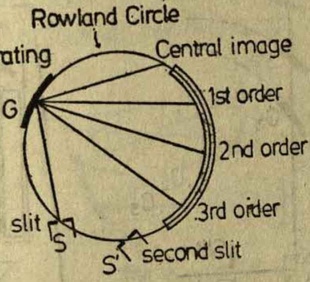
SP কে অতএব তরঙ্গদৈর্ঘ্যে চিহ্নিত করা যাইতে পারে। যেহেতু θ কোণ $0°$ অথবা ইহার খুব কাছাকাছি মানের হইবে, বর্ণালিটি সম্পূর্ণরূপে নিয়মিত (normal) হইবে।

রোল্যাণ্ডের আরোপণে দৃষ্টি বৈষম্য (astigmatism) অত্যন্ত প্রবল। এই দৃষ্টি বৈষম্যের ফলে আলোকউৎসের একটি বিন্দুর প্রতিবিম্ব বিন্দু না হইয়া একটি সরলরেখা হয়। ইহার ফলে প্রতিবিম্বের তীব্রতা খুব হ্রাস পায়। এই এবং অন্যান্য কারণে রোল্যাণ্ড আরোপণ বর্তমানে বিশেষ ব্যবহৃত হয় না।

প্যাশেন আরোপণ (Paschen Mounting).

এই ধরণের আরোপণই সর্বাধিক ব্যবহার হয়। সাধারণ কাজের জন্য এই আরোপণ ব্যবহার করা খুবই সুবিধাজনক। ইহাতে একটি শক্ত বৃত্তাকার কাঠামো রোল্যাণ্ড বৃত্তের কাজ করে। এই বৃত্তের উপর চিত্রে প্রদর্শিত সুবিধাজনক অবস্থানে রেখাছিদ্র S এবং ঝাঁঝরি বসানো হয়। রোল্যাণ্ডের বৃত্তের ধর্মের জন্য বিভিন্ন ক্রমের সমস্ত বর্ণালিই যুগপৎ এই বৃত্তের উপর

ফোকাস হইয়া থাকে। সুতরাং এই বৃত্তের আকারের ইস্পাতের কাঠামোতে যদি ফোটোগ্রাফিক প্লেট লাগাইয়া দেওয়া যায় তবে সমস্ত বর্ণালিরই একসঙ্গে ছবি তোলা সম্ভব হয়। ইহাতে সময়ের খুব সাশ্রয় হয়। প্রয়োজন হইলে



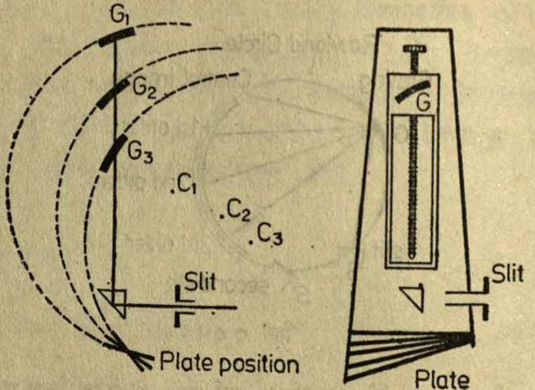
চিত্র ৩.৫৭

অন্য তলে দ্বিতীয় একটি রেখাছিদ্র রাখিলে ঐ তলে ভিন্ন আপতন কোণ ব্যবহার করিয়া দ্বিতীয় প্রস্থ বর্ণালিরও একই সময়ে ছবি তোলা যায় (চিত্র নং ৩.৫৭)। এই আরোপণে দৃষ্টিবৈষম্য (astigmatism) রোল্যাণ্ডের আরোপণের অপেক্ষা অনেক কম হওয়ায় বর্ণালিগুলির আলোকতীব্রতা অনেক বেশী হয়। প্যাশেন আরোপণে সর্বাপেক্ষা বড় অসুবিধা বৃত্তের মধ্যের তাপমাত্রা নিয়ন্ত্রণ করা। সাধারণত একটি হিটার (heater) এবং সঞ্চারী পাখা (circulating fan) ব্যবহার করিয়া এই তাপনিয়ন্ত্রণ করা হয়। যদি পরীক্ষাকালে তাপমাত্রার 1°C পরিবর্তন হয় তবে ঝাঝরির প্রসারণ বা সঙ্কোচনের জন্য বর্ণালি রেখাগুলি অনেক প্রশস্ত হইবে এবং সঙ্গে সঙ্গে তাহাদের তীব্রতাও কমিয়া যাইবে। খুব সূক্ষ্ম পরীক্ষার সময়ে অনেক পরীক্ষাধীন বর্ণালিরেখার তীব্রতা এমনিতেই কম হয়; তাপমাত্রা পরিবর্তনের ফলে ইহাদের তীব্রতা আরও কমিয়া যাইবে। অনেক পরীক্ষায় রোল্যাণ্ডের বৃত্তের ব্যাস 20 metre পরিমাণ হইয়া থাকে আর ছবি তোলার সময় 24 ঘণ্টা পর্যন্ত করা দরকার হয়। সুতরাং এই অবস্থায় যদি তাপমাত্রা 0·1°C এর মধ্যে অপরিবর্তিত রাখিতে হয় তবে ইহার দুরূহতা সহজেই অনুমেয়।

ঈগ্‌ল্ আরোপণ (Eagle Mounting)

এই আরোপণটি খুব সুসংহত (compact). আলো ঢুকিতে পারে না এইরূপ একটি লম্বা বাক্সের এক প্রান্তে ফোটোগ্রাফিক প্লেট হোল্ডারটি এমনভাবে রাখা হয় যাহাতে এইটি একটি উল্লম্ব অক্ষে ঘুরিতে পারে। এই বাক্সের

অন্য প্রান্তে থাকে ঝাঁঝরিটি। এটির অবস্থানও একটি লম্বা স্ক্রুয়ের সাহায্যে প্রয়োজনমত বদলানো যায়, অবস্থান বদলাইবার সঙ্গে সঙ্গে ইহাকেও উল্লম্ব অক্ষে ঘুরানো হয়। বাক্সের একধার হইতে রেখাছিদ্রের আলো প্রিজ্‌মের



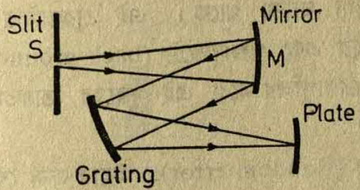
চিত্র ৩.৫৮

সাহায্যে পূর্ণ প্রতিফলিত হইয়া ঝাঁঝরিতে আপতিত হয়। ৩.৫৮ নং চিত্রে যেরূপ প্রদর্শিত হইয়াছে, ঝাঁঝরির অবস্থান পরিবর্তন করিয়া আপতন কোণের ইচ্ছামত মান করা হয়। আর প্রয়োজনমত রোল্যাণ্ড বৃত্তের উপর রাখিবার জন্য ঝাঁঝরি এবং প্লেট হোল্ডার অনুরূপ পরিমাণে ঘোরানো হয়। কাজেই বুঝা যায় যে বিভিন্ন ক্রমের বর্ণালি পরিমাপ করিবার জন্য ঝাঁঝরির প্রয়োজনমত অবস্থানের পরিবর্তন করা হয়। এই আরোপণে বর্ণালির প্রথমক্রমে দৃষ্টিবৈষম্য (astigmatism) মোটে এক দশমাংশের মত হওয়ায় বর্ণালির উজ্জলতা খুবই বাড়ে। বর্ণালির তৃতীয়ক্রমে যেখানে রোল্যাণ্ড আরোপণে দৃষ্টিবৈষম্য বর্ণালিরেখার দৈর্ঘ্যের 4.3 গুণ হয়, সেস্থলে ঈগ্‌ল্‌ আরোপণে অনুরূপক্রমের বর্ণালির জন্য দৃষ্টিবৈষম্য মাত্র 0.47 গুণ হয়। অর্থাৎ দৃষ্টিবৈষম্যের জন্য বর্ণালিরেখার দৈর্ঘ্য স্বাভাবিক অপেক্ষা আরও 0.47 গুণ বাড়িয়া যায়। তাছাড়া বাক্সটির আয়তন প্যাশেন আরোপণের তুলনায় অনেক কম হওয়ায় এইটিতে তাপমাত্রা সহজেই নিয়ন্ত্রণ করা চলে। আবার প্রয়োজন হইলে বাক্সটি বায়ুশূন্য করা চলে বলিয়া বর্ণালির বিভিন্ন অংশ অর্থাৎ অতিবেগুনী ও অবলোহিত আলোও ইহা দ্বারা পরীক্ষা করা সম্ভব হয়।

ওয়াড্‌স্‌ওয়ার্থ্‌ আরোপণ (Wadsworth mounting).

এই আরোপণের প্রধান বিশেষত্ব দুইটি। প্রথমত ইহা রোল্যাণ্ড বৃত্তের

নীতির উপর ভিত্তি করিয়া ক্রিয়া করে না, যাহা উপরের তিনটি আরোপণে পালিত হইয়াছে। দ্বিতীয়ত এই ব্যবস্থায় দৃষ্টিবৈষম্য প্রায় নাই বলিলেই চলে। এই ব্যবস্থায় যে স্থানের প্রয়োজন হয় তাহা ঈগল্ আরোপণের প্রায় অর্দ্ধেক। সুতরাং ইহাতে তাপমাত্রা নিয়ন্ত্রণ এবং বায়ুশূন্য করা খুবই সুবিধাজনক। ৩.৫৯ নং চিত্রে এই আরোপণের ছবি দেখানো হইল।

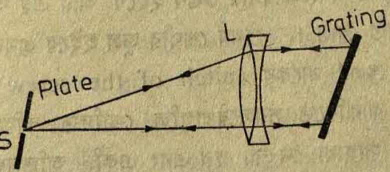


চিত্র ৩.৫৯

রেখাছিদ্র S হইতে নির্গত আলো দর্পণ M এ প্রতিফলনের পর সমান্তরাল হইয়া ঝাঝরিতে আপতিত হয়; ফোটোগ্রাফিক প্লেট ঝাঝরির কেন্দ্র হইতে লম্বের উপর রাখা হয় এবং ঝাঝরিতে আলোর আপতন কোণ প্রয়োজনমত পরিবর্তন করিয়া বিভিন্ন ক্রমের বর্ণালি পরীক্ষা করা হয়।

লিট্রো আরোপণ (Littrow Mounting).

বড় আকারের সমতল পৃষ্ঠের ঝাঝরির বেলায় এই আরোপণটি ব্যবহার



চিত্র ৩.৬০

করা হয়। ৩.৬০ নং চিত্রে একটি রেখাছিদ্র S হইতে আলো একটি অবার্ণ লেন্সদ্বারা সমান্তরাল রশ্মিমালায় পরিণত হইয়া সমতল ঝাঝরিতে পড়িতেছে। ঝাঝরি হইতে ব্যবর্তনের পর আবার আগমনপথেই ফিরিয়া গিয়া রেখাছিদ্রের তলে ঘনীভূত হইতেছে এবং এইস্থানে ফোটোগ্রাফিক প্লেট রাখা হইলে ছবি তোলা সম্ভব হইবে। এইখানে বিশেষত্ব হইল এই যে সাধারণ আরোপণের ক্ষেত্রে রেখাছিদ্র এবং প্লেটের মধ্যে যে দৈর্ঘ্য হয় লিট্রো আরোপণে তাহার অর্দ্ধেক দৈর্ঘ্যের প্রয়োজন হয়। সেই জন্য বৃহদাকার বর্ণালীলেখীতে (Large spectrograph) এই ধরণের আরোপণ ব্যবহৃত হয়।

ঝাঝরির বর্ণালিতে অশুদ্ধিজাত রেখা (Ghost lines in grating spectrum).

এ পর্য্যন্ত আলোচনায় ধরা হইয়াছে যে ঝাঝরির রেখাছিদ্রগুলি এবং তাহাদের মধ্যের স্থানের প্রস্থ বরাবর সমান থাকিবে। কিন্তু এই বহুসংখ্যক রেখার বেলায় এই সর্ত পালন করা প্রায় অসম্ভব এবং এই তৈরী করার সময় প্রস্থের কিছু তারতম্য ঘটিয়া থাকে। এই তারতম্যের জন্য কিছু বাড়তি বর্ণালিরেখার উদ্ভব হয় এবং পশ্চাদ্‌পটের (back ground) আলোকতীব্রতাও বাড়ে। ঝাঝরির রেখাগুলির মধ্যে এই দূরত্বের তারতম্য সাধারণত তিন প্রকারের হইয়া থাকে :

(i) যদৃচ্ছ ভুল (Random error). ইহার জন্য কোনও বাড়তি রেখার উৎপত্তি হয় না শুধু পশ্চাদপটের তীব্রতা বাড়িয়া যায়।

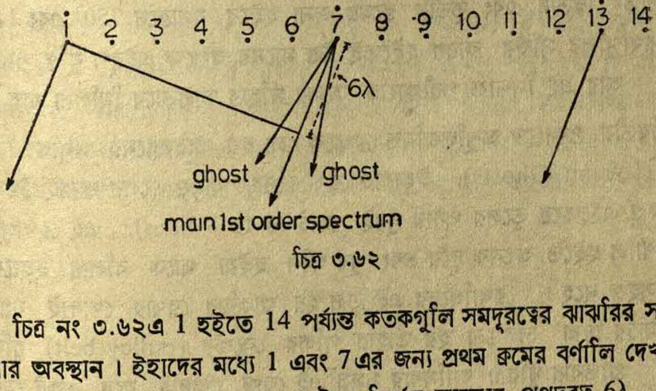
(ii) ক্রমিক ভুল (Progressive error). এই ভুলের জন্যও কোন বাড়তি রেখার সৃষ্টি হয় না। ইহাতে বর্ণালি রেখাগুলি লেন্সের ফোকাসতলে ঘনীভূত না হইয়া সামান্য আলাদা তলে ঘনীভূত হইবে। ইহার কারণ রেখাগুলির এইরূপ ক্রমিক পরিবর্তনের ফল হইবে ইহাদের নিজস্ব একটি ফোকাস করিবার ক্ষমতার সৃষ্টি। ফলে লেন্সের ফোকাস ক্ষমতার সহিত এই বাড়তি ফোকাসক্ষমতা যুক্ত হইয়া ফোকাসতলের পরিবর্তনের সৃষ্টি করে।

(iii) পর্যাবৃত্ত ভুল (Periodic error). এই ভুলের বিভিন্ন রকমের জন্য বিভিন্ন শ্রেণীর বাড়তি বর্ণালিরেখার উদ্ভব হইবে আর এই বাড়তি রেখাগুলিকে বলা হয় অশুদ্ধিজাত রেখা। প্রথম শ্রেণীর ভুল হইবে এমন (ghosts) যাহার পর্যায় (Period) স্ক্রুএর থাকের (pitch of the screw) সমান। পূর্বেই বলা হইয়াছে যে ঝাঝরিতে সরলরেখাগুলি খোদিত করিতে হীরার একটি অতিসূক্ষ্ম বাটালির সাহায্য নেওয়া হয় এবং একটি অতিসূক্ষ্ম স্ক্রুএর দ্বারা এই যন্ত্রটি ধাপে ধাপে আগাইয়া নিয়া যাওয়া হয়। এই স্ক্রু খুব সূক্ষ্মমাপে তৈরী করিবার চেষ্টা করিলেও ইহার গঠনে কিছু ভুল থাকিয়া যায়। ফলে হীরার বাটালিটি সরাইবার সময় এই ভুলের একটি পর্যাবৃত্ত প্রভাব পড়ে ঝাঝরির রেখাগুলির বন্টনে যাহার ফলে কিছুসংখ্যক রেখার পর ফাকের একটু পরিবর্তন হয় এবং ফাকের সমবন্টনের পরিবর্তন হয়। এই জাতীয় পর্যায়ের মধ্যে বেশ কিছু সংখ্যক সরলরেখা থাকিবে। এই জাতীয় ভুলের জন্য যে অশুদ্ধিজাত রেখা (ghosts) জন্মায় তাহা একটি উজ্জ্বল প্রধান রেখার বর্ণালির উভয় পাশে প্রতিসমরূপে অবস্থান করে। সুতরাং ইহাদের সহজেই চেনা যায়। আর তাছাড়া খুব উজ্জ্বল প্রধান রেখার ছবির প্রস্থ বেশী হওয়ায় ইহার সঠিক অবস্থান

নির্ণয় করা কঠিন হয়। সেক্ষেত্রে এই প্রতিসম রেখা দুইটি মাপিয়া মুখ্য রেখার অবস্থান নির্ণয় সম্ভব হয় (চিত্র নং ৩.৬১)। এই জাতীয় রেখা নিয়া প্রথম পরীক্ষা করেন কুইন্‌কে (Quincke) এবং এইগুলি এখন রোল্যাণ্ড অশুদ্ধিজনিত রেখা (Rowland ghosts) বলিয়া পরিচিত। ইহাদের উৎপত্তি নিম্নলিখিতভাবে দেখা যাইতে পারে।



চিত্র ৩.৬১



চিত্র ৩.৬২

চিত্র নং ৩.৬২এ 1 হইতে 14 পর্য্যন্ত কতকগুলি সমদূরত্বের ঝাঝরির সরলরেখার অবস্থান। ইহাদের মধ্যে 1 এবং 7এর জন্য প্রথম ক্রমের বর্ণালি দেখানো হইয়াছে। প্রথম এবং সপ্তম রেখা হইতে নির্গত আলোর পথদূরত্ব 6λ. মুখ্য বর্ণালির উভয়পার্শ্বে দুইটি বাড়তি রেখা দেখানো হইয়াছে। ইহাতে ধরা হইয়াছে যে নির্ভুল রেখার ঝাঝরির পক্ষে এই দিকে আলোর তীব্রতা শূন্য হইবে এবং পথদূরত্ব হইবে $6\lambda \pm \frac{\lambda}{2}$. এখন ধরা যাক যে 1, 7, 13 ইত্যাদি অবস্থানে কিছু ত্রুটি আছে যাহার ফলে এই দুইটি রশ্মির পথদূরত্ব ঠিক $6\lambda \pm \frac{\lambda}{2}$ না হইয়া একটু কমবেশী হইবে। সুতরাং ইহারা পরস্পরকে সম্পূর্ণ ধ্বংস করিতে পারিবে না এবং এই দিকে কিছু বিস্তারের উৎপত্তি হইবে ; ফলে এই দিকে বাড়তি রেখা দুইটির সৃষ্টি হইবে। ধরা যাক এই বিস্তার A. সুতরাং তীব্রতা হইবে A^2. দ্বিতীয় ক্রমের ক্ষেত্রে এই পথদূরত্ব দ্বিগুণ হইবে। ফলে উদ্ভূত

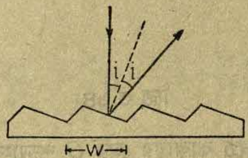
বিস্তারও দ্বিগুণ অর্থাৎ $2A$ হইবে। বিস্তার দ্বিগুণ হওয়ার কারণ এইরূপ। প্রথম ক্রমের বাড়তি রেখার দিকে যদি পথদূরত্ব হয় $6\lambda \pm \frac{\lambda}{2} \pm \delta$, তবে ইহার দ্বিতীয় ক্রমে δ এর স্থলে 2δ বাড়তি পথদূরত্ব দাড়াইবে। আর এই δ বাড়তি পথদূরত্বের জন্যই লব্ধি বিস্তার শূন্যের বদলে A হইবে। দ্বিতীয় ক্রমে এই বাড়তি পথদূরত্ব 2δ হওয়ায় ধ্বংসাত্মক ব্যতিচার আরও অসম্পূর্ণ হইবে। ফলে লব্ধি বিস্তারও সমানুপাতিকভাবে বাড়িয়া গিয়া দাড়াইবে $2A$. আর তাহার ফলে তীব্রতা এই ক্ষেত্রে দাড়াইবে $4A^2$, এবং অনুরূপভাবে তৃতীয় ক্রমে $9A^2$. এইগুলি অবশ্য হইবে বিভিন্ন ক্রমের অশুদ্ধিজনিত রেখার আনুপাতিক তীব্রতা। কিন্তু ইহারা প্রত্যেকেই তীব্রতার ব্যাপারে যুক্ত থাকিবে সংশ্লিষ্ট মুখ্য বর্ণালির তীব্রতার সহিত। ইহার অর্থ এই যে প্রথম, ক্রমের বর্ণালির জন্য মুখ্য এবং অশুদ্ধিজনিত রেখার তীব্রতার অনুপাত যদি 1000 হয় তবে এই অনুপাত দ্বিতীয় এবং তৃতীয় ক্রমের জন্য হইবে যথাক্রমে 250 এবং 110. এই রেখাগুলির সৃষ্টির কারণ হইতেই উক্ত মানের স্বপক্ষে এইরূপ যুক্তি পাওয়া যায়। আর এই সিদ্ধান্ত পরীক্ষালব্ধ ফলের সহিত ভালভাবে মিলিয়া যায়।

দ্বিতীয় প্রকারের অশুদ্ধিজনিত রেখাকে বলা হয় লাইম্যানের অশুদ্ধিজনিত রেখা (Lyman Ghosts). ইহারাও রেখাছিদ্রের পর্যাবৃত্ত ভুলের জন্যই উৎপন্ন হয় কিন্তু এইক্ষেত্রে ভুলের পর্যায় খুবই ছোট (6 to 8 lines). এই রেখাগুলি মূল বর্ণালি হইতে অনেক দূরে এবং খুব ক্ষীণ হইয়া থাকে বলিয়া ইহাদের চেনা সহজ নহে। রেখাছিদ্রের এই ভুল হয় ঝাঝরির রেখার খোদাই যন্ত্রটি যে মোটর দিয়া চালানো হয় তাহার পুলির বেল্টের (pulley belt) ত্রুটির জন্য। প্রতিবার ঘুরিয়া আসিবার সময় এই বেল্ট খোদাই যন্ত্রে একটু বেশী চাপ দেয় যাহাতে যন্ত্রের হীরকের বাটালির মুখ সামান্য বাঁকিয়া যায়; আর ইহার ফলে রেখাছিদ্রের খোদাইয়ের ফাকে কিছু ভুল প্রবেশ করে। এই পর্যাবৃত্ত ভুলই লাইম্যানের অশুদ্ধিজনিত রেখার সৃষ্টি করে।

বর্ণালির তীব্রতার উপর ঝাঝরির সরলরেখাগুলির খোদাইয়ের আকৃতির প্রভাব (Influence of the shape of grooves of grating rulings on the intensity of spectra).

উপরের আলোচনায় বলা হইয়াছে যে $\frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2 \gamma}$ পদের জন্য যে মুখ্য বর্ণালি শ্রেণীর সৃষ্টি হইবে তাহাদের তীব্রতা $\frac{\sin^2 \phi}{\phi^2}$ পদ হইতে উৎপন্ন

আবরণের (envelope) প্রভাবে কেন্দ্র হইতে বাহিরের দিকে কমিতে থাকিবে। আর এই হ্রাসের পরিমাণ নির্দ্ধারিত হইবে শেষোক্ত পদ হইতে উৎপন্ন বর্ণালির আকৃতির উপর। কিন্তু পরীক্ষাকালে দেখা যায় যে মুখ্য বর্ণালির তীব্রতার হ্রাস ঠিক এই নিয়ম মানিয়া চলেনা। অনেক সময়ই দেখা যায় যে দ্বিতীয় ক্রমের বর্ণালি প্রথম ক্রমের বর্ণালির অপেক্ষা উজ্জ্বল হয় বা অনুরূপ ব্যতিক্রম ঘটে। ইহার কারণ এই যে পূর্বের আলোচনায় রেখাছিদ্র এবং ইহার সংলগ্ন অস্বচ্ছ অংশ আদর্শ যুগ্ম-রেখাছিদ্রের আকৃতির ধরা হইয়াছে। কিন্তু কার্য্যক্ষেত্রে খোদাইয়ের অংশে যে আলো পড়ে তাহার বিক্ষেপণের উপর ব্যবর্তিত আলোর কৌণিক বণ্টন অনেকাংশে নির্ভর করে; আর এই কৌণিক বণ্টনই পরিণামে মুখ্য বর্ণালিতে তীব্রতা নিয়ন্ত্রণ করে। সুতরাং বুঝা যায় যে যদি এই ব্যবর্তিত আলোর কৌণিক বণ্টন নিয়ন্ত্রণ করা সম্ভব হয় তবে ইচ্ছামত যে কোন ক্রমের বর্ণালির তীব্রতা প্রয়োজনমত হ্রাসবৃদ্ধি করা সম্ভব হয়। আর. ডব্লিউ. উড (R. W. Wood) এই প্রচেষ্টায় সর্বপ্রথম সফল হন। তিনি সোনার পাতলা স্তর জমানো তামার পাতের উপর স্বভাবজ (natural) কারবোর‍্যাণ্ডাম কেলাসের ধার ব্যবহার করিয়া সরলরেখা খোদাই করেন এবং এই রেখাগুলির খোদাইয়ের আকৃতি চিত্র নং ৩.৬৩এ প্রদর্শিতরূপে নিয়ন্ত্রণ করেন। এই চিত্র হইতে দেখা যায় যে যদি আলো এই খোদাইয়ের

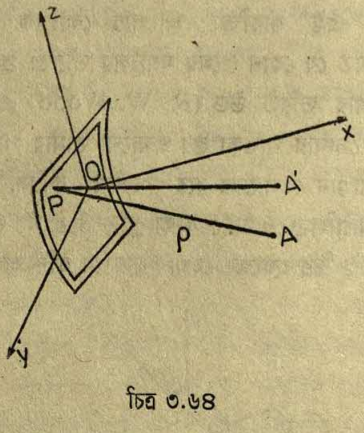


চিত্র ৩.৬৩

তলের উপর i কোণে আপতিত হয় তবে i কোণে প্রতিফলিত রশ্মির তীব্রতা সর্বাধিক হইবে। এই i কোণ হিসাবমত নিয়ন্ত্রিত করিয়া (অর্থাৎ খোদাইয়ের আকৃতি নিয়ন্ত্রণ করিয়া) প্রয়োজনমত দিকে প্রতিফলিত আলোর তীব্রতা এমনভাবে বাড়ানো যায় যাহাতে এই দিকে পরীক্ষাধীন বর্ণালিটির সৃষ্টি হয়। উড এই প্রণালীতে একটি বিশেষ ক্রমের বর্ণালিতে 90 শতাংশ আলো ঘনীভূত করিতে সক্ষম হন। অবশ্য ইহা মনে রাখিতে হইবে যে আপতন বিন্দু হইতে আলো শুধু প্রতিফলিতই হয় না; এই বিন্দু একটি আলোকউৎস হিসাবে ব্যবর্তিত আলোকরশ্মির উৎপত্তি করে। তবে এই ব্যবর্তিত রশ্মির বণ্টনে প্রতিফলিত রশ্মির দিকে তীব্রতা সর্বাধিক হয়। উডের প্রথম দিকের

ঝাঝরিতে রেখার সংখ্যা ছিল মোটামুটি 1000/cm এবং ইহা অবলোহিত আলোর বেলায় ব্যবহারের জন্য তৈরী হইয়াছিল। পরে অবশ্য তিনি দৃশ্যমান আলোর ক্ষেত্রে ব্যবহারের জন্যও এইরূপ ঝাঝরি তৈরী করেন এবং ইহাদের রেখার সংখ্যা ছিল 6000/cm এর মতন। তিনি এই ধরণের ঝাঝরির নাম দেন ইশ্‌লেট্‌ ঝাঝরি (echelette grating). ইহার কারণ এই যে এই ঝাঝরি সাধারণ ব্যবর্তন ঝাঝরি এবং ইশ্‌লন্‌ (echelon) ঝাঝরির (পরে বর্ণিত হইয়াছে) মাঝামাঝি প্রকৃতির বলিয়া মনে করা যায়।

অবতল ঝাঝরির উপর রুংগের মতবাদ (Runge's theory of concave grating).



চিত্র ৩.৬৪

উপরের ৩.৬৪ নং চিত্রে ঝাঝরির মেরু O স্থানাঙ্ক অক্ষের উৎস (origin) হিসাবে ধরা হইয়াছে। রেখাছিদ্রগুলি Oz এর সমান্তরাল এবং Oy দিকে ইহারা সমান দূরত্বে অবস্থিত। xyO তলে একটি আলোকউৎস A আছে বলিয়া ধরা যাক এবং ঐ একই তলে অন্য একটি বিন্দু A' এর উপর ঝাঝরির সমস্ত স্থান হইতে ব্যর্তিত রশ্মির প্রভাব হিসাব করা যাক। ঝাঝরির তলে P একটি বিন্দু ; ইহার স্থানাঙ্ক ধরা হইয়াছে $x, y, z.$ ইহা ছাড়া A এবং A' এর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $x'y'o$ এবং $x''y''o.$ যদি AP এবং AP' আলোক-পথের সমষ্টি $\triangle$ হয় তবে লেখা যাইতে পারে

$$\triangle = AP + A'P \tag{3.144}$$

$$AP^2 = (x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2$$
$$= x^2 + y^2 + z^2 + x'^2 + y'^2 - 2xx' - 2yy' \text{ [কারণ } z'=0 \text{].} \tag{3.145}$$

ঝাঝরির উৎস O যে r ব্যাসার্ধের গোলকের পৃষ্ঠের উপর অবস্থিত তাহার সমীকরণ লেখা যাইতে পারে

$$x^2+y^2+z^2-2rx=0$$

বা $$2x=\frac{1}{r}(x^2+y^2+z^2)$$

$$AO^2=\rho^2=x'^2+y'^2$$

$$A'O^2=\rho'^2=x''^2+y''^2$$

$$\therefore\quad AP^2=\rho^2-2yy'+x^2\left(1-\frac{x'}{r}\right)+y^2\left(1-\frac{x'}{r}\right)+z^2\left(1-\frac{x'}{r}\right) \tag{3.146}$$

সাধারণত অবতল ঝাঝরির বক্রতার ব্যাসার্দ্ধ (radius of curvature) বেশী হয় যাহার ফলে ঝাঝরির তলকে অনেকটা সমতল পৃষ্ঠের মত মনে করা যাইতে পারে। কাজেই P বিন্দুর স্থানাঙ্কের মধ্যে y এবং z এর তুলনায় xকে অগ্রাহ্য করা চলে। এছাড়া r এর তুলনায় y এবং z বেশ ছোট হওয়ায় ইহাদের বর্গের বেশী ঘাতের পদগুলি অগ্রাহ্য করিয়া লেখা যায়

$$AP=\rho\left[1+\tfrac{1}{2}\left\{-\frac{2yy'}{\rho^2}+\frac{y^2}{\rho^2}\left(1-\frac{x'}{r}\right)+\frac{z^2}{\rho^2}\left(1-\frac{x'}{\rho}\right)\right\}-\tfrac{1}{8}\left\{-\frac{2yy'}{\rho^2}+\cdots\right\}^2\right]$$

$$=\rho\left[1+\tfrac{1}{2}\left\{-\frac{2yy'}{\rho^2}+\frac{y^2}{\rho^2}\left(1-\frac{x'}{r}\right)+\frac{z^2}{\rho^2}\left(1-\frac{x'}{r}\right)\right\}-\tfrac{1}{8}\left\{\frac{4y^2}{\rho^4}\left(\rho^2-x'^2\right)+\right\}+\right]$$

$$=\rho-\frac{yy'}{\rho}+\tfrac{1}{2}\,\frac{x'}{\rho}\left(\frac{x'}{\rho^2}-\frac{1}{r}\right)y^2+\frac{1}{2\rho}\left(1-\frac{x'}{r}\right)z^2\ldots \tag{3.147}$$

অনুরূপভাবে দেখানো যায়

$$A'P=\rho'-\frac{yy''}{\rho'}+\tfrac{1}{2}\,\frac{x''}{\rho'}\left(\frac{x''}{\rho'^2}-\frac{1}{r}\right)y^2+\frac{1}{2\rho'}\left(1-\frac{x''}{r}\right)z^2\ldots \tag{3.148}$$

$$\therefore\quad \triangle=AP+A'P=\rho+\rho'-\left(\frac{y'}{\rho}+\frac{y''}{\rho'}\right)y$$
$$+\left[\frac{x'}{2\rho}\left(\frac{x'}{\rho^2}-\frac{1}{r}\right)+\frac{x''}{2\rho'}\left(\frac{x''}{\rho'^2}-\frac{1}{r}\right)\right]y^2$$
$$+\left[\frac{1}{2\rho}\left(1-\frac{x'}{r}\right)+\frac{1}{2\rho'}\left(1-\frac{x''}{r}\right)\right]z^2\ldots \tag{3.149}$$

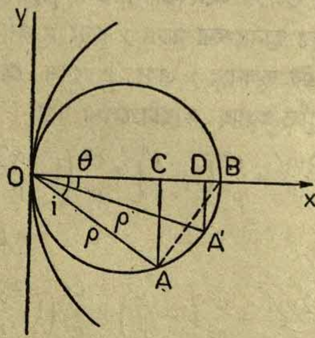
খুব সূক্ষ্মভাবে হিসাব না করিলে ঝাঝরির রেখাগুলির দৈর্ঘ্য ρ এবং r এর তুলনায় অনেক ছোট হওয়ায় z^2 যে সমস্ত পদে আছে সেগুলিও অগ্রাহ্য করা চলিতে পারে। আর y^2 যে সমস্ত পদে আছে সেইগুলি যদি শূন্য ধরা হয় (ইহার তাৎপর্য্য পরে স্পষ্ট হইবে) তবে লেখা যায়

$$\left[\frac{x'}{2\rho}\left(\frac{x'}{\rho^2}-\frac{1}{r}\right)+\frac{x''}{2\rho'}\left(\frac{x''}{\rho'^2}-\frac{1}{r}\right)\right]=0 \tag{3.150}$$

ইহা হইতে পাওয়া যায় $\frac{x'}{\rho^2}-\frac{1}{r}=0$ বা $\rho^2=x'r$ (3.151)

$$\frac{x''}{\rho'^2}-\frac{1}{r}=0 \quad \text{বা} \quad \rho'^2=x''r \tag{3.152}$$

[কারণ x' এবং x'' শূন্য নয়]



চিত্র নং ৩.৬৫

এই সম্বন্ধগুলির তাৎপর্য্য বুঝিতে হইলে নিম্নোক্তরূপে অগ্রসর হওয়া যায়। OX অক্ষকে ব্যাস করিয়া OX, OY তলে একটি বৃত্ত অঙ্কন করা হইল। ইহার ব্যাস অবতল ঝাঝরির ব্যাসার্দ্ধের সমান। ইহার পরিধির উপর A এবং A' দুইটি বিন্দু নেওয়া হইল ; $OA=\rho$; $OA'=\rho'$.

ইহাদের স্থানাঙ্ক ধরা হইল $OA(x'y')$ এবং $OA'(x''y'')$.

A এবং A' হইতে OX এর উপর লম্ব টানা হইলে ইহারা OX কে C এবং D বিন্দুতে ছেদ করিবে। A এবং B বিন্দুকে যোগ করা হইল। তাহা হইলে OAC এবং OAB দুইটি সদৃশ ত্রিভুজ হইতে লেখা যায়

$$\frac{OA}{OB}=\frac{OC}{OA}$$

বা $OA^2 = OB \cdot OC$

বা $\rho^2 = x'r \qquad [OB = r]$

অনুরূপভাবে $\rho'^2 = x''r$

A এবং A' বিন্দু এমন একটি বৃত্তের পরিধির উপর অবস্থিত যে বৃত্তের কেন্দ্র অবতল ঝাঝরির মুখ্য অক্ষের (Principal axis) উপর অবস্থিত এবং যাহার ব্যাস ঝাঝরির ব্যাসার্ধের সমান। পূর্বের আলোচনায় বলা হইয়াছে যে এই বৃত্তকে রোল্যাণ্ডের বৃত্ত বলা হয়।

এই অবস্থায় 3.149 নং সমীকরণ হইতে দাড়ায়

$$\triangle = AP + A'P = (\rho + \rho') - \left(\frac{y'}{\rho} + \frac{y''}{\rho'}\right) y, \tag{3.153}$$

y^2 এবং z^2 সংযুক্ত পদ-গুলিকে অগ্রাহ্য করিয়া ;

অবতল ঝাঝরিতে আর একটি এমন বিন্দু P' যদি নেওয়া হয় যাহাতে P এবং P' দুইটি পাশাপাশি সরলরেখায় অবস্থিত হয় এবং রেখা দুইটির পরস্পর দূরত্ব যদি W হয় তাহা হইলে P' বিন্দুর y স্থানাঙ্ক $y + W$ হইবে। P' বিন্দুর জন্য পথদৈর্ঘ্য যদি $\triangle'$ লেখা হয় তবে দাড়ায়

$$\triangle' = AP' + A'P' = (\rho + \rho') - (y + W) \left(\frac{y'}{\rho} + \frac{y''}{\rho'}\right) \tag{3.154}$$

তাহা হইলে দুইটি পাশাপাশি অবস্থিত ঝাঝরির রেখার সংশ্লিষ্ট বিন্দুদ্বয় হইতে পথ-পার্থক্য দাড়াইবে

$$\triangle - \triangle' = W \left[\frac{y'}{\rho} + \frac{y''}{\rho'}\right] \tag{3.155}$$

আবার চিত্র নং ৩.৬৪ হইতে দেখা যায়

$$\frac{y'}{\rho} = \sin i \qquad \frac{y''}{\rho'} = \sin \theta.$$

$$\therefore \quad \triangle - \triangle' = W (\sin i + \sin \theta).$$

যদি এই পার্থক্য $n\lambda$ হয় তবে A' বিন্দুতে আলোকতীব্রতা চরম হইবে

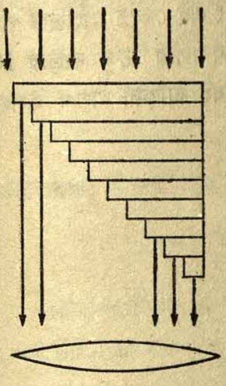
বা $W (\sin i + \sin \theta) = n\lambda$, আলোকতীব্রতা চরম (3.156)

সুতরাং দেখা যাইতেছে যে যদি আলোক উৎস A বিন্দু রোল্যাণ্ডের বৃত্তের উপর অবস্থিত হয় তবে ইহার ফোকাস বিন্দু A'ও ঐ বৃত্তের উপরই থাকিবে। ইহাই রোল্যাণ্ড বৃত্তের তাৎপর্য্য।

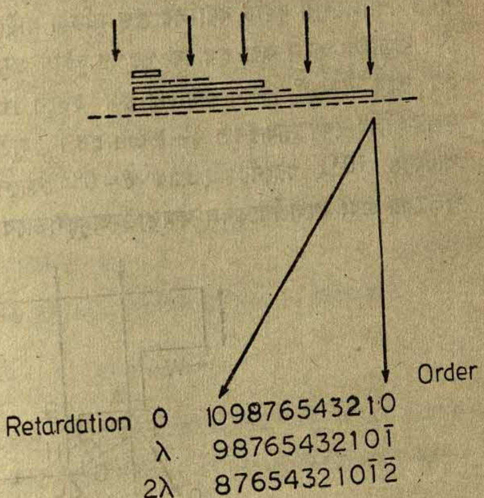
ইশলন্ ঝাঝরি (Echelon grating).

ব্যবর্তন ঝাঝরির ক্ষেত্রে পরে দেখা যাইবে যে বিভেদন ক্ষমতা (resolving power) এর মান হইবে Nn. এখানে N = ঝাঝরিতে খোদাই করা মোট সরলরেখার সংখ্যা এবং n বর্ণালির ক্রম। সুতরাং বিভেদন ক্ষমতা বাড়াইতে হইলে এই দুইটি গুণকের একটি অথবা উভয়কেই বাড়াইতে হয়। মোট সরলরেখার সংখ্যা বাড়াইবার অসুবিধা আছে ; কারণ ইহা যদি 10^5 অতিক্রম করিতে হয় তবে হীরকের যন্ত্রটি অক্ষত রাখা প্রায় অসম্ভব। আর যন্ত্র বদল করিলে সরলরেখার আকৃতি অবশ্যই বদলাইয়া যাইবে। তাছাড়া অন্যান্য ধরণের পার্থক্যও ঢুকিয়া পড়িতে চাহিবে। ক্রমের বৃদ্ধিরও একই অসুবিধা। প্রথমত এই বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে বিবর্তন কোণ θ বাড়িতে থাকে ; আবার এই কোণ বৃদ্ধির সঙ্গে বর্ণালির তীব্রতাও কমিতে থাকে। শেষের দিকে তীব্রতায় এই হ্রাস দ্রুত হারে হইতে থাকে। দ্বিতীয়ত W কম এরূপ ঝাঝরির পক্ষে n এর মান 2 বা 3 এর বেশী পাওয়া যায় না কারণ n ইহার বেশী হইলে ব্যবর্তন কোণ θ এর মান 90° এর বেশী হওয়ায় বর্ণালিটি কাল্পনিক হইয়া যায় বাস্তবে ইহার অস্তিত্ব থাকে না। কাজেই দেখা যায় যে $W = 10^{-4}$ cm এর একটি ঝাঝরির ক্ষেত্রে সাধারণত বিভেদন ক্ষমতা 10^5 এর বেশী করা সম্ভব নয়। এই সমস্ত অসুবিধা দূর করিবার জন্য মাইকেলসন (Michelson) ১৮৯৮ সনে সর্বপ্রথম ইশলন ঝাঝরির উদ্ভাবন করেন। বিভেদন ক্ষমতা বাড়াইবার জন্য তিনি N (মোট সরলরেখার সংখ্যা) এর বদলে বর্ণালির ক্রম বাড়াইবার ব্যবস্থা করেন। এই ঝাঝরির বর্ণালিতে ক্রমের সংখ্যা সাধারণতঃ 10^4 এর মত হইয়া থাকে। এই ঝাঝরিটি তৈরী হয় কতকগুলি (20 হইতে 40) আয়তাকার ভাল জাতের আলোকীয় কাচের খণ্ড দ্বারা। এই কাচের খণ্ডগুলি এমনভাবে পরপর সাজানো হয় যাহাতে ইহার চেহারাটা অনেকটা সিঁড়ির ধাপের মত দেখিতে লাগে। এই জন্য এই যন্ত্রের নাম হইয়াছে ইশলন্, যাহার অর্থ একসারি সিঁড়ির ধাপ। যন্ত্রটির চেহারা ৩.৬৬ নং চিত্রে দেখানো হইল। কাচের খণ্ডগুলির ধর্ম যথাসম্ভব একরূপ হওয়া খুবই প্রয়োজন বলিয়া এইগুলি বড় একখণ্ড আলোকীয় কাচ হইতে কাটিয়া তৈরী করা হয়। প্রতি খণ্ডের বেধ যথাসম্ভব ($\frac{1}{20}$Å সীমার মধ্যে) এক করা হয়। এইগুলি পরপর বসাইতে প্রত্যেকটি তাহার পূর্বেরটির তুলনায় খানিকটা (1 cm ধরণের দূরত্বে) সরাইয়া বসানো হয়। ফলে দেখিতে ইহা অনেকটা সিঁড়ির ধাপের মত হয়। খণ্ডগুলি বসাইবার সময় দুইটি খণ্ডের মধ্যে যাহাতে এমন ফাক না থাকে যাহাতে বাতাস ঢুকিয়া যায় সেদিকে বিশেষ নজর রাখা হয়। এইরূপ অবস্থানের ফলে যন্ত্রটি একটি ঝাঝরির মতই ব্যবহার করে ; তবে এই

ঝাঝরিতে বহু সংখ্যক সরলরেখার পরিবর্তে 20—40 সংখ্যক সরলরেখা বর্তমান বলিয়া ধরা যায়। আর সাধারণ ঝাঝরিতে পরপর দুইটি সরলরেখা হইতে



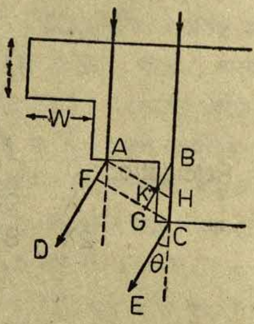
চিত্র ৩.৬৬



চিত্র ৩.৬৭

নির্গত আলোর পথ পার্থক্য অল্প সংখ্যক তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের সমান হয়। কিন্তু এই ক্ষেত্রে এরূপ রশ্মি দুইটির পথপার্থক্য $10^4\lambda$ জাতীয় হইয়া থাকে। সুতরাং বর্ণালীর ক্রমও অনুরূপভাবে 10^4 ধরণের দাড়ায়। কেন বর্ণালীর ক্রম এত উর্ধ-মানের হয় তাহা এই ভাবে বুঝা যায়। দশটি সরলরেখার একটি ঝাঝরি ৩.৬৭ নং চিত্রে দেখানো হইয়াছে। ইহার জন্য উৎপন্ন বর্ণালিগুলির ক্ষেত্রে ক্রমও পাশে দেখানো হইয়াছে। এই ক্ষেত্রে প্রথম এবং দ্বিতীয় সরলরেখা হইতে নির্গত রশ্মির মধ্যে পথ পার্থক্য প্রথম ক্রমের বর্ণালির জন্য হইবে λ, দ্বিতীয় ক্রমের জন্য 2λ ইত্যাদি। এখন যদি দশটি পাতলা স্বচ্ছ পাত ঝাঝরির ফাকা জায়গায় রাখা হয় এবং এই পাতগুলির বেধ এমনভাবে নিয়ন্ত্রিত করা হয় যে পরপর রাখা দুইটির মধ্য দিয়া পারগত রশ্মি দুইটির পথপার্থক্য λ, আর তাহাদের পরস্পরের সম্পর্কে একটি ছিদ্রের প্রস্থ সরাইয়া বসানো হয় তবে প্রথম ও দ্বিতীয় ছিদ্র দিয়া আগত রশ্মিমালার পথ পার্থক্য হইবে [$\theta=0°$ কোণে] λ এবং পরপর প্রত্যেক জোড়ার জন্যই এই সর্ত পালিত হইবে। শুধু ঝাঝরির ক্ষেত্রে $\theta=0°$ কোণে কোনও পথপার্থক্য না থাকায় এইদিকে 0 ক্রমের বর্ণালী সৃষ্টি হইয়াছিল। কিন্তু এবার পাত দেওয়ার ফলে এই দিকে প্রথম ক্রমের বর্ণালির সৃষ্টি হইবে এবং শূন্য ক্রমের বর্ণালি আগেকার প্রথম ক্রমের বর্ণালির

স্থানে বসিবে। যদি বেধ এমন হয় যে অনুরূপ দুইটি রশ্মির পথপার্থক্য 2λ দাড়ায় তবে দ্বিতীয় ক্রমের বর্ণালি আগেকার 0 ক্রমের বর্ণালির স্থান নিবে এবং সমস্ত বর্ণালিশ্রেণী দুইটি বর্ণালির প্রস্থ সরিয়া যাইবে। অতএব যদি পাতগুলির বেধ বাড়াইয়া এমন করা হয় যে পরপর দুইটি অনুরূপ রশ্মির পথপার্থকা $10^4\lambda$ হয় তবে $\theta=0°$ কোণে বর্ণালির ক্রম হইবে 10^4. ইশলন্ ঝাঝরির কাচের ফলকগুলির বেধ সাধারণত $\frac{1}{2}$—1 cm হয়। সুতরাং এই ক্ষেত্রে সংশ্লিষ্ট পথ-পার্থক্যও $10^4\lambda$ ধরণের হওয়ায় $\theta=0°$ কোণে বর্ণালীর ক্রম দাড়ায় 10^4 পর্য্যায়ের এবং ফলে বিভেদন ক্ষমতাও অনুরূপভাবে খুবই বাড়িয়া যায়। ইশলন্



চিত্র ৩.৬৮

ঝাঝরিতে পথপার্থক্য নির্ণয় করিতে হইলে নিম্নলিখিতরূপে অগ্রসর হওয়া যায়। ৩.৬৮ নং চিত্রে ঝাঝরির কয়েকটি ধাপ দেখানো হইয়াছে। একটি সমান্তরাল রশ্মিমালা ঝাঝরির তলের অভিলম্বে আপতিত হইয়া অন্যপ্রান্ত হইতে নির্গত হইতেছে। এইরূপ দুইটি রশ্মি পরপর দুইটি ধাপের সংশ্লিষ্ট বিন্দুদ্বয় A এবং C এর মধ্য দিয়া গিয়া ব্যবর্তনের পর নির্গত হইয়া AD এবং CE রশ্মিতে পরিণত হইয়াছে। অবশ্য A এবং C বিন্দু হইতে অনেক রশ্মিই নির্গত হইবে ; ইহাদের মধ্য হইতে যে কোনও θ কোণে দুইটি সমান্তরাল রশ্মির কথা ধরা হইয়াছে। প্রতিটি ধাপের প্রস্থ W এবং বেধ t ধরা যাক। তাহা হইলে দেখা যাইবে A এবং B বিন্দুতে রশ্মি দুইটির দশা একই ; আবার C এবং F বিন্দুতেও দশা একই কারণ FD, CE সমান্তরাল আলোক রশ্মিমালার FC একটি তরঙ্গমুখ। F বিন্দু পাওয়া গিয়াছে C হইতে AD রশ্মির উপর অভিলম্ব অঙ্কিত করিয়া। অতএব দুইটি রশ্মির পথ পার্থক্য হইবে $\triangle$, যেখানে $\triangle$ লেখা যায়

$$\triangle=\mu\cdot BC-AF \qquad (\mu = \text{কাচে তরঙ্গের প্রতিসরাঙ্ক})$$

B বিন্দু হইতে CF এর উপর লম্ব টানিলে দেখা যায় যে

$$AF = BG - BK = t\cos\theta - W\sin\theta.$$

$$\therefore \quad \triangle = \mu t - t\cos\theta + W\sin\theta \qquad (3.157)$$

এই পথ পার্থক্য যদি পূর্ণসংখ্যক তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের সমান হয় তবে এই দিকে আলোর তীব্রতা চরম হইবে। সুতরাং লেখা যায়

$$\mu t - t\cos\theta + W\sin\theta = n\lambda, \text{ আলোর তীব্রতা চরম।} \qquad (3.158)$$

সম্মুখের দিকে অর্থাৎ যখন θ খুব ছোট হইবে, এই সর্ত লেখা যায়

$$(\mu - 1)t + W\theta = n\lambda \qquad (3.159)$$

সুতরাং যখন $\theta = 0°$ হয় তখন এইদিকে বর্ণালির ক্রমের জন্য লেখা যায়

$$\mu(t-1) = n\lambda \quad \text{বা} \quad n = \frac{\mu(t-1)}{\lambda} \qquad (3.160)$$

এখানে লক্ষণীয় যে বর্ণালির ক্রমের ব্যাপারে ধাপের প্রস্থ W এর কোনও প্রভাব নাই, একমাত্র বেধ t এবং প্রতিসরাঙ্ক μ এই ক্রমের মান নিয়ন্ত্রণ করে।

একটি উদাহরণ হিসাবে নেওয়া যাক

$$\mu = 1{\cdot}6, \quad t = 0{\cdot}5 \text{ cm}; \quad \lambda = 6 \times 10^{-5} \text{ cm.}$$

$$\therefore \quad n = \frac{1{\cdot}6(0{\cdot}5 - 1)}{6 \times 10^{-5}} = 13333$$

কাজেই দেখা যাইতেছে যে $\theta = 0°$ কোণে বর্ণালির ক্রম স্বভাবতই অতিশয় উচ্চ হইয়া থাকে। প্রয়োজনবোধে ইহা আরও বাড়ানো যায়।

যে কোনও একটি ক্রমের জন্য অন্তরকলন করিলে পাওয়া যায়

$$nd\lambda = td\mu + t\sin\theta\, d\theta + W\cos\theta\, d\theta.$$

$$\text{বা} \quad d\theta = \frac{nd\lambda - td\mu}{t\sin\theta + W\cos\theta} \qquad (3.161)$$

অর্থাৎ একই ক্রমে তরঙ্গদৈর্ঘ্যের $d\lambda$ পরিবর্তনের জন্য বর্ণালির অবস্থান $d\theta$ কোণে পরিবর্তিত হয় এবং এই $d\theta$ এর মান সমীকরণ ৩.১৬১ হইতে পাওয়া যায়। আবার একই তরঙ্গের জন্য বর্ণালির ক্রম একটি বৃদ্ধির জন্য যদি কোণের পরিবর্তন হয় $\triangle\theta$ তবে ইহার মান পাওয়া যাইবে

$$\begin{aligned}(n+1)\lambda &= \mu t + W\sin(\theta + \triangle\theta) - \text{t}\cos(\theta + \triangle\theta)\\ &= \mu t + W(\sin\theta\cos\triangle\theta + \cos\theta\sin\triangle\theta)\\ &\quad - t(\cos\theta\cos\triangle\theta - \sin\theta\sin\triangle\theta)\end{aligned}$$

বা $\mu t + W\sin\theta - t\cos\theta + \lambda = \mu t + W\sin\theta + W\cos\theta\,\triangle\theta$
$- t\cos\theta - t\sin\theta\,\triangle\theta$ [সমীকরণ ৩.১৫৮ ব্যবহার করিয়া]

বা $\lambda = \triangle\theta\,(W\cos\theta + t\sin\theta)$

$$\text{বা}\quad \triangle\theta = \frac{\lambda}{W\cos\theta + t\sin\theta} \tag{3.162}$$

$$\text{বা}\quad \frac{d\theta}{\triangle\theta} = \frac{nd\lambda - td\mu}{\lambda} = \frac{\frac{d\lambda}{\lambda}(\mu t - t\cos\theta + W\sin\theta) - td\mu}{\lambda}$$

[সমীকরণ ৩.১৫৮ ব্যবহার করিয়া]

$$= \frac{W\sin\theta - t\cos\theta}{\lambda}\,\frac{d\lambda}{\lambda} - t\,d\left(\frac{\mu}{\lambda}\right)$$

$d\left(\frac{\mu}{\lambda}\right)$ কে মোটামুটি $\frac{2d\lambda}{\lambda^2}$ ধরিলে লেখা যায়

$$\frac{d\theta}{\triangle\theta} = \frac{W\sin\theta + t\,(2 - \cos\theta)}{\lambda}\,\frac{d\lambda}{\lambda} \tag{3.163}$$

যদি θ কোণ খুব ছোট হয় তবে স্থূলভাবে লেখা যায় ঃ

[$\sin\theta = 0$; $\cos\theta = 1$ ধরিয়া]

$$\frac{d\theta}{\triangle\theta} = \frac{t}{\lambda}\,\frac{d\lambda}{\lambda}$$

$$\text{বা}\quad d\theta = \frac{t}{\lambda}\,\frac{d\lambda}{\lambda}\,\triangle\theta \tag{3.164}$$

উদাহরণ স্বরূপ যদি ধরা যায় $\lambda = 6000\text{Å}$ $d\lambda = 6\text{Å}$ (সোডিয়ামের হলুদ যুগ্ম বর্ণালি রেখা), $t = 0{\cdot}6$ cm.

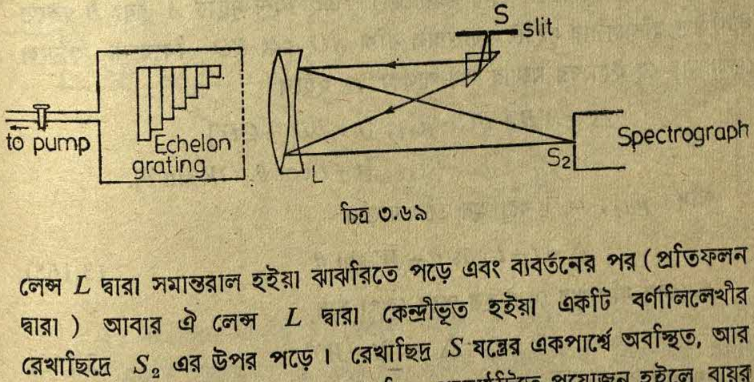
তাহা হইলে দেখা যায়

$$d\theta = \frac{0{\cdot}6 \times 6 \times 10^{-8}}{6 \times 6 \times 10^{-10}}\,\triangle\theta \simeq 10\,\triangle\theta$$

অর্থাৎ আলোকতরঙ্গের এই ব্যবধানের জন্য (6Å) পরপর দুইটি ক্রমের বর্ণালির যে কৌণিক ব্যবধান হইবে তাহা অপেক্ষা একই ক্রমের দুইটি উপরোক্ত আলোকতরঙ্গের বর্ণালির কৌণিক ব্যবধান দশগুণের মত হইবে। অবশ্য তরঙ্গদৈর্ঘ্যের ব্যবধান কম বেশী হইলে এই কৌণিক ব্যবধানও অনুরূপভাবে কম বেশী দাড়াইবে।

এই যন্ত্রে সমান্তরাল আলোক রশ্মিমালা স্বচ্ছ ফলকের অভিলম্বে আপতিত হইতেছে। এখানে পারগত আলোর অধিকাংশই সামনের দিকে যাইবে ধারের দিকে বিক্ষেপণ খুব সামান্যই হইবে, বিক্ষিপ্ত আলোর তীব্রতা θ কোণের বৃদ্ধির সঙ্গে খুব দ্রুত কমিয়া আসিবে। সুতরাং এই ব্যবস্থায় সমস্ত আলোই প্রায় সামনের দিকে অর্থাৎ θ কোণ খুবই ছোট মানে আবদ্ধ থাকিবে। ফলে সাধারণত দুইটির বেশী ক্রম একসঙ্গে দেখা যাইবে না। বর্ণালির অতিব্যাপন (overlapping) এড়াইবার জন্য দুইটি ব্যবস্থা নেওয়া দরকার। প্রথমত একটি ছোট বর্ণালিলেখী ব্যবহার করা প্রয়োজন এবং দ্বিতীয়ত পরীক্ষাধীন বর্ণালির প্রস্থ খুব কম হওয়া আবশ্যক। ছোট বর্ণালিলেখী ব্যবহার করিয়া প্রথমে পরীক্ষাধীন বর্ণালি তৈরী করিতে হয় এবং এই বর্ণালি হইতে প্রয়োজনীয় কিন্তু খুব সঙ্কীর্ণ তরঙ্গসীমার আলো আপতিত রশ্মি হিসাবে ব্যবহার করা হয়।

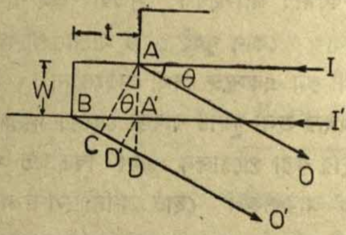
এতক্ষণ পারগম-ইশ্‌লন্ (Transmission Echelon) ঝাঝরির বিষয় আলোচিত হইল। 1926 সনে উইলিয়াম্‌স্ (Williams) প্রতিফলন-ইশ্‌লন্ ঝাঝরি তৈরী করিতে সমর্থ হন। এই যন্ত্রের পরীক্ষা ব্যবস্থা ৩.৬৯ নং চিত্রে দেখানো হইল। এই ব্যবস্থায় রেখাছিদ্র S হইতে আলো আসিয়া অবার্ণ



চিত্র ৩.৬৯

লেন্স L দ্বারা সমান্তরাল হইয়া ঝাঝরিতে পড়ে এবং ব্যবর্তনের পর (প্রতিফলন দ্বারা) আবার ঐ লেন্স L দ্বারা কেন্দ্রীভূত হইয়া একটি বর্ণালিলেখীর রেখাছিদ্রে S_2 এর উপর পড়ে। রেখাছিদ্র S যন্ত্রের একপার্শ্বে অবস্থিত, আর S_2 পিছনের দিকে অবস্থিত। ঝাঝরির প্রকোষ্ঠটিতে প্রয়োজন হইলে বায়ুর চাপ হ্রাসবৃদ্ধি করা যায় এবং দরকার হইলে এটিকে সম্পূর্ণ বায়ুশূন্যও করা চলিতে পারে। ঝাঝরিটি তৈরী করা হয় কতকগুলি কোয়ার্ট্‌সের ফলক পাশাপাশি জুড়িয়া আর এই ফলকগুলি একটি বড় গলানো কোয়ার্ট্‌স্ (fused quartz) খণ্ড হইতে কাটা হয়। ফলকগুলি ঘসিয়া সমান বেধের করা হয় (ফলকগুলির মধ্যে $0{\cdot}1\lambda$ র বেশী বেধের পার্থক্য যাহাতে না হয়)। ফলকগুলি পরপর সাজাইয়া যথোপযুক্ত তাপমাত্রায় গরম করা হইলে এগুলি

পরস্পরের সঙ্গে জুড়িয়া যায়। এরপর ঝাঝরি বায়ুশূন্য প্রকোষ্ঠে রাখিয়া ইহার উপর পাতলা অ্যালুমিনিয়ামের প্রতিফলনস্তর জমানো হইলে প্রতিফলন-ইশ্‌লন্ ঝাঝরি তৈরী হয়।



চিত্র ৩.৭০

প্রতিফলন ইশ্‌লনের সিদ্ধান্ত উপরের চিত্র নং ৩.৭০ হইতে সহজেই বুঝা যায়। ইহাতে দুইটি পাশাপাশি ধাপ আঁকা হইয়াছে। প্রতিটি ধাপের প্রস্থ W এবং বেধ t. দুইটি রশ্মি IA এবং $I'B$ ধাপ দুইটির অনুরূপ বিন্দুতে অভিলম্বরূপে আপতিত হইয়াছে। A এবং A' হইতে BD এর উপর দুইটি অভিলম্ব AC এবং $A'D'$ টানা হইয়াছে। এই বিন্দু দুইটি A এবং B হইতে ব্যবর্তিত রশ্মিমালার দুইটি সমান্তরাল রশ্মি AO এবং BO' বিবেচনা করিলে দেখা যায় যে ইহাদের মধ্যের পথ-পার্থক্য $\triangle$ হইবে

$$\triangle = A'B + BC = \mu_{air}\,[t + BD' - CD']$$
$$= \mu_{air}\,[t + t\cos\theta - W\sin\theta].$$

যদি $\mu_{air} \simeq 1$ ধরা হয় তবে দাড়ায়

$$\triangle = t + t\cos\theta - W\sin\theta \qquad (3.165)$$

θ কোণ যদি খুব ছোট হয় তবে লেখা যায়

$$\triangle \simeq 2t - W\theta \qquad (3.166)$$

পারগম ইশ্‌লনের বেলায় কাচের μ যদি 1.5 ধরা হয় তবে $\triangle$ দাড়ায়

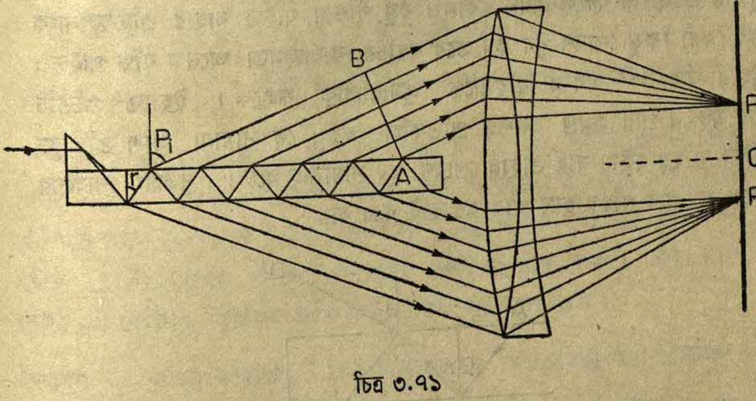
$$\triangle = 0{\cdot}5t + W\theta$$

θ কোণ খুব ছোট হওয়ায় $W\theta$ অগ্রাহ্য করিলে দেখা যায় যে প্রতিফলন এবং পারগম ঝাঝরির পথ-পার্থক্যের অনুপাত প্রায় 4 : 1 হয়। অতএব বর্ণালির ক্রম এবং ইহার ফলে বিভেদন ক্ষমতাও অনুরূপভাবে বৃদ্ধি পায়। এই বিভেদন ক্ষমতা সম্বন্ধে পরে বিশদ আলোচনা করা হইবে। তবে এখানে এইটুকু বলা যায় যে ঝালরের ক্রমের উপর সমানুপাতিকরূপে নির্ভরশীল এই

বিভেদন ক্ষমতা প্রতিফলন ইশ্‌লনে ঝালরের ক্রম বাড়িবার ফলে কয়েকগুণ বৃদ্ধি পায়।

লুমার-গের্ক্‌ ফলক (Lummer-Gehrcke Plate).

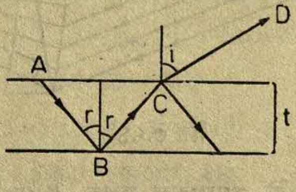
বর্ণালির পরীক্ষার জন্য আর একটি উচ্চ বিভেদন-ক্ষমতা সম্পন্ন যন্ত্র এই লুমার-গের্ক্‌ ফলক। এটি একটি অতি নিখুঁত আলোকীয় কাচ অথবা কোয়ার্ট্‌সের লম্বা ফলক ; ফলকের উভয় তল অতীব সূক্ষ্মভাবে সমান্তরাল এবং মসৃণ করা হয়। ফলকটির একপ্রান্তে একটি প্রিজ্‌ম্‌ জোড়া লাগানো থাকে। জোড়ার ফাকে যাহাতে বায়ুর স্তর না থাকে সেদিকে বিশেষ লক্ষ্য রাখা হয়। বায়ুস্তর থাকিলে অতিবেগুনী আলোর জন্য যন্ত্রটির ব্যবহার সীমিত হইয়া যায়। এই প্রিজ্‌ম্‌টি ব্যবহার করা হয় যাহাতে বড় আপতন কোণের জন্য আপতিত রশ্মির প্রতিফলনে তীব্রতার হ্রাস না হয়।



চিত্র ৩.৭১

৩.৭১ নং চিত্রে একটি সমান্তরাল ফলক P দেখা যাইতেছে। ইহার বামপ্রান্তে একটি প্রিজ্‌ম্‌ সংযুক্ত আছে। একটি আলোকরশ্মি প্রিজ্‌মের উপর অভিলম্বে আপতিত হইয়া ইহার দ্বিতীয় তলে পূর্ণ প্রতিফলনের পর ফলকে ঢুকিতেছে। ফলকে আপতন কোণ সঙ্কট কোণের (critical angle) খুব কাছাকাছি কিন্তু ইহার সামান্য কম হওয়ায় এই রশ্মির অধিকাংশই প্রতিফলিত হইবে, সামান্য অংশ প্রতিসৃত হইয়া বাহিরে চলিয়া যাইবে। প্রতিফলনের পর রশ্মিটি দ্বিতীয় তলেও ঐ একই প্রক্রিয়ার পুনরাবৃত্তি করিবে। এইরূপে প্রিজ্‌মে আপতিত রশ্মিটির জন্য ফলকের উভয় তলে একগুচ্ছ করিয়া সমান্তরাল রশ্মির উদ্ভব হইবে। এই সমান্তরাল রশ্মিগুচ্ছ লেন্স দ্বারা ইহার

ফোকাস তলে ঘনীভূত হইয়া বর্ণালির সৃষ্টি করিবে। অনুরূপভাবে P ফলকের অপর পার্শ্বে প্রতিসৃত রশ্মিমালা দ্বারা O বিন্দুর অপরদিকে P_1' বরাবর একপ্রস্থ প্রতিসম ঝালরের সৃষ্টি হইবে। ফলকের মধ্যে রশ্মির আপতন কোণ সঙ্কট কোণের প্রায় সমান বলিয়া ইহার অধিকাংশই প্রতিফলিত হইবে এবং প্রতিটি প্রতিফলনে রশ্মির তীব্রতার হ্রাস খুব সামান্যই হইবে। সুতরাং প্রতিসৃত রশ্মিগুচ্ছেরও তীব্রতা খুব অল্প হারে কমিতে থাকিবে। ফেব্রি-পেরো ব্যতিচারমাপকের সহিত তুলনা করিলে এই ফলকের শ্রেষ্ঠতা বুঝিতে পারা যায়। ফেব্রি-পেরো যন্ত্রে বর্ণালির প্রস্থ খুব কম হইবার কারণ রূপার প্রলেপে প্রতিফলিত হইয়া আলোকরশ্মির বহুভাগে বিভক্ত হওয়া ; আর এই বহুভাগে বিভক্ত হওরার জন্য রূপার প্রলেপে প্রতিফলনাঙ্ক (coefficient of reflection) বেশী হওয়া দরকার। কিন্তু প্রতিফলনাঙ্ক বেশী হইলে আলোর পারগমও আনুপাতিকভাবে কমিয়া যায় যার ফলে বর্ণালিগুলির তীব্রতা হ্রাস পায়। যদি রূপার প্রলেপের বদলে এমন কোনও বস্তু পাওয়া যাইত যাহার প্রতিফলনাঙ্ক খুব বেশী কিন্তু শোষণ খুব কম তবে যন্ত্রটির কার্য্যক্ষমতা অনেক বৃদ্ধি পাইত। ইহার বিকল্প ব্যবস্থা রহিয়াছে লুমার-গের্ক্ ফলকে। ইহাতে প্রতিটি প্রতিফলনে প্রায় সমস্ত অংশই প্রতিফলিত হয় ; যে সামান্য অংশ প্রতিসৃত হইয়া বাহির হইয়া যায় তাহার শোষণ খুব সামান্যই ঘটে। সুতরাং শোষণের ফলে আলোর শক্তির হ্রাস প্রায় অগ্রাহ্যই করা যায়।



চিত্র ৩.৭২

৩.৭২ চিত্রে একটি রশ্মি AB B বিন্দুতে ফলকের মধ্যে r কোণে আপতিত হইয়া ঐ একই কোণে প্রতিফলনের পর ফলকের অন্য তলে C বিন্দুতে দ্বিতীয়বার আপতিত হইয়াছে। ইহার এক অংশ আবার প্রতিফলিত হইয়াছে এবং অন্য অংশ প্রতিসৃত হইয়া ফলকের বাহিরে CD রশ্মি হিসাবে গমন করিতেছে। প্রতিসরণ কোণ i. সুতরাং এই ক্ষেত্রে পরপর দুইটি রশ্মির পথ-পার্থক্য দাড়াইবে Δ যেখানে লেখা যায়

$$\Delta = 2\mu t \cos r$$

t = ফলকের বেধ ; μ = ফলকের প্রতিসরাঙ্ক ।
যদি এই পথ-দূরত্ব $n\lambda$ হয় তবে আলোর তীব্রতা চরম হইবে ।

$$2\mu t \cos r = n\lambda \quad [\text{ আলোর তীব্রতা চরম }] \tag{3.167}$$

কিন্তু $\frac{\sin i}{\mu} = \sin r$ বা $\cos r = \sqrt{\frac{\mu^2 - \sin^2 i}{\mu^2}} = \frac{\sqrt{\mu^2 - \sin^2 i}}{\mu}$

$$\therefore \quad 2t\sqrt{\mu^2 - \sin^2 i} = n\lambda. \tag{3.168}$$

$$\text{বা} \quad 4t^2(\mu^2 - \sin^2 i) = n^2\lambda^2 \tag{3.169}$$

একই তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পরপর দুইটি ক্রমের বর্ণালির কৌণিক বিযোজন বাহির করিতে হইলে (3.169) সমীকরণটির অন্তরকলন করিয়া $dn = 1$ সম্বন্ধ প্রয়োগ করিতে হইবে । এই অন্তরফলনে t এবং μ ধ্রুবক থাকিবে । সুতরাং

$$-8t^2 \sin i \cos i \,\Delta i = 2\lambda^2 n dn$$

$$\text{বা} \quad \Delta i = -\frac{2\lambda^2 n dn}{8t^2 \sin i \cos i} = -\frac{\lambda^2 n}{2t^2 \sin 2i} \quad [\, dn = 1 \text{ বসাইয়া }].$$

$$= -\frac{\lambda\sqrt{\mu^2 - \sin^2 i}}{t \sin 2i}. \quad [\text{ সমীকরণ 3.168 ব্যবহার করিয়া }] \tag{3.170}$$

প্রথমত এই রাশিমালা হইতে দেখা যায় যে Δi প্রতিসরাঙ্ক μ এর উপর নির্ভর করে । দ্বিতীয়ত নিষ্ক্রমণ কোণ যত বাড়িয়া $90°$ এর কাছাকাছি আসিতে থাকে Δi ততই দ্রুত বাড়িয়া যায় । i কোণ $90°$ এর খুব কাছাকাছি হইলে Δi বিযোজনও অনুরূপভাবে খুবই বেশী হওয়ার কথা । ইহা ছাড়া ক্রমের এই কৌণিক বিযোজন ফলকের বেধেরও ব্যস্তানুপাতিক ।

বিচ্ছুরণ $\frac{di}{d\lambda}$ বাহির করিতেও 3.169 রাশিমালাকে অন্তরকলন করা প্রয়োজন । কিন্তু এই ক্ষেত্রে প্রতিসরাঙ্ক μ ধ্রুবক হইবে না ; এখানে ধ্রুবক হইবে t এবং n. সুতরাং লেখা যায়

$$8t^2\mu d\mu - 8t^2 \sin i \cos i \, di = 2n^2\lambda \, d\lambda.$$

$$\text{বা} \quad \frac{di}{d\lambda} = \frac{4t^2\mu\frac{d\mu}{d\lambda} - n^2\lambda}{4t^2 \sin i \cos i}$$

সমীকরণ 3.169 প্রয়োগ করিয়া লেখা যায়

$$\frac{di}{d\lambda} = \frac{4t^2\mu\frac{d\mu}{d\lambda} - \frac{4t^2}{\lambda}(\mu^2 - \sin^2 i)}{2t^2 \sin 2i}$$

$$= \frac{2\lambda\mu \dfrac{d\mu}{d\lambda} - 2(\mu^2 - \sin^2 i)}{\lambda \sin 2i} \qquad (3.171)$$

কাজেই দেখা যাইতেছে যে বিচ্ছুরণ ফলকের বেধের উপর নির্ভর করে না। ইহা নির্ভর করে তরঙ্গদৈর্ঘ্য, প্রতিসরণ কোণ, প্রতিসরাঙ্ক ও $\frac{d\mu}{d\lambda}$ এই পদগুলির উপর। শেষোক্ত দুইটি অবশ্য ফলকের বস্তুর আলোকীয় ধর্মের (optical properties) উপর নির্ভরশীল।

যদি $\triangle\lambda$ যন্ত্রের পরিসর (range) হয় অর্থাৎ একটি তরঙ্গ এবং ইহার সহকারীর মধ্যে দৈর্ঘ্যের তফাৎ যদি $\triangle\lambda$ হয় এবং এই তফাৎ যদি এমন হয় যে সহকারী তরঙ্গের বর্ণালি মূল তরঙ্গের সংলগ্ন ক্রমের সহিত মিলিয়া যাইবে তাহা হইলে এই ক্ষেত্রে $\triangle\lambda$ কে বলা হইবে যন্ত্রের পরিসর (range) ; আর এই পরিসরের মান যে সমস্ত রাশিমালা ইতিমধ্যেই পাওয়া তাহাদের সাহায্যেই বাহির করা যাইবে। ইহার জন্য নিম্নলিখিত দুইটি সম্বন্ধ ব্যবহার করা চলিতে পারে

$$di = \frac{4t^2 \mu \dfrac{d\mu}{d\lambda} - n^2\lambda}{2t^2 \sin 2i} d\lambda$$

$$\triangle i = -\frac{n\lambda^2}{2t^2 \sin 2i}$$

পরিসর (range) এর সংজ্ঞানুসারে উপরের di এর মান দুইটি সমান হইবে। সুতরাং লেখা যায়

$$\frac{4t^2 \mu \dfrac{d\mu}{d\lambda} - n^2\lambda}{2t^2 \sin 2i} d\lambda = -\frac{n\lambda^2}{2t^2 \sin 2i}$$

$$\text{বা} \quad d\lambda = \frac{n\lambda^2}{n^2\lambda - 4t^2\mu \dfrac{d\mu}{d\lambda}} = \triangle\lambda \qquad (3.172)$$

এই রাশিমালা যন্ত্রের পরিসর নির্ণয় করিবে।

লুমার-গের্ক্ যন্ত্রে আলোকউৎস প্রশস্ত হওয়া দরকার, রেখাছিদ্রের আকৃতির নয়। কারণ এই পরীক্ষায় বর্ণালির উৎপত্তি হেইডিঙ্গার (Haidinger) শ্রেণীর অন্তর্গত বলিয়া ধরা যাইতে পারে। আর হেইডিঙ্গার শ্রেণীর ঝালরের উৎপাদনের জন্য প্রশস্ত আলোকউৎস প্রয়োজন বলিয়া ফেব্রি-পেরো ব্যতিচার

মাপক যন্ত্রের আলোচনায় দেখা গিয়াছে। যদি এখানে রেখাছিদ্রের আকৃতির আলোকউৎস ব্যবহার করা হয় তবে বর্ণালির দৈর্ঘ্য রেখাছিদ্রের প্রস্থের সমান হইবে, অর্থাৎ রেখাছিদ্রটি খুব কম প্রস্থের হইলে বর্ণালিগুলি প্রায় বিন্দুর আকৃতির পাওয়া যাইবে।

আলোকীয় যন্ত্রের বিভেদন ক্ষমতা (Resolving power of optical instruments).

যদি দূরবীক্ষণ যন্ত্র দিয়া দুইটি খুব কাছাকাছি অবস্থিত তারকা পর্য্যবেক্ষণ করা যায় তবে অভিনেত্রের দৃষ্টিক্ষেত্রে দুইটি তারকার আলাদা প্রতিবিম্ব হইবার কথা। প্রতিটি তারকার প্রতিবিম্ব একটি বিন্দুর আকৃতি হইবে। সুতরাং জ্যামিতিক আলোক বিজ্ঞান অনুসারে বিন্দু দুইটি পরস্পর হইতে আলাদা হইবে এবং দুইটি তারকার স্বতন্ত্র অস্তিত্ব অবশ্যই বুঝা যাইবে। কিন্তু এটিও সঙ্গে সঙ্গে মনে রাখিতে হইবে যে বৃত্তাকার অভিলক্ষ্য দিয়া যাইবার ফলে আলোকের ব্যবর্তন ঘটিবে যার ফলে দূরবীক্ষণের দৃষ্টিক্ষেত্রে প্রতিবিম্ব শুধুমাত্র জ্যামিতিক আলোকবিজ্ঞান অনুসারে বিন্দুর আকৃতিই হইবে না। ব্যবর্তনের জন্য ইহার আলাদা একটি শ্রেণীর প্রতিবিম্ব সৃষ্ট হইবে যেগুলির কেন্দ্রীয় চাকতিকে বলা হয় এয়ারীর চাকতি (Airy's disc) ; এই এয়ারীর চাকতিকে ঘিরিয়া আরও কয়েকটি সমকেন্দ্রিক বৃত্তাকার ঝালর উৎপন্ন হইবে এবং এই দুইটি প্রতিবিম্ব মিলিয়া একটি লব্ধি আলোক-তীব্রতার সৃষ্টি হইবে। যদি প্রতিবিম্ব দুইটির দূরত্ব বেশী হয় তবে একটি অন্যটিকে বিশেষ প্রভাবিত করিবে না। এক্ষেত্রে প্রতিবিম্ব দুইটি অনায়াসেই আলাদা বলিয়া চেনা যাইবে। এরূপক্ষেত্রে বলা হইয়া থাকে যে তারকা দুইটির প্রতিবিম্ব বিভেদিত (resolved) হইয়াছে। আবার তারকা দুইটির কৌণিক বিযোজন যত কমিতে থাকিবে প্রতিবিম্ব দুইটিও ততই পরস্পরের কাছাকাছি আসিবে এবং একটি অন্যটির আলোকতীব্রতাকে প্রভাবিত করিবে। এটা সহজেই বুঝা যায় যে কৌণিক বিযোজন একটা সীমা হইতেও কম হইলে দুইটি প্রতিবিম্ব মিলিয়া এমন একটি লব্ধি নমুনার সৃষ্টি করিবে যে ইহাদের স্বতন্ত্র অস্তিত্ব আর বুঝা যাইবে না। ইহার অর্থ এই যে তারকা দুইটির স্বতন্ত্র অস্তিত্ব ধরা যাইবে না ; ফলে এক্ষেত্রে বলা যাইবে যে তারকা দুইটির প্রতিবিম্ব বিভেদিত হয় নাই। অনুবীক্ষণ যন্ত্রেও অনুরূপ ঘটে। আবার ব্যবর্তন ঝাঁঝরিতে যে বর্ণালি উৎপন্ন হয় তাহাতে প্রতিটি তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের জন্যই এক প্রস্থ বর্ণালি সৃষ্ট হয়। যদি আপতিত আলোতে দুইটি খুব কাছাকাছি দৈর্ঘ্যের তরঙ্গ থাকে তবে প্রত্যেকটির জন্য এক-

প্রস্থ বর্ণালি উৎপন্ন হইবে। এই বেলায়ও যদি তরঙ্গ দৈর্ঘ্য দুইটির খানিকটা মানের তফাৎ থাকে তবে বর্ণালির প্রস্থ দুইটিও এমনভাবে আলাদা হইবে যাহাতে ইহারা পরস্পরকে প্রভাবিত করিবে না এবং এই দুই প্রস্থ বর্ণালি সহজেই আলাদা বলিয়া চেনা যাইবে ; অর্থাৎ তরঙ্গ দুইটির বর্ণালি বিভেদিত হইবে।

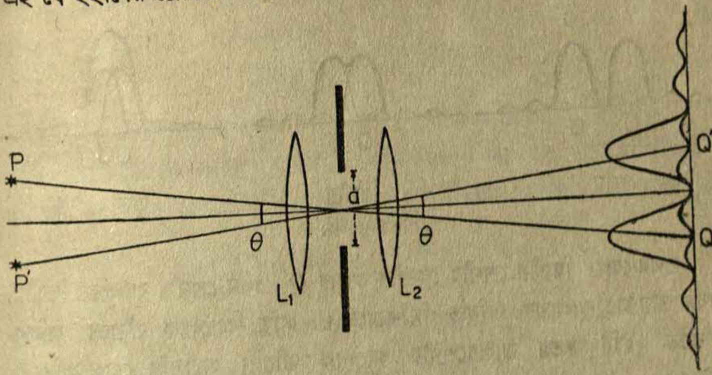
কাজেই দেখা যাইতেছে যে আলোকীয় যন্ত্রের বিভেদন ক্ষমতা দুই প্রকারের হইয়া থাকে। প্রথমোক্ত ক্ষেত্রে দুইটি বিন্দুর স্বতন্ত্র অস্তিত্ব বিন্দু দুইটির যে নিকটতম দূরত্বের জন্য উপলব্ধি করা যায় তাহাকে সংশ্লিষ্ট যন্ত্রের (যথা দূরবীক্ষণ বা অণুবীক্ষণ যন্ত্র) বিভেদন ক্ষমতা বলা হয়। এই ক্ষেত্রের বিভেদন ক্ষমতাকে অবস্থানিক বিভেদন-ক্ষমতা (positional resolving power) বলা চলিতে পারে। দ্বিতীয় ক্ষেত্রে (যথা ব্যবর্তন ঝাঝরি, প্রিজ্‌ম্ বর্ণালিলেখী) বর্ণালিতে উপস্থিত দুইটি তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের বেলায় ইহাদের যে ন্যূনতম দৈর্ঘ্যের পার্থক্যের জন্য তরঙ্গ দুইটিকে আলাদা বলিয়া চেনা যায় তাহাকে বলা চলিতে পারে বর্ণীয় বিভেদন ক্ষমতা (chromatic resolving power).

উপরের আলোচনায় বলা চলিতে পারে যে বিন্দু দুইটির প্রতিবিম্ব অথবা তরঙ্গ দুইটির বর্ণালির আপেক্ষিক অবস্থানের উপর নির্ভর করিবে ইহারা বিভেদিত হইবে কি না। সুতরাং এই বিভেদনের একটা সীমা নির্ধারণ করা প্রয়োজন। কিন্তু ইহা করিতে গিয়া দেখা যায় যে এই সীমা খুব সূক্ষ্মভাবে নির্দ্ধারণ করা সম্ভব নয়। তবে কার্য্যকরী প্রয়োগের জন্য র‍্যালে (Rayleigh) এই বিভেদন ক্ষমতার একটি সংজ্ঞা উদ্ভাবন করেন। র‍্যালের এই সংজ্ঞা র‍্যালের মানক (Rayleigh criterion) হিসাবে পরিচিত এবং বিভেদন ক্ষমতা নির্ণয়ে এই মানকের ব্যবহারই বিধি হিসাবে পরিগণিত হইয়াছে। এই মানক ব্যাখ্যা করিতে সর্বপ্রথম আয়তাকার ছিদ্রের (rectangular aperture) ক্ষেত্রে বিভেদন ক্ষমতা আলোচিত হইবে।

আয়তাকার ছিদ্রের বিভেদন ক্ষমতা (Resolving power of a rectangular aperture).

যদি ফ্রনহফার ব্যবস্থা অনুসারে একটি আয়তাকার ছিদ্র দুইটি আলোক উৎস দ্বারা আলোকিত করা হয় তবে প্রতিটি উৎস একটি ব্যবর্তন ঝালরের সৃষ্টি করিবে। এই দুইটি উৎসের সৃষ্ট ঝালরের শ্রেণী দুইটি দৃষ্টি ক্ষেত্রে বা পর্দায় পাশাপাশি অবস্থান করিবে। প্রতিটি ঝালরের তীব্রতা নির্ণীত হইবে পূর্বে আলোচিত রেখাছিদ্রের ব্যবর্তন ঝালরের নিয়মানুসারে। আলোচনার সুবিধার

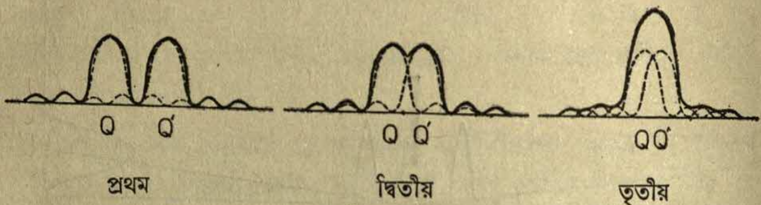
জন্য বর্তমান ক্ষেত্রে আলোক উৎস দুইটি স্বতন্ত্র বলিয়া ধরা হইবে যাহার অর্থ এই যে ইহাদের প্রেরিত আলোক-তরঙ্গ অসংসক্ত (incoherent). ৩.৭৩ নং



চিত্র ৩.৭৩

চিত্রে এইরূপ একটি পরীক্ষাব্যবস্থা দেখানো হইয়াছে। P এবং P' দুইটি অসংসক্ত ক্ষুদ্রাকার আলোক উৎস। ইহাদের প্রেরিত আলোক আয়তাকার ছিদ্রের মধ্য দিয়া গিয়া দুই প্রস্থ ব্যবর্তন ঝালরের সৃষ্টি করিতেছে। এখানে ধরা হইয়াছে যে ছিদ্রটি রেখাছিদ্রের আকৃতির এবং ইহার প্রস্থ a; লম্বায় বেশী হওয়ায় এই দিক গণ্য না করিলেও চলিবে। গোড়ায় ইহাকে আয়তাকার ছিদ্র ধরা হইয়াছে কিন্তু প্রস্থ দৈর্ঘ্যের তুলনায় খুব কম ধরিলেও নীতির দিক দিয়া অসুবিধা হইবে না। লেন্স দুইটি L_1 এবং L_2 ফ্রনহফার শ্রেণীর ঝালর সৃষ্টির ব্যবস্থা করিতেছে। প্রতিটি উৎসের জন্য এমন এক প্রস্থ ব্যবর্তন ঝালরের উৎপত্তি হইতেছে যাহার আকৃতি পূর্বে বর্ণিত হইয়াছে। P উৎসের জন্য যে ঝালর শ্রেণী উৎপন্ন হইতেছে তাহার কেন্দ্রীয় ঝালরের অবস্থান Q বিন্দুতে এবং ইহার দুই পাশে এই শ্রেণীর অন্যান্য ঝালর অবস্থিত হইবে। অনুরূপভাবে P' বিন্দুর জন্য Q' বিন্দুতে কেন্দ্রীয় ঝালর হইবে। এই দুইটি কেন্দ্রীয় ঝালর Q এবং Q' এর কৌণিক বিযোজন θ উৎস দুইটি P এবং P' এর কৌণিক বিযোজনের সমান হইবে। পর্দায় বা দৃষ্টিক্ষেত্রে যে লব্ধি আলোক তীব্রতার সৃষ্টি হইবে তাহা পাওয়া যাইবে দুইটি আলাদা ঝালরের আলোক-তীব্রতা যোগ করিয়া (বিস্তার নয়), কারণ এখানে ধরা হইয়াছে যে আলোক উৎস দুইটি অসংসক্ত। উপরের বর্ণনা হইতে স্বভাবতই বুঝা যায় যে লব্ধি আলোক তীব্রতার চেহারা নির্ভর করিবে ঝালরশ্রেণী দুইটির কৌণিক বিযোজনের উপর, অর্থাৎ উৎস দুইটি

P এবং P' এর বিযোজনের উপর। নিম্নের ৩.৭৪ নং চিত্রে বিভিন্ন কৌণিক বিযোজনের ক্ষেত্রে লব্ধি আলোক তীব্রতা দেখানো হইয়াছে।



চিত্র ৩.৭৪

প্রথম ক্ষেত্রে দ্বিতীয় শ্রেণীর কেন্দ্রীয় ঝালর Q' প্রথম শ্রেণীর ঝালরের দ্বিতীয় অবম তীব্রতার ঝালরের সহিত মিশিয়াছে। লব্ধি আলোক তীব্রতা বাহির করিতে দুইটি স্বতন্ত্র ঝালরশ্রেণীর আলোক তীব্রতা সরাসরি যোগ করিতে হইবে। এই প্রক্রিয়ার ফলে যে লব্ধি তীব্রতা পাওয়া যাইবে তাহা চিত্রে একটানা (continuous) লেখাচিত্র দ্বারা বুঝান হইয়াছে। এখানে যহেতু Q শ্রেণীর ঝালরের কেন্দ্রীয় ঝালরের অবম তীব্রতা Q' শ্রেণীর ঝালরের কেন্দ্রীয় ঝালরের সংলগ্ন অবম তীব্রতার সহিত সম্পাতী হইবে, সুতরাং এই স্থানে লব্ধি আলোক তীব্রতাও অবম (এক্ষেত্রে শূন্য) দাড়াইবে। আর কেন্দ্রীয় ঝালরের তুলনায় অন্যান্য ঝালরগুলির তীব্রতা খুবই কম হওয়ায় ইহারা কেন্দ্রীয় ঝালর দুইটির লব্ধি তীব্রতা বিশেষ প্রভাবিত করিতে পারিবে না। ফলে দাড়াইবে এই যে অতি সামান্য পরিবর্তিত দুইটি কেন্দ্রীয় ঝালর Q এবং Q' পাশাপাশি অবস্থান করিবে, আর ইহাদের মধ্যবর্তী স্থানের আলোক তীব্রতা হইবে শূন্য। ইহাদের উভয় পার্শ্বে খুবই কম তীব্রতার কয়েকটি ঝালর অবস্থিত থাকিবে যাহাদের প্রভাব সমগ্র চিত্রের উপর খুবই সামান্য।

দ্বিতীয় চিত্রে উৎস দুইটি আরও কাছাকাছি আসিয়াছে এবং এই ক্ষেত্রে ইহাদের কৌণিক বিয়োজন θ এরূপ মানের যে দ্বিতীয় কেন্দ্রীয় ঝালর Q' এর চরম তীব্রতা প্রথম কেন্দ্রীয় ঝালর Q এর অবম তীব্রতার সহিত সম্পাতী হইয়াছে। এই ক্ষেত্রে অবশ্য লব্ধি তীব্রতার দুইটি কেন্দ্রীয় ঝালরের মধ্যের স্থানে পূর্বের ন্যায় শূন্য আলোক তীব্রতার সৃষ্টি হইবে না। প্রথমত দেখা যায় যে Q এবং Q' এর চরম তীব্রতার কোনও পরিবর্তন হইবে না কারণ ইহারা প্রত্যেকেই অপর শ্রেণীর ঝালরের শূন্য তীব্রতার সহিত সম্পাতী হইয়াছে। সুতরাং প্রশ্ন হইতেছে যে এই দুইটি ঝালর Q এবং Q' এর মধ্যের আলোক-তীব্রতার মান কত দাড়ায়। সেটি মোটামুটিভাবে হিসাব করা সহজেই সম্ভব।

ঝালর শ্রেণীর তীব্রতার রাশিমালা পাওয়া গিয়াছে $\frac{a^2 \sin^2 \phi}{\phi^2}$ (সমীকরণ 3.49). আর এই রাশিমালার আলোচনা হইতে জানা যায় যে কেন্দ্রীয় ঝালরের অবম তীব্রতার অবস্থানে ϕ এর মান হইবে

$$\phi = \pi.$$

সুতরাং Q এবং Q' এর মাঝামাঝি জায়গায় ϕ এর মান হইবে (Q এবং Q' সমান তীব্রতাসম্পন্ন ধরিয়া লইয়া ; যদি তাহা না হয় তবে এই যুক্তির খানিকটা পরিবর্তন করিতে হইবে এবং পরে এই বিষয় আলোচিত হইয়াছে)

$$\phi = \frac{\pi}{2}.$$

সুতরাং এই ক্ষেত্রে একটি ঝালরের আলোক তীব্রতা হইবে $\frac{a^2 \sin^2 \frac{\pi}{2}}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2}$

$$= a^2 \frac{4}{\pi^2} = 0{\cdot}4053a^2.$$

কাজেই এই স্থানে উভয় শ্রেণীর ঝালরের লব্ধি তীব্রতা দাড়াইবে

$$0{\cdot}8106a^2.$$

আর এই আপেক্ষিক মানে Q এবং Q' এর আলোক তীব্রতা a^2. অতএব দেখা যাইতেছে যে লব্ধি আলোক তীব্রতার নক্সায় দুইটি চরম তীব্রতা a^2 এর মাঝখানে $0{\cdot}81a^2$ তীব্রতা পাওয়া যাইতেছে। ফলে চোখে দেখিয়াই Q এবং Q' এর স্বতন্ত্র অস্তিত্ব বুঝিতে পারা সম্ভব হইবে। এই ক্ষেত্রে অবশ্য P এবং P' এর কৌণিক বিযোজন দাড়ায় (সমীকরণ 3.52)

$$\theta = \frac{\lambda}{a}.$$

তৃতীয় চিত্রে P এবং P' আরও কাছে আসিয়াছে যাহার ফলে কৌণিক বিযোজন দাড়াইয়াছে

$$\theta < \frac{\lambda}{a}$$

এইরূপ ক্ষেত্রে দেখা যায় যে P এবং P' যত কাছাকাছি আসিতে থাকে Q এবং Q' এর তীব্রতার বৃদ্ধির তুলনায় ইহাদের মধ্যবর্তী স্থানের তীব্রতা বৃদ্ধির হার ক্রমশ বাড়িতে থাকে। ফলে এক সময় এই মধ্যবর্তী অবস্থানের আলোক তীব্রতার মান Q এবং Q' এর অপেক্ষা অধিক হইয়া যায় এবং দুইটি কেন্দ্রীয়

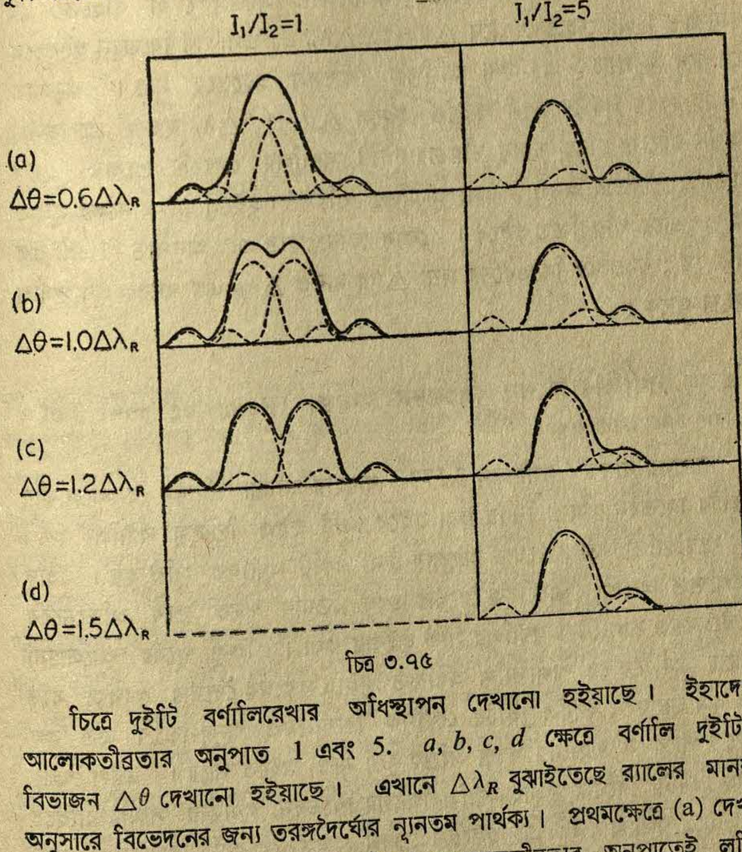
ঝালর মিলিয়া একটি মাত্রই ঝালরের সৃষ্টি হয়। ইহার অর্থ এই যে P এবং P' এর স্বতন্ত্র অস্তিত্ব আর ধরা যায় না। এরুপ অবস্থায় বলিতে হইবে যে P এবং P' এর প্রতিবিম্ব বিভেদিত হইতেছে না এবং ইহাদের কৌণিক বিযোজন রেখাছিদ্রের বিভেদন সীমার বাহিরে চলিয়া গিয়াছে।

উপরের আলোচনায় একটি জিনিষ লক্ষ্য করা দরকার। দ্বিতীয় ক্ষেত্রে $\left(\theta=\frac{\lambda}{a}\right)$ দুইটি চরম তীব্রতা a^2 এর মাঝে তীব্রতা কমিয়া $0.81a^2$ হয় বলিয়া ঝালর দুইটিকে আলাদা বলিয়া সহজেই চেনা যায়। তৃতীয় ক্ষেত্রে বলা হইয়াছে যে P এবং P' এর কৌণিক বিযোজন $\frac{\lambda}{a}$ এর চেয়ে কম হইলে এক সময় দুইটি ঝালরশ্রেণী মিলিয়া এক হইয়া যায় যাহাতে ইহাদের স্বতন্ত্র অস্তিত্ব আর ধরা যায় না। কিন্তু এই দুই অবস্থার মধ্যে কিছুটা বিস্তৃতি বর্তমান। অর্থাৎ $\theta=\frac{\lambda}{a}$ হইতে কম কৌণিক বিযোজন হওয়া মাত্রই দুইটি ঝালর মিশিয়া এক হইয়া যায় না। দেখা গিয়াছে যে θ এর মান $\frac{\lambda}{a}$ এর অপেক্ষা 10% কম হইলেও সূক্ষ্ম যন্ত্র সাহায্যে মাপিয়া ঝালরশ্রেণী দুইটির স্বতন্ত্র অস্তিত্ব ধরা যায়। সুতরাং এই হিসাবে দেখিতে গেলে কৌণিক বিভেদন সীমা $\theta=\frac{\lambda}{a}$ এর চেয়ে কম ধরা যাইতে পারে। কিন্তু এই সীমা তাহা হইলে অনেকটা অস্পষ্ট এবং পরিবর্তনশীল অবস্থার উপর নির্ভরশীল হয়। সেজন্য Rayleigh ঠিক করেন যে $\theta=\frac{\lambda}{a}$ এই সর্তই বিভেদনের সীমা বলিয়া নির্দিষ্ট হওয়া সুবিধাজনক। এই রীতি অনুসারে বিভেদন সীমা (limit of resolution) $\theta=\frac{\lambda}{a}$. (3.173)

এইটি র‍্যালের মানক (Rayleigh criterion) হিসাবে পরিগণিত হইয়াছে এবং আলোকীয় যন্ত্রের বিভেদন ক্ষমতা নির্ণয়ে এইটিই মানক হিসাবে ব্যবহৃত হইয়া আসিতেছে। সমীকরণ 3.173 বিভেদন সীমার মানক হিসাবে ব্যবহারের কারণ এই যে এইটি একটি সহজবোধ্য এবং পুনরুৎপাদনযোগ্য (reproducible) সম্বন্ধ।

কিন্তু অনেক যন্ত্রের ক্ষেত্রেই (যথা ফেব্রি-পেরো ব্যতিচার মাপকের বেলায়) বর্ণালির গঠন ঠিক র‍্যালের আলোচিত বর্ণালির গঠনের সহিত মিলে না! সুতরাং র‍্যালের মানক এইসব ক্ষেত্রে পুরাপুরিভাবে প্রযোজ্য নয়। ইহা ভিন্ন

দেখা যায় যে বর্ণালির বিভেদন বর্ণালি দুইটির আপেক্ষিক আলোকতীব্রতার উপরও খানিকটা নির্ভর করে। নিম্নের চিত্র নং ৩.৭৫ হইতে এই ব্যাপারটি বুঝা যাইবে।



চিত্র ৩.৭৫

চিত্রে দুইটি বর্ণালিরেখার অধিস্থাপন দেখানো হইয়াছে। ইহাদের আলোকতীব্রতার অনুপাত 1 এবং 5. *a*, *b*, *c*, *d* ক্ষেত্রে বর্ণালি দুইটির বিভাজন $\Delta\theta$ দেখানো হইয়াছে। এখানে $\Delta\lambda_R$ বুঝাইতেছে র‍্যালের মানক অনুসারে বিভেদনের জন্য তরঙ্গদৈর্ঘ্যের ন্যূনতম পার্থক্য। প্রথমক্ষেত্রে (a) দেখা যাইতেছে যে $0.6\Delta\lambda_R$ এর ক্ষেত্রে উভয় আলোকতীব্রতার অনুপাতেই লব্ধি তীব্রতা এমন হয় যে ইহাদের আলাদা বলিয়া চিনিবার প্রশ্নই ওঠে না। দ্বিতীয় ক্ষেত্রে (b) দেখা যায় যে সমান আলোকতীব্রতার তরঙ্গের ক্ষেত্রে লব্ধি আলোকতীব্রতা দুইটি চরমের মাঝখানে 20% কমিয়া যায়, কিন্তু 5 অনুপাতের ক্ষেত্রে এরূপ হ্রাস হয় না। সুতরাং সমতীব্রতাসম্পন্ন বর্ণালির ক্ষেত্রে এই বেলায় আংশিক বিভেদন হইলেও বেশী মানের তীব্রতার অনুপাতের ক্ষেত্রে বিভেদন আদৌ হয় না। দেখা গিয়াছে যে $\Delta\theta = 1.2\Delta\lambda_R$ হইলে প্রথম ক্ষেত্রে দুইটি চরমতীব্রতার মধ্যের অবস্থানে 60% তীব্রতার হ্রাস পায় এবং এইটিকে

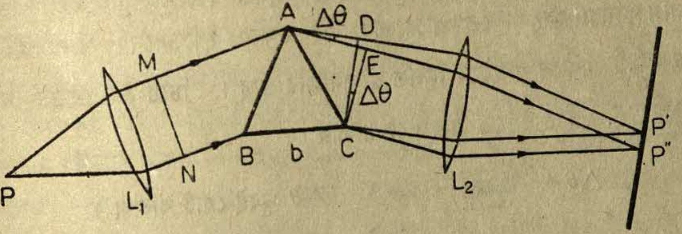
পূর্ণ বিভেদন বলা চলে। কিন্তু দ্বিতীয় ক্ষেত্রে $\left(\frac{I_1}{I_2}=5\right)$ ক্ষীণ চরমতীব্রতার 60% হ্রাস হয় না ; তবে দুইটি বর্ণালির উপস্থিতি বুঝিতে পারা যায় এবং এক্ষেত্রে আংশিক বিভেদন হইয়াছে বলা চলে। সুতরাং দেখা যাইতেছে যে অনুপাত 1 এর ক্ষেত্রে যেখানে $\triangle\theta=1.2\triangle\lambda_R$ এর জন্য পূর্ণ বিভেদন হইতেছে সেখানে অনুপাত 5 এর জন্য আংশিক বিভেদন হইতেছে মাত্র। অনুপাত 5 এর ক্ষেত্রে পূর্ণ বিভেদন পাইতে হইলে $\triangle\theta=1.5\triangle\lambda_R$ হওয়া প্রয়োজন। অর্থাৎ র‍্যালের মানক সমান তীব্রতার দুইটি বর্ণালির ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য হয়। বর্ণালীর তীব্রতার অনুপাত এবং আকৃতির পরিবর্তন হইলে এই মানকের মূল্যও অনুরূপভাবে পরিবর্তিত হইবে। কোন কোন ক্ষেত্রে এই অনুপাত 1000 এর মত হয় : সেক্ষেত্রে বিভেদনের জন্য $\triangle\theta$র মানও $\triangle\lambda_R$ এর কয়েক গুণ পর্যন্ত হইয়া থাকে।

প্রিজ্‌ম্ বর্ণালিবীক্ষণের বিভেদন ক্ষমতা (Resolving power of a prism spectroscope).

র‍্যালের মানক (সমীকরণ 3.173) ব্যবহার করিয়া সর্বপ্রথম যে আলোকীয় যন্ত্রটির বিভেদন ক্ষমতা নির্ণয় করা হইবে সেটি হইল প্রিজ্‌ম্ বর্ণালিবীক্ষণ। এই যন্ত্রে প্রতিটি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলোর জন্য একটি বর্ণালির সৃষ্টি হয়। যদি আপতিত আলোতে একাধিক দৈর্ঘ্যের তরঙ্গ বর্তমান থাকে তবে অভিনেত্রের দৃষ্টিক্ষেত্রেও সমসংখ্যক বর্ণালির সৃষ্টি হইবার কথা। কিন্তু পূর্বের আলোচনা হইতে বুঝা যায় যে পাশাপাশি অবস্থিত দুইটি তরঙ্গের দৈর্ঘ্যের পার্থক্য যদি খুব কম হয় তবে বর্ণালি দুইটির কৌণিক বিযোজনও অনুরূপভাবে এত কম হইতে পারে যে তাহাদের স্বতন্ত্র অস্তিত্ব বুঝা নাও যাইতে পারে। এরূপ ক্ষেত্রে তরঙ্গ দুইটির দৈর্ঘ্যের তফাৎ বর্ণালিবীক্ষণের বিভেদন ক্ষমতার সীমার বাহিরে পড়িয়াছে বলা যায়। এই ক্ষেত্রে বিভেদন ক্ষমতা যে বর্ণীয় বিভেদন ক্ষমতাই বুঝাইতেছে তাহা বলাই বাহুল্য। এই বিভেদন ক্ষমতার মান নিম্নলিখিতরূপে নির্ণয় করা যায়।

৩.৭৬ নং চিত্রে বর্ণালিবীক্ষণে বর্ণালির উৎপত্তির প্রণালী দেখানো হইয়াছে। P একটি আলোকউৎস, এক্ষেত্রে বর্ণালিবীক্ষণের আলোকউৎস হিসাবে ব্যবহৃত রেখাছিদ্র। ইহা হইতে নির্গত আলো L_1 লেন্স দ্বারা সমান্তরাল রশ্মিগুচ্ছে পরিণত হইয়া ABC প্রিজ্‌মের AB তলে অবম বিচ্যুতি কোণে (angle of minimum deviation) আপতিত হইতেছে। প্রিজ্‌মে

বিচ্ছুরণের ফলে AC তল হইতে প্রতিসৃত আলো L_2 লেন্স দ্বারা বিভিন্ন বিন্দুতে ফোকাসিত হইবে। এখানে ধরা হইয়াছে যে আপাতিত রশ্মিতে দুইটি দৈর্ঘ্য λ_1 এবং λ_2 এর তরঙ্গ বর্তমান এবং ইহাদের জন্য দুইটি বর্ণালি P'



চিত্র নং ৩.৭৬

P'' এর উদ্ভব হইয়াছে। আপতিত সমান্তরাল আলোতে MN একটি তরঙ্গমুখ। অনুরূপভাবে প্রতিসৃত আলোরও তরঙ্গমুখ আকা হইয়াছে। কিন্তু এইক্ষেত্রে বিচ্ছুরণের জন্য λ_1 এবং λ_2 দৈর্ঘ্যের তরঙ্গের জন্য দুইটি বিভিন্ন সমান্তরাল রশ্মিমালার সৃষ্টি হইবে। সুতরাং তরঙ্গমুখও দুইটি আলাদা হইবে। এই দুইটির অবস্থান বুঝাইতেছে CD ও CE দ্বারা। বিচ্ছুরণের ফলে সমান্তরাল রশ্মিমালা দুইটির কৌণিক বিয়োজন যদি হয় $\Delta\theta$, তবে CD এবং CE দুইটি তরঙ্গমুখের কৌণিক বিযোজনও হইবে $\Delta\theta$. প্রিজ্‌মের ভূমির (base) দৈর্ঘ্য ধরা হইয়াছে b. আর প্রিজ্‌মে λ এবং λ' তরঙ্গদৈর্ঘ্যের প্রতিসরাঙ্ক যথাক্রমে μ এবং μ'. তাহা হইলে বলা যায় যে যেহেতু P বিন্দু হইতে নির্গত আলোক রশ্মিমালা P' বিন্দুতে (λ তরঙ্গের জন্য) ফোকাসিত হইয়াছে, ফারমাটের নীতি (Fermat's principle) অনুসারে এই রশ্মিমালার প্রতিটি রশ্মিরই আলোকপথ P এবং P' এর মধ্যে সমান। আবার P হইতে তরঙ্গমুখ MN পর্য্যন্ত প্রতিটি রশ্মির আলোকপথ সমান। এবং এই কথা বলা চলে প্রতিসৃত রশ্মিমালাদ্বয়ের ক্ষেত্রেও ; অর্থাৎ CD হইতে P' এবং CE হইতে P'' পর্য্যন্ত যথাক্রমে আলোকপথ সমান। সুতরাং বাকী আলোকপথের সম্বন্ধে লেখা যায়

$$MA + AD = NB + \mu \cdot BC \rightarrow \lambda \text{ আলোকতরঙ্গের ক্ষেত্রে}$$
$$MA + AE = NB + \mu' \cdot BC \rightarrow \lambda' \text{ আলোকতরঙ্গের ক্ষেত্রে}$$

সুতরাং দাড়ায়

$$AE - AD = BC(\mu' - \mu) = b \cdot \Delta\mu = b(\lambda - \lambda')\lambda\frac{\Delta\mu}{\Delta\lambda} \tag{3.174}$$

প্রিজ্‌ম্ হইতে যে আলোক রশ্মিমালা নির্গত হয় তাহার উপর প্রিজ্‌মটি একটি আয়তাকার রেখাছিদ্র হিসাবে ক্রিয়া করে। চিত্র নং ৩.৭৬এ ইহাদের প্রস্থ λ এবং λ' তরঙ্গদৈর্ঘ্যের জন্য যথাক্রম CD এবং CE হিসাবে দেখানো হইয়াছে। সুতরাং ইহার বেলায় র‍্যালের মানক (Rayleigh criterion) প্রয়োগ করিরা বলা যাইতে পারে যে এই ক্ষেত্রে বিভেদনের সীমা হইবে $\triangle\theta=\frac{\lambda}{a}$. এখানে a হইবে নির্গত রশ্মিমালার প্রস্থ। চিত্রে এই প্রস্থের মান $CD \simeq CE$. চিত্র হইতে আরও দেখা যায় যে

$$\triangle\theta=\frac{AE-AD}{CE} \qquad (\triangle\theta \text{ খুবই ছোট বলিয়া })$$

অতএব লেখা যায় $\triangle\theta \cdot CE=b\cdot\frac{\triangle\mu}{\triangle\lambda}\cdot\triangle\lambda$

$$\text{বা} \quad \triangle\theta=\frac{b}{CE}\cdot\frac{\triangle\mu}{\triangle\lambda}\cdot\triangle\lambda \tag{3.175}$$

কিন্তু পূর্বেই দেখা গিয়াছে যে প্রিজ্‌মের ক্ষেত্রে র‍্যালের মানক ব্যবহার করিয়া বিভেদন ক্ষমতার সীমা পাওয়া যায়

$$\triangle\theta=\frac{\lambda}{CE}$$

$$\therefore \quad \frac{\lambda}{CE}=\frac{b}{CE}\cdot\frac{\triangle\mu}{\triangle\lambda}\cdot\triangle\lambda.$$

$$\text{বা} \quad \frac{\lambda}{\triangle\lambda}=\frac{b\,\triangle u}{\triangle\lambda}=\frac{b\,d\mu}{d\lambda} \tag{3.176}$$

পরে আলোচিত ব্যবর্তন ঝাঝরির বিভেদন ক্ষমতার আলোচনা হইতে দেখা যাইবে যে আলোকীয় যন্ত্রের বর্ণীয় বিভেদন ক্ষমতার (chromatic resolving power) সংজ্ঞা করা হইয়াছে $\frac{\lambda}{\triangle\lambda}$ যেখানে $\triangle\lambda$ সংশ্লিষ্ট তরঙ্গদৈর্ঘ্য দুইটির তফাৎ বুঝায়। সুতরাং এই হিসাব হইতে দেখা যাইতেছে যে প্রিজ্‌ম্ বর্ণালিবীক্ষণের বর্ণীয় বিভেদন ক্ষমতা দাড়ায়

$$\frac{\lambda}{\triangle\lambda}=\frac{b\,d\mu}{d\,\lambda} \tag{3.177}$$

এই সমীকরণে b দেখানো হইয়াছে প্রিজ্‌মের ভূমির (base) দৈর্ঘ্য বলিয়া আর ৩.৭৬ নং চিত্রে আপতিত রশ্মিমালা সমস্ত প্রিজ্‌মের মধ্য দিয়াই প্রতিসৃত হইয়াছে। কিন্তু যদি এই রশ্মিমালা প্রিজ্‌মের সমস্তটা ব্যবহার না করিয়া

উপরে এবং নীচে খানিকটা অংশ খালি রাখে তবে রেখাছিদ্রের খানিকটা অংশও ব্যবর্তন সৃষ্টিতে বাদ পড়িবে এবং সেক্ষেত্রে রেখাছিদ্রের প্রস্থও আনুপাতিকভাবে কম হইবে। সুতরাং এরূপ ক্ষেত্রে b এর মান দাড়াইবে প্রিজ্‌মের মধ্য দিয়া দুইটি প্রান্তিক রশ্মির পথদৈর্ঘ্যের বিয়োগফল। উপরের রাশিমালা 3.177 প্রিজ্‌মের বিভেদন ক্ষমতা বলিয়াও অভিহিত হইয়া থাকে। কিন্তু এটা প্রকৃতপক্ষে বর্ণালি বীক্ষণেরই বিভেদন ক্ষমতা। ইহার কারণ এই যে চিত্র নং ৩.৭৩ হইতে দেখা গিয়াছে যে দুইটি লেন্স L_1 এবং L_2 এর দরকার হইয়াছে বিভেদন ক্ষমতা বাহির করিতে। আর বর্ণালিবীক্ষণ যন্ত্রটি প্রিজ্‌ম এবং L_1 ও L_2 লেন্সেরই সমন্বয়। কাজেই দেখা যাইতেছে যে বর্ণালিবীক্ষণের বিভেদন ক্ষমতা নির্ভর করে শেষ পর্য্যন্ত প্রিজ্‌মের ভূমির দৈর্ঘ্য এবং $\frac{d\mu}{d\lambda}$ এর মানের উপর। অবশ্য এখানে ধরা হইয়াছে যে রেখাছিদ্র P এর প্রস্থ ন্যূনতম ; এটি বেশী হইলে সমগ্র যন্ত্রের বিভেদনক্ষমতা কমিতে থাকিবে। $\frac{d\mu}{d\lambda}$ প্রিজ্‌ম তৈরীর সামগ্রীর ধর্মের উপর নির্ভর করে। কোনও একটি প্রিজ্‌মের বেলায় $\frac{d\mu}{d\lambda}$ যদি 1000 হয় তবে তাত্ত্বিকভাবে বলা যায় যে সোডিয়ামের হলুদ যুগলবর্ণালির ক্ষেত্রে ইহাদের বিভেদন করিতে যে ন্যূনতম ভূমিদৈর্ঘ্যের প্রিজ্‌ম লাগিবে তাহা নিম্নলিখিতরূপে হিসাব করিয়া বাহির করা যায়

$$\frac{\lambda}{\triangle\lambda} \simeq \frac{5893}{6} \simeq 1000 = b \times \frac{d\mu}{d\lambda} = b \times 1000$$

বা $b = 1$ cm.

অবশ্য পরের আলোচনা হইতে দেখা যাইবে যে পরীক্ষাকালে ঐ বর্ণালিযুগলকে বিভেদিত করিতে নানাকারণে আরও বেশ খানিকটা বড় ভূমিদৈর্ঘ্যের প্রিজ্‌ম্ দরকার হয়।

দূরবীক্ষণ যন্ত্রের বিভেদন ক্ষমতা (Resolving power of a telescope)

পূর্বের আলোচনায় (বিভেদন ক্ষমতার সংজ্ঞা) বলা হইয়াছে যে যখন কোনও দূরবীক্ষণ যন্ত্রের সাহায্যে গ্রহ বা তারকাজাতীয় দূরের বস্তু নিরীক্ষণ করা হয় তখন দৃষ্টিক্ষেত্রে ঐ বস্তুর একটি প্রতিবিম্ব গঠিত হয়; আর এই প্রতিবিম্বের আকৃতি শেষ পর্য্যন্ত নির্ণীত হয় ব্যবর্তনের প্রভাব দ্বারা। ইহার ফলে একটি গোলাকৃতি চাকতির আকারের প্রতিবিম্ব সৃষ্ট হয় যাহাকে বলা হয় এয়ারীর

চাকতি। এই চাকতির বাহির দিকে আরও কয়েকটি সমকেন্দ্রিক গোলাকার ঝালর দেখা যায়। তবে কেন্দ্রীয় চাকতির তুলনায় এইগুলির আলোকতীব্রতা খুবই কম হওয়ায় অধিকাংশ সময়েই ইহাদের প্রভাব খুবই সামান্য হইয়া থাকে। সুতরাং দেখা যাইতেছে যে যদি দুইটি খুব কাছাকাছি থাকা তারকা বা গ্রহের দিকে দূরবীক্ষণ নির্দেশ করা যায় তবে তাহাদের সৃষ্ট ঝালরশ্রেণী বিভেদিত হইবে কিনা তাহা নির্ভর করিবে ঝালরশ্রেণী দুইটির কেন্দ্রের মধ্যেকার ব্যবধানের উপর। আর এটাও বুঝা যায় যে এই বিভেদন ক্ষমতা হিসাব করিতে র‍্যালের মানক ব্যবহার করা চলিতে পারে।

এয়ারীর চাকতির যে কৌণিক ব্যাসার্দ্ধ হইবে তাহা 3.82 হইতে দেখা গিয়াছে যে আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্য এবং দূরবীক্ষণ যন্ত্রের অভিলক্ষ্যের ব্যাসের উপর নির্ভর করিবে। অর্থাৎ যদি এয়ারীর চাকতির কৌণিক ব্যাসার্দ্ধ হয় θ এবং অভিলক্ষ্যের ব্যাস হয় d তবে λ তরঙ্গের আপতিত আলোর জন্য লেখা যায়

$$\theta = \frac{1 \cdot 22\lambda}{d} \tag{3.82}$$

উপরের রাশিমালায় 1·22 গুণকটি আসিয়াছে অভিলক্ষ্যের গোলাকার আকৃতির জন্য (বৃত্তাকার ছিদ্রে ফ্রনহফার ব্যবর্তনের আলোচনা দ্রষ্টব্য)। অনুরূপ ক্ষেত্রে আয়ত ক্ষেত্রাকার অভিলক্ষ্য হইলে এই গুণকটি দাড়াইত 1. কাজেই যদি একটি উদাহরণ ধরা যায় যেখানে দূরবীক্ষণের অভিলক্ষ্যের ব্যাস 10 cm এবং আপতিত আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্য 5000Å, তবে এই ক্ষেত্রে এয়ারীর চাকতির কৌণিক ব্যাসার্দ্ধ হইবে

$$\theta = \frac{1 \cdot 22 \times 5 \times 10^{-5}}{10} \text{ radians}$$

$$= \frac{1 \cdot 22 \times 5 \times 10^{-5} \times 57.4 \times 60 \times 60}{10} \text{ seconds}$$

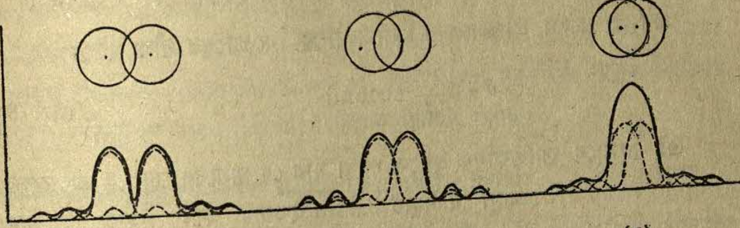
$$= 1 \cdot 25 \text{ seconds.}$$

এয়ারীর চাকতির প্রকৃত ব্যাসার্দ্ধ হিসাব করিতে অভিলক্ষ্যের ফোকাসদৈর্ঘ্য জানা প্রয়োজন হইবে। বর্তমান ক্ষেত্রে এই ফোকাসদৈর্ঘ্য যদি ধরা যায় 30 cm, তবে এই ব্যাসার্দ্ধ হইবে

$$\frac{1 \cdot 22 \times 5 \times 10^{-5} \times 30}{10} = 0 \cdot 0018 \text{ mm.}$$

উপরের হিসাব হইতে দেখা যাইতেছে যে প্রতিবিম্বে এয়ারীর চাকতির আকৃতি খুবই ক্ষুদ্র এবং প্রায় বিন্দুর আকৃতি হইবে।

এইবার বিভেদন ক্ষমতা হিসাব করিবার জন্য র‍্যালের মানক (Rayleigh criterion) ব্যবহার করা যাইতে পারে। যদি দুইটি বস্তুর জন্য দুইপ্রস্থ ঝালরের সৃষ্টি হয় তবে একটি ঝালরের জন্য এয়ারীর চাকতির কেন্দ্র যদি



চিত্র ৩.৭৬ (ক)

দ্বিতীয় ঝালরের এয়ারীর চাকতির সংলগ্ন অবম তীব্রতার স্থান অর্থাৎ বাহিরের ধারের সহিত সম্পাতী হয় তবে ঝালরশ্রেণী দুইটিকে আলাদা বলিয়া চেনা যাইবে ; আর তাহা হইলে বস্তু দুইটির স্বতন্ত্র অস্তিত্বও বুঝা যাইবে। ঝালরশ্রেণী দুইটি ইহা হইতে বেশী কাছাকাছি হইলে ইহাদের স্বতন্ত্র অস্তিত্ব ধরা যাইবে না অর্থাৎ তাহারা দূরবীক্ষণ যন্ত্রের বিভেদন ক্ষমতার সীমার বাহিরে চলিয়া যাইবে। ৩.৭৬ক নং চিত্রে এইরূপ তিনটি অবস্থা দেখানো হইয়াছে। প্রথমটিতে এয়ারীর চাকতি দুইটির কেন্দ্রের দূরত্ব ইহার ব্যাসার্ধের চেয়ে বেশী এবং এই ক্ষেত্রে ঝালরশ্রেণী দুইটি সম্পূর্ণরূপে আলাদা বলিয়া চেনা যাইতেছে। দ্বিতীয় চিত্রে এই দূরত্ব এয়ারীর চাকতির ব্যাসার্ধের সমান, অর্থাৎ র‍্যালের মানকের অনুমোদিত দূরত্বের সমান। এই ক্ষেত্রেও ইহারা আলাদা বলিয়া চেনা যায় যদিও প্রতিটি এয়ারীর চাকতির স্বতন্ত্র অস্তিত্ব বুঝা যাইতেছে না। তৃতীয়টিতে এই দূরত্ব এয়ারীর চাকতির ব্যাসার্ধ হইতেও বেশ খানিকটা কম। এখানে দেখা যাইতেছে যে লব্ধ আলোকতীব্রতা এরূপ দাড়াইয়াছে যে ঝালর নক্সা দুইটিকে আর আলাদা করিয়া চেনা যাইতেছে না। কাজেই দ্বিতীয় ক্ষেত্রটিকে দূরবীক্ষণ যন্ত্রের বিভেদন ক্ষমতার সীমা বলিয়া ধরা যাইতে পারে। এই মানক ব্যবহার করিয়া বলা যাইতে পারে যে বর্তমান উদাহরণের ক্ষেত্রে

$$\text{বিভেদন ক্ষমতার কৌণিক সীমা} = \theta = \frac{1{\cdot}22\lambda}{d} = 1{\cdot}25 \text{ seconds}$$

অর্থাৎ দুইটি বস্তুর কৌণিক বিযোজন 1·25 seconds পর্যন্ত হইলে তাহারা

উপরোক্ত দূরবীক্ষণ-যন্ত্র দ্বারা বিভেদিত হইবে। এই আলোচনা হইতে আরও দেখা যাইতেছে যে যেহেতু বিভেদন ক্ষমতার কৌণিক সীমা অভিলক্ষ্যের ব্যাসের ব্যস্তানুপাতিক, অতএব উল্লিখিত তরঙ্গদৈর্ঘ্য ব্যবহার করিলে 1 cm ব্যাসের অভিলক্ষের জন্য কৌণিক বিভেদনের সীমা হইবে 12·5 seconds.

আর d ব্যাসের অভিলক্ষ্যের জন্য কৌণিক বিভেদনের সীমা হইবে

$$\theta = \frac{12 \cdot 5}{d} \text{ seconds} \tag{3.178}$$

এই হিসাবে তাত্ত্বিকদিক হইতে দেখা যায় যে মানুষের চোখের তারারন্ধ্রের (pupil of the eye) ব্যাস মোটামুটি 3 mm হওয়ার ফলে ইহার বিভেদন ক্ষমতার সীমা হইবে

$$\frac{12 \cdot 5}{0 \cdot 3} = 41 \cdot 7 \text{ secs.}$$

অবশ্য এই সীমা তরঙ্গদৈর্ঘ্যের উপরও নির্ভর করিবে এবং উপরের বিভেদন সীমা পাওয়া গিয়াছে তরঙ্গদৈর্ঘ্যের মান 5000Å ব্যবহার করিয়া। তরঙ্গদৈর্ঘ্য আলাদা হইলে বিভেদন সীমাও সমানুপাতিকভাবে পরিবর্তিত হইবে। আবার সকলের ক্ষেত্রে তারারন্ধ্রের ব্যাসও সমান হয় না। এই ব্যাসের পরিবর্তনের সঙ্গে সঙ্গে বিভেদন সীমাও ব্যস্তানুপাতিকভাবে পরিবর্তিত হইবে।

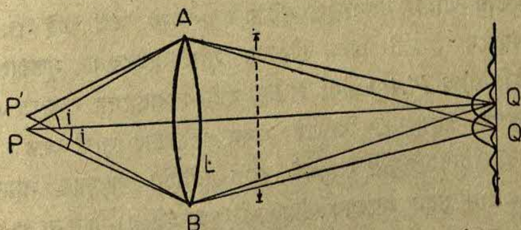
দূরবীক্ষণ যন্ত্রের বিভেদন ক্ষমতায় প্রতিবিম্বের বিবর্ধনেরও একটি ভূমিকা আছে। কোনও প্রতিবিম্ব হয়তো র‍্যালের মানক মানিবার ফলে বিভেদিত হইল। কিন্তু চোখের বিভেদন সীমার বাহিরে থাকার জন্য এই প্রতিবিম্ব বিভেদিত বলিয়া নাও চেনা যাইতে পারে। চোখের বিভেদন ক্ষমতার সীমার আলোচনা হইতে দেখা গিয়াছে যে দুইটি বস্তুর কৌণিক বিযোজন মোটামুটি 42 sec. হইলে তাহারা আলাদা বলিয়া চেনা যায়। অভিলক্ষ্যের ফোকাসতলে যে প্রতিবিম্বের সৃষ্টি হয় তাহা অভিনেত্রের সাহায্যে বিবর্ধিত করিয়া দেখা হইয়া থাকে। এই প্রতিবিম্ব সাধারণত অভিনেত্রে চোখের স্পষ্টতার অবম দূরত্ব (least distance of distinct vision) 25 cm. দূরে গঠিত হইয়া থাকে। এই দিক হইতে দেখিলে আলোচ্যক্ষেত্রে দুইটি প্রতিবিম্বের মধ্যের দূরত্ব হইবে 0·01 cm.

সুতরাং ভালভাবে বিভেদিত হইতে হইলে অভিনেত্রের দৃষ্টিক্ষেত্রে প্রতিবিম্ব দুইটিকে মোটামুটি 0.02 cm দূরত্বে অবস্থিত হইতে হইবে। এই পরিমাণ বিবর্ধনকে বলা যাইতে পারে লাভজনক বিবর্ধন (useful magnification).

ইহার বেশী বিবর্ধন করিয়া লাভ হয় না কারণ প্রথমত বস্তুতে (এক্ষেত্রে অভিলক্ষ্যের ফোকাসতলে সৃষ্ট প্রতিবিম্ব) যে সূক্ষ্ম ছবি (details) বর্তমান নাই তাহা বিবর্ধন দ্বারা প্রতিবিম্বে সৃষ্টি করা যায় না। দ্বিতীয়ত বিবর্ধন বেশী হইলে বস্তুর প্রতিটি বিন্দু একটি ব্যবর্তন নকসার সৃষ্টি করে। এই সমস্ত নক্সার লব্ধি আলোকতীব্রতা বস্তুর অপেক্ষাও অস্পষ্ট (যদিও বিবর্ধিত) প্রতিবিম্বের উৎপত্তি করে। এইরূপ বিবর্ধনকে বলা যাইতে পারে অসার বিবর্ধন (empty magnification) ঃ বলা বাহুল্য দূরবীক্ষণ যন্ত্রের বিভেদন ক্ষমতা অবস্থানিক (positional) বিভেদন ক্ষমতা বুঝায়।

অণুবীক্ষণ যন্ত্রের বিভেদন ক্ষমতা (Resolving power of a microscope).

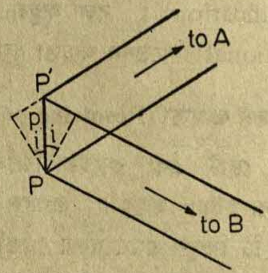
অণুবীক্ষণ যন্ত্র খুব ছোট এবং কাছের জিনিষের বিবর্ধিত প্রতিবিম্ব দেখিবার জন্য ব্যবহার করা হইয়া থাকে। এখানে বিভেদন ক্ষমতার অর্থ বস্তুর খুব কাছাকাছি দুইটি বিন্দুর এমন স্বতন্ত্র প্রতিবিম্বের সৃষ্টি হওয়া যাহাতে ইহারা আলাদা বলিয়া চেনা যায়। এই যন্ত্রেও অবশ্য বস্তুর প্রতিটি বিন্দু ব্যবর্তনের ফলে একটি ঝালরশ্রেণীর সৃষ্টি করে এবং অণুবীক্ষণ যন্ত্রের অভিলক্ষ্যের আকৃতি গোলাকার হওয়ায় এই ঝালরশ্রেণীতে এয়ারীর চাকতি এবং সংশ্লিষ্ট গোলাকার সমকেন্দ্রিক ঝালর থাকিবে। আর এই কারণে যন্ত্রের বিভেদন ক্ষমতা নির্ণয় করিতে র‍্যালের মানক ব্যবহার করা চলিবে। তবে দূরবীক্ষণের সহিত অণুবীক্ষণের প্রতিবিম্ব সৃষ্টিতে কিছু পার্থক্য আছে। দূরবীক্ষণে যেখানে বিভেদনের বেলায় বস্তু দুইটি অভিলক্ষ্যের ফোকাসতলে অতি ক্ষুদ্র কোণের সৃষ্টি করে, সেখানে অণুবীক্ষণের ক্ষেত্রে বস্তুর স্বতন্ত্র বিন্দু



চিত্র ৩.৭৭

দুইটির প্রত্যেকটি হইতে যে আলোকরশ্মি অভিলক্ষ্যে আপতিত হয়, তাহার প্রান্তিক রশ্মি দুইটির মধ্যে উৎপন্ন কোণ মোটেই ক্ষুদ্র নহে। এইজন্য হিসাবের পদ্ধতিও একটু আলাদা রকমের হইয়া থাকে। ৩.৭৭ নং চিত্রে

খুব কাছাকাছি দুইটি বিন্দুর অণুবীক্ষণে প্রতিবিম্বের সৃষ্টি দেখানো হইয়াছে। P এবং P' বস্তুতে অবস্থিত কাছাকাছি দুইটি বিন্দু। P হইতে যে রশ্মিমালা অভিলক্ষ্য L এর উপর আপতিত হইতেছে তাহারা লেন্সে প্রতিসরণ এবং ব্যবর্তনের পর একটি ঝালর নক্সার সৃষ্টি করিয়াছে। Q ইহাদের এয়ারীর চাকতির আলোক তীব্রতা বুঝাইতেছে। অনুরূপভাবে P' বিন্দুর প্রতিবিম্বের



চিত্র ৩.৭৮

এয়ারীর চাকতি হইল Q'. মনে রাখিতে হইবে যে প্রতিটি বিন্দুর জন্যই একপ্রস্থ ব্যবর্তন ঝালরের সৃষ্টি হইয়াছে। অভিনেত্রের দৃষ্টিক্ষেত্রে দেখা যাইবে এই দুইপ্রস্থ ঝালরের লব্ধি আলোকতীব্রতা। এইবার র‍্যালের মানকের নীতি প্রয়োগ করিয়া অণুবীক্ষণের বিভেদন ক্ষমতা বাহির করা যাইতে পারে।

র‍্যালের মানক অনুসারে Q চাকতির চরম আলোক তীব্রতা যখন Q' চাকতির অবম তীব্রতার সহিত সম্পাতী হইবে, তখনই P এবং P' বিন্দু দুইটি বিভেদন ক্ষমতার সীমায় অবস্থিত হইবে। ইহার অর্থ এই যে P' বিন্দুর জন্য Q অবস্থানে একটি অবম তীব্রতার সৃষ্টি হইবে। সুতরাং P' বিন্দু হইতে যে দুইটি রশ্মি $P'AQ$ এবং $P'BQ$ যাইবে তাহাদের পথদূরত্ব এমন হওয়া আবশ্যক যাহাতে ইহারা Q বিন্দুতে অবম তীব্রতার সৃষ্টি করে। আর P বিন্দু হইতে Q বিন্দু পর্য্যন্ত সংশ্লিষ্ট রশ্মি দুইটির পথদূরত্ব সমান বলিয়া এখানে P এর জন্য চরম আলোক তীব্রতা উৎপন্ন হইবে। চিত্র নং ৩.৭৮ হইতে দেখা যায় যে $P'AQ$ এবং $P'BQ$ রশ্মি দুইটির পথদূরত্ব $2p \sin i$. এখানে p বিন্দু দুইটি P এবং P' এর দূরত্ব এবং i দুইটির যে কোন একটি রশ্মি এবং অক্ষের মধ্যের কোণ বুঝাইতেছে। ইহার কারণ P এবং P' হইতে যে রশ্মি দুইটি B এর দিকে যাইতেছে তাহাদের মধ্যে P' এর দূরত্ব P এর অপেক্ষা $p \sin i$ বেশী। আবার P এবং P' হইতে যে দুইটি রশ্মি A বিন্দুর দিকে

যাইতেছে তাহাদের মধ্যে P' বিন্দুর দূরত্ব P বিন্দুর দূরত্ব হইতে $p \sin i$ কম। কিন্তু PA এবং PB সমান। সুতরাং $P'AQ$ এবং $P'BQ$ এর মোট পথদূরত্ব দাড়ায়

$$\text{পথদূরত্ব} = 2p \sin i.$$

যেহেতু এই পথদূরত্বের জন্য Q বিন্দুতে এয়ারীর চাকৃতির অবম আলোক তীব্রতার সৃষ্টি হয়, সুতরাং গোলাকার ছিদ্রে আলোর ব্যবর্তনের আলোচনা হইতে বলা যায় যে এই পথদূরত্ব $1{\cdot}22\lambda$ এর সমান [P বিন্দু হইতে নির্গত অপসারী আলো লেন্সের সাহায্যে Q বিন্দুতে ফোকাসিত হইতেছে ; অতএব ফ্রনহফার ব্যবর্তনের সংজ্ঞানুসারে এই ক্ষেত্রে আলোর ফ্রনহফার ব্যবর্তন হইতেছে যেজন্য সমীকরণ (3.179) প্রযোজ্য হইবে।] সুতরাং পাওয়া যায়

$$2\,p \sin i = 1{\cdot}22\lambda$$

$$\text{বা} \quad p = \frac{1{\cdot}22\lambda}{2 \sin i}. \qquad (3.179)$$

p বিন্দু দুইটির মধ্যের দূরত্ব। আর হিসাবে ধরা হইয়াছে যে p এর এই ন্যূনতম দূরত্বের জন্য বিন্দু দুইটিকে আলাদা বলিয়া চেনা যাইবে। সুতরাং বলা যায় যে সমীকরণ 3.179 অণুবীক্ষণ যন্ত্রের বিভেদন ক্ষমতার সীমার রাশিমালা। শক্তিশালী অণুবীক্ষণ যন্ত্রে বস্তু এবং অভিলক্ষ্যের মধ্যের স্থানটি কোনও একটি তেলজাতীয় জিনিষে পূর্ণ থাকে (oil immersion objective). ইহার ফলে i কোণটি আরও বড় করা সম্ভব হয় যে জন্য বস্তু হইতে আরও বেশী আলো লেন্সে পড়িয়া প্রতিবিম্বের ঔজ্জ্বল্য বাড়াইয়া দেয়। আর এই ক্ষেত্রে পথদূরত্ব দাড়ায় $2p\,\mu \sin i$ [μ তেলের প্রতিসরাঙ্ক]। সুতরাং এইরূপ লেন্সের ক্ষেত্রে পাওয়া যাইবে

$$p = \frac{1{\cdot}22\lambda}{2\mu \sin i}. \qquad (3.180)$$

$\mu \sin i$ কোনও একটি লেন্সের বৈশিষ্ট্য বলিয়া আবে (Abbe) এই সংখ্যাকে লেন্সের সংখ্যাত্মক উন্মেষ (numerical aperture) বলিয়া অভিহিত করেন। ইহা ছাড়া আবে আরও একটি প্রসঙ্গ এই ব্যাপারে আলোচনা করেন। এই হিসাবে ধরা হইয়াছে যে P এবং P' বিন্দু স্বাধীনভাবে আলোক বিকীরণ করিতেছে, তাহাদের মধ্যে কোনও দশার সম্বন্ধ নাই। কিন্তু প্রকৃতপক্ষে সমগ্র বস্তুটির উপর সাধারণত একটি আলোকউৎস হইতে নির্গত আলো লেন্সের সাহায্যে ফোকাস করা হয় যাহাতে বস্তুটির ঔজ্জ্বল্য বাড়ে। এই অবস্থায়

বিভিন্ন বিন্দুগুলি স্বাধীন এবং অসংসক্তভাবে আলোক বিকীরণ করে না, তাহাদের বিকীর্ণ আলোর মধ্যে খানিকটা দশার সম্বন্ধ থাকিয়া যায়। এই আলোচনা হইতে আবে অণুবীক্ষণে প্রতিবিম্বের সৃষ্টি সম্বন্ধে তাহার বিখ্যাত মতবাদ প্রবর্তন কারণ (অধ্যায়ের শেষের আলোচনা দ্রষ্টব্য)। উপরোক্ত আলোচনায় তিনি সিদ্ধান্তে আসেন যে সংসক্ত বিকীর্ণ আলোর ক্ষেত্রে অণুবীক্ষণের বিভেদন ক্ষমতা নিম্নলিখিত রাশিমালা দ্বারা বুঝান চলিতে পারে

$$p = \frac{\lambda}{2\mu \sin i}. \tag{3.181}$$

উদাহরণ স্বরূপ যদি ধরা যায় যে একটি অণুবীক্ষণের বেলায় $\mu = 1{\cdot}6$, $i = 60^\circ$ এবং $\lambda = 5500$ Å, তবে পাওয়া যায়

$$p = \frac{5{\cdot}5 \times 10^{-5}}{2 \times 1{\cdot}6 \times 0{\cdot}8660} = 1{\cdot}986 \times 10^{-5} \text{ cm.}$$

তাত্ত্বিকভাবে বলা যায় যে এইটিই হইল বস্তুর দুইটি বিন্দুর মধ্যে ন্যূনতম দূরত্ব যাহার অপেক্ষা কম দূরত্বে অবস্থিত হইলে বিন্দু দুইটির স্বতন্ত্র অস্তিত্ব বুঝিতে পারা যাইবে না। অবশ্য নানা কারণে এই দূরত্ব আরও বাড়িয়া যায়, অর্থাৎ অণুবীক্ষণের বিভেদন ক্ষমতা কমে।

3·181 রাশিমালায় একটি জিনিষ লক্ষণীয়। p আলোকতরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ এর সমানুপাতিক। সুতরাং যদি অতিবেগুনী আলো ব্যবহার করিয়া ছবি তোলা যায় তবে বিভেদন ক্ষমতা প্রায় দ্বিগুণ করা চলিতে পারে। অবশ্য এই হিসাবে ইলেকট্রন অণুবীক্ষণ যন্ত্র (electron microscope) আরও অনেক বেশী বিভেদনক্ষমতার অধিকারী। ডি ব্রগ্‌লীর (De Broglie) সিদ্ধান্ত অনুসারে গতিশীল বস্তুর সহিত নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যের তরঙ্গ সংশ্লিষ্ট থাকে এবং এই জাতীয় তরঙ্গ বিদ্যুৎচুম্বকীয় (electromagnetic) তরঙ্গ হইতে আলাদা। ইহাদের বস্তু-তরঙ্গ (matter waves) বলা যাইতে পারে। গতিশীল ইলেকট্রন, প্রোটন, নিউট্রন জাতীয় কণার ক্ষেত্রে এই সমস্ত তরঙ্গ ব্যবহার করিয়া পরিমাপ যোগ্য পরীক্ষা করা যায়। যদি গতিশীল কণার সহিত তরঙ্গ সংশ্লিষ্ট থাকে তবে এই তরঙ্গ অবশ্যই তাহাদের ধর্ম প্রদর্শন করিবে। সুতরাং আশা করা যায় যে এই তরঙ্গ ব্যতিচার এবং ব্যবর্তন সৃষ্টি করিবে। জি. পি. থমসন (G. P. Thomson) এবং ডেভিসন ও জারমার (Davisson and Germer) আলাদা-ভাবে গতিশীল ইলেকট্রন হইতে সর্বপ্রথম এই বস্তু-তরঙ্গের ব্যবর্তন পরীক্ষার দ্বারা প্রদর্শন করেন। তাহার পর ক্রমে এই বস্তু-তরঙ্গের ধারণার উপর ভিত্তি

করিয়া ইলেকট্রন-অণুবীক্ষণযন্ত্রের সৃষ্টি হয়। ইলেকট্রন অণুবীক্ষণ যন্ত্রে যে তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সৃষ্টি হয় তাহা নিম্নলিখিত সমীকরণ দ্বারা নিয়ন্ত্রিত হয়

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$ [h = প্ল্যাঙ্কের ধ্রুবক ; m এবং v ইলেকট্রনের ভর এবং গতিবেগ] (3.182)

$$= \frac{12}{\sqrt{V}} \text{ Å approximately}$$ (এখানে V প্রযুক্ত ভোল্টেজ) (3.183)

এই হিসাবে 14400 ভোল্টে তরঙ্গদৈর্ঘ্য পাওয়া যায় 0·1 Å এবং 57600 ভোল্টে তরঙ্গদৈর্ঘ্য 0·05 Å. এই যন্ত্রে অনেক সময়ই 60000 volt ব্যবহার করা হয়। ফলে এই বিবেচনা হইতে পাওয়া যায়

$$p = \frac{0{\cdot}05 \times 10^{-8}}{2\mu \sin i} = \frac{0{\cdot}05 \times 10^{-8}}{2 \sin i}$$ [$\mu = 1$ অণুবীক্ষণের ভিতরে বায়ুশূন্য স্থানে]

অতএব যদি $i = 30°$ হয় তবে p এর মান দাড়াইবে $0{\cdot}05 \times 10^{-8}$ cm. কিন্তু এই যন্ত্রে i কোণটি সাধারণত খুবই ছোট। অতএব সংখ্যাত্মক উন্মেষ (numerical aperture) সাধারণ অণুবীক্ষণ যন্ত্রের তুলনায় অনেকটাই কম। তা সত্ত্বেও ইলেকট্রন অণুবীক্ষণ যন্ত্রের বিভেদন ক্ষমতা সাধারণ অণুবীক্ষণ যন্ত্রের অপেক্ষা অনেক বেশী।

ব্যবর্তন ঝাঝরির বিভেদন ক্ষমতা (Resolving power of a diffraction grating).

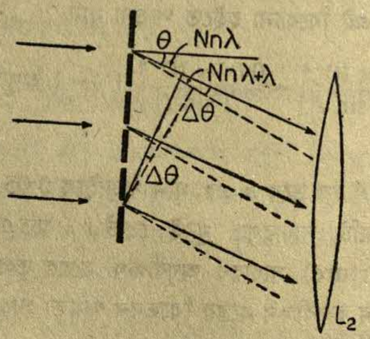
ব্যবর্তন ঝাঝরির ক্ষেত্রে যে বিভেদন ক্ষমতার কথা বলা হয় তাহা অবশ্যই বর্ণীয় বিভেদন ক্ষমতা (chromatic resolving power). ব্যর্তিত আলোতে যদি দুইটি খুব কাছাকাছি তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের আলো বর্তমান থাকে তবে ইহাদের প্রত্যেকটি তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের জন্য এক প্রস্থ ঝালর উৎপন্ন হইবে। বিচ্ছুরণের জন্য এই ঝালর প্রতিটি ক্রমেই স্বতন্ত্র দুইটি ঝালর হিসাবে অবস্থিত থাকিবে। কিন্তু তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের তফাৎ যদি খুব কম হয় তবে কোনও একটি ক্রমের ঝালর দুইটির মধ্যে অবস্থানের পার্থক্যও সামান্যই হইবে। এই অবস্থায় ঝালর দুইটি বিভেদিত হইবে কিনা তাহা প্রধানত নির্ভর করিবে ইহাদের প্রস্থের উপর। এই দিক হইতে দেখিলে বুঝা যাইবে যে ব্যবর্তন ঝাঝরির বিভেদন ক্ষমতা খুবই বেশী, কারণ এই যন্ত্রে উৎপন্ন ঝালরগুলির প্রস্থ খুব কম। কেন এই প্রস্থ খুব কম এবং ইহার মান কি ধরণের তাহা নিম্নের আলোচনা হইতে বুঝা যাইবে।

ব্যবর্তন ঝালরের ক্ষেত্রে সমীকরণ 3.130 হইতে দেখা গিয়াছে যে মুখ্য বর্ণালি-গুলির ক্ষেত্রে যে সম্বন্ধ প্রযুক্ত হয় তাহা নিম্নরূপ

$$\gamma = n\pi$$

বা $(a+b)(\sin i + \sin\theta) = n\lambda.$

যখন $\gamma = n\pi + \frac{\pi}{N}$ হয় তখন মুখ্য বর্ণালির আলোক তীব্রতা শূন্য হইয়া যায় (N = ঝাঝরিতে রেখাছিদ্রের সংখ্যা)। কেন এইরূপ হয় তাহা নিম্নের চিত্র হইতে বুঝা যাইবে



চিত্র ৩.৭৯

৩.৭৯ নং চিত্রে ব্যবর্তন ঝাঝরিতে আপতিত আলো θ কোণে ব্যবর্তনের পর nth ক্রমের বর্ণালি সৃষ্টি করিতেছে। ইহাতে দুইটি প্রান্তিক রশ্মির পথ দূরত্ব $Nn\lambda$. সামান্য বেশী কোণ $\theta + \triangle\theta$ দিকে একগুচ্ছ সমান্তরাল রশ্মির কথা বিবেচনা করিতে যাইয়া $\triangle\theta$ এর মান যদি এমন নেওয়া হয় যাহাতে এই ক্ষেত্রে প্রান্তিক রশ্মি দুইটির পথ-পার্থক্য হয় $Nn\lambda + \lambda$, তবে এই দিকে আলোক তীব্রতা কি দাড়াইবে তাহা হিসাব করিতে একক রেখাছিদ্রের ক্ষেত্রে প্রযুক্ত পদ্ধতি ব্যবহার করা চলিতে পারে।

এই উদ্দেশ্যে সমস্ত ব্যবর্তন ঝাঝরিকে দুইটি সমান ভাগে ভাগ করা যায়। তাহা হইলে দেখা যাইবে যে প্রথম ভাগের প্রথম রশ্মি এবং দ্বিতীয় ভাগের প্রথম রশ্মি দুইটির মধ্যে পথ-পার্থক্য হইবে $\frac{1}{2}Nn\lambda + \frac{\lambda}{2}$ (এখানে N কে জোড়-সংখ্যক ধরা হইয়াছে ; যদিও বিজোড় সংখ্যক হইলেও একই ফল পাওয়া যাইবে. কারণ N সংখ্যাটি সাধারণতঃ খুবই বড়)। সুতরাং তাহারা বিপরীত দশায়

থাকায় পরস্পরকে ধ্বংস করিবে। এইরূপ ভাবে জোড়ায় জোড়ায় রশ্মিগুলির কথা বিবেচনা করিলে দেখা যাইবে যে $\theta+\triangle\theta$ কোণে আলোক তীব্রতা হইবে শূন্য। সুতরাং দেখা যায় যে দুইটি পরপর মুখ্য বর্ণালির মধ্যে পথ দূরত্ব যদি হয় $N\lambda$, তবে একটি মুখ্য বর্ণালির চরম তীব্রতা এবং ইহার সংলগ্ন অবম তীব্রতার মধ্যে পথ পার্থক্য হইবে λ. সুতরাং দুইটি পাশাপাশি মুখ্য বর্ণালি এবং একটি মুখ্য বর্ণালির প্রস্থের অনুপাত হইবে N. ব্যবর্তন ঝাঝরিতে N খুব বড় হওয়ায় দেখা যায় যে মুখ্য বর্ণালির প্রস্থও খুব কম হইবে। ৩.৭৯ নং চিত্র হইতে পাওয়া যায়

$$\triangle\theta=\frac{\lambda}{\text{ব্যবর্তিত আলোক রশ্মিমালার প্রস্থ}}$$

$$=\frac{\lambda}{Nd\cos\theta} \tag{3.184}$$

এখানে $\triangle\theta$ মুখ্য বর্ণালির কৌণিক বিস্তারের অর্দ্ধেক বুঝাইতেছে। d ঝাঝরির পরপর দুইটি রেখাছিদ্রের মধ্যের দূরত্ব।

উদাহরণ স্বরূপ বলা যায় যে যদি একটি ঝাঝরির প্রস্থ 5 cm এবং উৎপন্ন বর্ণালির ক্ষেত্রে $\theta=60°$ হয়, এবং $\lambda=5000\text{Å}$ হয় তবে পাওয়া যাইবে

$$\triangle\theta=\frac{5\times10^{-5}}{2\cdot5}=2\times10^{-5}\text{ radians.}$$

L_2 লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্য f যদি হয় 30 cm. তবে পাওয়া যাইবে

$$\triangle l=\triangle\theta\cdot f=3\times10\times2\times10^{-5}=6\times10^{-4}\text{ cm.}$$

এখানে $\triangle l$ বুঝাইতেছে মুখ্য বর্ণালির রৈখিক প্রস্থের (linear width) অর্দ্ধেক। কাজেই ইহা হইতে সহজেই উপলব্ধি করা যায় যে ব্যবর্তন ঝাঝরির ক্ষেত্রে মুখ্য বর্ণালির প্রস্থ সাধারণত খুবই কম হইয়া থাকে। গৌণ বর্ণালির আলোক তীব্রতা মুখ্য বর্ণালির তুলনায় খুবই কম হওয়ায় বিভেদন ক্ষমতায় ইহাদের প্রভাব গণ্য না করিলেও চলে।

উপরের আলোচনা হইতে সহজেই অনুমান করা যায় যে ব্যবর্তন ঝাঝরিতে বিভেদন ক্ষমতা খুব বেশী হইবে। ঝাঝরির সরলরেখাগুলি রেখাছিদ্রের আকৃতির বলিয়া এই ক্ষেত্রে র‍্যালের মানক ব্যবহার করিয়া বিভেদন ক্ষমতা বাহির করা যাইতে পারে। ধরা যাক আপতিত আলোতে দুইটি দৈর্ঘ্যের তরঙ্গ বর্তমান এবং ইহাদের মান λ এবং $\lambda+\triangle\lambda$. তাহা হইলে প্রতিটি তরঙ্গ দৈর্ঘ্য একটি ঝালর ক্রমের সৃষ্টি করিবে এবং $\triangle\lambda$ ক্ষুদ্র হইলে ইহারা পাশাপাশি খুবই

নিকটে অবস্থিত হইবে। বিভেদিত হইতে হইলে র‍্যালের মানক অনুসারে কোনও একটি n ক্রমের ঝালর দুইটি এমন অবস্থানে থাকিতে হইবে যাহাতে λ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের বর্ণালির চরম তীব্রতার সহিত $\lambda+\Delta\lambda$ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের অবম তীব্রতার অবস্থান সম্পাতী হয়। এই সর্তে দুই ক্ষেত্রের পথ দূরত্ব হিসাব করিয়া লেখা যায়

$$Nn\lambda = Nn(\lambda+\Delta\lambda)-\lambda$$

$$\text{বা } \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nn. \tag{3.185}$$

$\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ আলোকীয় যন্ত্রের বর্ণীয় বিভেদন ক্ষমতার সংজ্ঞা বলিয়া ধরা যায়। ইহার তাৎপর্য্য এই যে এই সংখ্যাটি হইতে বুঝা যায় যে একটি কোনও তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ এর ক্ষেত্রে $\Delta\lambda$ পার্থক্যের দুইটি তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের বিভেদন এই যন্ত্রের (এক্ষেত্রে ব্যবর্তন ঝাঝরির) পক্ষে করা সম্ভব। দেখা যাইতেছে যে এই সংখ্যা নির্ভর করে বর্ণালির ক্রম এবং ঝাঝরিতে মোট রেখাছিদ্রের সংখ্যার উপর। উপরের সমীকরণের অর্থ এই যে কোনও তরঙ্গ দৈর্ঘ্যে যদি $\Delta\lambda$ পার্থক্যের দুইটি তরঙ্গের বর্ণালি বিভেদন করিতে হয় তবে সংশ্লিষ্ট Nn এর মান $\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ এর সমান অথবা বেশী হইতে হইবে। সূক্ষ্ম পরীক্ষায় ব্যবহৃত ব্যবর্তন ঝাঝরির ক্ষেত্রে $N=90000$ অনেক সময়েই হইয়া থাকে (প্রতি সেণ্টিমিটারে 6000 রেখা এবং ঝাঝরির প্রস্থ 15 cm.). সেক্ষেত্রে যদি তৃতীয় ক্রমের ঝালর ব্যবহার করা সম্ভব হয় তবে দেখা যাইবে

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 90000\times 3.$$

যদি $\lambda = 5000\text{Å}$ হয় তবে $\Delta\lambda = \frac{5\times10^{-5}}{2{\cdot}7\times10^{5}} = 1{\cdot}9\times10^{-10}\,\text{cm}, =$ 0·019Å. এইরূপ পরীক্ষা ব্যবস্থায় 0·019Å পার্থক্যের দুইটি তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের বর্ণালিকে বিভেদিত করা সম্ভব। অবশ্য এই হিসাব পাওয়া যাইতেছে তাত্ত্বিক মতে। পরীক্ষাকালে ইহার অনেক হেরফের হইয়া থাকে। এই হিসাবমতে যদি একটি ব্যবর্তন ঝাঝরিতে মাত্র 1000 এর মত মোট রেখা থাকে, তবে ইহা দ্বারা সোডিয়ামের হলুদ বর্ণালি দুইটিকে প্রথম ক্রমের বর্ণালিতেই বিভেদিত করা সম্ভব। কারণ এই ক্ষেত্রে পাওয়া যাইবে

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = nN \text{ বা } \frac{5893}{6} \leqslant 1000\times 1$$

এই সমীকরণে ডানদিকের সংখ্যা বাদিকেরটির অপেক্ষা বড় হওয়ায় বিভেদনের সর্ত সম্পূর্ণ পালিত হইতেছে। কিন্তু পরীক্ষাকালে দেখা যায় যে প্রথম ক্রমে তো দূরের কথা দ্বিতীয় বা তৃতীয় ক্রমেও এই বর্ণালি দুইটি বিভেদিত হয় না। ইহার নানা কারণ আছে। পরীক্ষাকালে যন্ত্রের প্রয়োজনীয় সমঞ্জন (adjustment) এর অভাবই ইহার মূল কারণ। সমঞ্জনের অভাবে রশ্মিমালা সম্পূর্ণ সমান্তরাল নাও হইতে পারে। ইহা ছাড়া আলোক উৎস হিসাবে যে রেখা-ছিদ্র ব্যবহার করা হয় তাহার প্রস্থ খুব কম হওয়া দরকার। প্রস্থ বেশী হইলেও বিভেদন ক্ষমতার হ্রাস হইবে (অবশ্য ঝাঝরির সম্পূর্ণ প্রস্থ W অপরিবর্তিত রাখিলে, কারণ এই ক্ষেত্রে N কমিয়া যাইবে)। সমীকরণ 3.185 এ ঝালরের ক্রমের মান বসাইলে পাওয়া যায়

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda}=(a+b)(\sin i+\sin\theta)\frac{N}{\lambda}=\frac{W}{\lambda}(\sin i+\sin\theta) \quad (3.185a)$$

এখানে $(a+b)N=W=$ ঝাঝরির পূর্ণ প্রস্থ।

সুতরাং বিভেদন ক্ষমতার চরম মান দাড়াইবে $i=\theta=90^\circ$ এর বেলায়। তখন দাড়াইবে $\frac{\lambda}{\Delta\lambda}max=\frac{2W}{\lambda}$. (3.185b)

এখানে লক্ষণীয় এই যে আপতন কোণ 0° হইতে বাড়িতে থাকিলে বিভেদন ক্ষমতাও সঙ্গে সঙ্গে বাড়িতে থাকে।

তাত্ত্বিকভাবে এই ফল পাওয়া গেলেও কার্য্যত এই চরম মান পাওয়া যায় না। কারণ যখন $i=90^\circ$ হইবার উপক্রম হয় তখন ব্যর্তিত আলোর পরিমাণ খুব কম হইয়া যায়।

একটি ক্রমে বিভেদন ক্ষমতা N এর সমানুপাতিক হয়; কিন্তু কোনও নির্দিষ্ট আপতন এবং ব্যবর্তন কোণে বিভেদন ক্ষমতা N এর উপর নির্ভরশীল নয়। কারণ উপরের 3.185a সমীকরণ হইতে দেখা যায় যে θ এবং i নির্দিষ্ট হইলে বিভেদন ক্ষমতা W এর সমানুপাতিক এবং λ এর ব্যস্ত্যানুপাতিক হয়।

ইশ্‌লন্ ঝাঝরির বিভেদন ক্ষমতা (Resolving power of an echelon grating).

ইশ্‌লন্ ঝাঝরির আলোচনা হইতে দেখা গিয়াছে যে ইহাতে উৎপন্ন ঝালর-শ্রেণী এবং ব্যবর্তন ঝাঝরিতে উৎপন্ন ঝালরশ্রেণীর মূল নীতি একই। মূল পার্থক্য এই যে ইশ্‌লনে রেখাছিদ্রের সংখ্যা ব্যবর্তন ঝাঝরির তুলনায় খুবই কম; অন্যদিকে ইহাতে ঝালরের ক্রম একই কোণের জন্য ব্যবর্তন ঝাঝরির

তুলনায় অনুরূপভাবে অনেক বেশী। অতএব এই যন্ত্রের বেলায়ও বিভেদন ক্ষমতা নির্ণয় করিতে র‍্যালের মানক ব্যবহার করা যায় এবং ফলে ব্যবর্তন ঝাঝরির ক্ষেত্রে পাওয়া বিভেদন ক্ষমতার রাশি ব্যবহার করা চলিতে পারে। সমীকরণ 3.160 হইতে দেখা গিয়াছে যে পারগম ইশ্‌লনের (transmission echelon) বেলায় ঝালরের ক্রম পাওয়া যায় নিম্নলিখিত সম্বন্ধ হইতে

$$n=\frac{\mu(t-1)}{\lambda}$$

সেই আলোচনার উদাহরণে ছিল $\mu=1{\cdot}6$, $t=0{\cdot}5$ cm, $\lambda=6\times10^{-5}$ cm.

$$\therefore\quad n=13333.$$

এ অবস্থায় ধাপের সংখ্যা যদি 30 হয় তবে বর্ণীয় বিভেদন ক্ষমতা দাড়াইবে

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda}=Nn=30\times13333=399990$$

সুতরাং $\Delta\lambda$ দাড়াইবে

$$\Delta\lambda=\frac{6\times10^{-5}}{399990}\simeq1{\cdot}5\times10^{-10}\text{ cm.}=0{\cdot}015\text{Å}.$$

আবার প্রতিফলন ইশ্‌লনের (reflection echelon) ক্ষেত্রে অনুরূপ অবস্থায় ঝালরের ক্রমের সংখ্যা প্রায় চতুর্গুণ বৃদ্ধি পায় (3.166). ফলে এই যন্ত্রের বিভেদন ক্ষমতাও সমানুপাতিকভাবে বাড়িয়া যায়। অর্থাৎ উপরের আলোচ্য ক্ষেত্রে মোটামুটি দাড়ায়

$$\Delta\lambda\simeq\frac{6\times10^{-5}}{4\times10^{5}\times4}\simeq0{\cdot}004\text{Å}.$$

লুমার-গের্ক্‌ ফলকের বিভেদন ক্ষমতা (Resolving power of Lummer-Gehrcke Plate).

লুমার-গের্ক্‌ ফলকের বিভেদন ক্ষমতাও র‍্যালের মানক ব্যবহার করিয়া বাহির করা যাইতে পারে। এখানে অসুবিধা এই যে যে সমস্ত সমান্তরাল রশ্মি মিলিয়া লেন্সের ফোকাস তলে একটি ঝালরের সৃষ্টি করে তাহাদের আলোক তীব্রতা সমান নয় আর তাহাদের সংখ্যাও সীমিত। সুতরাং ব্যবর্তন ঝাঝরির প্রণালী এখানে সম্পূর্ণরূপে প্রযোজ্য নয়। তবে যদি ধরা যায় যে বায়ুতে প্রতিসরণ কোণ i 90° এর কাছাকাছি তাহা হইলে সমস্ত রশ্মিগুলিরই তীব্রতা প্রায় এক ধরা যাইতে পারে। এই ক্ষেত্রে চিত্র নং ৩.৭১ হইতে দেখা যাইবে যে তরঙ্গমুখ AB এর প্রস্থ হইবে $l\cos i$ [l – ফলকের দৈর্ঘ্য]। আর এই প্রস্থের রশ্মি-

মালার জন্য লেন্স L এর ফোকাসতলে যে ঝালরের উৎপত্তি হইবে তাঁহার অর্দ্ধ কৌণিক প্রস্থ হইবে $\frac{\lambda}{l \cos i}$ [চিত্র নং ৩.৭৯ ব্যবর্তন ঝাঝরির বর্ণালির প্রস্থের আলোচনা দ্রষ্টব্য] ।

এবার যদি র‍্যালের মানকের নীতি প্রয়োগ করা হয় তবে লেখা চলিতে পারে যে λ এবং $\lambda + \triangle\lambda$ দুইটি কাছাকাছি দৈর্ঘ্যের তরঙ্গের ঝালর দুইটি আলাদা করিয়া চেনা যাইবে যদি একটির চরম তীব্রতার সহিত অন্যটির একই ক্রমের ঝালরের অবম তীব্রতা সম্পাতী হয় । এই নীতি প্রয়োগ করিতে লুমার-গের্ক্ ফলকের বিচ্ছুরণের রাশিমালা (সমীকরণ 3.171) ব্যবহার করা যায় । ঐ সমীকরণে $\triangle\lambda$ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের তফাতের জন্য যদি দুইটি ঝালর $\triangle i$ কোণে বিযোজিত হয় তবে লেখা যাইতে পারে

$$\frac{\triangle i}{\triangle\lambda} = \frac{di}{d\lambda} = \frac{\frac{\lambda}{l \cos i}}{d\lambda} = \frac{2\lambda\mu\frac{d\mu}{d\lambda} - 2(\mu^2 - \sin^2 i)}{\lambda \sin 2i}$$

বা $$\frac{\lambda}{d\lambda} = \frac{2\lambda\mu \frac{d\mu}{d\lambda} - 2\mu^2 + 2\sin^2 i}{} \times \frac{l \cos i}{2\lambda \sin i \cos i}$$

$$= \frac{l}{\lambda \sin i}\left[\lambda\mu \frac{d\mu}{d\lambda} + \sin^2 i - \mu^2 \right]. \qquad (3.186)$$

এই রাশিমালা অবশ্য বিভেদন ক্ষমতার সর্বোচ্চ সীমা । পূর্বেই বলা হইয়াছে যে $i = 90°$ এর কাছাকাছিই ইহা প্রযোজ্য হয় ; এই সর্ত পালিত না হইলে $\triangle i = \frac{\lambda}{l \cos i}$ খাটিবে না । তাছাড়া l ধরা হইয়াছে ফলকের দৈর্ঘ্য । কিন্তু প্রতিফলনে ফলকের প্রথম এবং শেষ দিকের খানিকটা বাদ পড়িবে । সাধারণত কার্য্যকরী দৈর্ঘ্য হয় $\frac{2}{3} l$. কার্য্যত $\mu\lambda \frac{d\mu}{d\lambda}$ সাধারণত $(\sin^2 i - \mu^2)$ এর তুলনায় অনেক ছোট হয় বলিয়া মোটামুটি হিসাবের বেলায় ইহাকে বাদ দেওয়া চলিতে পারে । এই সমস্ত বিবেচনা হইতে বিভেদন ক্ষমতা দাড়ায়

$$\frac{\lambda}{\triangle\lambda} = \frac{2}{3}\frac{l}{\lambda}(1 - \mu^2) \qquad (3.187)$$

উদাহরণ স্বরূপ বলা যায় যে যদি $10\ \text{cm} = l$ হয় এবং $\lambda = 5000\ \text{Å}$ এবং $\mu = 1{\cdot}6$ হয় তবে বিভেদন ক্ষমতা হইবে

$$\frac{\lambda}{\triangle\lambda} = \frac{2}{3}\frac{10}{5 \times 10^{-5}}(2{\cdot}56 - 1) = 2 \times 10^5 \text{ approximately.}$$

বিভেদন ক্ষমতার এই স্থূল (gross) রাশিমালা আরও সহজভাবে পাওয়া যায়। যদি ব্যবর্তন ঝাঝরির বিবেচনা হইতে ধরা যায় যে বিভেদন ক্ষমতা হইবে Nn তাহা হইলে N এবং n এর মান প্রয়োগ করিয়া বিভেদন ক্ষমতা বাহির করা যায়। চিত্র নং ৩.৭১ হইতে দেখা যায় যে

$$N=\frac{l}{2t\tan r}.$$

এবং
$$n=\frac{2\mu t\cos r}{\lambda}$$

সুতরাং
$$\frac{\lambda}{\triangle\lambda}=\frac{l}{2t\tan r}\cdot\frac{2\mu t\cos r}{\lambda}=\frac{l}{\lambda}\cdot\frac{\mu\cos r}{\tan r}$$
$$=\frac{l}{\lambda}\cdot\frac{1-\sin^2 r}{\sin r}\mu$$

যদি $i\equiv 90^\circ$ হয় তবে $r=$ সঙ্কট কোণ

এবং
$$\sin r=\frac{1}{\mu}.$$

$$\therefore\ \frac{\lambda}{\triangle\lambda}=\frac{l}{\lambda}(\mu^2-1)=\frac{2}{3}\frac{l}{\lambda}(\mu^2-1)$$

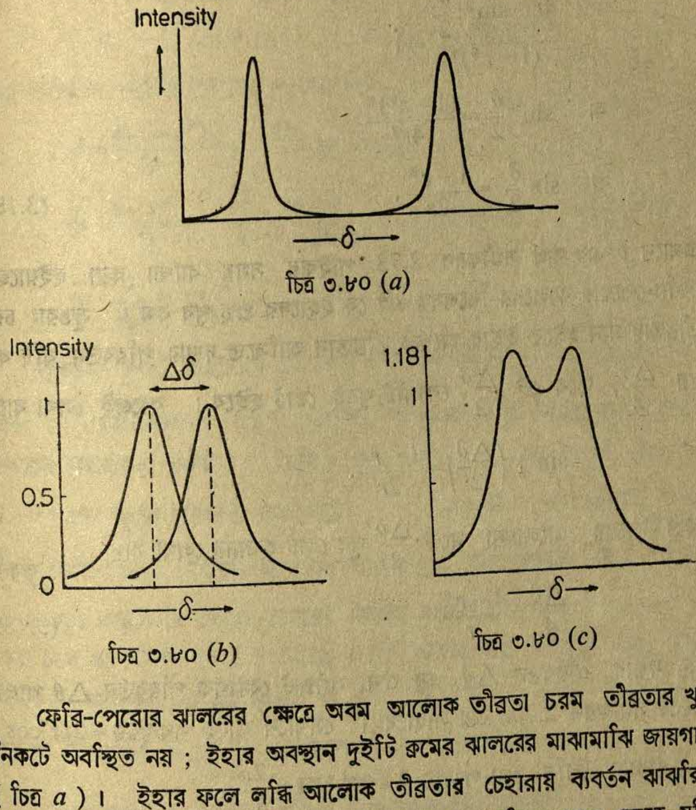
(ফলকের কার্য্যকরী দৈর্ঘ্য $\frac{2}{3}l$ ধরিয়া) [$\mu>1$ হওয়ায় $1-\mu^2$ ঋণাত্মক দাড়ায় ; কিন্তু ঋণাত্মক চিহ্নের তাৎপর্য্য এখানে না থাকায় ইহাকে ধনাত্মক করিয়া লেখা হইয়াছে]

এখানে লক্ষ্য করা দরকার যে লুমার ফলকের বেধ t এর উপরে বিভেদন ক্ষমতা নির্ভর করে না।

ফেব্রি-পেরো ব্যতিচার মাপকের বিভেদন ক্ষমতা (Resolving power of a Fabry-Perot Interferometer).

ফেব্রি-পেরো ব্যতিচার মাপকের বিভেদন ক্ষমতা নিরূপণেও র‍্যালের মানকের নীতি প্রয়োগ করা যায়। কিন্তু রেখাছিদ্রের অথবা ব্যবর্তন ঝালরের ক্ষেত্রে প্রয়োগের সহিত এক্ষেত্রের একটু পার্থক্য আছে। ব্যবর্তন ঝাঝরির বেলায় দেখা গিয়াছে যে যখন একটি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের ঝালরের চরম তীব্রতা অন্য তরঙ্গদৈর্ঘ্যের একই ক্রমের ঝালরের অবম তীব্রতার সহিত মিলিয়া যায় তখন লব্ধি তীব্রতার ঝালর দুইটির তীব্রতার মান অপরিবর্তিত থাকে শুধু ইহাদের মাঝখানে আলোক তীব্রতার মান কমিয়া যাওয়ায় ঝালর দুইটি আলাদা বলিয়া

চেনা যায়। কিন্তু ফেব্রি-পেরো ব্যতিচার মাপকের ক্ষেত্রে ঠিক সেইরূপ হয় না। ৩.৮০ নং চিত্র হইতে এই ক্ষেত্রে অবস্থাটা স্পষ্ট বুঝিতে পারা যাইবে।



চিত্র ৩.৮০ (a)

চিত্র ৩.৮০ (b)

চিত্র ৩.৮০ (c)

ফেব্রি-পেরোর ঝালরের ক্ষেত্রে অবম আলোক তীব্রতা চরম তীব্রতার খুব নিকটে অবস্থিত নয় ; ইহার অবস্থান দুইটি ক্রমের ঝালরের মাঝামাঝি জায়গায় (চিত্র a)। ইহার ফলে লব্ধি আলোক তীব্রতার চেহারায় ব্যবর্তন ঝাঝরির লব্ধি আলোক তীব্রতা হইতে কিছুটা পার্থক্য হয়। ফেব্রি-পেরোর ক্ষেত্রে যদি দুইটি তরঙ্গের দৈর্ঘের তফাৎ $\triangle\lambda$ এমন হয় যে তাহাদের একই ক্রমের ঝালর পরস্পরকে চরম তীব্রতার অর্দ্ধেক মানে ছেদ করে তবে এই স্থানের লব্ধি তীব্রতা একটি ঝালরের চরম তীব্রতার সমান হইবে। (এই হিসাবে ঝালর দুইটির আলোক তীব্রতা সমান ধরা হইয়াছে)। কিন্তু আলাদা আলাদা ঝালরের চরম তীব্রতা আগের মানের অপেক্ষা বাড়িয়া যাইবে এবং এই বৃদ্ধি 15–20 শতাংশের মত হইবে। এরূপ অবস্থায় ঝালর দুইটির স্বতন্ত্র অস্তিত্ব ধরিতে পারা যাইবে। অতএব এই অবস্থান ধরিয়া নিয়া যন্ত্রটির বিভেদন ক্ষমতা বাহির করা সম্ভব। যদি ঝালর দুইটি চরম তীব্রতার অর্দ্ধেক মানে পরস্পরকে

ছেদ করে তবে এই স্থানের আলোক তীব্রতার জন্য সমীকরণ 2.73 এর ক্ষেত্রে নিম্নলিখিত সর্ত পালিত হওয়া দরকার

$$\frac{4r^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}}{(1-r^2)^2}=1$$

বা $$\sin^2 \frac{\delta}{2}=\frac{(1-r^2)^2}{4r^2}$$

বা $$\sin \frac{\delta}{2}=\frac{1-r^2}{2r}. \qquad (3.188)$$

এখানে δ এর অর্থ সমীকরণ 2.73 পাইবার সময় ব্যাখ্যা করা হইয়াছে। ফেব্রি-পেরোর ঝালরের বিশেষত্ব এই যে ইহাদের প্রস্থ খুব কম। সুতরাং চরম তীব্রতার মান হইতে ইহার অর্দ্ধেক তীব্রতায় আসিতে দশার পরিবর্তন যদি ধরা হয় $\frac{\Delta\delta}{2}$, তবে এই $\frac{\Delta\delta}{2}$ কোণটি খুবই ছোট হইবে। কাজেই লেখা যায়

$$\sin \tfrac{1}{2}\left(\frac{\Delta\delta}{2}\right)=\frac{1-r^2}{2r}.$$

কিন্তু উপরের আলোচনা মতে $\frac{\Delta\delta}{2}$ খুব ছোট হওয়ায় লেখা যায়

$$\frac{\Delta\delta}{4}-\frac{1-r^2}{2r}. \qquad (3.189)$$

এই দশার পরিবর্তন $\Delta\delta$ এর জন্য সংশ্লিষ্ট কৌণিক পরিবর্তন $\Delta\theta$ পাওয়া যাইবে সমীকরণ 2.70a এর সাহায্যে। সেখানে আছে পথ-দূরত্ব $=2\mu t \cos r$

আমরা জানি দশা-পার্থক্য $\delta=$ পথ-দূরত্ব $\times \frac{2\pi}{\lambda}$

$$\therefore\ \delta=\frac{4\pi}{\lambda}\mu t \cos r$$

এই সমীকরণকে অন্তরকলন করিলে পাওয়া যায়

$$\Delta\delta=\frac{-4\pi}{\lambda}\mu t \sin r\, \Delta r.$$

$$=\frac{-4\pi}{\lambda}t \sin\theta\, \Delta\theta \ [\ \mu=1,\ r=\theta \text{ ধরিয়া }] \qquad (3.190)$$

আবার এই কৌণিক বিযোজন $\Delta\theta$ যদি তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন $\Delta\lambda$ এর জন্য হয় অর্থাৎ λ এবং $\lambda+\Delta\lambda$ তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যের একই ক্রমের ঝালর দুইটি যদি

উপরোক্ত অবস্থায় পরস্পরকে ছেদ করে তবে (2.70a) সমীকরণকে অন্তরকলন করিয়া লেখা যায়

$$-2t \sin r \,\triangle r = m\triangle\lambda$$

বা $-2t \sin \theta \,\triangle\theta = m\triangle\lambda$ [$r=\theta$ ধরিয়া] (3.191)

এই সমীকরণ কয়টির সাহায্যে পাওয়া যায়

$$\triangle\delta = \frac{4(1-r^2)}{2r} = -\frac{4\pi}{\lambda} t \sin\theta \,\triangle\theta$$

বা $\dfrac{1-r^2}{2r} = -\dfrac{\pi t}{\lambda}\cdot\dfrac{m\triangle\lambda}{2t}$ [সমীকরণ 3.191 ব্যবহার করিয়া]

বা $\dfrac{\lambda}{\triangle\lambda} = m\dfrac{\pi r}{1-r^2}$ (3.192)

সুতরাং দেখা যাইতেছে যে বর্ণীয় বিভেদন ক্ষমতা $\dfrac{\lambda}{\triangle\lambda}$ ঝালরের ক্রম এবং প্রতিফলন-ক্ষমতা (reflectance) r^2 এর উপর নির্ভর করে (শেষের দিকের আলোচনা দ্রষ্টব্য)। যদি r এর মান 1 এর খুব কাছে হয় তবে $1-r^2$ প্রায় শূন্যে পরিণত হয় ফলে $\dfrac{r}{1-r^2}$ সংখ্যাটি খুব বাড়িয়া যায়। কিন্তু ফেব্রি-পেরো ব্যতিচার মাপকের আলোচনায় দেখা গিয়াছে যে r এর মান 1 এর খুব কাছাকাছি হইলে ঝালরের ঔজ্জ্বল্য অত্যন্ত হ্রাস পায়। সুতরাং $r=1$ করা চলে না ; তবে $r=0{\cdot}8$ হইতে 0·95 সাধারণতই ব্যবহার করা হইয়া থাকে। আর ক্রম m এর মানও এই যন্ত্রে খুব বেশী। সুতরাং θ কোণ ছোট হইলে লেখা যায় $m=\dfrac{2t}{\lambda}$. [সমীকরণ 2.70a হইতে]

এরূপ অবস্থায় $r=0{\cdot}95$ হইলে বিভেদন-ক্ষমতা দাড়ায়

$$\frac{\lambda}{\triangle\lambda} = \frac{2t}{\lambda}\cdot\frac{\pi\times 0{\cdot}95}{1-(0{\cdot}95)^2}$$

যদি $t=1$ cm এবং $\lambda=5000$ Å হয় তবে পাওয়া যায়

$$\frac{\lambda}{\triangle\lambda} = \frac{2}{5\times10^{-5}}\times\frac{3{\cdot}14\times0{\cdot}95}{1-(0{\cdot}95)^2} = 1{\cdot}24\times10^6.$$

এখানে $\triangle\lambda$ দাড়ায়

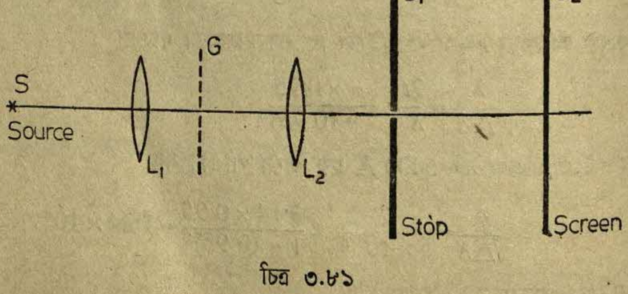
$$\triangle\lambda = \frac{5\times10^{-5}}{1{\cdot}24\times10^6} = 4{\cdot}033\times10^{-11}\text{ cm} = 0{\cdot}0040\times10^{-8}\text{ cm}.$$

সুতরাং যদি দুইটি তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যের তফাৎ 0·0040 Å হয় তাহা হইলেও ইহাদের আলাদা বলিয়া ধরা যাইবে।

লুমার-গের্ক ফলকের ক্ষেত্রে দেখা গিয়াছে যে বিভেদন-ক্ষমতা ফলকের বেধ t এর উপর নির্ভর করে না। ফেব্রি-পেরো ব্যতিচার মাপকের ক্ষেত্রেও অনুরূপ-ভাবে সমীকরণ 3·192 হইতে মনে হয় যে বিভেদন ক্ষমতা ফলক দুইটির মধ্যের দূরত্ব t এর উপর নির্ভরশীল নহে। কিন্তু ইহা সত্য নহে। ঝালরের ক্রম m নির্ভর করে t এবং λ এর উপর। কাজেই এই জন্য বিভেদন ক্ষমতাও t এর সহিত সমানুপাতিক ভাবে এবং λ এর সহিত ব্যস্তানুপাতে পরিবর্তিত হইতে থাকিবে। কাজেই ফেব্রি-পেরোর ব্যতিচার মাপকের বেলায় ফলক দুইটির মধ্যের দূরত্ব t বাড়াইয়া এই যন্ত্রের বিভেদন ক্ষমতা অনুরূপভাবে বাড়ানো যায়।

আণুবীক্ষণিক অবলোকন সম্বন্ধে আবের মতবাদ (Abbe's Theory of Microscopic Vision).

উনবিংশ শতাব্দীর শেষ ভাগে আর্নস্ট আবে (Ernst Abbe) অণুবীক্ষণ যন্ত্রে কি করিয়া ব্যতিচারের সাহায্যে প্রতিবিম্বের সৃষ্টি হয় তাহার সম্বন্ধে নিজের মত প্রস্তাবিত করেন। সংক্ষেপে বলিতে গেলে এই মতবাদ নিম্নলিখিতরূপ দাড়ায়। লেন্সের সাহায্যে আলোকিত কোনও বস্তুর নির্ভুল প্রতিবিম্ব যদি সৃষ্টি করিতে হয় তবে ঐ লেন্সের উন্মেষ (aperture of the lens) অন্তত-পক্ষে এত বড় হওয়া দরকার যাহাতে বস্তু কর্তৃক সৃষ্ট সমস্ত ব্যবর্তন নকসাই ঐ লেন্সের মধ্য দিয়া যাইতে পারে। যদি ব্যবর্তন নকসার একটি অংশ মাত্র যায় তবে প্রতিবিম্ব বস্তুর নির্ভুল আকৃতি দেখাইবে না। এই প্রতিবিম্বের

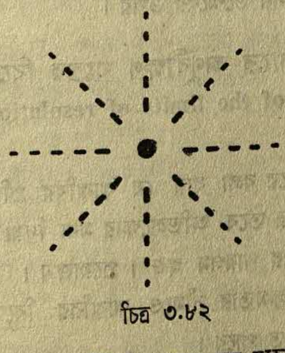


চিত্র ৩.৮১

আকৃতি হইবে এমন একটি বস্তুর যাহার ব্যবর্তন নকসা লেন্সের মধ্য দিয়া পারগত (transmitted) ব্যবর্তন নকসার অনুরূপ। যদি বস্তু এত সূক্ষ্ম হয়

অথবা লেন্সের উন্মেষ এত ছোট হয় যে ব্যবর্তন নকসার কোনও অংশই লেন্সের মধ্য দিয়া গমন করে না তবে বস্তুর গঠন আদৌ দেখা যাইবে না, প্রতিবিম্ব যতই বিবর্ধন করা হোক না কেন। আবের এই মতবাদ নিয়া অনেক তর্ক-বিতর্ক হয়। তিনি এবং পরে এ. বি. পোর্টার (A. B. Porter) সুন্দর সুন্দর পরীক্ষার দ্বারা এই মতবাদের সত্যতা প্রমাণ করেন। পূর্বপৃষ্ঠার ৩.৮১ নং চিত্রে পোর্টারের পরীক্ষার ব্যবস্থা দেখানো হইল।

আলোক উৎস S হইতে আলো লেন্স L_1 এর উপরে পড়িয়াছে। সেখান হইতে ঝাঝরি G এর মধ্যে ব্যবর্তিত হইয়া L_2 লেন্সের দ্বারা ষ্টপ S_1 এর উপর ব্যবর্তন নকসার সৃষ্টি করিতেছে। এই ষ্টপ S_1 এর উপর প্রয়োজন মত বিভিন্ন আকার এবং আকৃতির ছিদ্র করিয়া এই ব্যবর্তন নকসার পারগমের বন্দোবস্ত করা হয় যাহাতে এই সমস্ত ব্যবর্তন নকসা গিয়া পর্দা S_2 এর উপর প্রতিবিম্বের সৃষ্টি করিতে পারে। G এর স্থলে একটি খুব সরু তারের জাল (wire gauze) ব্যবহার করা হয় যাহার ফলে সাধারণ ঝাঝরির বদলে একটি দ্বিমাত্রিক (two-dimensional) ঝাঝরি ব্যবহারের ফল দাড়ায়। যে ব্যবর্তন নকসা পাওয়া যাইবে তাহাতে একটি কেন্দ্রীয় প্রতিবিম্ব এবং এই কেন্দ্র হইতে বহির্মুখী কতকগুলি ঝালর থাকিবে। এইটি চিত্র ৩.৮২ এ দেখানো হইয়াছে। পরস্পরের সমকোণে অবস্থিত দুই প্রস্থ সমান্তরাল তারের জন্য দুই প্রস্থ ব্যবর্তন ঝালর পাওয়া যাইবে। ইহা ভিন্ন আরও দুইপ্রস্থ ঝালর পাওয়া যাইবে যাহারা পরস্পরের সমকোণে অবস্থিত ; কিন্তু এই দ্বিতীয় শ্রেণীর ঝালর প্রথম শ্রেণীর ঝালরের সহিত 45° কোণ করিয়া অবস্থান করিবে।



চিত্র ৩.৮২

যদি S_1 পর্দায় এমন একটি ছিদ্র করা হয় যাহাতে শুধু কেন্দ্রীয় ঝালরটি যাইতে পারে তবে S_2 পর্দায় শুধু আলো পড়িবে কিন্তু তারের জাল দেখা যাইবে না। যদি ইহার সঙ্গে S_1 পর্দায় একটি সরু রেখাছিদ্র কাটিয়া অনুভূমিক

ঝালরের পারগমের বন্দোবস্ত করা হয় তবে S_2 পর্দায় শুধু উল্লম্ব তারগুলি দেখা যাইবে। যদি রেখাছিদ্রটি 90° ঘুরাইয়া উল্লম্ব ঝালরগুলির পারগমের বন্দোবস্ত করা হয় তবে এইক্ষেত্রে অনুভূমিক তারগুলি দেখা যাইবে। আবার যদি S_1 পর্দায় এমন তিনটি ছোট ছিদ্র কাটা যায় যাহাতে কেন্দ্রীয় এবং ডাইনে বায়ে দ্বিতীয় ক্রমের ঝালর দুইটি যাইতে পারে তবে পর্দায় একটি সমান্তরাল উল্লম্ব তারের জালের ছবি পড়িবে। কিন্তু এই ছবির দুইটি পরপর তারের মধ্যের দূরত্ব হইবে তারের জালের সত্যিকারের দূরত্বের অর্দ্ধেক। এই শেষোক্ত ব্যাপার হইতে আবের মতবাদের শেষভাগের সত্যতা বোঝা যায়। যেহেতু শূন্য এবং দ্বিতীয় ক্রমের ঝালর প্রতিবিম্ব সৃষ্টি করিতেছে, অতএব এই প্রতিবিম্ব এমন হইবে যাহাতে বস্তু হইতে উৎপন্ন ব্যবর্তন নকসা এই পারগত নকসার অনুরূপ হয়। যদি তারের প্রকৃত দূরত্বের অর্দ্ধেক দুরত্বের কোনও জাল ব্যবহার করিয়া ঝালর উৎপন্ন করা হইত তবে শেষোক্ত নকসায় প্রথম ক্রমের ঝালর প্রথমোক্ত নকসায় দ্বিতীয় ক্রমের ঝালরের অবস্থানের সহিত সম্পাতী হইবে। আর এই দ্বিতীয় ক্রমের (এবং শূন্য ক্রমের ঝালর যেটি সমস্ত দূরত্বের তারের জালের পক্ষেই একই অবস্থানে থাকিবে) ঝালরই শুধু প্রতিবিম্ব সৃষ্টিতে ব্যবহৃত হওয়ায় তারের জালের নির্ভুল প্রতিবিম্বের বদলে ইহার অর্দ্ধেক দূরত্বের একটি জালের প্রতিবিম্বের উৎপত্তি হইবে। S_1 পর্দায় বিভিন্ন আকৃতির এবং অবস্থানের ছিদ্র কাটিয়া বিভিন্ন চেহারার এবং অবস্থানের প্রতিবিম্ব সৃষ্টি করা সম্ভব। অতএব দেখা যাইতেছে যে লেন্সে সৃষ্ট প্রতিকৃতি শেষ পর্য্যন্ত নির্ভর করিতেছে উৎপন্ন ব্যবর্তন ঝালরের লেন্সের মধ্য দিয়া পারগমের উপর। অর্থাৎ ঝালরের কৌণিক ব্যাস এবং লেন্সের উন্মেষের উপর।

আবের মতবাদ অনুসারে অণুবীক্ষণ যন্ত্রের বিভেদন ক্ষমতার সীমা নির্দ্ধারণ (Derivation of the limits of resolution of a microscope from Abbe theory).

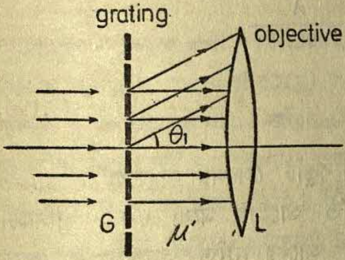
আবের নীতি অনুসারে বলা যায় যে ঝাঝরির প্রতিবিম্বের যদি কিছুটাও বিভেদন সৃষ্টি করিতে হয় তবে অভিলক্ষ্যের মধ্য দিয়া অন্ততঃ ঝাঝরির শূন্য এবং প্রথম ক্রমের ঝালরের পারগম হওয়া প্রয়োজন। এই নীতি অনুসারে কোনও বস্তুর বিভেদন ক্ষমতার সীমাও ঝাঝরির বিভেদন ক্ষমতার সীমার সমার্থক বলিয়া ধরা যাইতে পারে।

৩.৮৩ নং চিত্রে বামদিক হইতে সমান্তরাল আলোকরশ্মি ঝাঝরি G এর উপরে 0° আপতন কোণে আপতিত হইয়া ব্যবর্তিত হইতেছে এবং ব্যবর্তন

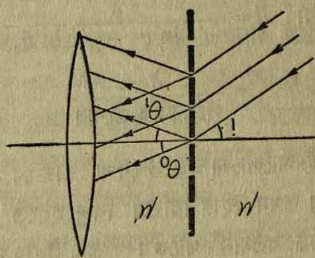
ঝালরের সৃষ্টি করিতেছে। তাহা হইলে ঝাঝরির সমীকরণের অনুসারে প্রথম ক্রমের ঝালরের জন্য লেখা যায়

$$\mu' d \sin \theta_1 = \lambda$$

এখানে μ' ঝাঝরি এবং লেন্সের মধ্যের মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক এবং d ঝাঝরির



চিত্র ৩.৮৩



চিত্র ৩.৮৪

পরপর দুইটি রেখাছিদ্রের মধ্যের দূরত্ব। উপরে বর্ণিত আবের নীতি অনুসারে বলা চলে যে d এর যে মানের জন্য শূন্য এবং প্রথম ক্রমের ঝালর অভিলক্ষ্যের মধ্য দিয়া গমন করে সেটিই এই অভিলক্ষ্যের বিভেদন ক্ষমতার সীমা বলিয়া ধরা যায়। অতএব লেখা যায়

$$d = \frac{\lambda}{\mu' \sin \theta_1} = \frac{\lambda}{\text{Numerical Aperture}} = \frac{\lambda}{\text{সংখ্যাত্মক উন্মেষ}} \quad (3.193)$$

সাধারণত অণুবীক্ষণ যন্ত্রের বেলায় আলো 0° কোণে আপতিত হয় না। যদি ইহা i কোণে আপতিত হয় তবে উপরের ৩.৮৪ নং চিত্র হইতে লেখা যায়

$$d(\mu' \sin \theta_m - \mu \sin i) = m\lambda \quad [\ m \text{ ক্রমের ঝালরের জন্য}\ ] \quad (3.194)$$

শূন্য ক্রমের ঝালরের ক্ষেত্রে এই সমীকরণ দাড়াইবে

$$\mu' \sin \theta_0 - \mu \sin i = 0 \quad (3.195)$$

এবং প্রথম ক্রমের ঝালরের জন্য লেখা যায়

$$d(\mu' \sin \theta_1 - \mu \sin i) = \lambda$$

বা $$d(\mu' \sin \theta_1 - \mu' \sin \theta_0) = \lambda$$

[সমীকরণ 3.195 ব্যবহার করিয়া]

আবের নীতি অনুসারে বিভেদিত হইবার জন্য বস্তুর ব্যবর্তন ঝালরের অন্ততঃ শূন্য এবং প্রথম ক্রমের ঝালরের অভিলক্ষ্যের মধ্য দিয়া গমন করা প্রয়োজন। আর চিত্র নং ৩.৮৪ হইতে লেখা যায় যে d এর ক্ষুদ্রতম মান তখনই দাড়াইবে

যখন শূন্য এবং প্রথম ক্রমের ঝালর অভিলক্ষ্যের দুই বিপরীত প্রান্তের মধ্য দিয়া গমন করিবে। এই অবস্থায় লেখা যাইবে

$$\theta_0 = -\theta_1$$

সুতরাং $d(\mu' \sin\theta_1 - \mu' \sin\theta_0) = \lambda$

বা $$d = \frac{\lambda}{\mu' \sin\theta_1 + \mu' \sin\theta_1} = \frac{\lambda}{2\mu' \sin\theta_1}$$

$$= \frac{\lambda}{\text{সংখ্যাত্মক উন্মেষ}} \qquad (3.196)$$

এই আলোচনা হইতে দেখা যায় যে যখন বস্তুটি লেন্সের সাহায্যে আলোকিত হয় তখন ইহার বিভিন্ন বিন্দু হইতে নির্গত আলোর মধ্যে দশার খানিকটা সম্বন্ধ বর্তমান থাকে। আর ইহার ফলে আবের নীতি অনুসারে এই ক্ষেত্রে অণুবীক্ষণের বিভেদন ক্ষমতার সীমা পাওয়া যায় সমীকরণ 3.196 হইতে। অথচ বস্তুটি যদি বাহিরের আলোকের সাহায্যে আলোকিত না হইয়া নিজেই আলোক বিকীরণ করে তবে দেখা গিয়াছে যে ইহার বিভেদন ক্ষমতা পাওয়া যায় সমীকরণ 3.180 হইতে। দ্বিতীয় ক্ষেত্রে একটি 1.22 গুণকের আবির্ভাব ঘটে।

চতুর্থ পরিচ্ছেদ

আলোকের সমবর্তন (Polarisation of light).

আলোকের ব্যতিচার এবং ব্যবর্তনের আলোচনাকালে এ পর্য্যন্ত স্কেলার তরঙ্গ মতবাদ (scalar-wave theory) ব্যবহার করা হইয়াছে। দেখা গিয়াছে যে ব্যবর্তন ও ব্যতিচারের ব্যাখ্যা করিবার জন্য স্কেলার-তরঙ্গ মতবাদই যথেষ্ট। আলোক-তরঙ্গে ভ্রংশের বিশদ প্রকৃতি সঠিকরূপে বর্ণনা না করিলেও চলে। বলা হইয়াছে যে আলোক তরঙ্গের গতির তিনটি বৈশিষ্ট্য বর্তমান :

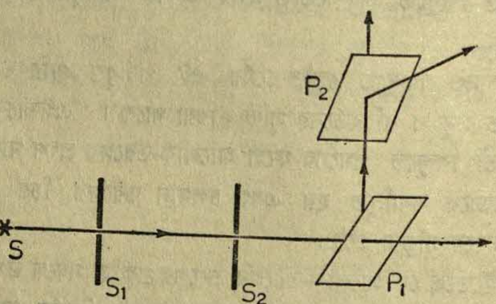
১। প্রতি মুহূর্তে আলোক তরঙ্গের গতির মাধ্যমের যে কোনও বিন্দুতে তরঙ্গের একটি সুনির্দিষ্ট এবং পরিমাপ-যোগ্য ভৌত-ধর্ম থাকে।

২। উক্ত বিন্দুতে এই ভৌত-ধর্মের একটি পর্যাবৃত্ত পরিবর্তন হইয়া থাকে।

৩। কোনও বিন্দুতে ভৌত-ধর্মের এই পর্যাবৃত্ত পরিবর্তন পরমুহূর্তে সংলগ্ন বিন্দুতে অনুরূপ পরিবর্তনের সৃষ্টি করিয়া থাকে। এইভাবে এক বিন্দু হইতে পরবর্তী বিন্দুতে গমনের ফলে আলোক-তরঙ্গের ভ্রংশ মাধ্যমের ভিতর দিয়া অবিরতভাবে প্রবাহিত হয় এবং চলমান তরঙ্গের চিত্র এই তিনটি বৈশিষ্ট্যের সমন্বয়ে গড়িয়া ওঠে।

দেখা যাইতেছে যে আলোক-তরঙ্গের ভ্রংশের প্রকৃতি সম্বন্ধে উপরোক্ত বর্ণনায় সঠিকভাবে কিছু বলা হয় নাই। এই তরঙ্গের প্রকৃতি তির্যক অথবা অনুদৈর্ঘ্য অথবা অন্য কোনওরূপ তাহাও স্পষ্ট করিয়া নির্দেশ করা হয় নাই। ইহার প্রধান কারণ এই যে ভ্রংশের সঠিক প্রকৃতি নির্ণয় করিবার এযাবৎ কোনও প্রয়োজন ছিল না। আলোকের ব্যবর্তন এবং ব্যতিচার আলোচনা করিবার সময় শুধুমাত্র সর্ত ছিল যে ব্যতিচারী আলোক রশ্মিদ্বয়ের ভ্রংশ একই সরল-রেখায় হইবে। তবে এই ভ্রংশ কোনও সুনির্দিষ্ট ভেক্টররাশি হওয়ার প্রয়োজন নাই। মাধ্যমের যে কোনও বিন্দুতে তরঙ্গের যে সুনির্দিষ্ট এবং পরিমাপ যোগ্য ভৌতধর্ম আছে (যাহার একটি পর্যাবৃত্ত পরিবর্তন হইয়া থাকে) সেই ভৌত-ধর্মের পর্যাবৃত্ত পরিবর্তন রশ্মিদ্বয়ে একই দিকে হওয়া প্রয়োজন [সমান্তরাল অথবা প্রতি-সমান্তরাল (parallel or antiparallel)]. সুতরাং এই ভ্রংশের প্রকৃতি ভেক্টররাশি না ধরিয়া স্কেলার রাশি ধরা হইয়াছে। অর্থাৎ ব্যতিচার এবং ব্যবর্তনের আলোচনায় স্কেলার-তরঙ্গ মতবাদই এযাবৎ ব্যবহার করা

হইয়াছে। কিন্তু ভৌত আলোক বিজ্ঞানে এক শ্রেণীর পরীক্ষার ব্যাখ্যার সময় দেখা যায় যে স্কেলার তরঙ্গ মতবাদের সাহায্যে এই ব্যাখ্যা করা সম্ভব হইয়া ওঠে না। এই সমস্ত পরীক্ষার ব্যাখ্যা ঠিকমত করিতে হইলে আলোক তরঙ্গের ভ্রংশের সঠিক প্রকৃতি নির্ণয় করা অবশ্য প্রয়োজন হইয়া দাড়ায়। ফলে স্কেলার তরঙ্গ মতবাদের স্থলে ভেক্টর তরঙ্গ মতবাদ ব্যবহার অপরিহার্য্য হইয়া ওঠে ; অর্থাৎ তরঙ্গের প্রকৃতি তির্যক অথবা অনুদৈর্ঘ্য বা অন্য কোনওরূপ তাহা স্পষ্টভাবে বিবৃত করা অত্যাবশ্যক। তরঙ্গের মধ্যে ভ্রংশের সহিত তরঙ্গের গতিপথের দিকের সম্বন্ধ সুস্পষ্টরূপে না নির্ণয় করিলে এই শ্রেণীর পরীক্ষার ব্যাখ্যা সম্ভব হয় না। আলোকের সমবর্তনের (polarisation) যে সমস্ত পরীক্ষা করা হইয়া থাকে সেইগুলি এই শ্রেণীর পরীক্ষার অন্তর্গত। কি কারণে এই জাতীয় পরীক্ষার ব্যাখ্যার জন্য ভ্রংশের সঠিক প্রকৃতি বর্ণনা করা প্রয়োজন তাহা পরবর্তী আলোচনা হইতে বুঝা যাইবে।



চিত্র ৪.১

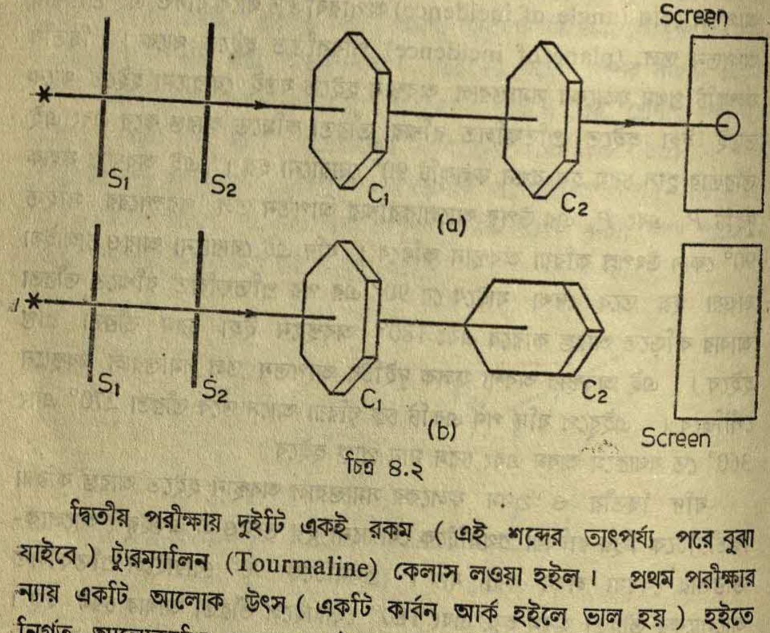
৪.১ নং চিত্রে S একটি আলোক উৎস ; ইহা হইতে নির্গত আলোক S_1 এবং S_2 দ্বারা নিয়ন্ত্রিত হইয়া নাতিসূক্ষ্ম আলোকরশ্মির আকারে কাচের ফলক P_1 এর উপর আপতিত হইতেছে। আপতিত রশ্মির একাংশ ফলক ভেদ করিয়া অপর দিকে চলিয়া যাইবে ; অন্য অংশ প্রতিফলিত হইয়া দ্বিতীয় কাচের ফলক P_2 এর উপর আপতিত হইবে। সাধারণতঃ দ্বিতীয় ফলকেও প্রথম ফলকের প্রতিফলন এবং প্রতিসরণের পুনরাবৃত্তি হইবে অর্থাৎ আপতিত রশ্মির একাংশ ফলক ভেদ করিয়া উপরের দিকে চলিয়া যাইবে এবং অন্য ভাগ প্রতিফলিত হইয়া পাশের দিকে যাইবে। [এখানে কাচের ফলকে আলোকের যে সামান্য শোষণ (absorption) এবং বিক্ষেপণ (scattering) হইবে তাহা গণ্য করা হইতেছে না]।

দেখা যাইবে যে ফলক দুইটি P_1 এবং P_2 যখন সমান্তরাল অবস্থায় থাকে তখন দ্বিতীয় ফলক হইতে প্রতিফলিত রশ্মির তীব্রতার যে মান হয়, দ্বিতীয় ফলকটি ইহাতে আপতিত আলোকরশ্মিকে অক্ষ হিসাবে ব্যবহার করিয়া ঘুরাইলে ঐ তীব্রতার মান কমিতে থাকে। আলোকরশ্মিকে অক্ষ হিসাবে ব্যবহার করিয়া ফলকটি ঘুরাইবার তাৎপর্য্য এই যে এইভাবে ফলকটির উপর আলোকরশ্মির আপতন কোণ (angle of incidence) অপরিবর্তিত থাকে যদিও এই প্রক্রিয়ায় আপতন তল (plane of incidence) পরিবর্তিত হইতে থাকে। দ্বিতীয় ফলকটি প্রথম ফলকের সমান্তরাল অবস্থান হইতে যতই ঘোরানো হইতে থাকে ততই ইহা হইতে প্রতিফলিত রশ্মির তীব্রতা কমিতে আরম্ভ করে এবং এই তীব্রতার হ্রাস চরম হয় যখন ফলকটি 90° ঘোরানো হয়। এই অবস্থায় ফলক দুইটি P_1 এবং P_2 এর উপর আলোকরশ্মির আপতন তল পরস্পরের সহিত 90° কোণ উৎপন্ন করিয়া অবস্থান করিবে। যদি এই ঘোরানো আরও চালাইয়া যাওয়া হয় তবে দেখা যাইবে যে 90° এর পর প্রতিফলিত রশ্মিতে তীব্রতা আবার বাড়িতে আরম্ভ করিবে এবং 180° অবস্থানে ইহা চরম তীব্রতা প্রাপ্ত হইবে। এই অবস্থায় অবশ্য ফলক দুইটির আপতন তল সমান্তরাল অবস্থানে পৌঁছিবে। এইরূপে যদি পূর্ণ একটি চক্র ঘুরিয়া আসে তবে তীব্রতা 270° এবং 360° তে যথাক্রমে অবম এবং চরম মান প্রাপ্ত হইবে।

যদি দ্বিতীয় ও প্রথম ফলকের সমান্তরাল অবস্থান হইতে আরম্ভ করিয়া দ্বিতীয়টিকে স্থির রাখিয়া প্রথমটিকে ঘোরানো হয় তবেও ঐ একইরূপ আলোক-তীব্রতার বৈষম্য লক্ষ্য করা যায়। প্রথমটিকে 90° ঘোরাইলে প্রতিফলিত আলোকের তীব্রতা অবম হয়, এবং 180° ঘোরাইলে তীব্রতা আবার চরম হয়। সুতরাং দেখা যাইতেছে যে তীব্রতার বৈষম্য সৃষ্টির ব্যাপারে দুইটি ফলকই একই ভূমিকা গ্রহণ করিয়া থাকে। আর তীব্রতার মান নির্ভর করে এই দুইটি ফলকের আপতন তলের পারস্পরিক অবস্থানের উপর। আপতন তল দুইটি যদি পরস্পরের সহিত 90° অথবা 270° কোণ উৎপন্ন করে তবে প্রতিফলিত রশ্মির তীব্রতা অবম হইবে আর 0° অথবা 180° কোণ উৎপন্ন করিলে তীব্রতা চরম হইবে। অন্যান্য মধ্যবর্তী কোণে তীব্রতা চরম ও অবমের মধ্যে থাকিবে। যদি ফলক দুইটি একই দিকে একই পরিমাণ ঘোরানো হয় তবে প্রতিফলিত রশ্মির তীব্রতার কোনও তারতম্য হইবে না।

প্রতিফলিত আলোর তীব্রতার এইরূপ পরিবর্তন সাধারণতঃ আলোর প্রতিফলনের ক্ষেত্রে দেখা যায় না। যখন সূর্য্যের আলো কোনও কাচের ফলকে প্রতিফলিত হয়, প্রতিফলিত রশ্মির তীব্রতা নির্ভর করে প্রধানতঃ আপতন

কোণের উপর। আপতন কোণ সমান রাখিয়া যদি ফলকটি ঘোরানো হয় তবে প্রতিফলিত রশ্মির তীব্রতার হ্রাসবৃদ্ধি হয় না, ইহাই সাধারণ অভিজ্ঞতা। কিন্তু এক্ষেত্রে দেখা যাইতেছে যে আলোকরশ্মি যদি দুইবার প্রতিফলিত হয় তবে দুইটি প্রতিফলকের আপতন তলের পারস্পরিক অবস্থানের সম্বন্ধের উপর প্রতিফলিত রশ্মির তীব্রতা নির্ভর করে।



চিত্র ৪.২

দ্বিতীয় পরীক্ষায় দুইটি একই রকম (এই শব্দের তাৎপর্য্য পরে বুঝা যাইবে) ট্যুরম্যালিন (Tourmaline) কেলাস লওয়া হইল। প্রথম পরীক্ষার ন্যায় একটি আলোক উৎস (একটি কার্বন আর্ক হইলে ভাল হয়) হইতে নির্গত আলোকরশ্মি যথাক্রমে এই কেলাস দুইটি C_1 এবং C_2 এর উপরে আসিয়া পড়িতেছে এবং ইহাদের মধ্য দিয়া যাইবার পর পর্দায় পড়িতেছে। এখানে ধরা হইয়াছে যে কেলাস দুইটি প্রথমে সমান্তরাল এবং সদৃশ অবস্থানে আছে [চিত্র নং ৪.২(a)]। এই অবস্থা হইতে যদি দ্বিতীয় কেলাস C_2 টি আলোকরশ্মিকে অক্ষ করিয়া নিজতলে ঘোরানো হয় তবে দেখা যায় যে পর্দার উপরের আলোকের প্রতিকৃতির তীব্রতা ক্রমশ কমিয়া আসিতেছে। C_2 যখন সদৃশ অবস্থান হইতে $90°$ ঘুরিয়া আসে তখন পর্দার উপরের আলো সম্পূর্ণ অদৃশ্য হইয়া যায় [ছিত্র নং ৪.২(b)]। বলা যায় যে আলোর তীব্রতা $0°$ অবস্থানে চরম মান হইতে $90°$ অবস্থানে অবমে (এক্ষেত্রে শূন্য) পরিবর্তিত হয়। দ্বিতীয় কেলাস C_2 কে আরও ঘুরাইতে থাকিলে পর্দার আলো আবার ফুটিয়া ওঠে এবং C_2 যখন $180°$ ঘুরিয়া আসে আলোর তীব্রতা আবার চরম

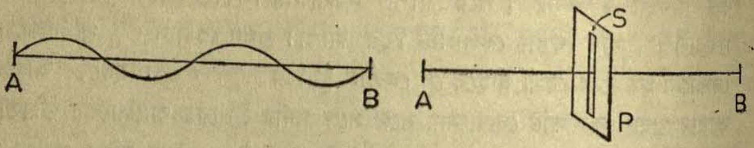
হয়। অবশ্য C_2 এর অবস্থান 0° এবং 90° এর মধ্যে থাকিলে আলোর তীব্রতাও চরম এবং অবমের মধ্যে থাকিবে এবং এই মান নির্ভর করিবে C_2 এর অবস্থানের উপর [পরে বর্ণিত ম্যালাসের সিদ্ধান্ত (Law of Malus) দ্রষ্টব্য]। যদি দ্বিতীয় কেলাসটি স্থির রাখিয়া প্রথম কেলাস C_1 পূর্বোক্তরূপে ঘোরানো হয় তবে দেখা যাইবে যে কেলাস দুইটির সদৃশ অবস্থা হইতে আরম্ভ করিয়া প্রথম কেলাসটি ঘোরানোর সঙ্গে সঙ্গে পর্দার উপরের আলোকের তীব্রতা কমিতে আরম্ভ করিবে এবং C_1 এর 90° অবস্থানে ইহা অদৃশ্য হইয়া যাইবে। আবার C_1 এর 180° অবস্থানে এই তীব্রতা চরমে পৌঁছিবে। 270° এবং 360° অবস্থানেও তীব্রতা যথাক্রমে অবম এবং চরম হইবে। তাহা হইলে দেখা যাইতেছে যে পর্দার উপরের আলোর তীব্রতার হ্রাসবৃদ্ধির ক্ষেত্রে এখানেও দুইটি কেলাসের পূর্বের ফলক দুইটির মত একই ভূমিকা এবং এই তীব্রতা নির্ভর করে কেলাস দুইটির আপেক্ষিক অবস্থানের উপর। যদি দুইটি কেলাস একই দিকে একই পরিমাণ ঘোরানো হয় তবে আলোর তীব্রতার কোনও পরিবর্তন হয় না, কারণ এক্ষেত্রে কেলাস দুইটির আপেক্ষিক অবস্থান অপরিবর্তিত থাকে।

এখন যদি একটি কেলাস সরাইয়া লওয়া হয় তবে আলোকরশ্মি শুধুমাত্র একটি কেলাসের মধ্য দিয়া গিয়া পর্দায় পড়িবে। এইবার এই কেলাসটি আলোকরশ্মিকে অক্ষ করিয়া ঘোরানো হইলে দেখা যাইবে যে পর্দার উপরের আলোর তীব্রতার কোনও পরিবর্তন হইতেছে না। যদি কেলাসের মধ্য দিয়া গমনের ফলে যে বিক্ষেপণ ও শোষণ হয় তাহা হিসাবের মধ্যে ধরা না হয় তবে পর্দার উপরের আলোর তীব্রতা আলোকরশ্মির কেলাসের মধ্য দিয়া যাইবার পূর্বে যে তীব্রতা থাকে তাহার অর্ধেক হইবে (ইহার কারণ দ্বৈধ-প্রতিসরণের আলোচনা হইতে বুঝা যাইবে)। আর কেলাসটি ঘুরাইলে এই তীব্রতা অপরিবর্তিত থাকিবে।

উপরোক্ত দুইটি পরীক্ষার ব্যাখ্যা করিতে গেলে দেখা যাইবে যে আলোক-তরঙ্গে ভ্রংশের প্রকৃতি সম্বন্ধে সঠিকভাবে কোনও নীতি বিবৃত না করিলে এই ব্যাখ্যা করা সম্ভব হয় না। বায়ু মাধ্যমে শব্দ তরঙ্গের সম্বন্ধে সঠিকরূপে জানা আছে যে এই তরঙ্গে ভ্রংশের প্রকৃতি অনুদৈর্ঘ্য। আবার বেহালা বা এসরাজের তারে ছড়ের সাহায্যে যে তরঙ্গ সৃষ্টি করা হয় তাহাদের প্রকৃতি তির্যক। সাধারণতঃ এই দুই প্রকারের তরঙ্গের সহিতই আমরা পরিচিত।

উপরের দুইটি পরীক্ষায় যে আলোকতরঙ্গ ব্যবহার করা হইয়াছে তাহাদের প্রকৃতি তির্যক কি অনুদৈর্ঘ্য বা অন্য কোনও প্রকারের তাহা বর্ণিত দুইটি পরীক্ষার

ফলাফলের সাহায্যে নির্ণয় করা যায়। এ সম্বন্ধে স্পষ্টরূপে কিছু বলিবার পূর্বে নিম্নলিখিত পরীক্ষাটির কথা বিবেচনা করা যাক।



চিত্র ৪.৩

একটি সরু ও লম্বা ধাতুর তার A এবং B বিন্দুর মধ্যে টান করিয়া বাধা আছে। এই তারটি যদি লম্বালম্বিভাবে স্যাময় চামড়া (chamois leather) দ্বারা দ্রুত ঘষা হয় তবে ইহা হইতে একটি তীক্ষ্ণ শব্দ বাহির হইবে। এই ক্ষেত্রে তারে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের সৃষ্টি হইতেছে। আবার যদি কোনও ছড়ের সাহায্যে তারটিকে আড়াআড়িভাবে টানা হয় তবে ইহা হইতে অন্য কম্পাঙ্কের সুর পাওয়া যাইবে। এই বেলায় তারে যে তরঙ্গের সৃষ্টি হইবে তাহার প্রকৃতি তির্যক। P একটি পাতলা ধাতব ফলক। ইহাতে একটি সরু রেখাছিদ্র S কাটা হইয়াছে। এইবার তারটি রেখাছিদ্রের মধ্য দিয়া গলাইয়া দিয়া টানিয়া বাধা হইল। ফলকের তলটি তারের দৈর্ঘ্যের সহিত অভিলম্বভাবে অবস্থান করিতেছে এই অবস্থায় তারটি লম্বালম্বিভাবে টানিয়া যদি ইহাতে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের সৃষ্টি করা হয় এবং ফলকটি নিজের তলে ঘোরানো হয় তবে দেখা যাইবে যে কোন অবস্থানেই ইহা তারের মধ্যেকার তরঙ্গকে প্রভাবিত করিবে না অথবা থামাইয়া দিবে না। কিন্তু যদি ছড়ের সাহায্যে তারে তির্যক তরঙ্গের সৃষ্টি করা হয় এবং তারপরে ফলকটি নিজতলে ঘোরানো হয় তবে ব্যাপারটা অন্যরূপ দাড়াইবে। তারের বিভিন্ন অংশের ভ্রংশ একটি বিশেষ তলে হইতে থাকিবে এবং কম্পন থামিয়া না যাওয়া পর্য্যন্ত এই তলের অবস্থান অপরিবর্তিত থাকিবে। ফলকটি যদি এমনভাবে রাখা যায় যে রেখাছিদ্রের দৈর্ঘ্য এই কম্পনতলের সহিত মিলিয়া যায় তবে তারের কম্পন এই ফলকের দ্বারা মোটেই প্রভাবিত হইবে না। কিন্তু ফলকটি নিজতলে ঘুরাইতে আরম্ভ করিবার সঙ্গে সঙ্গে তারের কম্পনও কমিতে সুরু করিবে। প্রথমে এই হ্রাসের পরিমাণ কম হইবে কিন্তু প্রারম্ভিক অবস্থান হইতে ফলকটি 90° ঘুরিয়া আসিবার পর তারের কম্পন সম্পূর্ণ বন্ধ হইয়া যাইবে। অবশ্য এখানে ধরা হইয়াছে যে রেখাছিদ্রটির প্রস্থ তারের ব্যাসের অপেক্ষা খুব সামান্যই বেশী এবং ফলকটি এমনভাবে রাখা হইয়াছে যে অকম্পিত অবস্থায় তারটি রেখাছিদ্রের

কোনও ধার স্পর্শ করিতেছে না ; আর রেখাছিদ্রের দৈর্ঘ্য তারের বিস্তারের অন্ততঃ দ্বিগুণ এবং এই দৈর্ঘ্যের মধ্যবিন্দু তারের অকম্পিত অবস্থানের সহিত সম্পাতী (coincident). যদি ছড়ের দ্বারা তারটিতে তির্যক তরঙ্গের সৃষ্টির চেষ্টা চালাইয়া যাওয়া হয় এবং সঙ্গে সঙ্গে ফলকটি ঘোরানো হয় তবে দেখিতে পাওয়া যাইবে যে 90° অবস্থান হইতে আরও বেশী ঘুরাইলে আবার তারের কম্পন বাড়িতে থাকিবে এবং 180° অবস্থানে এই কম্পনের মান চরমে পৌঁছিবে। 270° এবং 360° অবস্থানে এই কম্পন যথাক্রমে শূন্য এবং চরম মান প্রাপ্ত হইবে।

এই পরীক্ষা হইতে সাদৃশ্যের (analogy) সাহায্যে পূর্বোক্ত পরীক্ষার ব্যাখ্যা করা যাইতে পারে। প্রথমে দ্বিতীয় পরীক্ষাটির কথা ধরা যাক। তারের মধ্যে যখন অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ সৃষ্টি করা হয় তখন ইহার কম্পন এরূপ প্রকৃতির হয় যে তারের অকম্পিত অবস্থানে ইহার দৈর্ঘ্যের মধ্য দিয়া যাওয়া যে কোনও তলের সম্পর্কে ইহা প্রতিসম (symmetrical). অর্থাৎ এই তলের সম্পর্কে কম্পন বিশেষ কোনও দিক গ্রহণ করে না, ফলে রেখাছিদ্রের দৈর্ঘ্য যে দিকেই থাকুক না কেন (ফলকের তল অপরিবর্তিত রাখিয়া) তারের কম্পন ইহা দ্বারা প্রভাবিত হয় না। কিন্তু তির্যক তরঙ্গের বেলায় ইহা সত্য নহে। এই কম্পনের ক্ষেত্রে তারের বিস্তার এমনভাবে হইতে থাকে যাহাতে এই বিস্তারের তল একটি বিশেষ তল গ্রহণ করে। যদি রেখাছিদ্রের দৈর্ঘ্য এই তলের সমান্তরাল হয় (0°, 180° অথবা 360° অবস্থানে) তবে তারের কম্পন অপরিবর্তিত থাকে। কিন্তু এই দিক পরিবর্তিত হওয়ার সঙ্গে সঙ্গে কম্পনের বিস্তারও কমিতে থাকে এবং ফলকের 90° ঘুরিবার ফলে কম্পন সম্পূর্ণ বন্ধ হইয়া যায়। 180° এবং 270° অবস্থানও অনুরূপভাবে সহজেই ব্যাখ্যা করা যাইতে পারে।

সুতরাং কেলাস দুইটির যে কোনও একটিকে আলোকরশ্মিকে অক্ষ করিয়া ঘুরাইলে পারগত (transmitted) আলোর তীব্রতার তারতম্য এই পরীক্ষা হইতে সাদৃশ্যের সাহায্যে বুঝিতে পারা যাইবে। আলোকতরঙ্গের ভ্রংশ যদি অনুদৈর্ঘ্য হয় তবে ইহা তরঙ্গের গতির দিকের সহিত সম্পাতী (coincident) হইবে। এক্ষেত্রে এই ভ্রংশ আলোকরশ্মির গতির সরলরেখার দিকে সংঘটিত হইবে। কেলাসের মধ্যের অণুর বিন্যাসের ফলে ধরা যাইতে পারে যে ইহার মধ্যে পূর্বোক্ত ধাতব ফলকের রেখাছিদ্রের ন্যায় একটি (প্রকৃতপক্ষে দুইটি) দিক আছে। এই কেলাসটি যখন ঘোরানো হইবে তখন আলোকতরঙ্গের অনুদৈর্ঘ্য ভ্রংশ এই প্রক্রিয়ার দ্বারা মোটেই প্রভাবিত হইবে না। অপরপক্ষে যদি ভ্রংশ তির্যক

হয় তবে প্রথম কেলাসের মধ্য দিয়া যাইবার সময় এই ভ্রংশ রেখাছিদ্রের দৈর্ঘ্যের সমান্তরাল হইবে। দ্বিতীয় কেলাসের অবস্থান যদি প্রথমটির সমান্তরাল হয় তবে ইহার মধ্য দিয়া যাইবার সময় আলোকতরঙ্গের ভ্রংশ প্রভাবিত হইবে না এবং দ্বিতীয় কেলাসের মধ্য দিয়া পারগত (transmitted) আলোর তীব্রতা অপরিবর্তিত থাকিবে। কিন্তু এই সমান্তরাল অবস্থান হইতে দ্বিতীয় কেলাসটি যখনই ঘোরানো হইবে সঙ্গে সঙ্গে পারগত আলোর তীব্রতাও হ্রাস পাইতে থাকিবে। 90° ঘুরাইলে ভ্রংশ সম্পূর্ণ বন্ধ হইয়া যাইবে এবং পারগত আলোর তীব্রতাও শূন্যে পরিণত হইবে। এই ঘোরানো চালাইয়া যাইতে থাকিলে 180° এবং 360° অবস্থানে আলোর তীব্রতা চরম এবং 270° অবস্থানে অবম হইবে আর ইহাদের মধ্যবর্তী অবস্থানে আলোর তীব্রতার মানও চরম ও অবমের মধ্যবর্তী হইবে। আর যদি ভ্রংশের দিক ইহার মাঝামাঝি হয় অর্থাৎ যদি ইহা আলোর গতিপথের দিকের সঙ্গে 0° এবং 90° এর মাঝামাঝি কোনও কোণ উৎপন্ন করে তবে ইহাকে তির্যক এবং অনুদৈর্ঘ্য দুইটি উপাংশে (component) ভাগ করা যাইতে পারে। ইহাদের মধ্যে অনুদৈর্ঘ্য উপাংশের জন্য আলোর যে তীব্রতার সৃষ্টি হইবে তাহা কোনও একটি কেলাস ঘুরাইয়া শূন্যে পরিণত করা সম্ভব হইবে না। কিন্তু পরীক্ষা হইতে দেখা গিয়াছে যে কেলাসের 90° এবং 270° অবস্থানে আলোর তীব্রতার মান শূন্য দাড়ায়। অতএব আলাকতরঙ্গের ভ্রংশের সম্ভাব্য তিনটি বিকল্পের মধ্যে তির্যক ভ্রংশের মতবাদই পরীক্ষাফলের সহিত সামঞ্জস্য রক্ষা করিতে পারে। আর ইহাও সহজেই বুঝিতে পারা যায় যে যেহেতু কেলাস দুইটির আপেক্ষিক অবস্থানই আলোকের তীব্রতা নির্ণয় করিবে, ইহাদের যে কোনও একটি স্থির রাখিয়া অপরটি ঘুরাইলে আলোক-তীব্রতার পূর্ববর্ণিত হ্রাসবৃদ্ধি হইবে।

উপরের যুক্তি হইতে বুঝা যাইতেছে যে আলোক তরঙ্গে ভ্রংশের প্রকৃতি তির্যক। কিন্তু এই ভ্রংশ আলোকের গতির সহিত অভিলম্ব তলে হইবে এই পর্য্যন্তই বলা যাইতেছে। এই তলে ভ্রংশের দিক সম্বন্ধে সঠিকভাবে কিছু এখনও বলা যাইতেছে না। আবার ইহাও দেখা যায় যে শুধু একটি কেলাস ব্যবহার করিয়া এইটি ঘুরাইলে আলোর তীব্রতা অপরিবর্তিত থাকে। কাজেই দেখা যাইতেছে যে আলোকরশ্মির গতির অভিলম্বতলে ভ্রংশের বিশেষ কোনও অধিমান্য দিক (preferred direction) নাই, যে কোনও দিকেই ভ্রংশ হওয়া সম্ভব। প্রথম কেলাসের ভিতর দিয়া যাইবার পর এই ভ্রংশ একটি বিশেষ দিকে হইতে থাকে (যাহা আলোচিত রেখাছিদ্রের সমান্তরাল দিকে অবস্থিত)। ফলে আলোক তরঙ্গের তির্যক ভ্রংশে একটি বিশেষ দিক আরোপিত হয়।

এইরূপ আলোকরশ্মি যাহাতে তির্যক ভ্রংশ একটি বিশেষ দিকে সম্পন্ন হইতেছে সাধারণ আলোক হইতে আলাদা প্রকৃতির হইবে। আলোকের এইরূপ বৈশিষ্ট্যকে (যাহাতে তির্যক ভ্রংশের একটি বিশেষ অধিমান্য দিক থাকে) **আলোকের সমবর্তন** বলা হয়।

আলোকের প্রতিফলন সম্বন্ধে প্রথম পরীক্ষাও আলোক তরঙ্গে ভ্রংশের উপরোক্ত চিত্রের সাহায্যেই একমাত্র ব্যাখ্যা করা যাইতে পারে। তির্যক ভ্রংশ প্রথম ফলকে প্রতিফলনের ফলে একটি বিশেষ দিক নিতে থাকে এবং প্রতিফলিত আলোকরশ্মি আংশিকরূপে সমবর্তিত হয়। দ্বিতীয় ফলকটি যদি প্রথমটির সমান্তরালে অবস্থান করে তবে ইহা হইতে দ্বিতীয় প্রতিফলনে আলোকের তীব্রতা প্রথম প্রতিফলনের সমান ভগ্নাংশেই কমিবে। কিন্তু যখন দ্বিতীয়টি এমনভাবে ঘোরানো হইবে যাহাতে দুইটি ফলকে আলোকের আপতন তল পরস্পর অভিলম্ব অবস্থান গ্রহণ করিবে, তখন সমবর্তিত আলোকরশ্মির প্রতিফলন অবম হইবে। [ফলক পুঞ্জের আলোচনা দ্রষ্টব্য]. এই পরীক্ষাটির খানিকটা এমনভাবে পরিবর্তন করা যাইতে পারে যাহাতে ট্যুরম্যালিনের কেলাসের পরীক্ষার সহিত ইহার সাদৃশ্য স্পষ্ট হয় এবং ঐ ক্ষেত্রে প্রযুক্ত ব্যাখ্যা এই প্রতিফলনের ক্ষেত্রেও ব্যবহার করা যাইতে পারে।

আলোকরশ্মি প্রথম ফলক P_1 হইতে প্রতিফলিত হইবার পর একটি ট্যুরম্যালিন কেলাসের ভিতর দিয়া পাঠানো হইল। এই কেলাসটি দ্বিতীয় ফলক P_2 এর বদলে বসানো হইতেছে। এইবার কেলাসটি আলোর অক্ষে পূর্ববর্ণিতরূপে ঘুরাইলে দেখা যাইবে যে পারগত (transmitted) আলোর তীব্রতার হ্রাসবৃদ্ধি হইতেছে এবং প্রতি 90° ঘুরানোর ফলে তীব্রতার মান একবার করিয়া চরম ও অবমের মধ্যে পরিবর্তিত হইতেছে। আবার যদি আলোকরশ্মি প্রথম ফলক P_1 এ প্রতিফলিত করার পরিবর্তে প্রথমেই একটি ট্যুরম্যালিন কেলাসের মধ্য দিয়া পাঠানো হয় এবং পরে এই পারগত রশ্মি দ্বিতীয় ফলক P_2 এ প্রতিফলিত করা হয় তাহা হইলেও দেখা যায় যে দ্বিতীয় ফলকটি পূর্ববর্ণিতরূপে ঘুরাইলে ইহা হইতে প্রতিফলিত আলোর তীব্রতার চক্রাকারে (cyclically) হ্রাসবৃদ্ধি হইতে থাকে। সুতরাং এই পরীক্ষা হইতে দেখা যাইতেছে যে প্রতিফলনের ফলে আলোকের যে পরিবর্তন হইতেছে তাহার প্রকৃতি দুইটি ট্যুরম্যালিনের পরীক্ষার মত একই প্রকারের। সুতরাং দুইটি ট্যুরম্যালিনের বেলায় এই হ্রাসবৃদ্ধির যে ব্যাখ্যা দেওয়া হইয়াছে দুইটি প্রতিফলনের বেলায় তাহা সমভাবেই প্রযোজ্য। অর্থাৎ এই উভয় পরীক্ষা এই তথ্যই প্রমাণ করিতেছে যে আলোকতরঙ্গের ভ্রংশ তির্যক এবং ইহা আলোর

গতির সহিত অভিলম্বে অবস্থিত তলে সংঘটিত হয় যদিও এই তলে ভ্রংশের কোনও বিশেষ দিক নাই, ইহা আলোকরশ্মিকে অক্ষ করিয়া এই অভিলম্ব তলের যে কোনও দিকে হইতে পারে।

অতএব দেখা যাইতেছে যে এ যাবৎ ব্যতিচার এবং ব্যবর্তনের পরীক্ষা সমূহের জন্য আলোক তরঙ্গে ভ্রংশের প্রকৃতি সঠিকভাবে বর্ণনা না করিয়াও পরীক্ষালব্ধ ফলাফলের প্রয়োজনীয় ব্যাখ্যা করা সম্ভব হইয়াছে। কিন্তু আলোকের সমবর্তনের বেলায় ভ্রংশের প্রকৃতি সম্বন্ধে এইরূপ অস্পষ্টতা আর বজায় রাখা সম্ভব নহে এবং এই জন্যই পূর্বোক্ত পরীক্ষা দুইটির ব্যাখ্যা করার জন্য ভ্রংশের তির্যক প্রকৃতি সুস্পষ্টরূপে ব্যক্ত করিতে হইয়াছে। অতএব এযাবৎ ব্যবহৃত স্কেলার-তরঙ্গ মতবাদের পরিবর্তে ভেক্টর-তরঙ্গ মতবাদের প্রবর্তন করা আবশ্যিক হইয়া পড়িয়াছে এবং এই ভ্রংশের প্রকৃতি তির্যক ও আলোক তরঙ্গের গতির অভিলম্বতলে সংঘটিত হয় বলিয়া বর্ণিত পরীক্ষা দুইটির দ্বারা প্রমাণিত হইয়াছে।

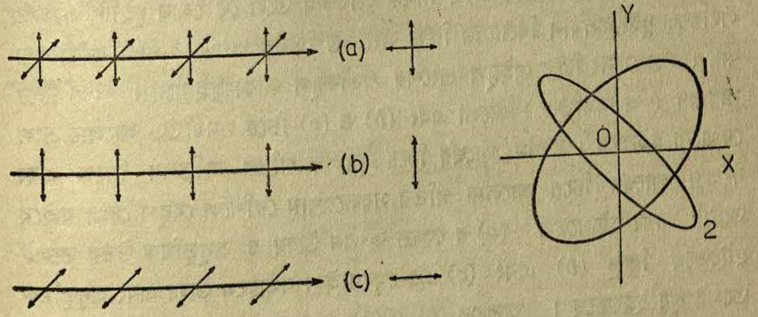
সাধারণ আলোতে কম্পনের প্রকৃতি (Nature of vibration in ordinary light).

উপরোক্ত পরীক্ষা দুইটি হইতে দেখা গিয়াছে যে প্রতিফলন অথবা কেলাসের মধ্য দিয়া পারগত (transmittcd) হওয়ার ফলে সাধারণ আলোর ভ্রংশের রূপান্তর (modification) হয় এবং ইহার ফলে প্রতিফলিত বা পারগত আলোর সমবর্তন হইয়া থাকে। বর্ণিত প্রক্রিয়ায় যে ধরণের সমবর্তন হয় তাহাতে ভ্রংশ একটি বিশেষ তির্যক সরলরেখায় হইতে থাকে। কাজেই স্বভাবতই প্রশ্ন ওঠে যে সাধারণ আলোতে ভ্রংশের প্রকৃত স্বরূপ কি; অর্থাৎ প্রতিফলন বা পারগতির (transmission) পূর্বে এই ভ্রংশের প্রকৃতি জানা প্রয়োজন হইয়া পড়িয়াছে। প্রচলিত ধারণা অনুসারে বলা যায় যে সাধারণ আলোকের ক্ষুদ্র উৎসগুলি শক্তি শোষণের ফলে উত্তেজিত হইয়া আলোক বিকীরণ করিতে থাকে। এই বিকীর্ণ আলোতে তরঙ্গের ভ্রংশ তির্যক (কিন্তু কোন বিশেষ সরলরেখায় নহে) এবং ইহা প্রথম বিকীরণ আরম্ভ করিবার সময় যে কোন একটি এলোমেলো (random) দশা ধ্রুবক নিয়া সুরু হয় (তরঙ্গ সমীকরণ 1.62 দ্রষ্টব্য)।

বিভিন্ন প্রকার অবমন্দনের (damping) ফলে ক্রমে এই বিকীরণ কমিয়া আসিতে থাকে এবং কালে সম্পূর্ণ বন্ধ হইয়া যায় যে পর্য্যন্ত না নূতন শক্তি শোষণের ফলে এই প্রক্রিয়ার পুনরাবৃত্তি হয়। একবার উত্তেজিত হইবার ফলে

একটি উৎস গড়ে 10^{-8} sec. সময় আলোকবিকীরণ করিয়া থাকে এবং বিকীরণ আরম্ভ করিবার সময় ভ্রংশের দশাধ্রুবক সম্পূর্ণ এলোমেলো (random) হইয়া থাকে। আর এই ভ্রংশের প্রকৃতি সাধারণভাবে হইবে উপবৃত্তীয় (elliptical). উপবৃত্তটি আলোকের গতির অভিলম্বতলে অবস্থিত থাকিবে এবং ইহার মুখ্য ও গৌণ (major and minor) অক্ষদ্বয় এই তলে যে কোনও অবস্থানে থাকিবে। প্রতিবার নূতন করিয়া বিকীরণ আরম্ভ করিলে এই অক্ষদ্বয়ের অবস্থান পরিবর্তিত হইবে। যেহেতু প্রতি সেকেণ্ডে গড়ে 10^8 বার এই রকম নূতন বিকীরণ আরম্ভ হইবে, সুতরাং বলা যায় যে এই উপবৃত্তের অক্ষদ্বয়ের অবস্থান সর্বদিকেই গড়ে সমান হইবে। আবার ক্ষেত্রবিশেষে (দশাধ্রুবকের মানের উপর নির্ভর করিয়া) এই উপবৃত্ত সরলরেখা এবং বৃত্তেও পরিবর্তিত হইবে।

এই তিনপ্রকার ভ্রংশকেই (উপবৃত্তীয়, বৃত্তীয় ও সরলরৈখিক) আলোক-তরঙ্গের অভিলম্বতলে যে কোনও দুইটি পরস্পর লম্ব দিকে উপাংশে (components) বিভেদন (resolution) করা যায়।



চিত্র ৪.৪

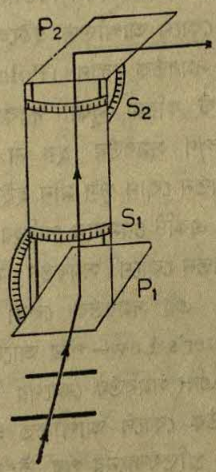
এই উপাংশ দুইটির বিস্তার এবং দশা সরলরেখা ও উপবৃত্তের ক্ষেত্রে ইহাদের অবস্থানের উপর নির্ভর করিবে। বৃত্তের ক্ষেত্রে অবশ্য এইগুলির বিস্তার সমান হইবে আর দশা-পার্থক্য হইবে $\frac{\pi}{2}$. সুতরাং দেখা যাইতেছে যে প্রতি সেকেণ্ডে গড়ে যে 10^8 সংখ্যক নূতনরূপের ভ্রংশের সৃষ্টি হইবে তাহাদের যদি এই দুই পরস্পর লম্ব দিকে উপাংশে বিভেদন করা হয় এবং এই বিভক্ত উপাংশগুলি যোগ করা হয় তবে ইহাদের যোগফল গড়ে দুই দিকেই সমান দাড়াইবে। কাজেই ধরা যায় যে সাধারণ আলোতে ভ্রংশের প্রকৃতি গতির অভিলম্বতলে যে কোন দুইটি পরস্পর লম্বদিকে তির্যক কম্পন হিসাবে কাজ করে আর এই দুইটি

কম্পনের বিস্তার সমান। তবে যে ভাবে ভ্রংশগুলিকে উপাংশে বিভেদন করা হইয়াছে তাহা হইতে স্পষ্টই বুঝা যাইতেছে যে এই দুই দিকের কম্পনের মধ্যে দশার কোনও সম্বন্ধ নাই ; অর্থাৎ ইহাদের বিস্তার সমান হইলেও ইহারা পরস্পর সংসক্ত (coherent) নয়। ৪.৪ নং চিত্রে যে ১নং উপবৃত্তটি আকা হইয়াছে সেটি যদি কোনও যথেচ্ছ দুইটি পরস্পর লম্বদিকে OX এবং OY এ বিভাজন করা যায় তবে এই উপাংশ দুইটির বিস্তার ও দশা আলাদা হইবে। এখন প্রতিবার উত্তেজিত হওয়ার ফলে আলোক উৎস সাধারণতঃ একটি নূতন উপবৃত্তের সৃষ্টি করিবে। এইরূপ আর একটির অবস্থান দেখানো হইয়াছে ২নং উপবৃত্তের দ্বারা। ইহাকে যদি OX এবং OY দিকে বিভাজন করা হয় তবে এই নূতন উপাংশদ্বয়ের বিস্তার ও দশা পূর্বোক্ত উপাংশদ্বয় হইতে আলাদা হইবে। উপবৃত্তের বিশেষ ক্ষেত্র সরলরৈখিক ভ্রংশের বেলায়ও এই একই নীতি প্রযোজ্য হইবে। এইরূপে বহুসংখ্যক পৃথক পৃথক ভ্রংশকে বিভেদন করিয়া OX এবং OY এর দিকের উপাংশগুলি যোগ করিলে পূর্ববর্ণিত ফল পাওয়া যাইবে। অতএব (অসমবর্তিত) আলোতে ভ্রংশ গতির অভিলম্ব তলে যে কোন দুইটি পরস্পর লম্বদিকে দুইটি সমান বিস্তারের কিন্তু অসংসক্ত তির্যক কম্পনের দ্বারা বর্ণনা করা যায়। ৪.৪ নং চিত্রে এইরূপ ভ্রংশের প্রতীকরূপ আকা হইয়াছে। (*a*) চিত্রে সাধারণ (অসমবর্তিত) আলো এবং (*b*) ও (*c*) চিত্রে সমবর্তিত আলোর ভ্রংশ দেখানো হইয়াছে। বাম পার্শ্বের চিত্রে আলোর গতির অভিলম্ব দিকে এবং দক্ষিণ পার্শ্বের চিত্রে আলোর গতির সরলরেখায় দেখিলে যেরূপ দেখা যাইবে তাহাই আকা হইয়াছে। (*a*) র ক্ষেত্রে কম্পন উল্লম্ব ও অনুভূমিক উভয় তলেই হইতেছে কিন্তু (*b*) এবং (*c*) এর ক্ষেত্রে ইহা যথাক্রমে উল্লম্ব এবং অনুভূমিক তলেই শুধু হইতেছে। অতএব (*b*) ও (*c*) এর ক্ষেত্রে আলোর তলীয়-সমবর্তন (plane polarisation) হইয়াছে বলা হয়।

যখন আলোকরশ্মি কোনও স্বচ্ছ কঠিন পদার্থের তলে আপতিত হয় ইহার কিছুটা প্রতিফলিত এবং বাকীটা প্রতিসৃত হয় এবং একটি প্রতিফলিত ও আরেকটি প্রতিসৃত আলোকরশ্মি পাওয়া যায়। কিন্তু 1669 সনে ডেনমার্কের বৈজ্ঞানিক ইরাসমাস বার্থোলিনাস (Erasmus Bartholinus) একটি আইসল্যাণ্ড স্পার (Iceland spar—calcium carbonate crystal) কেলাসের মধ্য দিয়া আলোক পাঠাইয়া দেখিতে পাইলেন যে এইক্ষেত্রে দুইটি প্রতিসৃত রশ্মি পাওয়া গেল। তিনি এই প্রক্রিয়ার নাম দিলেন দ্বৈধ-প্রতিসরণ (double-refraction). হাইগেন্স (Huygens) এই দ্বৈধ-প্রতিসরণ নিয়া পরীক্ষা চালাইবার সময় আলোকের সমবর্তন আবিষ্কার করেন। তিনি দেখিলেন যে প্রতিসৃত রশ্মির

দুইটিতেই সাধারণ আলো হইতে পৃথক ধর্ম বর্তমান এবং এই ধর্মকেই পূর্ববর্ণিত আলোকের তলীয় সমবর্তন বলা হয়। দীর্ঘকাল ধরিয়া ইহা নিয়া আর কোনও পরীক্ষা চালানো হয় নাই। পরে ম্যালাস (Malus) আবার এই ধরণের পরীক্ষা সুরু করেন। লাক্সেমবুর্গ রাজপ্রাসাদের (Luxembourg Palace) জানালার কাচ হইতে প্রতিফলিত আলো তিনি ক্যালসাইট কেলাসের (calcite crystal) মধ্য দিয়া পাঠাইয়া কেলাসটি আলোকরশ্মির অক্ষে ঘুরাইয়া পারগত আলোর তীব্রতা পর্যবেক্ষণ করিবার কালে দেখিতে পান যে কেলাসের বিভিন্ন অবস্থানে আলোর তীব্রতার হ্রাসবৃদ্ধি হইতে থাকে। এই পরীক্ষা তিনি দুইটি কাচের ফলক হইতে আলোর প্রতিফলনের সাহায্যেও পুনরাবৃত্তি করেন। এই ক্ষেত্রেও একটি ফলক আলোক অক্ষে ঘুরাইলে দুইবার প্রতিফলিত আলোর তীব্রতার অনুরূপ তারতম্য লক্ষ্য করেন। এই পরীক্ষার ফলেই আলোর সমবর্তনের সম্বন্ধে স্পষ্ট ধারণার উদ্ভব হয় এবং দেখা যায় যে উপরোক্ত পরীক্ষাগুলি ব্যাখ্যা করিবার জন্য কম্পনের স্কেলারতরঙ্গ মতবাদের স্থলে ভেক্টর-তরঙ্গ মতবাদ ব্যবহার করা আবশ্যক হইয়া দাড়ায়।

প্রতিফলনের ফলে আলোর সমবর্তন বিশদরূপে পরীক্ষা করিবার জন্য যে সমস্ত যন্ত্র ব্যবহার করা হয় Biot's Polariscope তাহাদের অন্যতম।



চিত্র ৪.৫

এই যন্ত্রে একটি ধাতব নল থাকে। এই নলে দুইটি কাচের ফলক P_1 এবং P_2 এমনভাবে লাগানো থাকে যাহাতে প্রত্যেকটি ফলকই দুইটি সরলরেখাকে

অক্ষ করিয়া ঘুরিতে পারে। এই সরলরেখার একটি ধাতব নলের অক্ষের সহিত লম্বভাবে থাকে; এই রেখাকে অক্ষ করিয়া ফলক দুইটি ঘুরাইলে আলোকরশ্মির আপতন কোণের প্রয়োজনমত পরিবর্তন করা যায়। দ্বিতীয় সরলরেখাটি ধাতব নলের অক্ষের সহিত সমান্তরালে অবস্থান করে। এই অক্ষে ফলক ঘুরাইলে আপতন কোণ ঠিক রাখিয়া আপতন তল ইচ্ছামত পরিবর্তন করা যায়।

এই যন্ত্রে পরীক্ষা করিয়া দেখা যায় যে প্রথম ফলকে যে কোনও কোণে আলোককে আপতিত করিয়া যদি দ্বিতীয় ফলকের সমান্তরাল অবস্থানে এই আলো প্রতিফলিত করা যায় তাহা হইলে সাধারণত বেশ খানিকটা আলোক তীব্রতা দেখা যায়। এবার দ্বিতীয় ফলকটি ঘুরাইয়া আপতন তল পরিবর্তিত করিতে থাকিলে ইহা হইতে প্রতিফলিত আলোর তীব্রতা হ্রাস পায় এবং যখন ফলক দুইটিতে আলোর আপতন তলের পারস্পরিক অবস্থান 90° এ আসিয়া দাড়ায় আলোর তীব্রতা তখন অবম মান প্রাপ্ত হয়। সাধারণত এই অবম মান শূন্য হয় না। কিন্তু কাচ, জল প্রভৃতি হইতে প্রতিফলনের ক্ষেত্রে এমন একটি আপতন কোণ আছে যাহার বেলায় দ্বিতীয় ফলক হইতে প্রতিফলিত আলোর তীব্রতা শূন্য হয়। বুঝা যায় যে উক্ত কোণে প্রতিফলিত হইলে আলো সম্পূর্ণ সমবর্তিত হয় যাহার ফলে দ্বিতীয় প্রতিফলনে আলোর তীব্রতা শূন্যে পরিণত হয়। যে কোণে আপতিত হইলে প্রতিফলিত আলোর সম্পূর্ণ সমবর্তন হয় সেই কোণকে সমবর্তক কোণ (Polarising angle) বলা হইয়া থাকে। অবশ্য এটা স্পষ্ট করিয়া বুঝা দরকার যে সমস্ত পদার্থ হইতে প্রতিফলনেই আলোর সম্পূর্ণ সমবর্তন হয় না। অনেক বস্তুর ক্ষেত্রে এই সমবর্তনের পরিমাণ আপতন কোণ ক্ষুদ্র মান হইতে বাড়াইয়া যাইতে থাকিলে প্রথমে বাড়িতে থাকে এবং একটি চরমমান প্রাপ্তির পর আবার কমিয়া আসে। এই সমস্ত ক্ষেত্রে যে আপতন কোণে সমবর্তন সর্বাধিক হয় সেই কোণকে সমবর্তক কোণ বলা হয়। এই সমবর্তক কোণ বস্তুর প্রতিসরাঙ্কের সহিত ব্রুস্টারের সূত্র দ্বারা (Brewster's Law—পরে আলোচ্য) সংযুক্ত।

প্রতিফলনের পরীক্ষা এবং সমবর্তক কোণের সংজ্ঞা হইতে দেখা যায় যে আলো প্রথম ফলকে সমবর্তক কোণে আপতিত হইয়া যখন প্রতিফলিত হয় এই আলো দ্বিতীয় ফলকে প্রতিফলনের পর ইহার তীব্রতা দুইটি ফলকের আপেক্ষিক অবস্থানের উপর নির্ভর করে। ইহারা পরস্পর সমান্তরাল হইলে দ্বিতীয় প্রতিফলনের পর আলোর তীব্রতা চরম হয়। দ্বিতীয় ফলকের যে আপতন তলে আলোর তীব্রতা চরম দাড়ায় সেই তলকে সমবর্তন তল (Plane

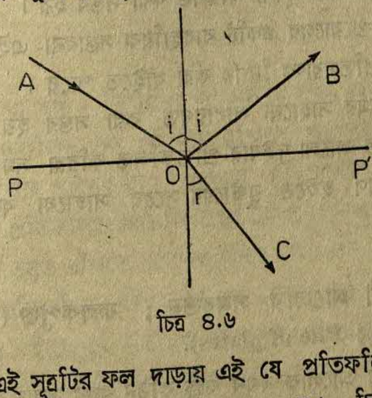
of polarisation) বলা হয়। সুতরাং বুঝা যায় যে এই সংজ্ঞানুসারে প্রতিফলিত আলোর ক্ষেত্রে সমবর্তন তল এবং প্রতিফলন তল সমার্থক এবং পরস্পর সমান্তরাল। আবার ফ্রেনেলের মতানুসারে তলীয় সমবর্তনের বেলায় কম্পনের দিক সমবর্তন তলের সহিত অভিলম্বে অবস্থিত। সুতরাং এই কম্পন ফলকের তলের সহিত সমান্তরালে অবস্থান করিবে।

ব্রুষ্টারের সূত্র (Brewster's Law).

স্যার ডেভিড ব্রুষ্টার (David Brewster) বিভিন্ন বস্তু হইতে প্রতিফলন প্রসূত সমর্বিত আলোর সমবর্তক কোণের মান নিয়া অনেক পরীক্ষা করেন। ইহার ফলে তিনি বস্তুর প্রতিসরাঙ্কের সহিত প্রতিফলিত আলোর সমবর্তক কোণের সম্বন্ধ আবিষ্কার করেন। এই সূত্র অনুসারে

$$\tan i = \mu \tag{4.1}$$

এখানে i = সমবর্তক কোণ ; μ = বস্তুর প্রতিসরাঙ্ক।
এই সূত্রটিকে বলা হয় ব্রুষ্টারের সূত্র।



চিত্র ৪.৬

স্বচ্ছ বস্তুর ক্ষেত্রে এই সূত্রটির ফল দাড়ায় এই যে প্রতিফলিত এবং প্রতিসৃত রশ্মি পরস্পরের সহিত অভিলম্বে অবস্থান করে। চিত্র নং ৪.৬ এ দেখা যাইতেছে যে একটি আলোকরশ্মি AO স্বচ্ছ বস্তুর তল PP' এ O বিন্দুতে আপতিত হইবার ফলে একটি প্রতিফলিত রশ্মি ও আর একটি প্রতিসৃত রশ্মি যথাক্রমে OB এবং OC তে বিভক্ত হইয়াছে। যদি আপতন কোণ i সমবর্তক কোণের সমান হয় তবে ব্রুষ্টারের সূত্রানুসারে

$$\tan i = \mu \quad \text{বা} \quad \frac{\sin i}{\cos i} = \frac{\sin i}{\sin r}$$

$$\text{বা} \quad \cos i = \sin r \qquad \text{বা} \quad i + r = 90^\circ$$

অন্য সম্ভাবনা বাদ দেওয়া যায় কারণ এখানে i এবং r উভয়েই 90° অপেক্ষা ছোট। কাজেই দেখা যাইতেছে যে আলো সমবর্তক কোণে আপতিত হইলে প্রতিফলিত এবং প্রতিসৃত রশ্মি পরস্পর সমকোণে অবস্থান করে।

প্রতিসরাঙ্ক μ আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সহিত পরিবর্তিত হয়। সুতরাং আপতিত রশ্মি যদি সাদা অথবা একাধিক তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সমষ্টি হয় তবে ব্রুস্টারের সূত্র হইতে দেখা যায় যে প্রতিটি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের জন্য সমবর্তক কোণ আলাদা হইবে। ফলে দ্বিতীয় প্রতিফলনে একমাত্র সেই আলোই বন্ধ করা যাইবে যাহার সমবর্তক কোণ আপতন কোণের সমান। অন্যান্য তরঙ্গের আলোর সমবর্তক কোণ আলাদা মানের হওয়ায় এই আপতন কোণে প্রতিফলিত আলো সম্পূর্ণ সমবর্তিত হইবে না। ফলে দ্বিতীয় প্রতিফলনে ইহাদের কম বেশী অংশ প্রতিফলিত হইবে এবং প্রতিফলিত আলো রঙীন হইবে। তবে বিচ্ছুরণের পরিমাণ কম হওয়ায় তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সহিত সমবর্তক কোণের পরিবর্তন খুব সামান্যই হইয়া থাকে, যেজন্য দ্বিতীয় ফলক হইতে প্রতিফলিত আলোর তীব্রতা ফলক ঘুরাইয়া প্রায় শূন্যে পরিণত করা সম্ভব হয়।

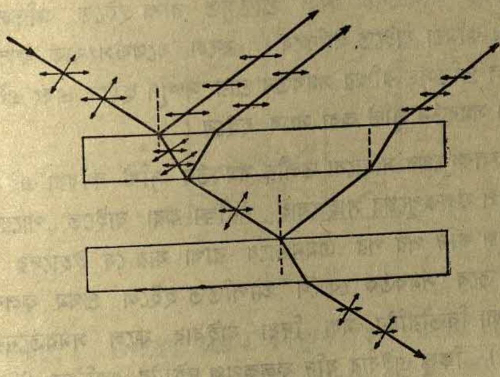
ব্রুস্টারের সূত্রের প্রয়োগের একটি ব্যবহারিক সম্ভাবনা এই যে ইহার সাহায্যে অস্বচ্ছ কঠিন বস্তুর প্রতিসরাঙ্ক নির্ণয় করা যাইতে পারে। অস্বচ্ছ হওয়ায় এই পরীক্ষা প্রতিসৃত রশ্মির সাহায্যে সাধারণত করা সম্ভব হয় না। যদি ইহার মসৃণ করা তল হইতে আলো দুইবার প্রতিফলিত করিয়া সমবর্তক কোণ নির্ণয় করা হয় তবে ঐ কোণ হইতে ব্রুস্টারের সূত্রের সাহায্যে বস্তুটির প্রতিসরাঙ্ক পাওয়া যায়।

প্রতিফলনের দ্বারা আলোর সমবর্তন ; ফলকপুঞ্জ (Polarisation of light by reflection ; Pile of plates).

দেখা গিয়াছে যে আলোক যখন স্বচ্ছ কঠিন বস্তুর সমানতলে আপতিত হয় তখন ইহা প্রতিফলিত এবং প্রতিসৃত দুইটি রশ্মিতে বিভক্ত হয়। আর এই প্রক্রিয়ায় আলোকের সমবর্তন ঘটে।

আলোক যখন সমবর্তক কোণে আপতিত হয় তখন প্রতিফলিত আলোকের সমবর্তন চরম হয় এবং কাচজাতীয় কোন কোন বস্তুর ক্ষেত্রে এই সমবর্তন সম্পূর্ণ হইয়া থাকে। ধরা যাক যে আলো কাচের ফলকে আপতিত হইতেছে। এই ক্ষেত্রে প্রতিফলিত আলো সম্পূর্ণ সমবর্তিত হইবে। কিন্তু স্বচ্ছ কাচের বেলায় আপতিত রশ্মির শতকরা ১৫ ভাগের মত প্রতিফলিত হইবে, বাকীটা প্রতিসৃত হইবে। যদি আপতিত আলো অসমবর্তিত হয় তবে ইহাতে অভিলম্ব

এবং সমান্তরাল (perpendicular and parallel) (চিত্র নং ৪.৪ দ্রষ্টব্য) কম্পনের উপাংশ দুইটির তীব্রতা সমান হইবে। ইহাদের মধ্যে যে কম্পনের দিক আপতন তলের অভিলম্বে অবস্থিত শুধু সেই উপাংশই প্রতিফলিত হইবে, অন্যটি সম্পূর্ণরূপে প্রতিসৃত হইবে। অবশ্য ইহার কারণও



চিত্র নং ৪.৭

সহজেই বুঝিতে পারা যায়। ব্রুষ্টারের সূত্রানুসারে যখন আলো সমবর্তক কোণে আপতিত হয়, প্রতিফলিত এবং প্রতিসৃত রশ্মিদ্বয় পরস্পর সমকোণে অবস্থান করে। আর আলোর ভ্রংশের দিক আলোর গতিপথের অভিলম্বতলে ইহাও দেখা গিয়াছে। প্রতিফলিত আলোর ভ্রংশ যেখানে আপতন তলের অভিলম্বে হইবে, সেস্থলে প্রতিসৃত রশ্মিতে ভ্রংশের দিক আপতন তলে হইতে হইবে। সুতরাং এই দিক প্রতিফলিত রশ্মির সহিত সমান্তরাল দাড়াইবে। আলোর বিকীরণের প্রক্রিয়া এইরূপ যে আলোক উৎসগুলির কম্পনের ফলে আলোকশক্তি বিকীর্ণ হয়। সুতরাং এই বিকীরণ কম্পনের রেখার অভিলম্বে চরম হইবে, আর কমিতে কমিতে কম্পনের সরলরেখার দিকে শূন্য হইবে। কাজেই দেখা যাইতেছে যে এই বিশেষ ক্ষেত্রে (যখন আলো সমবর্তক কোণে আপতিত হয়) উপাংশ দুইটির মধ্যে যেটির কম্পন আপতন তলে ঘটিবে সেটি শুধুমাত্র প্রতিসৃতই হইবে, ইহার কোন অংশই প্রতিফলিত হইবে না।

অতএব দাড়াইতেছে এই যে অসমবর্তিত আলো আপতিত হইয়া যে দুই ভাগে ভাগ হইবে তাহার মধ্যে প্রতিফলিত উপাংশ সম্পূর্ণ সমবর্তিত হইবে। আর প্রতিসৃত আলোতে দুই প্রকার কম্পনের আলোই বর্তমান থাকিবে। তবে ইহাতে সমান্তরাল কম্পনের উপাংশ সম্পূর্ণই থাকিলেও অভিলম্ব উপাংশের

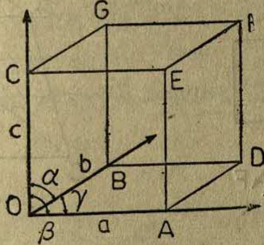
15% অনুপস্থিত থাকিবে কারণ এই অংশ প্রতিফলিত হইয়াছে। কাজেই দেখা যাইতেছে যে ফলকতলে আপতনের পূর্বে দুই উপাংশের তীব্রতা এক হইলেও এখন প্রতিসৃত রশ্মিতে সমান্তরাল উপাংশের তীব্রতা অধিক হইবে। ফলকের দ্বিতীয় তলেও এই প্রক্রিয়ার পুনরাবৃত্তি ঘটিবে। এই আপতন প্রক্রিয়া প্রতিবার সংঘটনের ফলে প্রতিসৃত রশ্মি হইতে অভিলম্ব কম্পনের উপাংশ ক্রমশঃ কমিয়া যাইতে থাকিবে। ফলে যথেষ্টসংখ্যক ফলকের ভিতর দিয়া পাঠাইলে প্রতিসৃত রশ্মির সমবর্তন প্রায় সম্পূর্ণ হইবে এবং এই প্রণালীতে আলোকরশ্মির সমবর্তন সৃষ্টি করা সম্ভব হইবে।

এইরূপ ফলকপুঞ্জের সাহায্যে তলীয় সমবর্তন সৃষ্টি করিয়া এই সমবর্তনের পরিমাণ অনুরূপ ফলকপুঞ্জের সাহায্যেই পরীক্ষা করা যাইতে পারে। দুইটি কাচের ফলকপুঞ্জ যদি পর পর এমনভাবে রাখা যায় যে ইহাদের ফলকগুলি সমান্তরাল হয় তবে সমবর্তক কোণে আপতিত হইলে প্রথম ফলকপুঞ্জটিতে সমবর্তিত আলো দ্বিতীয়টির মধ্য দিয়া যাইবার ফলে সমবর্তনের পরিমাণ আরও বাড়িবে। কিন্তু এইবার যদি ফলকপুঞ্জ দুইটির একটিকে 90° ঘোরানো হয় তবে ইহাদের মধ্যে আপতন তল পরস্পরের সহিত 90° কোণ করিয়া থাকিবে। সুতরাং প্রথম ফলকপুঞ্জ হইতে নির্গত সমবর্তিত আলো দ্বিতীয় ফলকপুঞ্জের দ্বারা সম্পূর্ণ প্রতিহত হইবে এবং ইহা হইতে পারগত আলোর তীব্রতা শূন্য অথবা অবম দাড়াইবে। বলা বাহুল্য এই ফলকপুঞ্জ দুইটির যে কোনও একটির স্থলে ট্যুরম্যালিন জাতীয় কেলাস ব্যবহার করিয়াও উপরোক্ত পরীক্ষা করা যাইতে পারে।

দ্বৈধ-প্রতিসরণ (Double-refraction).

আলোকের সমবর্তনের আলোচনার সময় বলা হইয়াছে যে 1669 খৃষ্টাব্দে ডেনমার্কের বৈজ্ঞানিক ইরাসমাস বার্থোলিনাস (Erasmus Bartholinus) আলোকের দ্বৈধ-প্রতিসরণ আবিষ্কার করেন। ক্যালসাইট (calcite-calcium carbonate) কেলাসের উপর আপতিত আলোকরশ্মি পরীক্ষা করিয়া তিনি দেখিতে পান যে কাচজাতীয় পদার্থে যেখানে একটি প্রতিসৃত রশ্মির সৃষ্টি হয় ক্যালসাইটের ক্ষেত্রে সেখানে সাধারণত দুইটি প্রতিসৃত রশ্মির উদ্ভব হইয়া থাকে। প্রতিসরণে এইরূপ দুইটি রশ্মির সৃষ্টিকে বলা হয় দ্বৈধ-প্রতিসরণ। পদার্থের এই ধর্ম সাধারণভাবে কেলাসের ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য। দেখা গিয়াছে যে যাবতীয় কেলাসকে তাহাদের বাহ্যিক ও আভ্যন্তরিক (external & internal) প্রতিসাম্যের (symmetry) অনুসারে নিম্নলিখিত ৭টি ভাগে বিভক্ত করা যায়।

কেলাসের মধ্যে কোনও স্থানে কেন্দ্র করিয়া যদি তিনটি স্থানাঙ্ক-অক্ষের (co-ordinate axes) সাহায্যে বিভিন্ন অবস্থান বুঝান হয় তবে এই অক্ষ-সমূহের অবস্থান কেলাসের প্রতিসাম্যের সহিত সামঞ্জস্য রাখিয়া নির্বাচন করা প্রয়োজন কারণ একমাত্র এইরূপ নির্বাচনেই কেলাসের পূর্ণ প্রতিসাম্যের চিত্র

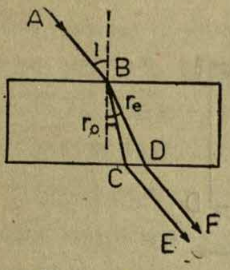


চিত্র ৪.৮

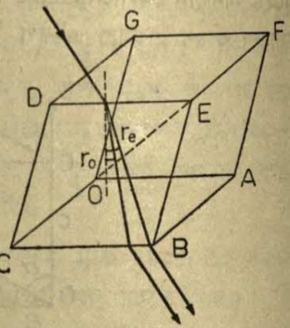
পাওয়া যাইবে। উপরের চিত্রে O বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া যদি তিনটি অক্ষ OA, OB এবং OC এমনভাবে টানা হয় যে A, B এবং C বিন্দুর পারি-পার্শিকতা (environment) O বিন্দুর অনুরূপ এবং এইরূপ সমপারিপার্শিকতার বিন্দুযুগলের দূরত্বের মধ্যে OA, OB এবং OC হ্রস্বতম তাহা হইলে এই অক্ষ তিনটির সাহায্যে একটি একক সেলের (unit cell) সৃষ্টি হইবে; ৪.৮ নং চিত্রে $OADBGCEF$ এইরূপ একটি একক সেল। এই সেলটি কেন্দ্রের তিনদিকে পুনরাবৃত্তি করিয়া সমগ্র কেলাসটি গঠন করা যাইবে। OA, OB এবং OC দূরত্বকে একক স্থানান্তরণ (unit translation) বলা হয়। ইহাদের যথাক্রমে a, b এবং c ভেক্টর দ্বারা চিহ্নিত করা হইল। আর OA এবং OB ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যের কোণ γ, OA OCর মধ্যের কোণ β এবং OB ও OCর মধ্যের কোণ α দ্বারা বুঝান হইল। এই চিত্রানুসারে কেলাসের প্রতিসাম্যের উপর নির্ভর করিয়া সমস্ত কেলাসই নিম্নলিখিত সাতভাগে ভাগ করা যায়।

Cubic	$a=b=c$;	$\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$
Tetragonal	$a=b\neq c$	$\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$
Orthorhombic	$a\neq b\neq c$	$\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$
Hexagonal	$a=b\neq c$	$\alpha=\beta=90^\circ$; $\gamma=120^\circ$
Trigonal	$a=b=c$	$\alpha=\beta=\gamma\neq 90^\circ$
Monoclinic	$a\neq b\neq c$	$\alpha=\gamma=90^\circ$; $\beta\neq 90^\circ$
Triclinic	$a\neq b\neq c$	$\alpha\neq\beta\neq\gamma\neq 90^\circ$

• উপরের সংকেতনে (notation) $a \neq b$ এর অর্থ a এবং b এর দৈর্ঘ্য সমান নহে।



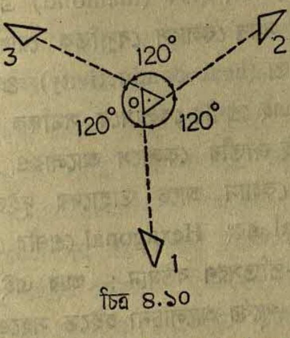
চিত্র ৪.৯ (*a*)



চিত্র ৪.৯ (*b*)

উপরের চিত্র ৪.৯ (*a*)তে দেখানো হইয়াছে যে একটি আলোকরশ্মি AB একটি ক্যালসাইট কেলাসের তলে B বিন্দুতে আপতিত হইতেছে। এই রশ্মি সাধারণভাবে দুইটি প্রতিসৃত রশ্মি BC এবং BD হিসাবে কেলাসটির মধ্য দিয়া যাইবে (প্রতিফলিত রশ্মির কথা এখানে বিবেচনা করা হইতেছে না)। ইহাদের প্রতিসরণ কোণ হইবে যথাক্রমে r_0 এবং r_e. দ্বিতীয় তলে প্রতিসরণের পর নির্গত হইয়া রশ্মিদ্বয় পৃথক দুইটি রশ্মি CE এবং DF হিসাবে গমন করিবে ; আর ইহারা হইবে পরস্পরের সমান্তরাল। কিন্তু কেলাসের মধ্যে প্রতিসরণের সময় দেখা যাইবে যে রশ্মি দুইটির মধ্যে একটি প্রতিসরণের সূত্র দুইটি মানিয়া চলিলেও অপরটি এই সূত্র সাধারণত মানে না। যে রশ্মিটি প্রতিসরণের সূত্র দুইটি মানিয়া চলে তাহাকে 'সাধারণ রশ্মি' (ordinary ray) বলা হয়। অপরটি যেটি সাধারণত প্রতিসরণের কোন সূত্রই মানিয়া চলে না 'অসাধারণ রশ্মি' (extraordinary ray) বলিয়া অভিহিত হইয়া থাকে। অপর চিত্র ৪.৯ (*b*)এ দেখানো হইয়াছে একটি আদর্শ (ideal) ক্যালসাইট কেলাস। এই কেলাসটি ছয়টি সামান্তরিক (parallelogram) সমতল দ্বারা সীমাবদ্ধ। এই সামান্তরিকের কোণ দুইটির মান $101°55'$ এবং $78°5'$. কেলাসের আটটি কোণের প্রতিটিতেই তিনটি সামান্তরিক আসিয়া মিলিত হইতেছে। এই আটটির মধ্যে দুইটি বিপরীত বিন্দু O এবং E বিন্দুতে তিনটি কোণই স্থূলকোণ। অপর ছয়টি বিন্দুতে মিলিত কোণগুলির তিনটির মধ্যে একটি শুধু স্থূলকোণ বাকী দুইটি সূক্ষ্মকোণ। যদি বিন্দু দুইটি O এবং E একটি কাল্পনিক সরলরেখা OE দ্বারা যুক্ত করা হয় তবে এই সরলরেখাটি

OA, OC এবং OG এর সঙ্গে সমান কোণ উৎপন্ন করিবে। সুতরাং যদি OA, OC এবং OG সমান হয় তবে এই কেলাসটি একটি Trigonal system এর কেলাস বুঝাইবে। (ক্যালসাইট প্রকৃতপক্ষেও Trigonal system এরই অধীন)। সেক্ষেত্রে এই কাল্পনিক সরলরেখা OE একটি ত্রিধা-ঘূর্ণন-অক্ষ (threefold axis of rotation) হইবে। অর্থাৎ এই সরলরেখাকে অক্ষ করিয়া ঘুরাইলে প্রতি 120° ঘূর্ণনের পর কেলাসটি একটি পূর্বের অনুরূপ অবস্থান প্রাপ্ত হইবে। অবশ্য ইহাতে ধরা হইয়াছে যে কেলাসটি একটি আদর্শ কেলাস যাহাতে সর্বদিকের বৃদ্ধি সমান হওয়ার ফলে $OA = OC = OG$.



চিত্র ৪.১০

উপরের ৪.১০ নং চিত্রে পৃষ্ঠার অভিলম্বে O বিন্দু দিয়া একটি ত্রিধা-ঘূর্ণন-অক্ষ অবস্থিত। একটি বিষমবাহু ত্রিভুজ 1 অবস্থানে আছে। ত্রিধা-ঘূর্ণন-অক্ষের কার্যের ফলে 120° পর পর 2 এবং 3 অবস্থানে 1 এর অনুরূপ আরও দুইটি ত্রিভুজ পাওয়া যাইবে। সুতরাং যদি কোনও কেলাসে ত্রিধা-ঘূর্ণন-অক্ষ বর্তমান থাকে তাহা হইলে যে কোনও বিন্দু অক্ষের চতুর্দিকে 120° পর পর অনুরূপ বিন্দুর সৃষ্টি করিবে। ক্যালসাইট কেলাসটি যদি OE অক্ষে 120° করিয়া ঘুরানো হয় তবে প্রতিবার 120° ঘূর্ণনের পর ইহার অবস্থান ঘূর্ণনের পূর্বের অবস্থানের সহিত সম্পূর্ণ অনুরূপ হইবে।

ক্যালসাইট কেলাসের বৈশিষ্ট্য এই যে আপতিত কোণ পরিবর্তন করিয়া প্রতিসৃত আলো যদি এই অক্ষের দিকে পাঠানো হয় তবে এই ক্ষেত্রে আলোর দ্বৈধ-প্রতিসরণ হয় না। এই অক্ষকে বলা হয় আলোক-অক্ষ (optic axis). প্রতিসরণের সময় 'সাধারণ' ও 'অসাধারণ' রশ্মিদ্বয়ের মধ্যে যে কৌণিক (angular) ব্যবধান হয় তাহার পরিমাণও নির্ভর করে আপতিত রশ্মির এবং আলোক-অক্ষের পারস্পরিক অবস্থানের উপর। আপতনের ফলে

প্রতিসৃত রশ্মি যতই আলোক-অক্ষের সমান্তরাল দিকে আসিতে থাকে রশ্মি দুইটির মধ্যে কৌণিক ব্যবধানও ততই কমিতে থাকে এবং যখন প্রতিসৃত রশ্মি আলোক-অক্ষের সম্পূর্ণ সমান্তরাল হয় তখন আর ইহাদের কোনও ব্যবধান থাকে না, দুইটি রশ্মিই এক হইয়া যায়। ফলে এই দিকে গমনকারী প্রতিসৃত রশ্মির ক্ষেত্রে আলোর দ্বৈধ-প্রতিসরণ হয় না।

পূর্বে বলা হইয়াছে যে সমস্ত কেলাসকেই প্রতিসাম্যের উপর নির্ভর করিয়া সাতটি শ্রেণীতে বিভক্ত করা যায়। ইহার মধ্যে যে সমস্ত কেলাস ঘনীয় শ্রেণীতে (cubic class) পড়ে তাহাদের ক্ষেত্রে অনেক ভৌত ধর্মই কেলাসের সমস্ত দিকে সমান হয়। সোডিয়াম ও পটাশিয়াম ক্লোরাইড (Sodium and Potassium chloride) এবং হীরক (diamond) এইরূপ ঘনীয় কেলাসের প্রকৃষ্ট উদাহরণ। এই সমস্ত কেলাসে বৈদ্যুতিক রোধ, (electrical resistance) তাপ পরিবাহিতা (heat conductivity) প্রভৃতির মান সর্বদিকেই সমান হয়। এইজন্য এই শ্রেণীর কেলাসকে সমদিক (isotropic) কেলাসও বলা হইয়া থাকে। এই জাতীয় কেলাসে আলোরও দ্বৈধ-প্রতিসরণ হয় না। অপর যে ছয়টি শ্রেণীর কেলাস আছে তাহাদের দুইভাগে ভাগ করা যায়। Tetragonal, Trigonal এবং Hexagonal শ্রেণীর কেলাসের বৈশিষ্ট্য এই যে ইহাতে আলোর দ্বৈধ-প্রতিসরণ বর্তমান; আর এই দ্বৈধ-প্রতিসরণ একটি দিকে বন্ধ হইয়া যায়। পূর্বের আলোচনা হইতে সহজেই অনুমান করা যায় যে এই দিকটি আলোক-অক্ষের সমার্থক। এই সমস্ত কেলাসকে একাক্ষ (uniaxial) কেলাস বলা হয়।

কিন্তু বাকী যে তিনটি শ্রেণীর কেলাস আছে, যাহারা orthorhombic, monoclinic এবং triclinic শ্রেণীতে বিভক্ত, তাহাদের ক্ষেত্রেও দ্বৈধ-প্রতিসরণ হইয়া থাকে; আর ইহাদের বেলায়ও অনুরূপ আলোক-অক্ষ বর্তমান। শুধু পার্থক্য এই যে ইহাদের মধ্যে দুইটি দিক থাকে যেদিকে প্রতিসৃত আলোর দ্বৈধ-প্রতিসরণ হয় না। এই জাতীয় কেলাসকে অতএব দ্ব্যক্ষ (bi-axial) বলা হয়। এই দুইটি আলোক অক্ষ পরস্পরের মধ্যে যে কোণ উৎপন্ন করে তাহার মান বিভিন্ন কেলাসে বিভিন্ন হয়। যেমন অভ্রের (mica) বেলায় এই কোণের মান 138° ডিগ্রী হইলেও turquoise এর ক্ষেত্রে এই কোণ কমিয়া 40° হইয়া থাকে; এই কোণের মান কোন কোন ক্ষেত্রে আরও বেশী হইতে পারে। বলা বাহুল্য একাক্ষ এবং দ্ব্যক্ষ কেলাসকে অসমদিক (anisotropic) কেলাস বলা হইয়া থাকে কারণ ইহাদের মধ্যে অনেক ভৌত ধর্ম কেলাসের বিভিন্ন দিকে বিভিন্ন মানের হইয়া থাকে। আলোকের প্রতিসরণ ইহার একটি উদাহরণ।

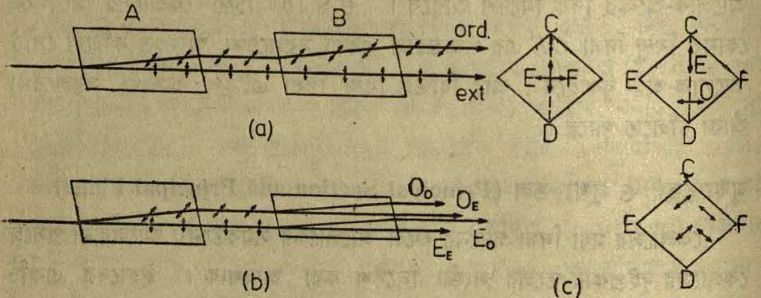
আলোক-অক্ষ (optic axis) সম্বন্ধে বলা হইয়াছে যে এই সরলরেখায় প্রতিসরণের বেলায় আলোর দ্বৈধ-প্রতিসরণ হয় না। তবে এটা স্পষ্ট হওয়া প্রয়োজন যে এই আলোক-অক্ষ একটি কোনও নির্ধারিত (fixed) সরলরেখা নহে, ইহা একটি দিক মাত্র। এই দিকে আলো প্রতিসৃত হইলেই দ্বৈধ-প্রতিসরণের অনুপস্থিতি ঘটে। কেলাসের প্রতিটি বিন্দু দিয়াই এই দিকের সমান্তরাল একটি সরলরেখা টানা যায় আর এইরূপ প্রতিটি সরলরেখাই আলোক-অক্ষের দিক নির্দেশ করিবে। ৪.৯ (b) চিত্রে কেলাসের মধ্যে যে কোনও বিন্দু দিয়া OE এর সমান্তরাল একটি সরলরেখা অঙ্কিত করিলে সেটি আলোক-অক্ষ বুঝাইবে ; আর বিভিন্ন বিন্দু দিয়া এইরূপ অসংখ্য সরলরেখা আঁকা চলিতে পারে।

মুখ্য-ছেদ ও মুখ্য-তল (Principal Section and Principal Plane).

কেলাসের মধ্য দিয়া গমনের ফলে আলোকের সমবর্তনের আলোচনা প্রসঙ্গে কেলাসের দুইপ্রকার তলের সংজ্ঞা নির্দেশ করা আবশ্যক। ইহাদের একটি হইল মুখ্য-ছেদ (Principal Section). আলোক-অক্ষের মধ্য দিয়া গমনকারী কোনও তল যদি কেলাসের প্রতিসারক (refracting) তলের অভিলম্বে অবস্থিত হয় তবে এই তলকে কেলাসের মুখ্য-ছেদ (Principal Section) বলা হয়। একটি ক্যালসাইট কেলাসে তিনজোড়া পরস্পর সমান্তরাল প্রতিসারক তল আছে। সুতরাং কেলাসের মধ্যে যে কোনও বিন্দু দিয়া তিনটি এইরূপ মুখ্য-ছেদ আকা চলে। আলোক অক্ষের বেলায় যে কথা বলা হইয়াছে, মুখ্য-ছেদের বেলায়ও সেই একই কথা প্রযোজ্য। মুখ্য-ছেদ একটি নির্ধারিত তল নহে, ইহা একটি তলের দিক মাত্র। কেলাসের মধ্যে কোনও বিন্দু দিয়া একটি মুখ্য-ছেদ আকিলে এই ছেদের সমান্তরাল সমস্ত তলই মুখ্য-ছেদ হিসাবে গণ্য করা হইবে।

ইহা ছাড়াও আর এক শ্রেণীর তলের সংজ্ঞা স্থির করা প্রয়োজন। কেলাসের মধ্যে সাধারণ রশ্মি (ordinary ray) ও আলোক-অক্ষ যে তলের মধ্যে অবস্থিত তাহাকে সাধারণ রশ্মির মুখ্য-তল (Principal plane of the ordinary ray) বলা হয়। অনুরূপভাবে অসাধারণ রশ্মি (extra-ordinary ray) ও আলোক-অক্ষ যে তলের মধ্যে অবস্থিত তাহাকে অসাধারণ রশ্মির মুখ্য-তল (Principal plane of the extra-ordinary ray) বলা হয়। সাধারণভাবে মুখ্য-ছেদ ও মুখ্য-তল সমান্তরাল হয় না যদিও বিশেষ বিশেষ ক্ষেত্রে ইহারা সমান্তরাল হইতে পারে। এ সম্বন্ধে বিশদ আলোচনা পরে করা হইবে।

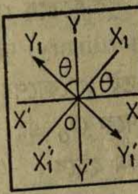
ইরাসমাস বার্থোলিনাস (Erasmus Bartholinus) সর্বপ্রথম ক্যালসাইট কেলাসে দ্বৈধ-প্রতিসরণ লক্ষ্য করেন। পরে পরীক্ষা করিয়া দেখা যায় যে দুইটি প্রতিসৃত রশ্মিই (যাহাদের সাধারণ এবং অসাধারণ রশ্মি বলা হইয়াছে) সম্পূর্ণ সমবর্তিত হয়। আর এই সমবর্তনের প্রকৃতি তলীয় সমবর্তন (plane polarisation) যাহা এ পর্য্যন্ত আলোচিত হইয়াছে। সুতরাং আলো যদি নিম্নের ৪.১১(a) নং চিত্রে প্রদর্শিতরূপে একটি ক্যালসাইট কেলাস A এর উপর



চিত্র ৪.১১

আপতিত হয় তবে ইহা দুইটি প্রতিসৃত রশ্মিতে পরিণত হইবে এবং রশ্মি দুইটিই সম্পূর্ণ সমবর্তিত হইবে। কিন্তু এই রশ্মি দুইটির সমবর্তন তল এক হইবে না। সাধারণ রশ্মির ক্ষেত্রে কম্পনের ভ্রংশ হইবে সাধারণ রশ্মির মুখ্য তলের অভিলম্বে। আর অসাধারণ রশ্মির ভ্রংশ অসাধারণ রশ্মির মুখ্য তলে হইবে। মুখ্য ছেদ একটি কেলাসকে যে সামান্তরিকে (parallelogram) ছেদ করিবে তাহার আকার হইবে উপরের চিত্র ৪.১১ এ A এবং B এর ন্যায়। এই সামান্তরিকের কোণ দুইটির মান হইবে 109° এবং 71°. আবার কেলাসের এক প্রান্ত হইতে দেখিলে চেহারা দাড়াইবে চিত্রের শেষে আকা চিত্র নং ৪.১১(c) সামান্তরিকের মত। আর ইহার মধ্যে খণ্ডিত (dotted) সরলরেখা CD হইবে মুখ্য ছেদের প্রতিনিধি। আলোর গতির সরলরেখায় চোখ রাখিয়া যদি দেখা যায় তবে অসাধারণ রশ্মির ভ্রংশ CD তলে এবং সাধারণ রশ্মির ভ্রংশ ইহার অভিলম্বতলে অর্থাৎ EF দিকে হইবে। প্রথম কেলাসের ভিতর দিয়া যাইবার ফলে রশ্মি দুইটি পৃথক হইয়া যাইবে এবং রশ্মিদ্বয়ের বিযুক্তি (separation) নির্ভর করিবে কেলাসের দৈর্ঘ্য ও আপতন দিকের সহিত আলোক অক্ষের অবস্থানের উপর। কেলাস হইতে নির্গত হইবার পর রশ্মি দুইটি আপতিত রশ্মির সমান্তরাল হইবে। এই অবস্থায় যদি ইহারা অনুরূপ অবস্থানে রাখা একটি

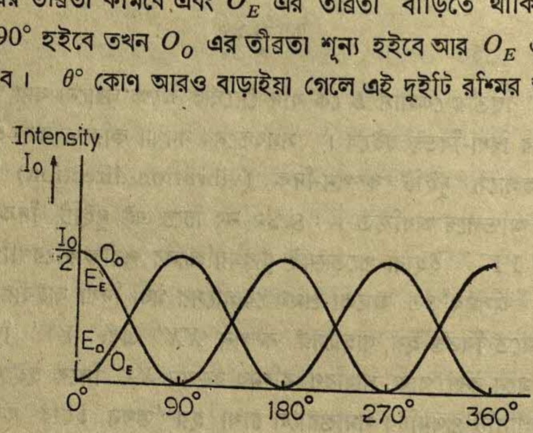
দ্বিতীয় কেলাস B এর উপর আপতিত হয় তাহা হইলে এই রশ্মি দুইটির বিযুক্তিই শুধু বাড়িবে। যদি দ্বিতীয় কেলাসটির দৈর্ঘ্য প্রথমটির সমান হয় তবে দুইটি কেলাসের মধ্য দিয়া গমনের ফলে মোট বিযুক্তি প্রথমটিতে উৎপন্ন বিযুক্তির দ্বিগুণ হইবে। প্রসঙ্গতঃ বলা প্রয়োজন যে প্রথম ক্যালসাইট কেলাসের মধ্য দিয়া যাওয়ার ফলে উৎপন্ন সাধারণ ও অসাধারণ রশ্মিদ্বয়ের আলোক-তীব্রতা সমান হইবে। আপতিত রশ্মির তীব্রতা যদি I_0 হয় তবে সাধারণ ও অসাধারণ রশ্মি প্রত্যেকটির তীব্রতা দাড়াইবে $I_0/2$ (যদি প্রতিফলন ও বিক্ষেপনে নষ্ট আলোর কথা উপেক্ষা করা যায়)। বলা বাহুল্য এই ক্ষেত্রে দ্বিতীয় কেলাসের মধ্য দিয়া যাইবার ফলে কম্পনের দিকের কোনও পরিবর্তন হইবে না।



চিত্র ৪.১২

এবার দ্বিতীয় কেলাস B কে যদি দৈর্ঘ্যের অক্ষে ঘুরানো যায় তবে প্রতিটি রশ্মি আবার দ্বিধা-বিভক্ত হইবে। সমবর্তনের ব্যাখ্যা করিতে বলা হইয়াছে যে প্রতিটি কেলাসে দুইটি কম্পন-দিক (vibration-direction) আছে যাহা পরস্পরের অভিলম্বে অবস্থিত। ৪.১২ নং চিত্রে এই দুইটি দিক ধরা যাক্ XX' এবং YY'. ইহারা প্রত্যেকেই ট্যুরম্যালিনের পরীক্ষার রেখাছিদ্রের সহিত তুলনীয়। অসমবর্তিত আলো প্রথম কেলাসের মধ্য দিয়া যাইবার ফলে ইহা দুইটি রশ্মিতে বিভক্ত হয় যাহাদের কম্পন XX' এবং YY' দিকে হইতে থাকে। মনে করা যাক সাধারণ রশ্মির কম্পন XX' দিকে হইতেছে। যখন দ্বিতীয় কেলাসটি প্রথমটির সমান্তরালে রাখা হয় তখন ইহার কম্পন দিকও XX' এবং YY' এর সমান্তরাল হইবে। সুতরাং প্রথম কেলাসে সমবর্তিত সাধারণ রশ্মির কম্পন দিক দ্বিতীয় কেলাসের কম্পন দিক XX' এর সঙ্গে সম্পূর্ণ মিলিয়া যাইবে যার ফলে সাধারণ রশ্মিটি প্রভাবিত না হইয়া অপরিবর্তিত অবস্থায় দ্বিতীয় কেলাসটির মধ্য দিয়া গমন করিবে। অসাধারণ রশ্মির ক্ষেত্রেও ইহা YY' এর মধ্য দিয়া অনুরূপভাবে গমন করিবে। এবার যদি দ্বিতীয় কেলাসটি দৈর্ঘ্যের অক্ষে θ° কোণে ঘুরানো হয় তাহা হইলে ইহাতে কম্পনের

দিক Y_1Y_1' প্রথমটির অনুরূপ কম্পন দিকে YY' এর সহিত $\theta°$ কোণ উৎপন্ন করিবে। আর X_1X_1' কম্পন দিকও XX' এর সঙ্গে ঐ একই কোণ $\theta°$ তে অবস্থিত হইবে। প্রথম কেলাসে গমনের পর সাধারণ সমবর্তিত রশ্মির কম্পন দিক যদি XX' দিক হয় এবং ইহার বিস্তার হয় A তবে দ্বিতীয় কেলাসে এই বিস্তারকে দুই উপাংশে ভাগ করা যাইতে পারে। X_1X_1' দিকে এবং Y_1Y_1' দিকে এই উপাংশদ্বয় দাড়াইবে যথাক্রমে $A \cos \theta$ এবং $A \sin \theta$. ইহারা যথাক্রমে সাধারণ ও অসাধারণ রশ্মি হিসাবে দ্বিতীয় কেলাসের মধ্য দিয়া গমন করিবে। এখন যদি প্রথম কেলাসের ভিতর দিয়া পারগত (transmitted) সাধারণ ও অসাধারণ রশ্মি দুটিকে O এবং E বলা হয় তবে সাধারণ রশ্মিটি দ্বিতীয় কেলাসে যে দুইটি উপাংশে বিভক্ত হইবে তাহাদের O_O এবং O_E বলা হইতে পারে। ইহাতে বুঝাইতেছে যে সাধারণ রশ্মিটি সাধারণ ও অসাধারণ (ordinary and extraordinary) দুইটি উপাংশে বিভক্ত হইয়াছে। এই উপাংশ দুইটির তীব্রতা স্বভাবতই $\theta°$ কোণের মানের উপর নির্ভর করিবে। ঘুরাইতে আরম্ভ করিবার গোড়ার দিকে O_O এর তীব্রতা খুব সামান্যই কমিবে এবং ফলে O_E এর তীব্রতা খুব কম হইবে। $\theta°$ কোণের মান বাড়িবার সঙ্গে সঙ্গে O_O এর তীব্রতা কমিবে এবং O_E এর তীব্রতা বাড়িতে থাকিবে। $\theta°$ কোণ যখন 90° হইবে তখন O_O এর তীব্রতা শূন্য হইবে আর O_E এর তীব্রতা চরম দাড়াইবে। $\theta°$ কোণ আরও বাড়াইয়া গেলে এই দুইটি রশ্মির আপেক্ষিক



দ্বিতীয় কেলাসের ঘূর্ণন কোণ (অথবা দুই কেলাসের মধ্যে আপেক্ষিক কোণ)

চিত্র ৪.১৩

তীব্রতার হ্রাসবৃদ্ধির পুনরাবৃত্তি ঘটিবে। ফলে θ কোণের 0°, 180° এবং 360° মানে O_O এর তীব্রতা চরম এবং O_E এর তীব্রতা অবম হইবে। আবার 90°, 270° কোণে O_E এর তীব্রতা চরম ও O_O এর তীব্রতা শূন্য হইবে।

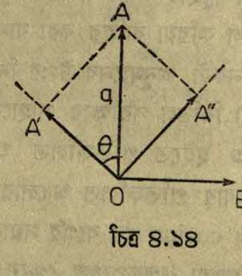
অসাধারণ রশ্মিকে যদি অনুরূপ দুইটি উপাংশ E_E এবং E_O এ বিভক্ত করা যায় তবে ইহার ক্ষেত্রেও পূর্ববর্ণিতরূপ আলোক-তীব্রতার তারতম্য ঘটিবে। সুতরাং দেখা যাইতেছে যে কেলাস দুইটি যখন সমান্তরাল অথবা প্রতি-সমান্তরাল (parallel or antiparallel) বা অভিলম্ব অবস্থানে থাকিবে তখন দ্বিতীয় কেলাস হইতে দুইটি সমবর্তিত রশ্মি বাহির হইবে। অন্য সমস্ত অবস্থানে চারটি সমবর্তিত রশ্মি পাওয়া যাইবে। প্রথম কেলাসে আপতিত রশ্মির আলোর তীব্রতা যদি I_0 হয় তবে দ্বিতীয় কেলাসে আপতিত রশ্মি দুইটির তীব্রতা সমান হইবে এবং প্রতিটির মান হইবে $\frac{I_0}{2}$. দ্বিতীয় কেলাসটি ঘুরাইলে (অথবা দ্বিতীয়টি স্থির রাখিয়া প্রথমটি ঘুরাইলে রশ্মিসমূহের তীব্রতার যে তারতম্য ঘটে তাহা নিম্নলিখিত লেখাচিত্রের সাহায্যে বুঝানো যাইতে পারে।

ম্যালাসের সূত্র (Law of Malus).

উপরোক্ত পরীক্ষায় এবং দুইটি দর্পণ বা ফলকপুঞ্জের মধ্য দিয়া পারগত আলোর তীব্রতা যে সূত্র প্রয়োগ করিয়া বাহির করা যায় তাহা প্রথমে ম্যালাস প্রবর্তন করেন। তিনি খানিকটা অনুমানের উপর নির্ভর করিয়া ইহা প্রবর্তন করিলেও অ্যারাগো (Arago) বিভিন্ন পরীক্ষার সাহায্যে এই সূত্রের সত্যতা প্রমাণ করেন। দুইটি ফলক হইতে প্রতিফলিত আলোর ক্ষেত্রে ম্যালাসের সূত্রানুসারে বলা যায় যে দ্বিতীয়বার প্রতিফলিত আলোর তীব্রতা প্রতিফলন তল দুইটির মধ্যে উৎপন্ন কোণের cosine এর বর্গের সমানুপাতিক। অবশ্য এই প্রতিফলন জাতীয় পরীক্ষায় অথবা ফলকপুঞ্জের ক্ষেত্রে সূত্রটি প্রযোজ্য হইতে হইলে ধরিয়া লইতে হইবে যে আলো সম্পূর্ণরূপে সমবর্তিত হইয়াছে। অর্থাৎ দুইটি ফলকেই আলো সমবর্তক কোণে (polarising angle) আপতিত হওয়া প্রয়োজন। এই অবস্থায় আপতিত রশ্মির এক অংশ (যাহাতে কম্পনের দিক আপতন তলের অভিলম্বে অবস্থিত) প্রতিফলিত হইবে, বাকীটা প্রতিসৃত হইবে। অন্যদিকে যে অংশের কম্পন দিক আপতন তলের সহিত সমান্তরাল তাহার সবটাই প্রতিসৃত হইবে। ফলে প্রতিফলিত রশ্মিতে শুধু একজাতীয় কম্পনই বর্তমান থাকিবে। এই কম্পনের বিস্তার যদি ধরা যায় a তবে দ্বিতীয় প্রতিফলনে ইহার মান সহজেই নির্ণয় করা সম্ভব। যদি দুইটি প্রতিফলন কোণের মধ্যে (অথবা দুইটি আপতন কোণের মধ্যে) উৎপন্ন কোণ হয় θ তবে কম্পনের বিস্তার a দুইটি উপাংশে ভাগ করা যায়। দ্বিতীয় প্রতিফলন তলে এবং তাহার অভিলম্বে ইহাদের মান দাড়াইবে যথাক্রমে $a \sin\theta$ এবং $a \cos\theta$.

এই দ্বিতীয় উপাংশটিই প্রতিফলিত হইবে, প্রথমটি আদৌ প্রতিফলিত হইবে না। সুতরাং ইহার তীব্রতাও দাড়াইবে $a^2 \cos^2 \theta$ আর a ধ্রুবক হওয়ায় এই তীব্রতার তারতম্য যে ম্যালাসের সূত্রের সম্পূর্ণ সমর্থক তাহা সহজেই দেখা যায়।

দ্বৈধ-প্রতিসরণের ক্ষেত্রেও ম্যালাসের সূত্র সমভাবেই প্রযোজ্য। পূর্ববর্ণিত ক্যালসাইট কেলাস দুইটির পরীক্ষা দ্বারা ইহা সহজেই প্রমাণ করা যায়। ৪.১৪ নং চিত্রে দেখানো হইয়াছে যে প্রথম কেলাসের মধ্য দিয়া যাইবার পর আলো দুইটি সমান তীব্রতা সম্পন্ন এবং সম্পূর্ণ সমবর্তিত (তলীয় সমবর্তন) আলোকরশ্মিতে পরিণত হইয়াছে। ইহাদের একটির কম্পন OA দিকে হইতেছে এবং ইহার বিস্তার a, অন্যটির বিস্তার OB দিকে। OA সরলরেখার মধ্য দিয়া পৃষ্ঠার অভিলম্বে যে তল অঙ্কন করা যাইবে তাহাকে বলা যায় প্রথম কেলাসের পারগমন-তল (plane of transmission). সাধারণত কেলাসে দ্বৈধ-প্রতিসরণের বেলায় এইরূপ দুইটি তল থাকিবে, একটি সাধারণ রশ্মির এবং



চিত্র ৪.১৪

অপরটি অসাধারণ রশ্মির জন্য। চিত্রে ইহাদের যে কোনও একটি রশ্মি নেওয়া হইয়াছে ; ধরা যাক ইহা অসাধারণ রশ্মি। দ্বিতীয় কেলাসের অবস্থান যদি প্রথমটির সাপেক্ষে θ ঘোরানো থাকে তবে ইহার অনুরূপ পারগমন-তলও প্রথম কেলাসের পারগমন-তলের সহিত ঐ একই কোণ উৎপন্ন করিবে। এই অবস্থায় আপতিত অসাধারণ আলো দুইটি উপাংশে ভাগ হইবে। একটি $a \cos \theta$ যাহার কম্পন OA' দিকে অন্যটি $a \sin \theta$ যাহার কম্পন OA'' দিকে। ইহার মধ্যে OA' দিকে কম্পনশীল রশ্মিটিই অসাধারণ রশ্মি হিসাবে পারগত হইবে, কারণ OA' দিকটিই গোড়াতে দ্বিতীয় কেলাসে অসাধারণ রশ্মির কম্পনদিক ছিল। আর অনুরূপ উপাংশের তীব্রতা গণ্য করিলে দেখা যাইবে যে ইহা দাড়াইতেছে $a^2 \cos^2 \theta$ যাহা হইতে ম্যালাসের সূত্রের সত্যতা প্রমাণিত হয়।

এই পরীক্ষা হইতে আরও একটি জিনিষ সহজেই লক্ষ্য করা যায়। যদি কেলাসে শোষণ এবং বিক্ষেপণ তুচ্ছ বলিয়া ধরা হয় তবে দ্বিতীয় কেলাসের মধ্য দিয়া গমনকারী যে কোনও একটি রশ্মির উপাংশ দুইটির তীব্রতার যোগফল ধ্রুবক এবং দ্বিতীয় কেলাসে আপতিত রশ্মির সমান। কারণ এই উপাংশ দুইটির তীব্রতা হইবে

$$a^2 \cos^2 \theta + a^2 \sin^2 \theta = a^2 \tag{4.2}$$

এই আলোচনা সাধারণ রশ্মির ক্ষেত্রেও সমভাবেই প্রযোজ্য।

একাক্ষ কেলাসে তরঙ্গপৃষ্ঠের আকৃতি (Shape of wave surfaces in uniaxial crystals).

কেলাসের মধ্য দিয়া গমনকালে আলোর দ্বৈধ-প্রতিসরণ সম্বন্ধে এ পর্যন্ত সাধারণভাবে আলোচনা করা হইয়াছে যে আলোচনায় আলোকরশ্মির দ্বিধা-বিভক্তিই প্রধানত উল্লেখ করা হইয়াছে। এবার এই দ্বৈধ-প্রতিসরণের সঠিক প্রকৃতি বুঝিতে হইলে প্রতিসৃত রশ্মি দুইটির সম্বন্ধে আরও বিশদ আলোচনা করা প্রয়োজন। দ্বৈধ-প্রতিসরণ প্রথমে আবিষ্কার করেন ইরাস্‌মাস্ বার্থোলিনাস্। এই আবিষ্কারের পর হাইগেন্‌স্ সাধারণ এবং অসাধারণ রশ্মিদ্বয়ের সম্বন্ধে অনুসন্ধান আরম্ভ করেন। তিনি ইতিমধ্যেই সাধারণ আলোর প্রতিফলন এবং প্রতিসরণের নিয়মাবলী নিয়া পরীক্ষা করিয়া দেখাইয়াছিলেন যে এই ক্ষেত্রে প্রতিফলিত এবং প্রতিসৃত তরঙ্গপৃষ্ঠের (wave surface) আকৃতি গোলকীয় (spherical) ; অবশ্য একই আপতিত রশ্মি হইতে উৎপন্ন প্রতিফলিত ও প্রতিসৃত গোলকীয় তরঙ্গপৃষ্ঠের ব্যাস আলাদা হইবে। দ্বৈধ-প্রতিসরণের আবিষ্কারের পর তিনি স্বভাবতই আলোকরশ্মি দুইটির প্রকৃতি নিয়া পরীক্ষা আরম্ভ করেন। তিনি দেখিতে পাইলেন যে রশ্মি দুইটির মধ্যে একটি (যেটিকে সাধারণ রশ্মি বলা হয়) প্রতিসরণের দুইটি সূত্রই মানিয়া চলে। অতএব ইহা হাইগেন্‌স্ কর্তৃক পূর্ব-পরীক্ষিত সাধারণভাবে প্রতিসৃত আলোর সহিত সর্বসম (identical), আর সেজন্য এই সাধারণ রশ্মিটির একাক্ষ কেলাসে প্রতিসৃত আলোক পৃষ্ঠের আকৃতিও গোলকীয় হইবে। দ্বিতীয় রশ্মিটির ক্ষেত্রে (যেটিকে অসাধারণ রশ্মি বলা হইয়াছে) কিন্তু দেখা গেল যে ইহা প্রতিসরণের সূত্র দুইটির একটিও সাধারণত: মানিয়া চলে না। স্বভাবতই মনে করা যাইতে পারে যে প্রতিসৃত তরঙ্গপৃষ্ঠ নিশ্চয়ই সাধারণ রশ্মির তরঙ্গপৃষ্ঠ হইতে ভিন্ন আকৃতির হইবে। হাইগেন্‌স্ ধরিয়া নিলেন যে এই ক্ষেত্রে তরঙ্গপৃষ্ঠের আকৃতি হইবে উপগোলকীয় (spheroidal) ; একটি উপবৃত্তকে (ellipse) ইহার মুখ্য

অথবা গৌণ অক্ষে (major or minor axis) ঘুরাইলে যে পৃষ্ঠ পাওয়া যাইবে তাহাই হইবে উপগোলকীয় পৃষ্ঠ। গোলকীয় পৃষ্ঠই তরঙ্গপৃষ্ঠের ক্ষেত্রে সর্বাপেক্ষা প্রতিসম (symmetrical). প্রতিসাম্যের দিক দিয়া ইহার পরেই আসে উপগোলকীয় পৃষ্ঠ। সেজন্যই হাইগেন্‌স্ অসাধারণ আলোকরশ্মির প্রতিসৃত তরঙ্গপৃষ্ঠের আকৃতি উপগোলকীয় বলিয়া ধরিয়াছিলেন। এই সিদ্ধান্তের ভিত্তিতে পরীক্ষা চালাইয়া প্রমাণ করা হয় যে অসাধারণ রশ্মির ক্ষেত্রে প্রতিসৃত তরঙ্গপৃষ্ঠের আকৃতি সত্যই উপগোলকীয়। এই পরীক্ষার বর্ণনা পরে দেওয়া হইবে।

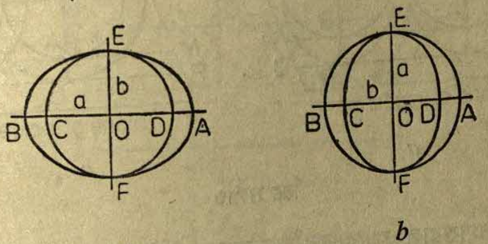
হাইগেন্‌সের মতানুসারে কেলাসের মধ্যে সাধারণ এবং অসাধারণ আলোক রশ্মির গতিবেগ এইরূপে নির্ণয় করা যায়। আলোকরশ্মি প্রতিসরণ তলে যে বিন্দুতে আপতিত হয় সেই বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া দুইটি তরঙ্গপৃষ্ঠ অঙ্কন করিতে হইবে। ইহাদের একটি গোলকীয় অপরটি উপগোলকীয়। এই দুইটি তরঙ্গপৃষ্ঠ এমন দুই বিন্দুতে পরস্পরকে স্পর্শ করে যাহাদের যোগকারী সরলরেখা আলোক-অক্ষের সমান্তরাল। এই অঙ্কনে আলোকরশ্মির আপতন বিন্দু হইতে প্রতিসৃত সাধারণ ও অসাধারণ রশ্মিদ্বয় অঙ্কন করিলে উক্ত রশ্মিদ্বয়ের গোলকীয় ও উপগোলকীয় তরঙ্গপৃষ্ঠে যে ব্যাসার্দ্ধ ভেক্টর (radius vector) পাওয়া যাইবে, তাহাদের দৈর্ঘ্যই হইবে সংশ্লিষ্ট গতিবেগের আনুপাতিক মান। উপগোলকের মুখ্য ও গৌণ অক্ষ এমনভাবে অঙ্কন করিতে হইবে যেন ইহাদের অনুপাত এই কেলাসে অসাধারণ রশ্মির চরম ও অবম প্রতিসরাঙ্কের অনুপাতের সমান হয়। আর গোলকীয় তরঙ্গপৃষ্ঠের ব্যাস উপগোলকের মুখ্য অথবা গৌণ অক্ষের সমান হইবে। উপরের বিবৃতিগুলি পরের আলোচনা হইতে আরও স্পষ্ট হইবে।

সমদিক (isotropic) শ্রেণী ছাড়া আর সমস্ত কেলাসেই মোটামুটি আলোকের দ্বৈধ-প্রতিসরণ হয়। এই সমস্ত কেলাসকে দুইভাগে ভাগ করা যায়। যাহাদের একটি আলোক-অক্ষ আছে তাহাদের একাক্ষ কেলাস বলা হয়। আবার যাহাদের দুইটি আলোক-অক্ষ আছে তাহাদের দ্ব্যক্ষ-কেলাস বলা হইয়া থাকে। এই সম্বন্ধে পূর্বে আলোচনা করা হইয়াছে। হাইগেন্‌স্ যে মতবাদ সৃষ্টি করেন তাহা শুধু একাক্ষ কেলাসের বেলায়ই প্রযোজ্য। সাধারণভাবে সমস্ত দ্বৈধ-প্রতিসরণকারী কেলাসের বেলায় প্রযোজ্য মতবাদ উদ্ভাবন করেন ফ্রেনেল। এখানে একাক্ষ কেলাস সম্বন্ধেই আলোচনা করা হইবে।

তলীয় তরঙ্গের উল্লম্ব আপতন (Plane wave at normal incidence).

প্রথমে হাইগেন্‌সের অঙ্কনপদ্ধতির সহজতম উদাহরণ দিয়া আরম্ভ করা যাক। বলা হইয়াছে যে আলোকরশ্মির আপতন বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া দুইটি

তরঙ্গপৃষ্ঠ অঙ্কিত করা হয় এবং ইহাদের একটির আকার গোলকীয় ; অপরটির উপগোলকীয়। এই দুইটি তরঙ্গপৃষ্ঠ যে দুই বিন্দুতে পরস্পরকে স্পর্শ করে তাহাদের যোগকারী সরলরেখাই আলোক-অক্ষের দিক নির্দেশ করে। এইবার যদি আপতন বিন্দুর মধ্য দিয়া আলোক-অক্ষের সমান্তরাল একটি তল অঙ্কন করা হয় তবে এই তল তরঙ্গপৃষ্ঠকে দুইটি রেখায় (curve) ছেদ করিবে। একটি রেখা হইবে বৃত্তাকার এবং অপরটি উপবৃত্তাকার। ইহাদের একটি ক্ষেত্রে [চিত্র ৪.১৫ (*a*)] বৃত্তটি সম্পূর্ণরূপে উপবৃত্তের ভিতরে থাকিবে। যে শ্রেণীর কেলাসে এইরূপ হয় তাহাদের বলা হইয়া থাকে ঋণাত্মক কেলাস। এই



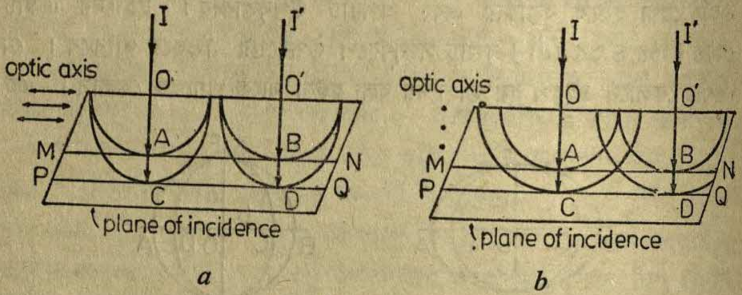
a *b*

চিত্র ৪.১৫

শ্রেণীর সর্বাধিক পরিচিত দৃষ্টান্ত হইল ক্যালসাইট (calcite). দ্বিতীয় শ্রেণীর কেলাসের ক্ষেত্রে বিপরীত ব্যাপার ঘটিয়া থাকে, এখানে উপবৃত্তটি সম্পূর্ণরূপে বৃত্তের মধ্যে অবস্থিত। এই শ্রেণীর কেলাসকে বলা হয় ধনাত্মক কেলাস, আর ইহার মধ্যে কোয়ার্ট্‌স্‌ই (quartz) সর্বাধিক পরিচিত এবং ব্যবহৃত। [অবশ্য কোয়ার্ট্‌সের ক্ষেত্রে ছেদ দুইটির দুই বিন্দু ঠিক স্পর্শ করে না যাহার ফলে আলোকীয় সক্রিয়তা (optical activity) নামক নূতন প্রক্রিয়ার উদ্ভব হইয়া থাকে ; পরে এ সম্বন্ধে বিস্তারিত আলোচনা করা হইবে] চিত্র ৪.১৫ (*b*)এ এইটি দেখানো হইয়াছে। প্রথম ক্ষেত্রে a এবং b ব্যাসার্ধের একটি উপবৃত্ত ও b ব্যাসার্ধের একটি বৃত্ত E ও F বিন্দুতে পরস্পরকে স্পর্শ করিয়াছে এবং এখানে $a>b$. দ্বিতীয় ক্ষেত্রে (ধনাত্মক কেলাসের বেলায়) a এবং b ব্যাসার্ধের উপবৃত্তটি a ব্যাসার্ধের বৃত্তের সম্পূর্ণ ভিতরে অবস্থিত। আর এই ক্ষেত্রেও $a>b$. উভয় ক্ষেত্রেই EF আলোক অক্ষের দিক নির্দেশ করিতেছে।

এই পরিপ্রেক্ষিতে আলোকরশ্মির বিভিন্ন কোণে আপতনে প্রতিসৃত রশ্মিদ্বয়ের দিক নির্ণয় করা হইবে। প্রথমে ধরা যাক একটি সমান্তরাল আলোকরশ্মিমালা (light beam) উল্লম্বভাবে একটি ঋণাত্মক কেলাসের উপর

আপতিত হইতেছে। প্রথমে ধরা হইবে যে কেলাসের আলোক-অক্ষ প্রতিসরণ তলের সমান্তরাল। এখানেও দুইটি পৃথক অবস্থা কল্পনা করা যাইতে পারে। একক্ষেত্রে আপতন তল আলোক-অক্ষের সমান্তরাল, দ্বিতীয় ক্ষেত্রে ইহা আলোক-অক্ষের সহিত অভিলম্বে অবস্থিত। চিত্রে এই অবস্থা যথাক্রমে চিত্র ৪.১৬ (*a*) এবং ৪.১৬ (*b*)এ দেখানো হইয়াছে।

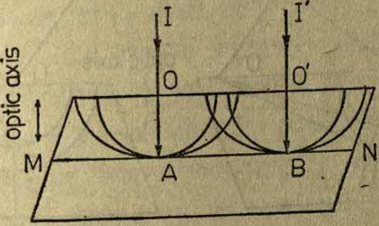


চিত্র ৪.১৬

II' একটি সমান্তরাল আলোকরশ্মিমালার দুইটি রশ্মি এবং ইহারা একটি ঋণাত্মক কেলাসের প্রতিসরণ তলে OO' বিন্দুতে 0° কোণে আপতিত হইতেছে। প্রথমক্ষেত্রে OO' বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করিয়া প্রতিক্ষেত্রে একটি বৃত্ত ও একটি উপবৃত্ত অঙ্কিত করা হইয়াছে; ইহারা আলোক-অক্ষের সমান্তরাল বিন্দুদ্বয়ে পরস্পরকে স্পর্শ করিয়াছে। আলোক-অক্ষের দিক চিত্রের ধারে দেখানো হইয়াছে। OA এবং $O'B$ সাধারণ রশ্মির এবং OC ও $O'D$ অসাধারণ রশ্মির দিক নির্দেশ করিতেছে কারণ এক্ষেত্রে রশ্মির দিক তরঙ্গমুখের অভিলম্বে অবস্থিত। বৃত্ত দুইটির যদি একটি সার্ব-স্পর্শক (common tangent) টানা যায় তাহা হইলে এইটি সাধারণ রশ্মির তরঙ্গমুখ বুঝাইবে। চিত্রে ইহা MN সরলরেখা দ্বারা বুঝান হইতেছে। আবার উপবৃত্ত দুইটির সার্ব-স্পর্শক PQ অসাধারণ রশ্মির তরঙ্গমুখ বুঝাইবে। দেখা যাইতেছে যে তরঙ্গমুখের ও আলোকরশ্মির গতিবেগ আলোচ্য ক্ষেত্রে সাধারণ ও অসাধারণ উভয় রশ্মির বেলায়ই সমান। আর এই প্রতিসরণে সাধারণ ও অসাধারণ রশ্মির কোনও বিভাজন হয় না, ইহারা একই সরলরেখায় গমন করে যদিও ইহাদের গতিবেগ আলাদা। চিত্র ৪.১৬ (*b*) এর ক্ষেত্রে আলোক-অক্ষের দিক চিত্রতলের অভিলম্বে অবস্থিত। সুতরাং এখানে আপতন তল তরঙ্গপৃষ্ঠ দুইটিকে ছেদ করিবে দুইটি বৃত্তে। এখানেও আগের মত MN এবং PQ সাধারণ এবং অসাধারণ রশ্মির দুইটি তরঙ্গমুখ এবং OA, OC সংশ্লিষ্ট

রশ্মি বুঝাইবে। এক্ষেত্রেও রশ্মির এবং তরঙ্গমুখের বেগ এক হইবে এবং সাধারণ ও অসাধারণ রশ্মির বিভাজন হইবে না কিন্তু তাহাদের গতিবেগ আলাদা হইবে।

তৃতীয় উদাহরণ দেখানো হইয়াছে ৪.১৭ নং চিত্রে। এখানে সমস্তই আগের দুটি ক্ষেত্রের মত শুধু আলোক-অক্ষের দিক প্রতিসরণ তলের অভিলম্বে



চিত্র ৪.১৭

অবস্থিত। সুতরাং এক্ষেত্রে OO' বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করিয়া যে তরঙ্গপৃষ্ঠ দুইটি অঙ্কন করা হইবে তাহারা প্রত্যেকে এমন দুই বিন্দুতে পরস্পরকে স্পর্শ করিবে যাহা যোগ করিলে আলোক-অক্ষের সমান্তরাল হইবে। কাজেই এই ক্ষেত্রে দুইটি সার্ব-স্পর্শকই সম্পাতী (coincident) হইবে। MN এই সম্পাতী সার্ব-স্পর্শক বুঝাইতেছে। এই ক্ষেত্রেও সাধারণ ও অসাধারণ রশ্মির কোনও বিভাজন হইবে না (কারণ ইহারা আলোক-অক্ষের সমান্তরালেই যাইতেছে)। অতএব এই রশ্মি দুইটির গতিবেগও সমান হইবে। বলা বাহুল্য রশ্মি এবং তরঙ্গমুখের গতিবেগও উভয় রশ্মির ক্ষেত্রেই একই হইবে। বস্তুতঃ কেলাসটি এই ক্ষেত্রে দ্বৈধ-প্রতিসরণ আদৌ দেখাইবে না, সমদিক (isotropic) কেলাসের মতই আচরণ করিবে।

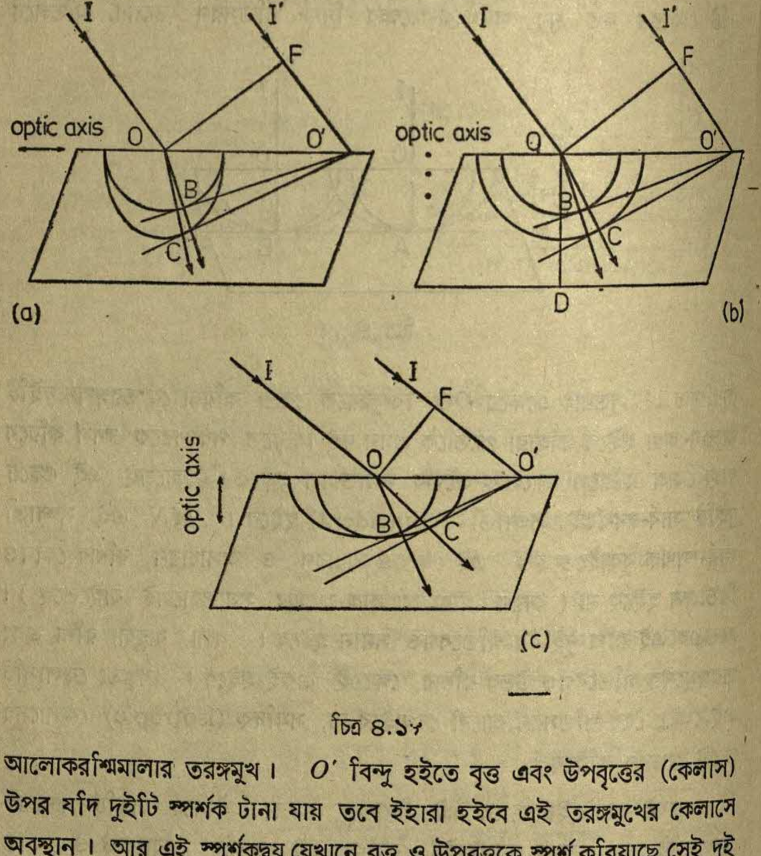
পূর্বেই বলা হইয়াছে যে এই চিত্রসমূহ আঁকা হইয়াছে একটি ঋণাত্মক কেলাসের জন্য ; আর ক্যালসাইট কেলাস এই শ্রেণীর সর্বোৎকৃষ্ট ও প্রখ্যাত উদাহরণ।

তলীয় তরঙ্গের তির্যক আপতন (Plane wave at oblique incidence).

আলোকরশ্মির তির্যক আপতনের ক্ষেত্রেও পূর্বের ন্যায় তিনটি অবস্থা নেওয়া যাইতে পারে। এগুলি হইল (a) আলোকঅক্ষ আপতন তলের সমান্তরালে অবস্থিত (b) আলোকঅক্ষ আপতন তলের অভিলম্বে অবস্থিত এবং

(*c*) আলোকঅক্ষ প্রতিসরণ তলের অভিলম্বে অবস্থিত।

প্রথম চিত্রে (৪.১৮ *a*) *O* বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া একটি বৃত্ত ও একটি উপবৃত্ত অঙ্কন করা হইয়াছে, ইহারা পরস্পরকে স্পর্শ করিয়াছে এমন দুইটি বিন্দুতে যাহাদের যোগকারী সরলরেখা আলোক-অক্ষের সমান্তরাল। *OF* সমান্তরাল

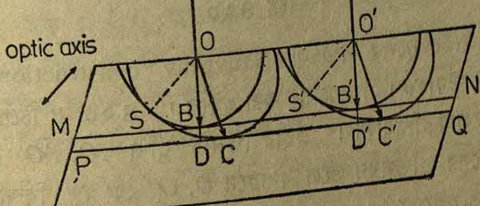


চিত্র ৪.১৮

আলোকরশ্মিমালার তরঙ্গমুখ। *O′* বিন্দু হইতে বৃত্ত এবং উপবৃত্তের (কেলাস) উপর যদি দুইটি স্পর্শক টানা যায় তবে ইহারা হইবে এই তরঙ্গমুখের কেলাসে অবস্থান। আর এই স্পর্শকদ্বয় যেখানে বৃত্ত ও উপবৃত্তকে স্পর্শ করিয়াছে সেই দুই বিন্দুকে *O* এর সহিত যুক্ত করিলে ইহারা সাধারণ ও অসাধারণ রশ্মি দুইটির গতির দিক নির্দেশ করিবে। চিত্রে *O′B* ও *O′C* এবং *OB* ও *OC* যথাক্রমে সাধারণ ও অসাধারণ রশ্মির তরঙ্গমুখ ও রশ্মির দিক বুঝাইতেছে। এখানে আলোর দ্বৈধ-প্রতিসরণ হইতেছে এবং দ্বৈধ-প্রতিসরণের কারণ আপতিত রশ্মি আলোক-অক্ষের সহিত এক্ষেত্রে তির্যক কোণে আপতিত হইয়াছে। পরের দুইটি ক্ষেত্রেও অনুরূপভাবেই সাধারণ ও অসাধারণ রশ্মির দিক, গতিবেগ এবং

তরঙ্গমুখের অবস্থান সহজেই নির্ণয় করা যায়। চিত্র ৪.১৮ (b) ও (c)এ ইহাদের দেখানো হইয়াছে। এখানে একটি বিষয় লক্ষ্য করিবার আছে। কেলাসের মুখ্য-ছেদ এবং সাধারণ ও অসাধারণ রশ্মির মুখ্য-তলের সংজ্ঞা পূর্বে দেওয়া হইয়াছে। কোন কোন ক্ষেত্রে ইহারা সম্পাতী (coincident) হইতে পারে, কিন্তু সাধারণত সম্পাতী হইবে না। সংজ্ঞানুসারে দেখা যাইবে যে এ পর্য্যন্ত যে ছয়টি উদাহরণ আলোচিত হইয়াছে তাহাদের পাঁচটি ক্ষেত্রেই মুখ-ছেদ ও মুখ্য তল সম্পাতী। শুধুমাত্র একটি ক্ষেত্রে ইহারা সম্পূর্ণ পৃথক। এই ক্ষেত্রটি চিত্র ৪.১৮ (b)এ দেখানো হইয়াছে। এখানে কেলাসের মুখ্য ছেদ দাড়াইবে OD সরলরেখার মধ্য দিয়া চিত্রতলের অভিলম্বে অঙ্কিত একটি তল। কিন্তু সাধারণ ও অসাধারণ রশ্মিদ্বয়ের মুখ্য-তল এখানে যথাক্রমে OB এবং OC সরলরেখার মধ্য দিয়া অঙ্কিত চিত্রতলের অভিলম্বে অঙ্কিত তল দুইটি। সুতরাং দেখা যাইতেছে যে এই ক্ষেত্রটিতেই শুধু তিনটি তলের অবস্থানই পৃথক। এখানে আরও একটি বিষয় লক্ষ্য করা প্রয়োজন। আলোর তির্যক আপতনের তিনটি ক্ষেত্রের মধ্যে সবগুলিতেই সাধারণ রশ্মির দিক সংশ্লিষ্ট তরঙ্গমুখের অভিলম্বে অবস্থিত। অতএব তরঙ্গমুখের গতির দিক আলোকরশ্মির গতির দিকের সহিত সম্পাতী হইবে। কিন্তু অসাধারণ আলোর ক্ষেত্রে একমাত্র দ্বিতীয় চিত্রের বেলায়ই এটি ঘটিবে। প্রথম ও তৃতীয় চিত্রের বেলায় অসাধারণ রশ্মির দিক OC স্পর্শক $O'C$ এর অভিলম্বে থাকিবে না।

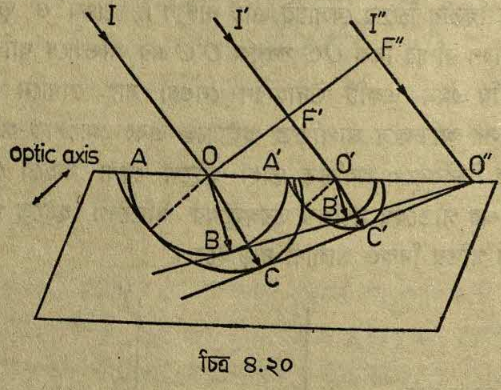
এবার যদি এমন একটি উদাহারণ নেওয়া যায় যেখানে আলোকরশ্মি প্রতিসরণ তলের অভিলম্বে আপতিত হইয়াছে এবং আলোক-অক্ষ প্রতিসরণ তলের সহিত তির্যকরূপে অবস্থিত তাহা হইলে দেখা যাইবে যে এইক্ষেত্রে অসাধারণ রশ্মির গতিবেগ সংশ্লিষ্ট তরঙ্গমুখের গতিবেগ হইতে পৃথক হইবে। আর ইহাদের গতির দিকও আলাদা দাড়াইবে।



চিত্র ৪.১৯

উপরের চিত্রে সমান্তরাল আলোকরশ্মিমালার দুইটি রশ্মি II' প্রতিসরণ

তলে OO' বিন্দুতে আপতিত হইয়াছে। আলোক-অক্ষ এখানে প্রতিসরণ তলের সহিত তির্যক অবস্থানে আছে। OO' বিন্দু দুইটিকে কেন্দ্র করিয়া বৃত্ত ও উপবৃত্ত অঙ্কন করিলে ইহারা SO এবং $S'O'$ দিকে স্পর্শ করিবে ; এই দিক আলোক-অক্ষের সমান্তরাল। এবার বৃত্ত দুইটিতে একটি সার্ব-স্পর্শক MN আঁকিলে এইটি হইবে সাধারণ রশ্মির তরঙ্গমুখ। আর এই স্পর্শক যে বিন্দুতে বৃত্তকে স্পর্শ করিয়াছে তাহা O বিন্দুতে যোগ করিলে OB সাধারণ রশ্মির দিক নির্দেশ করিবে। হাইগেন্‌সের সংরচনার (Huygens' construction) নিয়মানুসারে এইটিই প্রতিসৃত রশ্মির দিক বাহির করিবার প্রণালী। সাধারণ রশ্মির ক্ষেত্রে রশ্মির এবং তরঙ্গমুখের গতিবেগ ও দিক সম্পাতী হইবে। যদি উপবৃত্ত দুইটির সার্ব-স্পর্শক অঙ্কন করা যায় তাহা হইলে এইটি PQ অসাধারণ রশ্মির তরঙ্গমুখ বুঝাইবে। যদি তরঙ্গমুখের উপর লম্বদ্বয় OD এবং $O'D'$ টানা হয় তবে ইহার গতিবেগ হইবে OD এবং $O'D'$ (আনুপাতিক)। কিন্তু এই সার্ব-স্পর্শক উপবৃত্তকে স্পর্শ করিবে C এবং C' বিন্দুতে ; কাজেই OC এবং $O'C'$ অসাধারণ রশ্মির দিক বুঝাইবে। অতএব এই চিত্র হইতে দেখা যাইতেছে অসাধারণ রশ্মির ক্ষেত্রে রশ্মির এবং তরঙ্গমুখের গতিবেগ ও দিক আলাদা হইবে।



চিত্র ৪.২০

এইবার হাইগেন্‌সের সংরচনা (Huygens' construction) অনুসারে সাধারণ একটি উদাহরণ বিবেচনা করা হইবে। ৪.২০ নং চিত্রে II'' একটি সমান্তরাল আলোকরশ্মিমালা। ইহার তিনটি রশ্মি $IO, I'O'$ এবং $I''O''$ ঋণাত্মক কেলাসের প্রতিসরণ তলে যথাক্রমে O, O' এবং O'' বিন্দুতে তির্যক-ভাবে আপতিত হইতেছে। পার্শ্বে আলোক-অক্ষের দিক দেখানো হইয়াছে। আলোক-অক্ষ আপতন তলের সহিত সমান্তরাল বলিয়া এই ক্ষেত্রে ধরা হইয়াছে।

যদিও ইহা নাও হইতে পারে। $OF'F''$ আপতিত আলোকরশ্মিমালার একটি তরঙ্গমুখ। O বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া এবং $OA = \frac{F''O''}{\mu_{ord}}$ ব্যাসার্দ্ধ নিয়া একটি বৃত্তাংশ অঙ্কন করা হইল। তাহা হইলে $I''O''$ রশ্মি যতক্ষণে $F''O''$ দূরত্ব অতিক্রম করিয়া O'' বিন্দুতে পৌঁছিবে ততক্ষণে O বিন্দুর ভ্রংশ OA ব্যাসের বৃত্তাংশে বিস্তারলাভ করিবে। এইবার O বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া একটি উপবৃত্ত অঙ্কন করিতে হইবে। এই উপবৃত্তের মুখ্য ও গৌণ অক্ষদ্বয় যথাক্রমে $\frac{F''O''}{\mu_{ext}}$ এবং $\frac{F''O''}{\mu_{ord}}$ এর সমান হইবে। আর বৃত্ত ও উপবৃত্ত আলোক-অক্ষের দিকে পরস্পরকে স্পর্শ করিবে। এই উপবৃত্তটি হইবে সংশ্লিষ্ট অসাধারণ রশ্মির তরঙ্গপৃষ্ঠের অবস্থান। অনুরূপভাবে O' বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া $O'A'$ ব্যাসার্দ্ধ নিয়া একটি বৃত্ত আঁকা হইয়াছে। এখানে $O'A' = \frac{F'O'}{\mu_{ord}}$. আবার O' কে কেন্দ্র করিয়া একটি উপবৃত্তও আঁকা হইয়াছে যাহাদের মুখ্য ও গৌণ অক্ষদ্বয় যথাক্রমে $\frac{F'O'}{\mu_{ext}}$ এবং $\frac{F'O'}{\mu_{ord}}$ এর সমান। এবার যদি O'' বিন্দু হইতে প্রথম বৃত্তের উপর একটি স্পর্শক আঁকা যায় তবে ইহা বৃত্তটিকে B বিন্দুতে স্পর্শ করিবে। O' বিন্দুতে যেভাবে বৃত্ত আঁকা হইয়াছে তাহাতে সহজেই প্রমাণ করা যায় যে $O''B$ স্পর্শক এই বৃত্তকে B' বিন্দুতে স্পর্শ করিবে। সুতরাং OB ও $O'B'$ সাধারণ রশ্মির দিক নির্দেশ করিবে। আর $O''B'B$ হইবে সাধারণ রশ্মির তরঙ্গমুখের অবস্থান। এবং যেহেতু স্পর্শক $O''B'B$ বৃত্ত দুইটিকে B ও B' বিন্দুতে স্পর্শ করিয়াছে, সাধারণ রশ্মি ও তরঙ্গমুখের গতির দিক সম্পাতী হইবে এবং ইহাদের গতিবেগও সমান হইবে।

এইবার পূর্বোক্ত পদ্ধতি অনুসারে উপবৃত্তের উপর $O''C$ স্পর্শক আঁকা হইল। এই স্পর্শক O' বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া আঁকা উপবৃত্তকেও C' বিন্দুতে স্পর্শ করিবে দেখানো যায়। OC এবং $O'C'$ অসাধারণ রশ্মির দিক বুঝাইবে। আর $O''C'C$ অসাধারণ রশ্মির তরঙ্গমুখের অবস্থান হইবে। সহজেই দেখা যায় যে OC সরলরেখাটি $O''C$ এর অভিলম্বে না হওয়ায় অসাধারণ রশ্মির গতির দিক ইহার তরঙ্গমুখের গতির দিকের সহিত সম্পাতী হইবে না ; ইহাদের গতিবেগও আলাদা হইবে।

৪.২০ নং চিত্র হইতে দেখা যায় যে সাধারণ রশ্মি প্রতিফলনের দুইটি সূত্রই মানিয়া চলিবে, কিন্তু অসাধারণ রশ্মির ক্ষেত্রে ইহা সত্য নহে। ইহার কারণ এই যে সাধারণ আলোর তরঙ্গপৃষ্ঠের আকৃতি বৃত্তাকার হওয়ায় প্রতিসৃত রশ্মির

গতিবেগ সমস্ত আপতন কোণের জন্যই এক থাকিবে ; ফলে আপতন কোণ এবং প্রতিসরণ কোণের সাইনের (sine) অনুপাত ধ্রুবক হইবে $=(\mu_{ord})$. আরও সহজভাবে বলা যায় যে দুই গতিবেগ v এবং v' এর অনুপাত $(v/v'=\mu_{ord})$ ধ্রুবক হইবে। আর O'' বিন্দু হইতে অঙ্কিত স্পর্শক বৃত্তটিকে যে বিন্দু B তে স্পর্শ করিবে সেটি আপতন তলেই অবস্থিত হইবে। সুতরাং প্রতিসরণের দ্বিতীয় নিয়মও প্রতিপালিত হইবে। কিন্তু অসাধারণ রশ্মির বেলায় প্রতিসৃত রশ্মির দৈর্ঘ্য C বিন্দুর অবস্থানের উপর নির্ভর করিবে ; অর্থাৎ বিভিন্ন আপতন কোণে প্রতিসৃত রশ্মির গতিবেগ আলাদা হইবে যাহার ফলে আপতন কোণ ও প্রতিসরণ কোণের সাইনের (sine) অনুপাত ধ্রুবক হইবে না। দ্বিতীয়ত: আলোক-অক্ষ যদি আপতন তলের সহিত তির্যক অবস্থানে থাকে তবে $O''C$ স্পর্শকটি উপবৃত্তকে যে বিন্দুতে স্পর্শ করিবে সেই স্পর্শবিন্দু C আপতন তলে হইবে না। সুতরাং প্রতিসরণের দ্বিতীয় নিয়মটি সাধারণত প্রতিপালিত হইবে না। অবশ্য চিত্রে যে অবস্থা দেখানো হইয়াছে সেই ক্ষেত্রে C বিন্দু আপতন তলে অবস্থিত হইবে এবং দ্বিতীয় সূত্রটি প্রতিপালিত হইবে। আবার আলোক-অক্ষ যদি আপতন তলের অভিলম্বে অবস্থিত হয় তবে দুইটি তরঙ্গপৃষ্ঠের ছেদই বৃত্তাকার হইবে। অতএব এই ক্ষেত্রে প্রতিসরণের উভয় সূত্রই প্রতিপালিত হইবে।

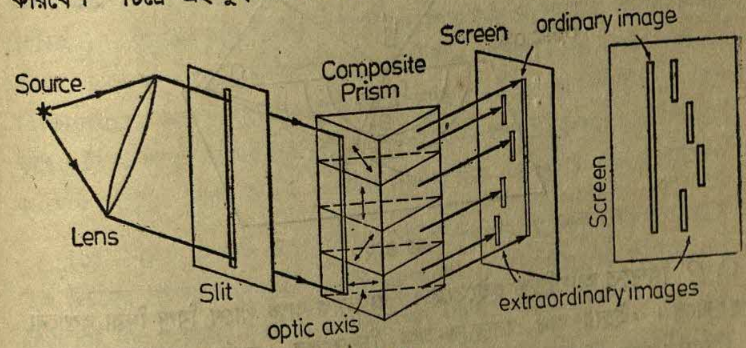
হাইগেন্সের সংরচনার প্রতিপাদন (Verification of Huygens' construction).

হাইগেন্সের সংরচনা অনুসারে আলোকরশ্মি কেলাসের প্রতিসরণ তলে কোনও বিন্দুতে আপতিত হইলে সেই বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া দুইটি তরঙ্গ পৃষ্ঠের সৃষ্টি হয়। ইহাদের মধ্যে যেটি সাধারণ রশ্মির তরঙ্গ-পৃষ্ঠ, তাহার আকৃতি গোলকীয় (spherical). আর সংশ্লিষ্ট অসাধারণ রশ্মির তরঙ্গ-পৃষ্ঠের আকৃতি উপগোলকীয় (spheroidal). এই মতবাদের সত্যতা নিম্নলিখিত রূপে প্রমাণ করা যায়।

সাধারণ রশ্মির ক্ষেত্রে তরঙ্গ-পৃষ্ঠের আকৃতি গোলকীয় হইবে। সুতরাং কেলাসে আলোক-অক্ষের অবস্থান যে দিকেই হোক না কেন, আপতন তল দ্বারা এই তরঙ্গ-পৃষ্ঠের ছেদের আকৃতি সর্বদাই বৃত্তাকার হইবে। শূন্যে (অথবা কার্য্যতঃ বায়ুতে) যদি আলোর গতিবেগ হয় v এবং কেলাসে হয় v'_{ord} তবে $\frac{v}{v'_{ord}}=\mu_{ord}=\frac{\sin i}{\sin r_o}$; তরঙ্গপৃষ্ঠের ছেদ বৃত্তাকার হওয়ায় সাধারণ রশ্মির

গতিবেগ OB (চিত্র ৪.২০) সমস্ত আপতন কোণেই এক হইবে। সুতরাং μ_{ord} ধ্রুবক দাড়াইবে। আর স্পর্শবিন্দু B ও আপতন তলেই থাকিবে।

এই যুক্তির সত্যতা পরীক্ষা করিতে হইলে একখণ্ড একাক্ষ কেলাস (uniaxial crystal) হইতে আলোক-অক্ষের বিভিন্ন অবস্থানে কয়েকটি প্রিজ্‌ম্ কাটিয়া ঐগুলি জোড়া দিয়া একটি বড় প্রিজ্‌ম্ তৈয়ারী করা দরকার। ৪.২১ নং চিত্রে দেখানো হইয়াছে যে এইরূপ চারিটি প্রিজ্‌ম্ একটি বড় কেলাস হইতে এমনভাবে কাটা হইয়াছে যাহাতে প্রত্যেকটিতে আলোক-অক্ষের দিক আলাদা। এই চারিটি ক্ষুদ্র প্রিজ্‌ম্ জোড়া দিয়া একটি বৃহত্তর প্রিজ্‌ম্ তৈয়ারী করা হইয়াছে। এই প্রিজ্‌মের উপরে একটি আলোক-উৎস S হইতে লেন্স এবং রেখাছিদ্রের সাহায্যে সমান্তরাল ও একবর্ণী (monochromatic) আলোক রশ্মিমালা আপতিত করা হইল। প্রতিসরণের পর অন্যদিকে যে প্রতিবিম্ব সৃষ্ট হইবে তাহা একটি না হইয়া একাধিক দাড়াইবে। ইহাদের মধ্যে একটি হইবে আপতিত রশ্মির দৈর্ঘ্যের সমান এবং নিরবচ্ছিন্ন। সেটি সাধারণ রশ্মি হইতে সৃষ্ট হইবে। কিন্তু অন্যটি, যেটি অসাধারণ রশ্মি দ্বারা সৃষ্ট হইবে, সাধারণতঃ বিভিন্ন ভাগে বিভক্ত হইয়া যাইবে এবং মোটামুটি যে কয়টি ক্ষুদ্র প্রিজ্‌ম্ দ্বারা বৃহত্তর প্রিজ্‌ম্‌টি গঠিত তত সংখ্যক স্বতন্ত্র প্রতিবিম্বের সৃষ্টি করিবে। চিত্রে এই দুইশ্রেণীর প্রতিবিম্ব আলাদা করিয়া দেখানো হইয়াছে।



চিত্র ৪.২১

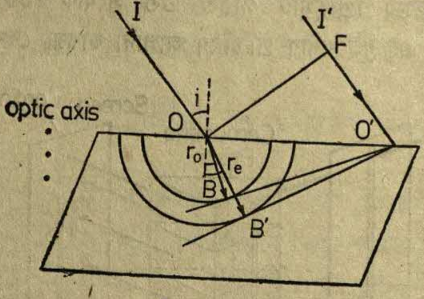
সাধারণ রশ্মি সবগুলি প্রিজ্‌মের মধ্য দিয়া একই নিয়মানুসারে প্রতিসৃত হয় বলিয়া (ধ্রুবক μ) এই প্রতিবিম্বগুলি পর পর একই সরলরেখায় পড়িবে।

এই পরীক্ষা হইতে দেখা যাইতেছে যে সাধারণ রশ্মির ক্ষেত্রে ইহার গতিবেগ কেলাসে আলোক-অক্ষের অবস্থানের উপর নির্ভর করে না। সুতরাং ইহার

তরঙ্গপৃষ্ঠ গোলকীয়। আর ইহার অর্থ পূর্বেই দেখা গিয়াছে যে সাধারণ রশ্মি প্রতিসরণের দুইটি সূত্রই মানিয়া চলে।

অপরদিকে দেখা যাইতেছে যে অসাধারণ রশ্মির ক্ষেত্রে গতিবেগ আলোক অক্ষের অবস্থানের উপর নির্ভরশীল। সুতরাং ইহার তরঙ্গ-পৃষ্ঠ গোলকীয় হইতে পারে না। হাইগেন্‌সের মতে এই তরঙ্গ-পৃষ্ঠের আকৃতি উপগোলকীয়। ইহার সত্যতা যাচাই নিম্নলিখিত পরীক্ষা দ্বারা করা সম্ভব।

(a) আলোক-অক্ষ প্রতিসরণ তলের সমান্তরাল, কিন্তু আপতন-তলের অভিলম্বে অবস্থিত (optic axis parallel to the refracting face but perpendicular to the plane of incidence). এরূপ ক্ষেত্রে আপতন তল দ্বারা তরঙ্গ-পৃষ্ঠ দুইটি ছেদ করিলে যে দুইটি রেখা (curve) পাওয়া যাইবে, তাহারা উভয়েই বৃত্তাকার হইবে। কারণ এই ক্ষেত্রে চিত্র নং ৪.২২ হইতে দেখা যায় যে আপতন তল তরঙ্গপৃষ্ঠ দুইটিকে ইহাদের যৌথ কেন্দ্রের মধ্য দিয়া আলোক-অক্ষের অভিলম্বে ছেদ করিতেছে; আর ত্রিমাত্রিক (three-dimensional) তরঙ্গপৃষ্ঠ পাওয়া যায় বৃত্ত এবং উপবৃত্তকে আলোক-অক্ষের চতুর্দিকে ঘুরাইলে। সুতরাং ৪.২২ নং চিত্রে দেখানো হইয়াছে IO, $I'O'$ দুইটি রশ্মি



চিত্র ৪.২২

O, O' বিন্দুতে আপতিত হইতেছে। আলোক-অক্ষ পাশে বিন্দু দিয়া বুঝানো হইয়াছে। ইহার অর্থ আলোক-অক্ষ চিত্রতলের অর্থাৎ আপতন তলের অভিলম্বে আর প্রতিসরণ তল OO' এর সমান্তরালে অবস্থিত। ইহার তরঙ্গ-পৃষ্ঠের দুইটি ছেদ পাওয়া যাইবে; ইহাদের উভয়েরই কেন্দ্র O বিন্দু আর উভয়েরই আকৃতি বৃত্তাকার হইবে। O' হইতে এই বৃত্ত দুইটির উপর স্পর্শক আঁকিলে ইহারা বৃত্ত দুইটিকে B এবং B' বিন্দুতে স্পর্শ করিবে। OB ও OB' যথাক্রমে সাধারণ ও অসাধারণ রশ্মির দিক ও আনুপাতিক গতিবেগ বুঝাইবে। সহজেই বুঝা যায় যে আলোকের গতিবেগ যদি বায়ুতে v হয় এবং

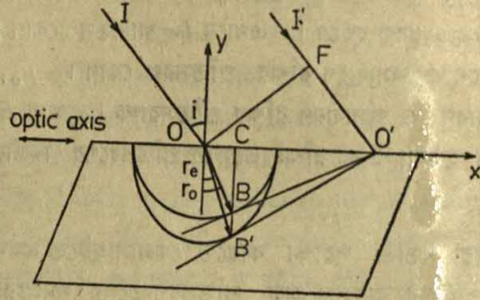
সাধারণ ও অসাধারণ রশ্মির কেলাসে গতিবেগ যথাক্রমে v_o এবং v_e হয় তবে $\frac{v}{v_o}=\frac{\sin i}{\sin r_o}=\mu_{ord}$ এবং $\frac{v}{v_e}=\frac{\sin i}{\sin r_e}=\mu_{ext}$ হইবে এবং উভয় ক্ষেত্রেই μ_{ord} এবং μ_{ext} ধ্রুবক হইবে। এখানে i = আপতন কোণ ; r_o এবং r_e যথাক্রমে সাধারণ ও অসাধারণ রশ্মির প্রতিসরণ কোণ। μ_{ord} এবং μ_{ext} যথাক্রমে সাধারণ ও অসাধারণ রশ্মির প্রতিসরাঙ্ক। আর B এবং B' বিন্দু আপতন তলে হওয়ায় উভয় রশ্মিই এক্ষেত্রে প্রতিসরণের দ্বিতীয় সূত্র মানিয়া চলিবে।

এই যুক্তির সত্যতা পরীক্ষা করিতে কেলাস হইতে এমন একটি প্রিজ্‌ম্ কাটা দরকার যাহাতে আলোক-অক্ষ প্রতিসরণ-তলের সমান্তরালে অবস্থিত। এই প্রিজ্‌মের উপর একটি একবর্ণী আলোকরশ্মি এমনভাবে আপতিত করা হইল যাহাতে আপতন-তল আলোক-অক্ষের অভিলম্বে পড়ে। প্রতিসরণের পর প্রিজ্‌মের অপর দিকে দুইটি আলোকরশ্মি পাওয়া যাইবে ; ইহাদের একটি সাধারণ ও অপরটি অসাধারণ রশ্মি। ইহাদের উভয়েরই তলীয়-সমবর্তন হইবে আর তাহাদের সমবর্তন-তল পরস্পরের অভিলম্বে থাকিবে। আপতন কোণ পরিবর্তন করিয়া বিভিন্ন আপতন কোণের জন্য দুইটি রশ্মিরই প্রতিসরাঙ্ক নির্ণয় করা হইলে দেখা যাইবে যে ইহারা উভয়েই ধ্রুবক (যদিও ইহাদের মান বিভিন্ন)। অতএব এই পরীক্ষা হইতে প্রমাণিত হয় যে সাধারণ ও অসাধারণ রশ্মির তরঙ্গপৃষ্ঠ আলোক-অক্ষ ঘিরিয়া দুইটি আবর্তন-পৃষ্ঠ (surface of revolution) আর আলোক-অক্ষের অভিলম্ব-তল ইহাদের দুইটি বৃত্তে ছেদ করে। ইহার পরের ধাপ হইবে এই তরঙ্গ-পৃষ্ঠের উৎপাদক রেখার (generating curve) আকৃতি নির্ণয় করা। এজন্য নিম্নলিখিত পরীক্ষাটি করা দরকার।

(b) আলোক-অক্ষ আলোকরশ্মির আপতন-তল ও কেলাসের প্রতিসরণ-তল উভয়ের সমান্তরাল (optic axis parallel to both the refracting face of the crystal and the plane of incidence).

এই ক্ষেত্রে যদি আলোকের তরঙ্গপৃষ্ঠ হাইগেন্‌সের মতানুসারে গোলকীয় এবং উপগোলকীয় বলিয়া ধরিয়া লওয়া হয় তবে আপতন তল দ্বারা ইহাদের ছেদ করিলে যে রেখা পাওয়া যাইবে, তাহাদের একটি হইবে বৃত্তাকার অপরটি উপবৃত্তাকার। প্রথমটি সাধারণ ও দ্বিতীয়টি অসাধারণ রশ্মির জন্য। ইহারা উভয়ে আলোক অক্ষের সমান্তরালে দুই বিন্দুতে পরস্পর স্পর্শ করিবে। পূর্বের আলোচনা মত ৪.২৩ নং চিত্রে দেখানো হইয়াছে যে II' রশ্মিদ্বয় OO'

বিন্দুতে আপতিত হইয়াছে। O বিন্দু হইতে উদ্ভূত তরঙ্গ-পৃষ্ঠের উপর O' বিন্দু হইতে যে দুইটি স্পর্শক আকা হইয়াছে তাহারা B এবং B' বিন্দুতে



চিত্র ৪.২৩

যথাক্রমে বৃত্ত ও উপবৃত্তকে স্পর্শ করিয়াছে। OB ও OB সাধারণ এবং অসাধারণ রশ্মি।

এই বৃত্ত এবং উপবৃত্তের সমীকরণ লেখা যায়

$$x^2+y^2=a^2 \quad (\text{বৃত্ত, ব্যাসার্দ্ধ } a) \tag{4.3}$$

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \quad (\text{উপবৃত্ত, মুখ্য ও গৌণ ব্যাসার্দ্ধ } b \text{ এবং } a) \tag{4.4}$$

মেরু এবং মেরুরেখার (Pole and Polar) সংজ্ঞানুসারে দেখা যায় যে মেরু O' বিন্দুর মেরুরেখা বৃত্তে এবং উপবৃত্তে যথাক্রমে BC এবং $B'C$. O' বিন্দুর স্থানাঙ্ক (coordinates) যদি x_1y_1 হয় তবে উপবৃত্তের মেরুরেখার সমীকরণ হইবে

$$\frac{xx_1}{a^2}+\frac{yy_1}{b^2}=1 \tag{4.5}$$

O' বিন্দুকে যদি x অক্ষের উপর অবস্থিত বলিয়া ধরা যায়, তবে এই সমীকরণ দাড়াইবে

$$\frac{xx_1}{a^2}=1. \quad \text{বা} \quad xx_1=a^2 \tag{4.6}$$

অনুরূপভাবে বৃত্তের মেরুরেখার সমীকরণ হইবে

$$xx_1+yy_1=a^2 \tag{4.7}$$

এক্ষেত্রে এই সমীকরণ দাড়াইবে

$$xx_1=a^2 \tag{4.8}$$

দেখা যাইতেছে যে দুইটি মেরুরেখাই একই সমীকরণ দ্বারা বুঝানো যাইতেছে ; অর্থাৎ ইহারা সম্পাতী (coincident). সুতরাং B এবং B' একই সরলরেখা $B'BC$ এর উপর অবস্থিত এবং এই সরলরেখা OO' এর অভিলম্বে আছে বলিয়া দেখানো যায়।

সুতরাং লেখা যাইতে পারে

$$\frac{\tan r_o}{\tan r_e} = \frac{OC}{BC} \Big/ \frac{OC}{B'C} = \frac{B'C}{BC} = \frac{a}{b} \tag{4.9}$$

এখন আলোর গতিবেগ যদি বায়ুতে v হয় এবং সাধারণ ও অসাধারণ রশ্মির গতিবেগ কেলাসে যথাক্রমে v_o এবং v_e হয় তবে পূর্বের চিত্র নং ৪.২২ হইতে দেখানো যায় $\frac{v_o}{v_e} = \frac{b}{a} = \frac{\mu_{ext}}{\mu_{ord}}$ (4.10)

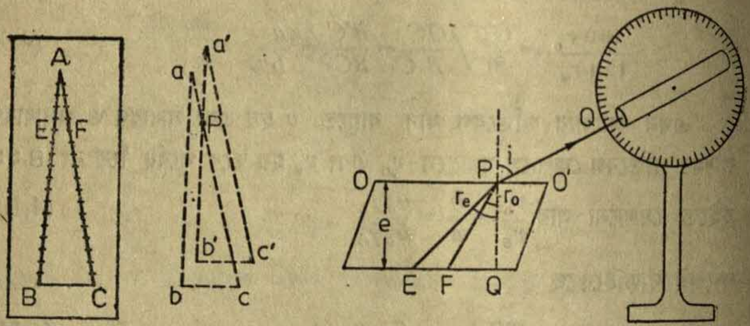
কাজেই দাড়াইতেছে

$$\frac{\tan r_o}{\tan r_e} = \frac{a}{b} = \frac{\mu_{ord}}{\mu_{ext}}. \tag{4.11}$$

এই ফল পাওয়া যাইতেছে সাধারণ ও অসাধারণ রশ্মি দুইটির উৎপাদক রেখা (generating curve) দুইটিকে যথাক্রমে বৃত্ত ও উপবৃত্তাকার ধরিয়া নিয়া। এই কাল্পনিক তথ্যের (assumption) সত্যতা নিম্নলিখিত পরীক্ষার দ্বারা যাচাই করা যাইতে পারে। এইটি ম্যালাসের (Malus) পরীক্ষা।

একটি ধাতব পাতের উপর দুইটি স্কেল AB এবং AC সূক্ষ্মরূপে খোদাই করা হইয়াছে। স্কেল দুইটি পরস্পরের সহিত সমকোণে তির্যকভাবে অবস্থিত। একটি ক্যালসাইট কেলাস এমনভাবে কাটা হইল যাহাতে আলোক-অক্ষ কেলাসের প্রতিসরণ তল OO' এর সমান্তরালে থাকে। এই প্রতিসরণ তলটি OO' সরলরেখার মধ্য দিয়া চিত্রতলের অভিলম্বে আছে। এবার প্রতিসরণ তল হইতে আলো প্রতিফলিত করিয়া এই তলকে নিখুতভাবে অনুভূমিক করা হইল। স্কেলের ধাতব পাতটি কেলাসের নীচে এমন অবস্থানে বসানো হইল যাহাতে কেলাসের মুখ্য-ছেদ (principal section) AB এর অভিলম্বে থাকে। কেলাসের উপর হইতে তাকাইলে ABC এর দুইটি প্রতিবিম্ব দেখা যাইবে ; একটি সাধারণ রশ্মির এবং অপরটি অসাধারণ রশ্মির জন্য। আর ইহারা পরস্পরের সহিত বিচ্ছিন্নভাবে অবস্থিত হইবে। ৪.২৪(ii) নং চিত্রে ইহাদের অবস্থান দেখানো হইয়াছে abc ও $a'b'c'$ দ্বারা। ইহারা P বিন্দুতে পরস্পরকে ছেদ করিবে। সুতরাং যদি P বিন্দুতে দৃষ্টি নিবদ্ধ করা

যায় তাহা হইলে *AB* স্কেলের *E* বিন্দু হইতে একটি রশ্মি এবং *AC* স্কেলের *F* বিন্দু হইতে আর একটি রশ্মি কেলাসের মধ্য দিয়া গমন করিয়া কেলাসের *OO′* তলে আসিয়া মিলিত হইয়াছে এবং সেখান হইতে একটি একক রশ্মি হিসাবে বায়ুতে গমন করিতেছে। কেলাসের মধ্যে *EP* এবং *FP* অসাধারণ ও সাধারণ রশ্মি দেখাইতেছে। কেলাসে গমনের পর রশ্মি দুইটি *P* বিন্দুতে



(i) (ii) (iii)

চিত্র ৪.২৪

মিলিত হইয়া একক প্রতিসৃত রশ্মি হিসাবে বায়ুতে গমন করিবে। সুতরাং বলিতে পারা যায় যে প্রতিবর্তিতার নীতি (principle of reversibility) অনুসারে একটি আলোকরশ্মি *QP* দিকে কেলাসের উপর আপতিত হইলে *PE* এবং *PF* দুইটি অসাধারণ ও সাধারণ রশ্মিতে কেলাসের মধ্যে প্রতিসৃত হইবে। সুতরাং সংশ্লিষ্ট কোণগুলিকে ৪.২৪(iii) নং চিত্রে প্রদর্শিতরূপে নির্দিষ্ট করা হইল। এবার একটি দূরবীক্ষণ এবং স্কেলের সাহায্যে *i* কোণটি নির্ণয় করা হইল। *E* এবং *F* বিন্দু দুইটিকে স্কেলের মধ্যে সনাক্ত করিয়া তাহাদের দূরত্বও মাপা হইল আর কেলাসের বেধ *e* বাহির করা হইল। এবার লেখা যায়

$$EF = EQ - FQ = e(\tan r_e - \tan r_0). \qquad (4.12)$$

আবার $\dfrac{\sin i}{\sin r_o} = \mu_{ord}$ বা $\sin r_o = \dfrac{\sin i}{\mu_{ord}}$.

'*i*' কোণ মাপা হইয়াছে এবং μ_{ord} ও জানা আছে (পূর্বের পরীক্ষা হইতে)। সুতরাং $\sin r_o$ বাহির করা যায় এবং তাহা হইতে $\tan r_o$ এর মানও জানা যাইবে। কাজেই উপরের সমীকরণে একমাত্র অজানা রাশি $\tan r_e$ এই পরীক্ষা হইতে নির্ণয় করা যায়।

কাজেই $\tan r_o$ এবং $\tan r_e$ উভয় রাশিই এই পরীক্ষা হইতে জানা গেল। এখন $\frac{\tan r_o}{\tan r_e}$ হিসাব করিয়া যদি দেখা যায় যে এই অনুপাত $\frac{\mu_{ord}}{\mu_{ext}}$ এর সমান দাড়ায় তবে বলা যাইতে পারে যে সাধারণ ও অসাধারণ রশ্মির তরঙ্গপৃষ্ঠের উৎপাদক রেখা (generating curve) যথাক্রমে বৃত্ত ও উপবৃত্তের আকৃতি বিশিষ্ট (কারণ এই দুইটি উৎপাদক রেখা বৃত্ত এবং উপবৃত্ত ধরিয়া নিয়া পাওয়া গিয়াছে $\frac{\tan r_e}{\tan r_o} = \frac{\mu_{ext}}{\mu_{ord}}$). আর এই উৎপাদক রেখা দুইটিকে আলোক-অক্ষের চতুর্দিকে ঘুরাইলে তরঙ্গপৃষ্ঠের ত্রিমাত্রিক আকৃতি দাড়াইবে সাধারণ ও অসাধারণ রশ্মির ক্ষেত্রে যথাক্রমে গোলকীয় এবং উপগোলকীয়। সুতরাং এই পরীক্ষা কয়টির দ্বারা হাইগেন্‌সের সংরচনার (Huygens' construction) সত্যতা প্রমাণিত হইল।

তরঙ্গ-বেগ এবং রশ্মি-বেগ (Wave velocity and ray velocity).

চিত্র নং ৪.২৩ হইতে দেখা যায় যে O বিন্দু হইতে যে দুইটি ভ্রংশ কেলাসে ছড়াইয়া পড়ে তাহাদের গতিবেগ সাধারণত সমান নহে। ইহাদের মধ্যে OB এবং OB' যথাক্রমে সাধারণ ও অসাধারণ রশ্মির গতিবেগ বুঝাইতেছে। কিন্তু সংশ্লিষ্ট তরঙ্গমুখ হইবে $O'B$ এবং $O'B'$. তরঙ্গের গতিবেগের এবং দিকের সংজ্ঞানুসারে O বিন্দু হইতে তরঙ্গমুখ দুইটির উপর লম্ব টানিলে যে দুইটি সরলরেখা পাওয়া যাইবে তাহারা সাধারণ ও অসাধারণ তরঙ্গের গতির মান ও দিক বুঝাইবে। সহজেই বুঝা যায় যেহেতু OB সাধারণ তরঙ্গমুখ $O'B$ এর অভিলম্বে অবস্থিত, সাধারণ রশ্মির বেলায় তরঙ্গবেগ এবং রশ্মিবেগ একই হইবে ; আর ইহাদের গতির দিকও সম্পাতী হইবে। কিন্তু OB' সাধারণত তরঙ্গমুখ $O'B'$ এর অভিলম্বে অবস্থান করিবে না। অতএব এই ক্ষেত্রে রশ্মি ও তরঙ্গ একই দিকে গমন করিবে না এবং ইহাদের গতিবেগও এক হইবে না। এই ব্যাপারটি আরও স্পষ্টভাবে দেখা যায় চিত্র নং ৪.১৯ হইতে। এখানে OB এবং OC যথাক্রমে সাধারণ ও অসাধারণ রশ্মির গতিবেগ ও গতির দিক বুঝাইতেছে। কিন্তু সাধারণ ও অসাধারণ রশ্মির বেলায় তরঙ্গমুখ বুঝাইতেছে MN এবং PQ. সুতরাং OB এবং OD যথাক্রমে সাধারণ ও অসাধারণ তরঙ্গের গতির মান ও দিক বুঝাইতেছে। এই চিত্র হইতে স্পষ্টরূপে দেখা যায় যে সাধারণ রশ্মির ক্ষেত্রে রশ্মি ও তরঙ্গের বেগ এবং দিক একই হইলেও অসাধারণ রশ্মির ক্ষেত্রে ইহা সত্য নহে।

অসাধারণ রশ্মির বেগ এবং দিক তরঙ্গের গতিবেগ ও দিক হইতে সাধারণতঃ ভিন্ন হইয়া থাকে।

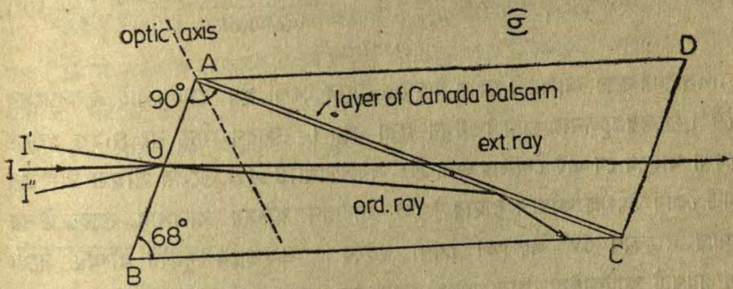
সমবর্তক প্রিজ্‌ম্‌সমূহ (Polarising Prisms).

পূর্বের আলোচনা হইতে দেখা গিয়াছে যে আলো যখন ট্যুরম্যালিন কেলাসের মধ্য দিয়া পাঠানো হয় তখন পারগত রশ্মির তলীয় সমবর্তন হইয়া থাকে। এক্ষেত্রে যদিও একটি রশ্মিই পাওয়া যায় তবুও প্রকৃতপক্ষে এই কেলাসেও দ্বৈধ প্রতিসরণ হইয়া থাকে, তবে অসাধারণ ও সাধারণ রশ্মির মধ্যে সাধারণ রশ্মি কেলাসে দ্রুত শোষিত হয় যাহার ফলে মোটামুটি 1 mm পরিমাণ বেধের কেলাসেই ইহা সম্পূর্ণ শোষিত হইয়া যায়। কাজেই পারগত রশ্মিটি অসাধারণ রশ্মি আর ইহা সম্পূর্ণরূপে তলীয় সমবর্তিত (plane-polarised). কোন কোন কেলাস সাধারণ আলোর আয়তক্ষেত্রিক উপাংশ (rectangular components) দুইটির মধ্যে একটি বেশী শোষণ করিয়া থাকে। এই ধর্মকে বলা হইয়া থাকে (dichroism) দ্বিরাগত্ব। আলোচ্য ট্যুরম্যালিন কেলাস দ্বিরাগত্বের একটি প্রকৃষ্ট উদাহরণ। কিন্তু ট্যুরম্যালিন কেলাস রঙীন বলিয়া ইহার মধ্য দিয়া পারগত রশ্মিও রঙীন হয় এবং ইহার তীব্রতাও খুবই হ্রাস পায়। কাজেই তলীয় সমবর্তিত রশ্মি সৃষ্টি করিবার উপায় হিসাবে ট্যুরম্যালিনের ব্যবহার খুব প্রশস্ত নহে। আলো ক্যালসাইট কেলাসের মধ্য দিয়া পাঠানোও সাধারণভাবে তলীয় সমবর্তিত রশ্মিমালা সৃষ্টি করিবার পক্ষে সুবিধাজনক নহে, কারণ কেলাস খুব বড় না হইলে সাধারণ ও অসাধারণ রশ্মি সম্পূর্ণ আলাদা হয় না।

নিকল্‌ প্রিজ্‌ম্‌ (Nicol Prism).

এই সমস্ত কারণে উইলিয়াম নিকল (William Nicol) একরকম প্রিজ্‌ম্‌ তৈরী করেন যাহার সাহায্যে অতি সহজে বিশুদ্ধ তলীয়-সমবর্তিত আলোকরশ্মির সৃষ্টি করা যায়। তাহার নামানুসারে ইহাকে বলা হয় নিকল্‌ প্রিজ্‌ম্‌ বা শুধু 'নিকল্‌'। এইটি তৈরী করিতে একখণ্ড লম্বা ধরণের (দৈর্ঘ্য সাধারণত প্রস্থের মোটামুটি তিনগুণের মত লওয়া হইয়া থাকে) ক্যালসাইট কেলাস লইয়া প্রতিসরণ তল দুইটি এমনভাবে কাটা হয় যাহাতে মুখ্য-ছেদের কোণ স্বাভাবিক মান 71° হইতে 68°তে কমিয়া আসে। ইহার কারণ ৪.২৫ নং চিত্র দেখিলে বুঝিতে পারা যাইবে। এই প্রসঙ্গের আলোচনার পরের দিক হইতে দেখা যাইবে যে এইরূপ কাটিবার ফলে কেলাসের আলোক-অক্ষের অবস্থান কেলাসে অসাধারণ রশ্মির পারগমের সুবিধা করিয়া দিবে।

এইবার কেলাসটিকে কাটিয়া সমান দুইভাগে ভাগ করা হয়। এই বিভাজনতল মুখ্য ছেদ এবং প্রতিসরল-তল উভয়েরই অভিলম্বে অবস্থিত।



চিত্র ৪.২৫

কেলাসের দুইটি খণ্ডের কর্তিত তল পালিশ করিয়া আবার ক্যানাডা বালসাম (Canada balsam) নামক একপ্রকার স্বচ্ছ আঠা দিয়া জুড়িয়া পূর্বের আকৃতি দেওয়া হয়। এখন যদি *IO* আলোকরশ্মি *AB* তলে আপতিত হয় তবে ইহা কেলাসের মধ্যে সাধারণ ও অসাধারণ রশ্মিতে বিভক্ত হইবে। ইহাদের গতিপথ ৪.২৫ নং চিত্রে দেখানো হইয়াছে। এই রশ্মি দুইটি সম্পূর্ণ তলীয় সমবর্তিত। ক্যানাডা বালসাম স্তরে আপতিত হওয়ার ফলে ইহাদের মধ্যে অসাধারণ রশ্মি ঐ স্তর ভেদ করিয়া চলিয়া যাইবে কিন্তু সাধারণ রশ্মি সম্পূর্ণ-রূপে প্রতিফলিত হইয়া প্রিজ্‌মের ধারের দিকে যাইবে এবং সেখানে কালো শোষক স্তরে শোষিত হইয়া লুপ্ত হইবে। সাধারণ রশ্মির এই পূর্ণ প্রতিফলনের কারণ নিম্নরূপ। যদি সোডিয়ামের হলুদ আলোর ($\lambda = 5893$Å) কথা ধরা যায় তবে ঐ তরঙ্গের জন্য ক্যালসাইট ও ক্যানাডা বালসামের প্রতিসরাঙ্ক নীচে দেওয়া হইল :

ক্যালসাইটে সাধারণ আলোর প্রতিসরাঙ্ক μ_{ord}—1.66
ক্যালসাইটে অসাধারণ আলোর প্রতিসরাঙ্ক μ_{ext}—1.49
ক্যানাডা বালসামের প্রতিসরাঙ্ক —1.55

এই অবস্থায় দেখা যায় যে অসাধারণ আলোর বেলায় ক্যালসাইটের অপেক্ষা বালসামের প্রতিসরাঙ্ক বেশী। সুতরাং এই অসাধারণ আলোর পূর্ণ প্রতিফলন (Total reflection) হইবার প্রশ্ন ওঠে না ; এই রশ্মিটি বালসামের স্তর ভেদ করিয়া চলিয়া যাইবে। অপরদিকে যদি সাধারণ রশ্মির বালসাম স্তরের উপর আপতন কোণ সঙ্কট কোণের অপেক্ষা বড় হয় তবে এই রশ্মির পূর্ণ-

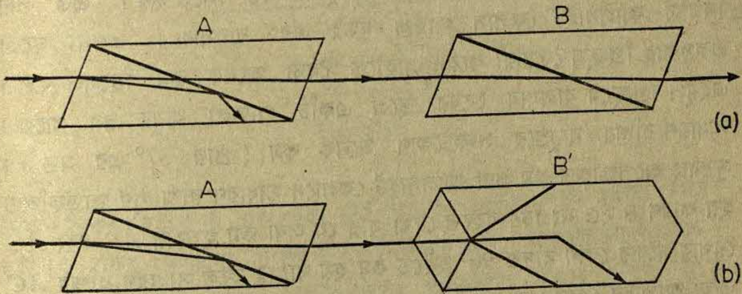
প্রতিফলনের ফলে ইহা কেলাসের ধারের দিকে চলিয়া যাইবে। এই সঙ্কট কোণ মোটামুটি 69° $\left(\sin i_c = \frac{1}{\mu} = \frac{\frac{1}{\mu_{crystal}}}{\frac{1}{\mu_{balsam}}} = \frac{\mu_{balsam}}{\mu_{crystal}} = \frac{1.56}{1.66} \therefore i_c = 69^\circ \right)$.

বালসামের স্তরে আপতন কোণ যাহাতে ইহার বেশী হয় সেইজন্যই কেলাসের দৈর্ঘ্য প্রস্থের তুলনায় প্রায় তিনগুণ করা হয়। কারণ চিত্র নং ৪.২৫ হইতে দেখা যাইবে যে এই দৈর্ঘ্যের জন্য AC সরলরেখাটি AB তলের সহিত 90° এর মত কোণ উৎপন্ন করিবে যাহার ফলে সাধারণ রশ্মির বালসাম স্তরের উপর আপতন কোণ 69° অপেক্ষা বেশী হইবে। এইভাবে দুইটি রশ্মির মধ্যে সাধারণটি আটকাইয়া যায় এবং কেলাসের অপর তল CD দিয়া অসাধারণ রশ্মিটি সম্পূর্ণ তলীয় সমবর্তিত রশ্মি হিসাবে বাহির হয়। স্মরণ রাখিতে হইবে যে অসাধারণ রশ্মিতে কম্পনের ভ্রংশ মুখ্য-ছেদের তলে হয়।

নিকল্ প্রিজ্‌মে অতিশয় অভিসারী বা অপসারী (highly convergent or divergent) আলোকরশ্মিমালা ব্যবহার করা চলে না। যদি আলোক-রশ্মি $I''O$ হিসাবে আপতিত হয় তবে কেলাসের মধ্যে সাধারণ রশ্মিও উপরের দিকে উঠিয়া যাইবে; ফলে বালসাম স্তরে সাধারণ আপতন কোণ 69° হইতে কম হইবে এবং সাধারণ রশ্মি পূর্ণ-প্রতিফলিত না হইয়া বালসাম স্তরের ভিতর দিয়া পারগত হইবে। IO রেখাকে BC বা AD তলের সমান্তরাল ধরিলে IOI'' কোণ 15°র মত হয়। আবার $I'O$ কোণে আপতিত রশ্মির ক্ষেত্রে দেখা যাইবে যে অসাধারণ রশ্মির দিক আলোক-অক্ষের দিকে ঘেষিয়া আসিতেছে। ইহার ফলে সহজেই বুঝা যায় যে এক্ষেত্রে অসাধারণ রশ্মির প্রতিসরাঙ্ক বৃদ্ধি পাইতে থাকিবে। (অসাধারণ রশ্মির ক্ষেত্রে প্রতিসরাঙ্ক ধ্রুবক নহে, ইহার মান μ_{ord} এবং μ_{ext} এর মধ্যে পরিবর্তিত হয়; আলোকরশ্মি আলোক-অক্ষের দিকে প্রতিসৃত হইলে প্রতিসরাঙ্ক μ_{ord} এর সমান এবং ইহার অভিলম্বে প্রতিসরণের ক্ষেত্রে μ_{ext} এর সমান হয়)। একই সঙ্গে বালসাম স্তরে আপতন কোণও বৃদ্ধি পাইতে থাকিবে। অতএব $I'OI$ কোণ বাড়িতে থাকিলে একসময় অসাধারণ রশ্মির কেলাসে প্রতিসরাঙ্ক বালসামের প্রতিসরাঙ্ক হইতে বেশী হইবে আর বালসামে আপতন কোণও সঙ্কট কোণ হইতে বেশী হইবে। কাজেই অসাধারণ রশ্মিরও পূর্ণ প্রতিফলন হইবে। সুতরাং এই ক্ষেত্রে দুটি রশ্মিই পূর্ণ-প্রতিফলনের ফলে বালসাম স্তর পার হইতে পারিবে না। এইরূপ অবস্থা হওয়া $I'OI$ কোণের মানের উপর নির্ভর করে। কেলাসটি এমনভাবে কাটা হয় যে এই কোণের মানও মোটামুটি

15° দাড়ায়। সুতরাং অভিসারী বা অপসারী আলোকরশ্মির ক্ষেত্রে $I'OI''$ কোণ মোটামুটি 30° এর বেশী হওয়া চলিবে না।

নিকল্ প্রিজ্‌ম্ যেমন আলোর সমবর্তক (polariser) হিসাবে ব্যবহার করা যায় তেমনি সমবর্তিত আলোর বিশ্লেষক (analyser) হিসাবেও ব্যবহার করা যায়। নীচের ৪.২৬ (*a*) চিত্রে দেখা যাইতেছে যে দুইটি নিকল্ প্রিজ্‌ম্ *A* এবং *B* সমান্তরাল অবস্থানে আছে। একটি অসমবর্তিত রশ্মি প্রথম কেলাস



চিত্র ৪.২৬

A এর উপর আপতিত হইলে পারগত রশ্মি একটি তলীয় সমবর্তিত অসাধারণ রশ্মি হইবে। দ্বিতীয় কেলাস *B* এর ভিতর দিয়া ইহা বিনা বাধায় গমন করিবে (অবশ্য সামান্য শোষণ এবং বিক্ষেপণ বাদ দিলে)। কারণ প্রথম কেলাসের সমবর্তিত অসাধারণ রশ্মি দ্বিতীয় কেলাসেও অসাধারণ রশ্মি হিসাবেই প্রতিসৃত হইবে অর্থাৎ দ্বিতীয় কেলাসে ভ্রংশ মুখ্য-ছেদের তলে হওয়ায় ইহা অসাধারণ রশ্মির মত ব্যবহার করিবে এবং বিনা বাধায় পারগত হইবে। কিন্তু দ্বিতীয় ক্ষেত্রে (*b*) *B′* নিকল্‌টি *B* নিকলের তুলনায় লম্বা দিকে 90° ঘুরানো আছে। সুতরাং এই ক্ষেত্রে মুখ্য-ছেদও 90° ঘুরিয়াছে যার ফলে আলোর ভ্রংশের দিক মুখ্য-ছেদের অভিলম্বে হইবে ; অর্থাৎ প্রথম কেলাসের অসাধারণ রশ্মি দ্বিতীয় কেলাসে সাধারণ রশ্মি হিসাবে আচরণ করিবে। ফল দাড়াইবে এই যে দ্বিতীয় নিকলে ইহা পূর্ণ-প্রতিফলনের দরুণ আটকাইয়া যাইবে। নিকল দুইটির প্রথম অবস্থানকে বলা হয় অনুকূল অবস্থান (parallel position) এবং দ্বিতীয়টিকে বলা হয় প্রতিকূল অবস্থান (crossed position). দ্বিতীয় নিকল্‌টি যদি 90° হইতে কম বা বেশী ঘুরানো হয় তবে ম্যালাসের সূত্রানুসারে (চিত্র ৪.১৪) অসাধারণ রশ্মি দুই উপাংশে বিভক্ত হইবে। অনুকূল অবস্থা হইতে এই ঘূর্ণনের কোণ যদি θ হয় তবে অসাধারণ উপাংশ

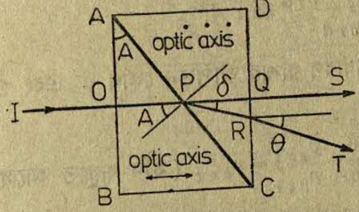
হইবে $A \cos \theta$ (A = দ্বিতীয় কেলাসে আপতিত আলোকতরঙ্গের বিস্তার); কাজেই দ্বিতীয় নিকলে পারগত রশ্মির তীব্রতা হইবে $A^2 \cos^2 \theta$.

ফুকো প্রিজ্‌ম্ (Foucault Prism).

নিকল্ প্রিজ্‌মে বালসাম স্তরে সাধারণ রশ্মির সংকটকোণ 69° এর মত। কাজেই বালসামস্তরে সাধারণ রশ্মি যাহাতে 69° এর বেশী কোণে আপতিত হয় সেজন্যই কেলাসের দৈর্ঘ্য প্রস্থের তিনগুণের মত নিতে হয়। এত লম্বা নিখুঁত ক্যালসাইট কেলাস পাওয়া দুষ্কর এবং ব্যয়সাধ্য। এজন্য ফুকো একপ্রকার প্রিজ্‌ম্ তৈয়ারী করেন যাহাতে দৈর্ঘ্য অনেক কম নিলেও চলে। এইরূপ প্রিজ্‌মে বালসাম স্তরের স্থলে একটি পাতলা বায়ুর স্তর থাকে। সাধারণ রশ্মির বায়ুস্তরে সঙ্কটকোণ অনেক কম (প্রায় 37° এর মত)। সুতরাং অপেক্ষাকৃত কম লম্বা ক্যালসাইট কেলাসে সাধারণ রশ্মি পূর্ণ প্রতিফলিত হয় কারণ ৪.২৫ নং চিত্র হইতে দেখা যায় যে লম্বা কম হওয়ায় AB এবং AC রেখার মধ্যের কোণ যদিও 90° হইতে কম হয় যাহার ফলে সাধারণ রশ্মির AC তলে আপতন কোণও কমিয়া যায় তবুও ইহা 37° অপেক্ষা বেশী হওয়ায় পূর্ণ-প্রতিফলনের অসুবিধা হয় না। এছাড়া ফুকো প্রিজ্‌ম্ অতিবেগুনী আলোর ক্ষেত্রেও ব্যবহার করা যায়। কিন্তু এই প্রিজ্‌মের দুইটি অসুবিধা আছে। প্রথমত অসাধারণ রশ্মির কেলাসে এবং বায়ুতে প্রতিসরাঙ্কের পার্থক্য খুব বেশী হওয়ায় বায়ুস্তরে ইহার অনেকাংশই প্রতিফলিত হইয়া নষ্ট হইয়া যায় কারণ দুই মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক বেশী হইলে প্রতিফলিত আলোর পরিমাণও অনুরূপভাবে বেশী হইবে। দ্বিতীয়ত এই ক্ষেত্রে $I'OI''$ কোণ নিকল প্রিজ্‌মের অপেক্ষাও ছোট হওয়া আবশ্যক। এইটির কারণও চিত্র নং ৪.২৫ এবং তৎসংশ্লিস্ট আলোচনা হইতে বুঝা যাইবে।

রোশন্ প্রিজ্‌ম্ (Rochon Prism)—এই জাতীয় প্রিজ্‌ম্ ব্যবহার করা হয় দুইটি সমবর্তিত রশ্মি সৃষ্টি করিয়া তাহাদের আলাদা করিবার জন্য যাহাতে পরে প্রয়োজন হইলে ইহাদের আলোর তীব্রতা মাপা যায়। একটি ক্যাল-সাইট বা কোয়ার্টস্ কেলাস হইতে দুইটি সমান এবং সমকোণী ত্রিভুজাকৃতি প্রিজ্‌ম্ কাটা হয় এবং ইহাদের এমনভাবে জুড়িয়া দেওয়া হয় যাহাতে ইহাদের অতিভুজ (hypotenuse) দুইটি পরস্পর সংলগ্ন থাকে। এই প্রিজ্‌ম্ দুইটির প্রথমটিতে আলোক অক্ষ প্রতিসরণ তলের অভিলম্বে এবং দ্বিতীয়টিতে সমান্তরলে অবস্থিত থাকে (চিত্র নং ৪.২৭)। দ্বিতীয়ক্ষেত্রে ইহা চিত্রতলের অভিলম্বেও অবস্থিত। এইবার যদি একটি আলোকরশ্মি লম্বভাবে প্রথম তলে

আপতিত হয় তবে এই প্রথম প্রিজ্‌মে আলোর দ্বৈধ প্রতিসরণ হইবে না। কিন্তু দ্বিতীয় প্রিজ্‌ম ACD তে যখন এই রশ্মি আপতিত হইবে তখন দ্বৈধ প্রতিসরণের ফলে দুইটি রশ্মির সৃষ্টি হইবে। সাধারণ রশ্মিটির কোনওরূপ



চিত্র ৪.২৭

দিক পরিবর্তন হইবে না এবং ইহা QS হিসাবে দ্বিতীয় তল হইতে নির্গত হইবে। কিন্তু কেলাসের চিহ্নের উপর নির্ভর করিয়া (ধনাত্মক না ঋণাত্মক) অসাধারণ রশ্মি P বিন্দুতে APCর উপর অভিলম্বের দিকে অথবা ইহার বিপরীতে বাঁকিয়া যাইবে। R বিন্দুতে ইহার আবার দিক পরিবর্তন হইবে এবং রশ্মিটি অভিলম্ব হইতে আরও সরিয়া যাইবে। ফলে সাধারণ ও অসাধারণ রশ্মির বিযোজন (separation) আরও বাড়িয়া যাইবে। এখানে লক্ষণীয় যে সাধারণ রশ্মির ক্ষেত্রে কোনও দিক পরিবর্তন না হওয়ায় সাদা আলো ব্যবহার করিলেও এই রশ্মিটি অবার্ণ (achromatic) হইবে; কিন্তু অসাধারণ রশ্মিটি তাহা হইবে না। প্রয়োজনমত প্রিজ্‌ম্ হইতে কিছু দূরে দুইটি রশ্মির যে কোনও একটিকে আটকাইয়া অন্যটি পরীক্ষা করা চলিতে পারে।

প্রিজ্‌মের ভিতর দিয়া যাইবার ফলে রশ্মি দুইটির যে কৌণিক বিযোজন (angular separation) হয় তাহা নিম্নলিখিতরূপে বাহির করা যায়। P বিন্দুতে অসাধারণ রশ্মির চ্যুতি (deviation) যদি δ হয় তবে ACD প্রিজ্‌মে ইহার প্রতিসরণ কোণ হইবে $A+\delta$. এখানে P বিন্দুতে আলোর আপতন কোণ A. (এই কোণ প্রথম প্রিজ্‌মের কোণ BAC এর সমান এবং ইহাকে A ধরা হইয়াছে)। সাধারণ এবং অসাধারণ রশ্মির গতিবেগ ACD প্রিজ্‌মে যদি v_{ord} এবং v_{ext} হয় তবে লেখা যাইতে পারে

$$\frac{\sin(A+\delta)}{\sin A}=\frac{v_{ext}}{v_{ord}}. \qquad (4.13)$$

δ কোণ সরু হইলে এই সমীকরণকে লেখা যায়

$1+\delta \cot A=\frac{v_{ext}}{v_{ord}}$; [$\sin (A+\delta)$ কে সম্প্রসারণ করিয়া এবং $\sin \delta=\delta$ ও $\cos \delta=1$ ধরিয়া]

বা $$\delta=\frac{v_{ext}-v_{ord}}{v_{ord}} \tan A. \qquad (4.14)$$

R বিন্দুতে অসাধারণ রশ্মির আপতন কোণ δ এবং প্রতিসরণ কোণ θ. কাজেই লেখা যায়

$\frac{\sin \delta}{\sin \theta}=\frac{v_{ext}}{v_{air}}=v_{ext}$ (যদি বায়ুতে আলোর গতিবেগ 1 ধরা যায়) ; সুতরাং $\sin \delta=v_{ext} \sin \theta=\delta$ (δ ক্ষুদ্র বলিয়া) (4.15)

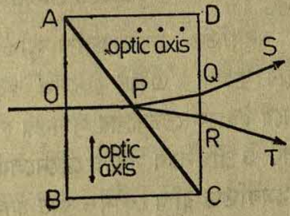
সুতরাং $$\sin \theta=\frac{1}{v_{ext}}\left(\frac{v_{ext}-v_{ord}}{v_{ord}}\right) \tan A=\left(\frac{1}{v_{ord}}-\frac{1}{v_{ext}}\right) \tan A$$
$$=(\mu_{ord}-\mu_{ext}) \tan A. \qquad (4.16)$$

μ_{ord} এবং μ_{ext} কেলাসে যথাক্রমে সাধারণ ও অসাধারণ রশ্মির প্রতিসরাঙ্ক বুঝাইতেছে।

এই সমীকরণ হইতে দেখা যাইতেছে যে কৌণিক বিযোজন নির্ভর করে $(\mu_{ord}-\mu_{ext})$ এবং A কোণের উপর। এই দুইটি বাড়িলে বিযোজন অনুরূপভাবে বাড়িয়া যায়।

ওলাস্টন প্রিজ্‌ম্ (Wollaston Prism). উপরের আলোচনা হইতে দেখা যায় যে রশ্মি দুইটির কৌণিক বিযোজন $(\mu_{ord}-\mu_{ext})$ এর উপর নির্ভর করে। সুতরাং এই প্রতিসরাঙ্ক দুইটির পার্থক্য কম হইলে রশ্মি দুইটির বিযোজনও অনুরূপভাবে কম হইবে। কোয়ার্টসের বেলায় এই পার্থক্য ক্যালসাইটের চেয়ে অনেক কম। অনেক কেলাসের বেলায়ই এইরূপ কম পার্থক্য হইয়া থাকে। সুতরাং সেইসব ক্ষেত্রে যদি সমবর্তিত রশ্মি দুইটির পরিমাপযোগ্য বিযোজন সৃষ্টি করিতে হয়, তবে উভয় রশ্মিরই চ্যুতি হওয়া দরকার। ওলাস্টনের প্রিজ্‌মে এই ব্যবস্থা করা হইয়াছে (চিত্র নং ৪.২৮)। এই ক্ষেত্রেও অনুরূপ দুইটি প্রিজ্‌ম্ জুড়িয়া একটি প্রিজ্‌ম্ তৈরী করা হয়। কিন্তু এখানে তফাৎ এই যে প্রথম প্রিজ্‌মে রশ্মি আলোক-অক্ষের অভিলম্বে আপতিত হয়। ফলে দুইটি রশ্মির উদ্ভব হইয়া থাকে। ইহাদের গতিবেগ আলাদা হইলেও কৌণিক বিযোজন হয় না (চিত্র নং ৪.১৬ দ্রষ্টব্য)। কিন্তু দ্বিতীয় কেলাসে আপতিত হইলে প্রথম কেলাসের সাধারণ রশ্মি অসাধারণ রশ্মি হিসাবে এখানে ব্যবহার করে। ইহার কারণ দুইটি কেলাসের মুখ্য-ছেদ

পরস্পরের অভিলম্বে অবস্থিত। সুতরাং একটি রশ্মি P বিন্দুতে অঙ্কিত অভিলম্বের দিকে সরিয়া আসে, অন্যটি বিপরীত দিকে সরিয়া যায়। ফলে সাধারণ ও অসাধারণ দুইটি রশ্মিরই প্রথম কেলাসে আপতিত রশ্মির তুলনায়



চিত্র ৪.২৮

চ্যুতি হয়। Q এবং R বিন্দুতে ইহাদের চ্যুতি আরও বাড়ে। এখানে দুইটি রশ্মির প্রতিটির চ্যুতিই Rochon Prism এ চ্যুতির সমান। কাজেই মোট কৌণিক বিযোজন দ্বিগুণ হইয়া থাকে। এই প্রিজ্‌ম্ দ্বারা অতএব মৃদু দ্বৈধ-প্রতিসরণও নিরীক্ষণ করা যায়। অবশ্য এ ক্ষেত্রে সাদা-আলো ব্যবহার করিলে উভয় রশ্মিরই বিচ্ছুরণ হইবে।

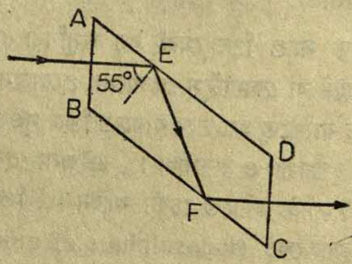
পোলারয়েড (Polaroid).

উপরে আলোচিত সমস্ত প্রিজ্‌মেরই বড় অসুবিধা এই যে ইহাদের তৈরী করিতে নিখুত ক্যালসাইট বা কোয়ার্ট্‌স্ কেলাসের প্রয়োজন হয়। যদি কোনও পরীক্ষায় দৃষ্টিক্ষেত্র বড় রাখিতে হয় তবে ব্যবহৃত প্রিজ্‌ম্‌ও বড় দরকার। এইরূপ বড় নিখুত প্রিজ্‌ম্ দুষ্প্রাপ্য ও ব্যয়সাধ্য। এইজন্য হেরাপাথ (Herapath) কৃত্রিম উপায়ে সমবর্তক সৃষ্টি করিতে চেষ্টা করেন। তিনি দেখিতে পান যে কুইনাইনের আয়োডোসালফেট (iodosulphate of quinine) দ্বৈধ-প্রতিসরণ সৃষ্টি করিতে সমর্থ। 1932 সনে ল্যাণ্ড (Land) পোলারয়েড ফিল্‌ম্ (Polaroid film) আবিষ্কার করেন। এই ফিল্‌মে পাতলা নাইট্রো-সেলুলোজ স্তরে অতি ক্ষুদ্র সমবর্তক কেলাস সন্নিবিষ্ট করা হয়। এই সমস্ত কেলাস পরস্পর সমান্তরালে অবস্থান করে। ফলে তাহারা মিলিয়া ঐ অবস্থানের একটি বৃহৎ কেলাসের কাজ করে। H-পোলারয়েডের বেলায় পোলিভিনাইল অ্যালকোহলের (polyvinyl alcohol) পাতলা ফিল্‌ম্ টানা দিয়া ইহাদের অণুগুলি পরস্পরের সমান্তরাল করা হয়; পরে ইহার মধ্যে আইওডিনের ক্ষুদ্র কেলাস সন্নিবিষ্ট করিলে দেখা যায় যে এই ক্ষুদ্র কেলাসগুলি সমস্তই একটি বিশেষ অবস্থানে থাকে। ফলে ইহারা মিলিয়া একটি বড় কিন্তু স্বচ্ছ আইওডিন

কেলাসের মত ব্যবহার করিয়া আলোকরশ্মির সমবর্তন সৃষ্টি করে। বর্তমান-কালে এই জাতীয় পোলারয়েড ফিল্মের বহুল ব্যবহার হইয়া থাকে।

ফ্রেনেলের সমান্তর পটফলক (Fresnel's rhomb).

বিভিন্ন প্রকারের সমবর্তিত আলোকরশ্মি সৃষ্টির আর একটি উপায় এই সমান্তর পটফলক ব্যবহার করা। এইটি ফ্রেনেল কর্তৃক উদ্ভাবিত হইয়াছিল বলিয়া তাহার নামানুসারে ইহাকে ফ্রেনেলের সমান্তর পটফলক বলা হয়। সমবর্তিত আলোর প্রতিফলন ও প্রতিসরণ সম্বন্ধে ফ্রেনেলের মতবাদ হইতে জানাযায় যে যখন একটি তলীয় সমবর্তিত রশ্মি কোনও কাচ জাতীয় বস্তুর ভিতরের তলে সম্পূর্ণ প্রতিফলিত হয় (totally reflected internally) তখন এই রশ্মিকে পরস্পরের অভিলম্বে দুইটি উপাংশে বিভক্ত করা সম্ভব বলিয়া ধরা হয়। আর এই রশ্মির উপাংশ দুইটির মধ্যে দশার পরিবর্তন ঘটে ; এই দশার পরিবর্তন নির্ভর করে কাচের ভিতরে আপতন কোণ এবং ইহার প্রতিসরাঙ্কের উপর। এই মতবাদ পরীক্ষা করিয়া দেখিবার জন্য ফ্রেনেল একটি কাচের সমান্তর পট-ফলক নির্মাণ করেন [চিত্র নং ৪.২৯(i)]। ইহার দৈর্ঘ্য, প্রস্থ এবং কোণগুলি এরূপভাবে করা হইয়াছে যাহাতে প্রথম তলে একটি রশ্মি অভিলম্বে আপতিত



চিত্র ৪.২৯ (*i*)

হইয়া প্রতিসরণের পর AD তলে E বিন্দুতে 55° কোণে আপতিত হয় (কাচের প্রতিসরাঙ্ক 1.5 এর মত হওয়া দরকার)। এই কোণটি সঙ্কট কোণের অপেক্ষা বড় হওয়ায় আলোর সম্পূর্ণ প্রতিফলন হইবে। অনুরূপভাবে দ্বিতীয় বিন্দু F এও সম্পূর্ণ প্রতিফলনের পর আলো DC তল দিয়া নির্গত হইবে। প্রতিটি প্রতিফলনে $\frac{\pi}{4}$ দশা-পার্থক্যের সৃষ্টি হওয়ায় মোট $\frac{\pi}{2}$ দশা-পার্থক্য উৎপন্ন হইবে। সুতরাং যদি একটি তলীয় সমবর্তিত রশ্মি এমনভাবে AB তলের

অভিলম্বে আপতিত হয় যাহাতে আপতিত রশ্মির কম্পনের দিক আপতন তলের সহিত 45° কোণে অবস্থিত হয় তবে ইহা আপতন তল এবং ইহার অভিলম্বে দুইটি সমান বিস্তারের উপাংশে বিভক্ত হইবে ; প্রতিফলনের ফলে এই দুইটি ভ্রংশের মধ্যে $\frac{\pi}{2}$ দশা-পার্থক্যেরও সৃষ্টি হইবে। সুতরাং দ্বিতীয় তল DC হইতে নির্গমনের পর এই রশ্মির বৃত্তাকার-সমবর্তন উৎপন্ন হইবে (ব্যাবিনেটের প্রতিপূরকের আলোচনা দ্রষ্টব্য)। আর যদি আপতিত তলীয় সমবর্তিত রশ্মির কম্পনের দিক আপতন তলের সহিত 45° কোণে না থাকে তবে উপাংশ দুইটির বিস্তার সমান হইবে না। ফলে নির্গত আলোর সমবর্তন হইবে সাধারণতঃ উপবৃত্তাকার এবং বিশেষ বিশেষ ক্ষেত্রে তলীয়, কিন্তু কোনক্রমেই বৃত্তাকার নয়।

সমবর্তিত আলোর বিশ্লেষণ (Analysis of polarised light).

(এই আলোচনা পড়িবার পূর্বে সমীকরণ 4.32 হইতে 4.37 পর্য্যন্ত আলোচনা পড়িয়া নিলে ভাল হয়)।

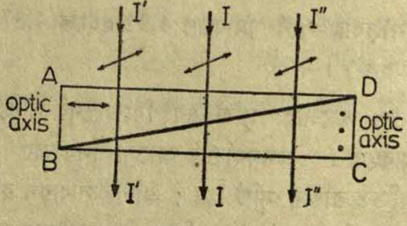
তলীয় সমবর্তিত আলোর সৃষ্টি এবং বিশ্লেষণের সর্বাপেক্ষা সহজ উপায় নিকল্ প্রিজ্মের ব্যবহার। অসমবর্তিত আলো নিকলের মধ্য দিয়া গেলে একটি তলীয় সমবর্তিত রশ্মির সৃষ্টি হয় ; এটি অসাধারণ রশ্মি। এই রশ্মি বিশ্লেষক নিকলের মধ্য দিয়া পাঠাইলে নিকলটি ঘুরাইবার সঙ্গে সঙ্গে পারগত আলোর তীব্রতার হ্রাসবৃদ্ধি হয়। নিকল দুইটির প্রতিকূল অবস্থানে বিশ্লেষক নিকলে আলোর পারগম সম্পূর্ণ বন্ধ হইয়া যায় : অন্যান্য অবস্থানে তীব্রতা $\propto \cos^2 \theta$ হয় (θ = deviation from parallel position). কিন্তু এখানে প্রতিবিম্বের তীব্রতার হ্রাসবৃদ্ধির উপর বিশ্লেষণ নির্ভর করে। এই হ্রাসবৃদ্ধি খুব সূক্ষ্মভাবে নির্ণয় করা খালিচোখে সম্ভব নয় বলিয়া এই প্রণালীর সূক্ষ্মতাও বেশী নয়। বরং সমবর্তিত আলো একটি পাতলা কেলাসের এবং পরে নিকলের মধ্য দিয়া গেলে যে ব্যতিচার নক্সার সৃষ্টি হয় তাহা আরও সূক্ষ্ম পদ্ধতি। যদি আপতিত আলোতে কিছুমাত্রও সমবর্তন উপস্থিত থাকে তবে ব্যতিচার নক্সাতে রঙের সৃষ্টি হইবে। এই পরীক্ষা এত সুবেদী (sensitive) যে আলোতে সামান্যতম সমবর্তনের উপস্থিতিও ইহাতে ধরা পড়ে। কোনও কাচের খণ্ডে যদি নির্মাণের দোষে টান (strain) বর্তমান থাকে তবে ইহা সমবর্তক কেলাসের মত আচরণ করিবে। আলোক-বিজ্ঞানীয় (optical) কাচ তৈরী করিবার সময় এই টান যথাসাধ্য এড়াইবার চেষ্টা করা

হয়। তাহা সত্বেও দেখা যায় যে দুইটি নিকলের মধ্যে রাখিয়া পরীক্ষা করিলে সাধারণতই ইহাতে টানের অস্তিত্বের প্রমাণ পাওয়া যায়।

ব্যাবিনেটের প্রতিপূরক (Babinet's Compensator).

ব্যাবিনেটের প্রতিপূরকের সাহায্যে বিভিন্ন প্রকারের সমবর্তিত আলোর সূক্ষ্ম পরিমাপ করা যায়। ইহা ব্যতিচারের ঝালরের সৃষ্টি দ্বারা পরিমাপ করিয়া থাকে বলিয়া খুবই সুবেদী। সমবর্তিত আলো সমান্তরাল হইলেও এই যন্ত্র দ্বারা পরীক্ষা করা চলে।

দুইটি সরু সমকোণী কোয়ার্ট্‌সের ত্রিভুজকে জুড়িয়া এই প্রতিপূরকটি তৈরী হয় (চিত্র নং ৪.৩০)। ত্রিভুজ দুইটির অতিভুজ (hypotenuse) দুইটি একত্রে থাকায় উভয়ে মিলিয়া একটি আয়তক্ষেত্রাকার ফলক সৃষ্টি হয়। ত্রিভুজ দুইটি *ABD* এবং *BCD* এমনভাবে কাটা হইয়াছে যে ইহাদের আলোক অক্ষের



চিত্র ৪.৩০

দিক পরস্পরের অভিলম্বে অবস্থিত। *ABD* ত্রিভুজে আলোক অক্ষ প্রতিসরণ তল *AD* তে আর চিত্রতলের সমান্তরাল দিকে আছে। কিন্তু *BCD* ত্রিভুজে ইহা প্রতিসরণ তল *BC* তে থাকিলেও চিত্রতলের অভিলম্বে অবস্থিত। কাজেই আলো যখন ইহার উপর পড়ে তখন দ্বৈধ প্রতিসরণের ফলে দুইটি রশ্মিতে বিভক্ত হইয়া যায়। কিন্তু ত্রিভুজ দুইটি সরু হওয়ায় ইহাদের বিযোজন (separation) খুবই সামান্য হয়। ফলে ইহারা ব্যতিচার সৃষ্টি করিতে পারে। উপর হইতে দেখিলে একটি ত্রিভুজে আলোক অক্ষ *AD* দিকে আছে অন্যটিতে *AD* দিকের অভিলম্বে আছে। কাজেই যদি তলীয় সমবর্তিত আলো প্রতিপূরকের উপর অভিলম্বে আপতিত হয় তবে সাধারণত ইহা দুইটি উপাংশে বিভক্ত হইয়া যাইবে; একটি সাধারণ এবং অন্যটি অসাধারণ রশ্মি। একটি উপাংশের কম্পন দিক হইবে *AD* এর সমান্তরাল, অন্যটি ইহার অভিলম্বে। ইহারা যখন দ্বিতীয় ত্রিভুজে প্রবেশ করিবে তখন ইহাদের গতির

দিক একই থাকিবে, কিন্তু প্রথম ত্রিভুজের সাধারণ রশ্মি দ্বিতীয় ত্রিভুজে অসাধারণ রশ্মিতে পরিবর্তিত হইবে। কারণ প্রথম এবং দ্বিতীয় ত্রিভুজের মুখ্য ছেদ পরস্পরের অভিলম্বে অবস্থিত। ফলে এই রশ্মির গতিবেগও পরিবর্তিত হইবে। প্রথম ত্রিভুজের অসাধারণ রশ্মির বেলায়ও এইরূপ হইবে।

যে কোনও একটি আপতিত রশ্মির কথা যদি ধরা হয় তবে দেখা যাইবে যে প্রথম কেলাসে ইহার উপাংশ দুইটি যদি বেধ d অতিক্রম করে তবে ইহাদের আপেক্ষিক পথ-পার্থক্য $\triangle'$ দাড়াইবে

$$\triangle' = d(\mu_{ord} - \mu_{ext}) \tag{4.17}$$

এই উপাংশ দুইটি দ্বিতীয় ত্রিভুজে গতিবেগ বদল করার ফলে ইহাদের পথ-পার্থক্য $\triangle''$ দাড়াইবে

$$\triangle'' = d'(\mu_{ext} - \mu_{ord}) = -d'(\mu_{ord} - \mu_{ext}) \tag{4.18}$$

এখানে দ্বিতীয় ত্রিভুজে অতিক্রান্ত দূরত্ব d'.

সুতরাং মোট পথ পার্থক্য $\triangle$ হইবে

$$\triangle = \triangle' + \triangle'' = (d - d')(\mu_{ord} - \mu_{ext}) \tag{4.19}$$

কাজেই এই সমীকরণ হইতে দেখা যাইতেছে যে আপতিত রশ্মিমালার বিভিন্ন রশ্মির জন্য বিভিন্ন পথ-পার্থক্য উৎপন্ন হইবে, কারণ $(d-d')$ এর মান বিভিন্ন রশ্মির পক্ষে বিভিন্ন হইবে। যে কোনও একটি রশ্মি দুইটি পরস্পরের অভিলম্ব উপাংশে বিভক্ত হইয়াছে এবং ইহাদের মধ্যে পথ-পার্থক্য বর্তমান। সুতরাং তাহারা সাধারণত উপবৃত্তাকার সমবর্তনের সৃষ্টি করিবে। প্রতিপূরকের মাঝের রশ্মিটি II এর জন্য $d=d'$; অর্থাৎ এই রশ্মি দুইটির কোনও পথ-পার্থক্যের সৃষ্টি হইবে না। কাজেই ইহারা মিলিয়া এমন একটি তলীয় সমবর্তন উৎপন্ন করিবে যাহার কম্পনদিক আপতিত রশ্মির কম্পনদিকের সম্পাতী। BC সরল-রেখা ধরিয়া প্রিজ্‌মের উভয় দিকে গেলেই $(d-d')$ এর মান পরিবর্তিত হইতে থাকিবে, ফলে রশ্মি দুইটির পথ-পার্থক্যও সঙ্গে সঙ্গে পরিবর্তিত হইবে। কেন্দ্রীয় রশ্মি II হইতে একটি দূরত্ব $2S$ অতিক্রম করিলে রশ্মি দুইটির পথ-পার্থক্য λ হইবে এবং এখানে তলীয় সমবর্তনের উদ্ভব হইবে। প্রতিবার $2S$ দূরত্বের পর এইরূপ λ পথ-পার্থক্য বাড়িবে বা কমিবে এবং এই বিন্দুতে নির্গত রশ্মির তলীয় সমবর্তন হইবে। এই সমস্ত বিন্দুতে আলোর কম্পন দিক আপতিত সমবর্তিত রশ্মির কম্পন দিকের সম্পাতী। আবার $(2n+1)S$ দূরত্ব অতিক্রম করিলে রশ্মি দুইটির পথ দুরত্ব হইবে $(2n+1)\frac{\lambda}{2}$. এই সমস্ত বিন্দুতেও

তলীয় সমবর্তনের সৃষ্টি হইবে। কিন্তু ইহাদের কম্পনদিক আপতিত সমবর্তিত রশ্মির কম্পনদিকের সহিত 2θ কোণ উৎপন্ন করিবে ($\tan\theta = \frac{b}{a}$; b এবং a উপাংশ দুইটির বিস্তার)।

এই দুই শ্রেণীর বিন্দু বাদে অন্যান্য স্থানে পথ-পার্থক্য $n\lambda$ অথবা $(2n+1)\frac{\lambda}{2}$ ছাড়া অন্য মানের হইবে। অতএব এই সমস্ত বিন্দুতে উপবৃত্তাকার সমবর্তনের সৃষ্টি হইবে। অতএব দাড়াইতেছে : যে সমস্ত বিন্দুতে তলীয় সমবর্তন বর্তমান তাহাদের সমীকরণ হইবে

$$(d-d')(\mu_{ord}-\mu_{ext}) = n \cdot \frac{\lambda}{2} \tag{4.20}$$

ইহাতে n জোড়সংখ্যা হইলে নির্গত সমবর্তিত রশ্মির কম্পনদিক আপতিত সমবর্তিত রশ্মির কম্পনদিকের সম্পাতী হইবে। আবার n বিজোড় হইলেও তলীয় সমবর্তন হইবে, কিন্তু এখানে আপতিত এবং নির্গত রশ্মির কম্পনদিক পরস্পরের সহিত 2θ কোণ উৎপন্ন করিয়া থাকিবে। এই দুই শ্রেণীর তলীয় সমবর্তনের মাঝের বিন্দুতে বিভিন্ন অবস্থানের এবং আকৃতির উপবৃত্তাকার সমবর্তন উৎপন্ন হইবে।

লক্ষ্য করিয়া দেখিলে বুঝা যাইবে যদি আপতিত রশ্মির সাপেক্ষে প্রতি-পূরকটি এমন ভাবে রাখা হয় যে আপতিত রশ্মির কম্পনদিক প্রতিপূরকের আলোক অক্ষের সহিত 45° কোণ উৎপন্ন করে তবে রশ্মির উপাংশ দুইটির বিস্তার সমান হইবে। এই ক্ষেত্রে যে সমস্ত বিন্দুতে পথ-পার্থক্য $\frac{\lambda}{4}$ হইবে সেই সমস্ত স্থানে বৃত্তাকার সমবর্তনের সৃষ্টি হইবে।

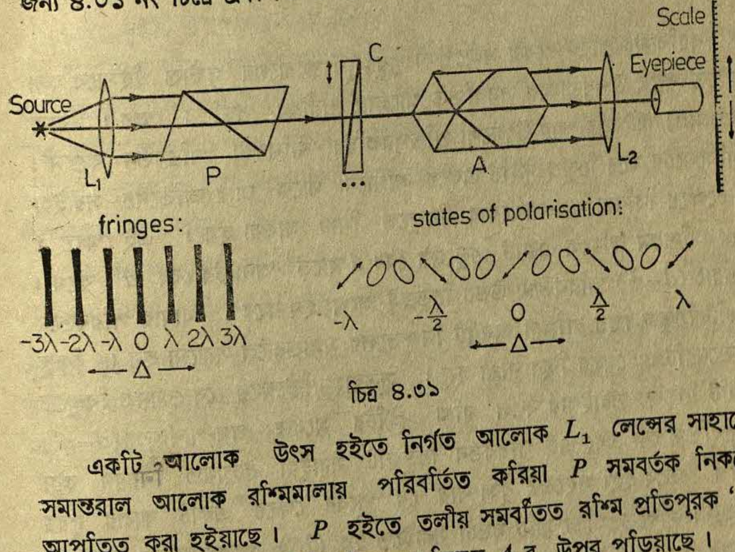
প্রতিপূরকের মধ্যবিন্দু হইতে x দূরত্বে পথ-পার্থক্য যদি $\triangle$ হয় তবে

$$\frac{\triangle}{\frac{\lambda}{2}} = \frac{x}{S} \quad \text{বা} \quad \triangle = \frac{x}{S} \cdot \frac{\lambda}{2}, \tag{4.21}$$

সুতরাং $$(d-d')(\mu_{ord}-\mu_{ext}) = \frac{x}{S} \cdot \frac{\lambda}{2}. \tag{4.22}$$

এবার যদি প্রতিপূরকের পরে একটি বিশ্লেষক নিকল বসানো হয় তবে নিকলটি ঘুরাইলে এক অবস্থানে উপরে বর্ণিত দুই প্রকার কম্পনদিকের তলীয় সমবর্তিত আলোর একটি এই নিকলে আটকাইয়া যাইবে। যখন নিকলের পারগম দিক (transmission direction) ইহাতে আপতিত আলোর কম্পনদিকের

অভিলম্বে থাকিবে তখনই এইরূপ ঘটিবে। সুতরাং এই বিন্দুশ্রেণী বরাবর শূন্য তীব্রতার ঝালরের একটি সারি পাওয়া যাইবে। বিশ্লেষক নিকলটি ঘুরাইলে আর এক অবস্থানে অন্য শ্রেণীর সমবর্তিত আলোকে আটকানো যাইবে এবং নিকলের এই অবস্থানেও আর এক শ্রেণীর শূন্য তীব্রতার ঝালর পাওয়া যাইবে। অবশ্য এই দুই শ্রেণীর ঝালর একই সময়ে বর্তমান থাকিবে না, নিকলের বিশেষ অবস্থানে এক সময়ে শুধু এক শ্রেণীর শূন্য তীব্রতার ঝালরই পাওয়া যাইবে। এই ঝালরশ্রেণীর মধ্যে আলোর তীব্রতা ক্রমশঃ বাড়িতে থাকিবে এবং একটি চরম মানের মধ্য দিয়া যাইয়া আবার শূন্য তীব্রতার দিকে যাইতে থাকিবে যে পর্য্যন্ত না ইহা শূন্য তীব্রতায় পর্যবসিত হয়। এই পরীক্ষার জন্য ৪.৩১ নং চিত্রে প্রদর্শিত ব্যবস্থা করা যাইতে পারে।



চিত্র ৪.৩১

একটি আলোক উৎস হইতে নির্গত আলোক L_1 লেন্সের সাহায্যে সমান্তরাল আলোক রশ্মিমালায় পরিবর্তিত করিয়া P সমবর্তক নিকলে আপতিত করা হইয়াছে। P হইতে তলীয় সমবর্তিত রশ্মি প্রতিপূরক 'C' ফলকের মধ্য দিয়া গমন করিয়া বিশ্লেষক নিকল A র উপর পড়িয়াছে। A হইতে নির্গত রশ্মি আবার L_2 লেন্সের সাহায্যে ফোকাস করিয়া অভিনেত্রের সাহায্যে দেখা হইতেছে। এখানে একশ্রেণীর ঝালর দেখানো হইয়াছে। পাশের চিত্রে বিভিন্ন প্রকারের ভ্রংশের ছবিও দেখানো হইয়াছে। কোনও বিন্দুতে পথ-পার্থক্যের মান যদি জানিতে হয় তবে অভিনেত্রটি সেই বিন্দুতে নিয়া ইহা যে দূরত্ব অতিক্রম করিল স্কেল হইতে তাহা নির্ণয় করা হইবে। যদি এই দূরত্ব হয় x তবে পথ-পার্থক্য হইবে

$$\Delta = \frac{x}{S} \cdot \frac{\lambda}{2}.$$

কাজেই দেখা যাইতেছে যে এই পথ পার্থক্য তরঙ্গদৈর্ঘ্যের উপর নির্ভরশীল বলিয়া বিভিন্ন তরঙ্গের ক্ষেত্রে আলাদা হইবে। সুতরাং দুইটি শূন্য তীব্রতার ঝালরের মধ্যের দূরত্ব $2S$ ও প্রতিটি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের ক্ষেত্রে আলাদা হইবে। ফলে সাদা আলো ব্যবহার করিলে ব্যতিচার নক্সা রঙীন হইবে। শুধু কেন্দ্রীয় ঝালরের বেলায়ই সমস্ত তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলো একই জায়গায় পড়িবে যার ফলে এই ঝালরটি অবার্ণ হইবে। কেন্দ্র হইতে যত বাহিরের বা ভিতরের দিকে যাওয়া যাইবে ততই মিশ্রণের ফলে রঙের সৃষ্টি হইবে এবং ঝালরের স্পষ্টতা কমিতে থাকিবে। এই পরীক্ষা পদ্ধতির দ্বারা তলীয় সমবর্তিত আলো পর্যবেক্ষণ করা যায়। এই আলোতে কম্পনদিকও বিশ্লেষক নিকলের পারগম দিক হইতে জানা যায়।

ব্যাবিনেট-প্রতিপূরকের সর্বাপেক্ষা গুরুত্বপূর্ণ প্রয়োগের দৃষ্টান্ত হিসাবে বলা যাইতে পারে উপবৃত্তাকার সমবর্তিত আলোর পরীক্ষা পদ্ধতির ক্ষেত্র। যামা (Jamin) এই পরীক্ষার উদ্দেশ্যে প্রতিপূরকটির খানিকটা পরিবর্তন করেন। ব্যাবিনেটের যন্ত্রে ত্রিভুজ দুইটি একত্রে লাগানো থাকে আর অভিনেত্র সরাইয়া দৃষ্টিক্ষেত্রে বিভিন্ন পথ-পার্থক্যের বিন্দুতে নিয়া যাওয়া হয়। এই ক্ষেত্রে x দূরত্ব অতিক্রম করিলে একটি ত্রিভুজের বেধ d বাড়ে অন্যটির বেধ d' কমে। সুতরাং $(d-d')$ পরিবর্তনে উভয় ত্রিভুজই অংশগ্রহণ করে। যামার পরিবর্তনে একটি ত্রিভুজ স্থির রাখিয়া অন্যটি নিজতলের সমান্তরালে সরানো হয়। কিন্তু অভিনেত্রটি এইক্ষেত্রে স্থির রাখা হয়। সুতরাং দৃষ্টিক্ষেত্রে যে কোনও বিন্দুতে একটি ত্রিভুজ সরাইবার ফলে রশ্মি দুইটির মধ্যের পথ-পার্থক্য $(d-d')$ পরিবর্তিত হয় এবং এই পরিবর্তন ত্রিভুজটি সরাইয়া ইচ্ছামত নিয়ন্ত্রণ করা যায়। তবে ইহা সহজেই বুঝা যায় যে পূর্বের ক্ষেত্রে একটি ঝালর দূরত্ব অতিক্রম করিতে অভিনেত্রটি যতটা সরাইতে হয় $(2S)$ পরের ক্ষেত্রে ত্রিভুজটি তাহার দ্বিগুণ সরাইতে হয়। কারণ আগের ক্ষেত্রে অভিনেত্রটী BC দিকে সরাইলে d কমে কিন্তু সঙ্গে সঙ্গে d' বাড়ে ; ফলে $\triangle$ দুইটি ত্রিভুজের বেধের পরিবর্তনের জন্যই পরিবর্তিত হয়। কিন্তু পরের ক্ষেত্রে একটি ত্রিভুজ সরাইলে দৃষ্টিক্ষেত্রের কোনও বিন্দুতে d স্থির থাকে শুধু d' পরিবর্তিত হয়। ফলে এই ক্ষেত্রে পূর্বের অপেক্ষা অর্দ্ধেক হারে $(d-d')$ পরিবর্তিত হইবে। এই পার্থক্যের তাৎপর্য্য এই যে পরীক্ষা ব্যবস্থাটি এইক্ষেত্রে অধিকতর সুবেদী হয়। এইবার যামার পরিবর্তিত ব্যবস্থা দ্বারা উপবৃত্তাকার সমবর্তিত আলোর বিশ্লেষণের পরীক্ষা বর্ণনা করা হইবে।

একটি আলোকরশ্মিমালায় যদি উপবৃত্তাকার সমবর্তন বিদ্যমান থাকে তবে এই ক্ষেত্রে ঐ উপবৃত্তের তিনটি বৈশিষ্ট্য (characteristics) জানা প্রয়োজন। এই তিনটি বৈশিষ্ট্য নির্ণয় করিতে পারিলেই উক্ত উপবৃত্তাকার সমবর্তন সম্বন্ধে পূর্ণ জ্ঞাতব্য তথ্য জানা হইয়া যায়। এই তিনটি বৈশিষ্ট্য হইল :

(a) দুইটি উপাংশের মধ্যে দশা-পার্থক্য।

(b) উপবৃত্তের অক্ষ দুইটির অবস্থান।

(c) উপবৃত্তের অক্ষ দুইটির মানের অনুপাত।

চিত্র নং ৪.৩৮ হইতে দেখা যায় যে সাধারণ সমবর্তনের ক্ষেত্রে উপবৃত্তের অক্ষ দুইটি C কেলাসের কম্পন দিক দুইটির সহিত সম্পাতী নহে। আর এইজন্য ইহাদের অবস্থান নির্ণয় করিতে হয়।

(a) দুইটি উপাংশের মধ্যে দশা-পার্থক্য নির্ণয় :

আপাতিত রশ্মি যদি উপবৃত্তাকার সমবর্তিত হয় তবে আপাতিত রশ্মিকে প্রতিপূরকে এমন দুইটি উপাংশে বিভক্ত করা যায় যাহারা প্রতিপূরকের আলোক অক্ষ দুইটির সহিত সম্পাতী হইবে এবং ইহাদের বিস্তার ও দশাও আলাদা হইবে। ফলে ইহাদের মধ্যে একটি দশা-পার্থক্যের উদ্ভব হইবে। এই দুইটি উপাংশকে লেখা যায়

$$\left.\begin{array}{ll} ox \text{ দিকে} & A\cos\,(wt-\alpha_1) \\ oy \text{ দিকে} & B\cos\,(wt-\alpha_2) \end{array}\right\} \qquad (4.23)$$

সুতরাং ইহাদের মধ্যে দশা-পার্থক্য হইবে $(\alpha_1-\alpha_2)$. প্রতিপূরকের মধ্য দিয়া যাইবার ফলে ইহাদের মধ্যে বাড়তি দশা-পার্থক্য BC সরলরেখার প্রতিবিন্দুতে আলাদা হইবে। এই দশা-পার্থক্য δ লেখা যায়

$$\delta=\frac{2\pi}{\lambda}\,(d-d')(\mu_{ora}-\mu_{ext}) \qquad (4.24)$$

যে বিন্দুতে এই দশা-পার্থক্য δ এর মান $(\alpha_1-\alpha_2)$ এর সমান কিন্তু বিপরীত হইবে সেখানে মোট দশা-পার্থক্য শূন্য হইবে। সুতরাং এখানে তলীয় সমবর্তনের সৃষ্টি হইবে ; ইহা বিশ্লেষক নিকলে একটি শূন্য আলোক তীব্রতার ঝালর উৎপন্ন করিবে।

সুতরাং প্রথমে তলীয় সমবর্তিত আলো দ্বারা একটি ঝালরশ্রেণীর সৃষ্টি করা হয়। অভিনেত্রের তির্যকতার (cross-wire) ইহাদের কেন্দ্রীয় ঝালরের সহিত মিলাইয়া দেওয়া হয়। এইবার যদি পরীক্ষাধীন উপবৃত্তাকার সমবর্তিত আলো আপাতিত হয় তবে এই কেন্দ্রীয় বিন্দুতে দশা পার্থক্য শূন্য থাকে না।

সুতরাং কেন্দ্রীয় ঝালরটি একদিকে সরিয়া যায়। কেন্দ্রীয় ঝালরের এই নূতন অবস্থানে দশা পার্থক্য শূন্য। অর্থাৎ এখানে $\delta = -(\alpha_1 - \alpha_2)$. এইবার অভিনেত্রটি সরাইয়া তির্যক-তার আবার কেন্দ্রীয় ঝালরের নূতন অবস্থানের সহিত মেলানো হয়। যদি অভিনেত্রের সরণ (displacement) x হয় তবে লেখা যায়

$$\frac{x}{2s} = \frac{\delta}{2\pi} \quad \text{বা} \quad \delta = \frac{\pi}{s}x = -(\alpha_1 - \alpha_2) \tag{4.25}$$

s এর মান পূর্বেই নিরূপণ করা হইয়া থাকে। যদি n সংখ্যক ঝালরের মধ্যের দূরত্ব অভিনেত্র সরাইয়া স্কেলের সাহায্যে মাপা হয় তবে এই দূরত্ব X হইবে $2ns$ এর সমান। সুতরাং

$$2s = \frac{X}{n}$$

এইভাবে উপাংশ দুইটির মধ্যে দশা-পার্থক্য নির্ণয় করা যায়, কারণ

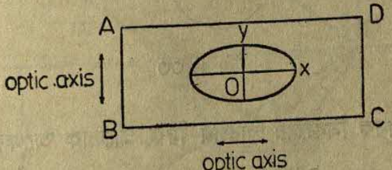
$$\delta = -(\alpha_1 - \alpha_2)$$

(b) উপবৃত্তের অক্ষ দুইটির অবস্থান নির্ণয় ঃ—

পরের আলোচনায় চিত্র নং ৪.৩৮ হইতে দেখা যাইবে যে যখন উপবৃত্তের মুখ্য এবং গৌণ অক্ষ দুইটি কেলাসের কম্পনদিক দুইটির সহিত সম্পাতী হয় তখন উপবৃত্তের কেলাসের কম্পনদিকে বিভক্ত উপাংশ দুইটির মধ্যে দশা পার্থক্য $\frac{\pi}{2}$. এই তথ্যটির সাহায্যে উপবৃত্তের অক্ষ দুইটির অবস্থান নির্ণয় করা যায়। আগের ক্ষেত্রের ন্যায় তলীয় সমবর্তিত আলোর সাহায্যে ব্যতিচার ঝালরশ্রেণীর সৃষ্টি করিয়া অভিনেত্রের তির্যক তার (cross-wire) ইহাদের কেন্দ্রীয় ঝালরের সহিত মিলাইয়া দেওয়া হয়। এরপর এই প্রতিপূরকের একটি ত্রিভুজ এতটা সরানো হয় যাহাতে ঝালরশ্রেণীর $\frac{s}{2}$ দূরত্বের সরণ হয়। ইহার অর্থ দাড়াইবে এই যে তির্যকতারের বিন্দুতে $\frac{\pi}{2}$ দশা পার্থক্য বিদ্যমান থাকিবে।

এইবার তলীয় সমবর্তিত আলোর স্থানে পরীক্ষাধীন উপবৃত্তাকার সমবর্তিত আলো দেওয়া হইল। সাধারণত দেখা যাইবে যে কেন্দ্রীয় ঝালর তির্যকতারে ফিরিয়া আসিবে না। প্রতিপূরকটি ইহার নিজের তলে ঘুরাইলে [অর্থাৎ AD তলের অভিলম্বকে অক্ষ করিয়া ঘুরাইলে (চিত্র নং ৪.৩০)] ঝালরশ্রেণীরও সরণ হইতে থাকিবে এবং একসময় কেন্দ্রীয় ঝালরটি অভিনেত্রের তির্যকতারের সহিত মিলিয়া যাইবে। এই অবস্থানে উপবৃত্তের অক্ষদ্বয় প্রতিপূরকের আলোক-

অক্ষের দিক দুইটির সহিত সম্পাতী হইবে। ইহার কারণ এই যে উপবৃত্তের অক্ষ দুইটি প্রতিপূরকের আলোক অক্ষের সম্পাতী হইলে যখন আপতিত আলো এই দুই আলোক অক্ষের দিকে উপাংশে বিভক্ত হইবে ইহাদের মধ্যে দশা পার্থক্য হইবে $\frac{\pi}{2}$. অভিনেত্রের তির্যকতারের নীচে পূর্ব হইতেই $\frac{\pi}{2}$ দশা পার্থক্য সৃষ্টি করিয়া রাখা হইয়াছে। প্রতিপূরকের উপরোক্ত অবস্থানে এই দুইটি দশা-পার্থক্য সমান কিন্তু বিপরীত হইবে; ফলে এই তির্যক তারের নীচে দশা-পার্থক্য শূন্য দাড়াইবে আর তলীয় সমবর্তিত আলোর দ্বারা সৃষ্ট কেন্দ্রীয়



চিত্র ৪.৩২

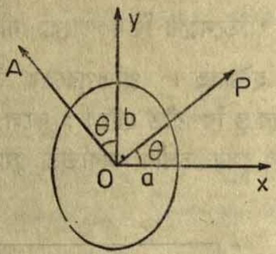
ঝালর তির্যক তারের সহিত মিলিয়া যাইবে। প্রতিপূরকের আলোক অক্ষের দিক দুইটি জানা আছে; ৪.৩২ নং চিত্রে ইহা দেখানো হইয়াছে। এই পরীক্ষার সাহায্যে উপবৃত্তাকার সমবর্তিত আলোর অক্ষদ্বয়ও এই দুইটি দিকের সম্পাতী হইবে।

(c) উপবৃত্তের অক্ষ দুইটির মানের অনুপাত নির্ণয়ঃ

আগের পরীক্ষার মত প্রতিপূরকটি যদি এমনভাবে রাখা হয় যে ইহার আলোক অক্ষের দুইদিক উপবৃত্তের দুই অক্ষের সম্পাতী হয় তবে কেন্দ্রীয় রশ্মির দশা পার্থক্য শূন্য হইবে এবং ইহার তলীয় সমবর্তন উৎপন্ন হইবে। বিশ্লেষক নিকলের পারগম দিক যখন সমবর্তিত রশ্মির কম্পন দিকের অভিলম্বে স্থাপন করা যায় তখন একটি শূন্য তীব্রতার ঝালর কেন্দ্রস্থলে উৎপন্ন হয়। $2s$ দূরে দূরেও অনুরূপ ঝালর হইবে।

৪.৩৩ নং চিত্রে ox এবং oy প্রতিপূরকে আলোক অক্ষের দিক। এই দুই দিকে বিভক্ত উপবৃত্তের উপাংশের মধ্যে প্রতিপূরকের উপরোক্ত অবস্থানে দশা-পার্থক্য হইবে $\frac{\pi}{2}$. এই দশা-পার্থক্য যখন পূর্বপরিকল্পিতরূপে শূন্যে পরিণত করা হয় তখন আলোর তলীয় সমবর্তন হইয়া থাকে। কেন্দ্রীয় রশ্মির ক্ষেত্রে কম্পন দিক OP. ইহা ox এর সঙ্গে θ কোণ উৎপন্ন করিয়া আছে এবং এখানে

$\tan\theta = \frac{b}{a}$, b এবং a উপবৃত্তের অক্ষ দুইটি। যদি বিশ্লেষক নিকলের পারগম দিক OA হয় তবে ইহাও oy এর সহিত θ কোণ উৎপন্ন করিবে। সুতরাং



চিত্র ৪.৩৩

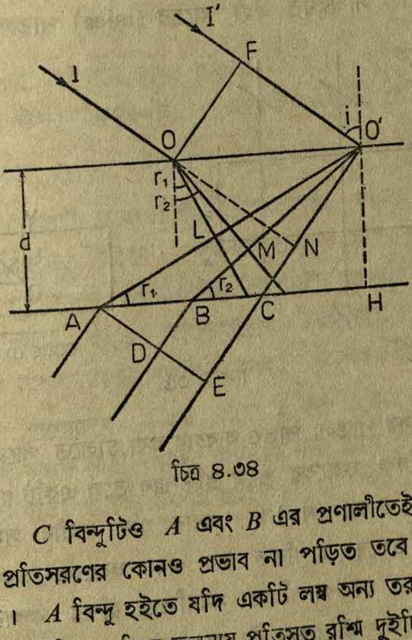
এই অবস্থানে বিশ্লেষক নিকলের পারগম দিক আলোক অক্ষের সহিত θ কোণ উৎপন্ন করিবে এবং অক্ষ দুইটির অনুপাত হইবে $\tan\theta = \frac{b}{a}$.

অক্ষ দুইটির মধ্যে কোনদিকে মুখ্য এবং কোনদিকে গৌণ অক্ষটি থাকিবে তাহা সহজেই বাহির করা যায়। b যদি মুখ্য অক্ষ হয় তবে oy উপাংশ ox উপাংশ অপেক্ষা বড় হইবে। সুতরাং বিশ্লেষক নিকলে পরীক্ষা করিলে দেখা যাইবে যে যখন ইহার পারগম দিক oy এর সমান্তরালে থাকে তখন পারগত আলোর তীব্রতা বৃদ্ধি পায়; ox এর সমান্তরালে থাকিলে হ্রাস পায়। এইরূপ হ্রাসবৃদ্ধি হইবে যখন উপবৃত্তাকার সমবর্তিত আলো সরাসরি বিশ্লেষক নিকলে আপতিত হইবে।

তরঙ্গ-চতুর্থাংশ ফলক (Quarter wave plate).

৪.৩৪ নং চিত্রে II' একটি সমান্তরাল আলোকরশ্মি; ইহা একটি একাক্ষ কেলাসের তল OO' এ i কোণে আপতিত হইয়াছে। প্রতিসরণের ফলে ইহা কেলাসের মধ্যে দুইটি রশ্মিতে বিভক্ত হইয়াছে। এই দুইটি রশ্মি OL এবং OM. OF আপতিত রশ্মিমালার তরঙ্গমুখ। O' বিন্দু হইতে প্রতিসৃত রশ্মি দুইটির উপর অভিলম্ব টানিলে কেলাসের মধ্যে তরঙ্গমুখের অবস্থান হইবে এই দুইটি অভিলম্ব $O'L$ এবং $O'M$. এই দুইটি রেখা কেলাসের দ্বিতীয় তলকে A এবং B বিন্দুতে ছেদ করিয়াছে। এই ক্ষেত্রে ধরিয়া লওয়া হইয়াছে যে কেলাসের দুইটি প্রতিসরণ তল সমান্তরাল এবং আলোকঅক্ষ প্রতিসৃত রশ্মির দিকে নহে। যদি কেলাসে প্রতিসরণের ফলে

গতিবেগ পরিবর্তিত না হইত, তবে IO রশ্মিটি কেলাসের মধ্য দিয়া ON রাস্তায় গমন করিত এবং ইহার তরঙ্গমুখ হইত $O'N$ ($O'N$ এবং ON পরস্পরের অভিলম্বে অবস্থিত)। কেলাসের দ্বিতীয় তলে প্রতিসরণের পর নির্গত রশ্মি দুইটি আপতিত রশ্মি IO এর সমান্তরাল হইবে। সুতরাং ইহাদের তরঙ্গমুখ হইবে A, B এবং C এর মধ্য দিয়া OF এর সমান্তরাল



চিত্র ৪.৩৪

রেখা তিনটি। C বিন্দুটিও A এবং B এর প্রণালীতেই আকা হইয়াছে। যদি কেলাসে প্রতিসরণের কোনও প্রভাব না পড়িত তবে CE হইত নির্গত রশ্মির তরঙ্গমুখ। A বিন্দু হইতে যদি একটি লম্ব অন্য তরঙ্গমুখ দুইটির উপর আকা হয় তবে আপতিত রশ্মির তুলনায় প্রতিসৃত রশ্মি দুইটি AE এবং DE পথ পিছাইয়া পড়িবে। সুতরাং এই প্রতিসৃত রশ্মি দুইটির মধ্যে পথপার্থক্য (retardation) হইবে $AE-DE=AD$.

O' বিন্দু হইতে AC তলের উপর লম্ব ইহাকে H বিন্দুতে ছেদ করিয়াছে।

কাজেই $AH=d\cot r_1$ এবং $BH=d\cot r_2$ (4.27)

এখানে কেলাসের বেধ$=d$ এবং কেলাসে প্রতিসরণ কোণ r_1 এবং r_2.

সুতরাং $AD=AB\sin i=(AH-BH)\sin i=d(\cot r_1-\cot r_2)\sin i$

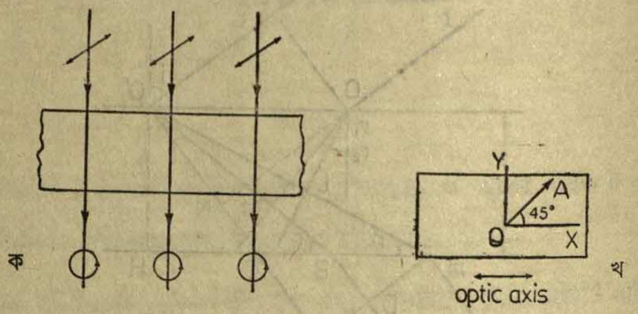
$$=d\left(\frac{\sin i}{\sin r_1}\cos r_1-\frac{\sin i}{\sin r_2}\cos r_2\right)$$

$$=d(\mu_1\cos r_1-\mu_2\cos r_2) \quad (4.28)$$

$$=d(\mu_{ord}\cos r_1-\mu_{ext}\cos r_2) \quad (4.29)$$

এখানে μ_{ord} এবং μ_{ext} যথাক্রমে কেলাসে সাধারণ ও অসাধারণ রশ্মির প্রতিসরাঙ্ক। তবে μ_{ext} এক্ষেত্রে একটি ধ্রুবক নয়; ইহার মান অসাধারণ রশ্মির সহিত আলোকঅক্ষের সৃষ্ট কোণের উপর নির্ভর করে।

এই নীতির প্রয়োগ করিয়া তরঙ্গ-চতুর্থাংশ ফলক (quarter-wave plate) তৈরী করা হয়। এই ফলকের কার্য্যপদ্ধতির চিত্র নীচে দেখানো হইল (চিত্র ৪.৩৫)। সাধারণত ইহা অভ্রের (mica) পাতলা স্তর দ্বারা প্রস্তুত



চিত্র ৪.৩৫

হয়। কোয়ার্ট্‌সের পাতলা পাতও ব্যবহার করা চলিতে পারে। এই ক্ষেত্রে আলোকঅক্ষের দিক ফলকের প্রথম প্রতিসরণ তলে একটি ধারের সমান্তরালে অবস্থিত থাকে [৪.৩৫ (খ)]। এবার যদি তলীয় সমবর্তিত আলো ফলকের উপর অভিলম্বে আপতিত হয় এবং ফলকের অবস্থান এমনভাবে পরিবর্তন করা হয় যে আপতিত সমবর্তিত রশ্মির কম্পনদিক ফলকের কম্পনদিকের সহিত 45° কোণ উৎপন্ন করে তবে এই রশ্মি দুইটি উপাংশে বিভক্ত হইবে। ইহারা পরস্পরের অভিলম্বে থাকিবে এবং ইহাদের বিস্তার সমান হইবে। ইহাদের মধ্যে দশা-পার্থক্য $\delta=(\alpha_2-\alpha_1)$ নির্ভর করিবে সমীকরণ 4.29 অনুসারে ফলকের বেধ d এর উপর। অভিলম্বে আপতনের জন্য এই দশা পার্থক্য হইবে

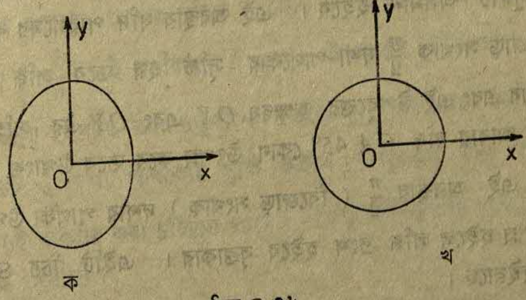
$$\delta=\frac{2\pi}{\lambda}d\,(\mu_{ord}-\mu_{ext}) \tag{4.30}$$

ফলকের বেধ এরূপভাবে নিয়ন্ত্রিত করা হয় যাহাতে $\delta=\frac{\pi}{2}$ হয়। তাহা হইলে পরস্পরের অভিলম্বে সমান দুইটি ভ্রংশের মধ্যে দশা-পার্থক্য $\frac{\pi}{2}$ হওয়ায় ইহারা একটি বৃত্তাকার সমবর্তনের সৃষ্টি করিবে [৪.৩৫ (ক)]। এই তলীয়

সমবর্তিত আলোর ভ্রংশ OA দুইটি উপাংশ $OA \sin 45°$ এবং $OA \cos 45°$ এ বিভক্ত হইবে। ইহারা $\frac{\pi}{2}$ দশা-পার্থক্যের ফলে নির্গমের পর বৃত্তাকার সমবর্তনে পর্যবসিত হইবে [৪.৩৫ (খ)]। সুতরাং এইটি বৃত্তাকার সমবর্তন সৃষ্টির সহজতম উপায়। OA এবং OX এর মধ্যের কোণ $45°$ ছাড়া অন্য কিছু হইলে উপাংশ দুইটির বিস্তার আলাদা হইবে এবং সমবর্তন উপবৃত্তাকার এবং ক্ষেত্রবিশেষে তলীয় হইবে।

একটি ব্যাপার এইখানে লক্ষ্য করিতে হইবে। δ, অর্থাৎ দশা-পার্থক্য তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ এর উপর নির্ভরশীল। কাজেই এই δ যে কোনও একটি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের বেলায় $\frac{\pi}{2}$ করা হইলে (d এর মান নিয়ন্ত্রণ করিয়া) সেটি শুধু এই তরঙ্গদৈর্ঘ্যের বেলায়ই প্রযোজ্য হইবে, তরঙ্গদৈর্ঘ্য পরিবর্তনের সঙ্গে সঙ্গে δ এর মানও পরিবর্তিত হইবে। সুতরাং তরঙ্গ-চতুর্থাংশ ফলক (quarter-wave plate) শুধু একটি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের বেলায়ই বৃত্তাকার সমবর্তন সৃষ্টি করিতে সক্ষম হইবে, ইহার আশেপাশের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলোর ক্ষেত্রে বৃত্তাকারের বদলে সাধারণতঃ উপবৃত্তাকার সমবর্তন উৎপন্ন হইবে।

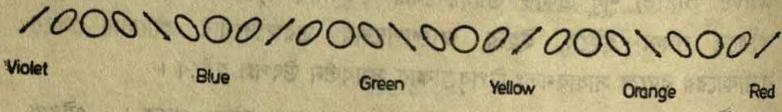
কোন কোন প্রয়োজনে δ এর মান π করা হইয়া থাকে। এইরূপ ফলককে তরঙ্গার্ধ ফলক (half-wave plate) বলা হয়। পূর্ববর্ণিত ব্যবস্থায় ইহাতে তলীয় সমবর্তিত আলো উৎপন্ন হইবে।



চিত্র ৪.৩৬

উপরের আলোচনা হইতে দেখা যায় যে উপবৃত্তাকার সমবর্তিতার উৎপাদন অতি সহজেই করা যায়। যদি কোনও সমবর্তক কেলাসের মধ্য দিয়া তলীয় সমবর্তিত আলো এমনভাবে পাঠানো যায় যাহাতে আপতিত রশ্মির ভ্রংশের দিক ঐ কেলাসে কম্পনের দিকের সহিত সমকোণে বা

সমান্তরালে না থাকে তবে আপতিত রশ্মি দুইটি আয়তাকার ভ্রংশের রশ্মিতে বিভক্ত হইবে। এই দুইটি রশ্মির বিস্তার এবং দশা-পার্থক্য সাধারণ ক্ষেত্রে এমন হইবে যে ইহারা মিলিয়া একটি উপবৃত্তাকার ভ্রংশের সৃষ্টি করিবে। উপাংশ দুইটির বিস্তার এবং দশা পরিবর্তনের সঙ্গে সঙ্গে অবশ্য এই উপবৃত্তেরও আকৃতি এবং অবস্থানের পরিবর্তন হইবে এবং এই পরিবর্তন সমূহের মধ্যে বৃত্তাকার এবং তলীয় সমবর্তনও অন্তর্ভুক্ত থাকিবে। উদাহরণস্বরূপ বলা যায় যে দুইটি নিকলের মধ্যে পাতলা কেলাস দিয়া সাদা আলোর যে ব্যতিচার উৎপন্ন করা হয় তাহাতে যদি বিশ্লেষক নিকলের পরে একটি প্রিজ্‌ম দিয়া বিভিন্ন রঙের আলোকে আলাদা করা হয় এবং এই আলাদা রঙগুলির সমবর্তনের অবস্থা পরীক্ষা করা হয় তবে দেখা যাইবে যে ইহাতে সর্বপ্রকারের সমবর্তনই বর্তমান। নিম্নের চিত্রে ইহাদের একটি সম্ভাব্য সমবর্তনের খসড়া দেওয়া হইল।



চিত্র ৪.৩৭ (Gross representation)

উপরের চিত্র ৪.৩৬ (ক) তে একটি উপবৃত্তীয় ভ্রংশ দেখানো হইয়াছে। চিত্র ৪.৩৫ (খ) এর ভ্রংশ OA যদি 45° ভিন্ন অন্য কোণে অবস্থিত হয় তবে উপাংশ দুইটি অসমান হইবে। এই অবস্থায় যদি পারগমের ফলে ইহাদের মধ্যে বিজোড় সংখ্যক $\frac{\pi}{2}$ দশা-পার্থক্যের সৃষ্টি হয় তবে লব্ধি ভ্রংশ হইবে উপবৃত্তাকার এবং এই উপবৃত্তের অক্ষদ্বয় OX এবং OY এর সহিত সম্পাতী হইবে। আবার যদি OA 45° কোণ উৎপন্ন করে তবে উপাংশ দুইটি সমান হইবে। এই অবস্থায় $\frac{\pi}{2}$ (বিজোড় সংখ্যক) দশার পার্থক্য উপাংশ দুইটির মধ্যে উৎপন্ন হইলে লব্ধি ভ্রংশ হইবে বৃত্তাকার। এইটি চিত্র ৪.৩৬(খ) এ দেখানো হইয়াছে।

তরঙ্গ-চতুর্থাংশ ফলকের সাহায্যে বিশ্লেষণ (Analysis by quarter wave plate).

তরঙ্গ-চতুর্থাংশ ফলকের কাজ দেখা গিয়াছে দুইটি উপাংশের মধ্যে $\frac{\pi}{2}$ দশা-পার্থক্যের সৃষ্টি করা। কাজেই যদি উপবৃত্তাকার সমবর্তিত আলো

ইহাতে আপতিত করা হয় এবং এই ফলক নিজতলে ঘোরানো হয় তবে উপবৃত্তের দুইটি অক্ষ যখন ফলকের আলোক অক্ষ এবং ইহার অভিলম্বের সহিত সম্পাতী হইবে তখন আলোক অক্ষ এবং অভিলম্বের দিকের উপাংশ দুইটির মধ্যে $\frac{\pi}{2}$ দশা পার্থক্যের সৃষ্টি হইবে। এই দশা-পার্থক্যের উদ্ভব হইবে ফলকের মধ্য দিয়া গমনের ফলে। কিন্তু এই দুইটি পরস্পরের অভিলম্বে অবস্থিত উপাংশে এমনিতেই $\frac{\pi}{2}$ দশা পার্থক্য বর্তমান উপবৃত্তাকার ভ্রংশকে পরস্পরের অভিলম্বে দুইটি উপাংশে বিভাজনের দরুণ। সুতরাং ফলক হইতে নির্গমের পর মোট দশা-পার্থক্য দাঁড়াইবে π; ফলে উপাংশ দুইটি একত্রিত হইয়া তলীয় সমবর্তনের সৃষ্টি করিবে। এই তলীয় সমবর্তিত আলো বিশ্লেষক নিকলের সাহায্যে আটকাইয়া দেওয়া যায়।

সুতরাং প্রথমে উপবৃত্তাকার সমবর্তিত আলো ফলকের অভিলম্বে আপতিত করা হয় এবং ফলকটি নিজতলে আস্তে আস্তে দেখানো হয়। প্রতিটি অবস্থানের জন্য ফলক হইতে নির্গত আলো বিশ্লেষক নিকল ঘুরাইয়া আটকানো যায় কিনা পরীক্ষা করা হয়। ফলকের যে অবস্থানে নিকল্ ঘুরাইয়া আলো সম্পূর্ণ বন্ধ হয় সেই অবস্থানে উপবৃত্তের অক্ষদ্বয়ের অবস্থান ফলকের আলোক অক্ষ এবং ইহার অভিলম্বের সহিত সম্পাতী। আবার এটাও সহজেই বুঝা যায় যে নিকলের যে অবস্থানে আলো সম্পূর্ণ কাটা পড়িয়া যায় সেই অবস্থানে নিকলের পারগম দিক ফলকের আলোক অক্ষের সহিত θ কোণ উৎপন্ন করিবে এবং এই θর মান হইবে $\tan\theta = \frac{b}{a}$. এই সমীকরণে b এবং a উপবৃত্তের দুইটি অক্ষ।

পূর্বেই বলা হইয়াছে তরঙ্গ-চতুর্থাংশ ফলকে শুধু একটিমাত্র নির্দিষ্ট তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যের জন্যই $\frac{\pi}{2}$ দশা পার্থক্যের সৃষ্টি হইবে। সুতরাং ইহা ঐ নির্দিষ্ট তরঙ্গের জন্যই ব্যবহার করা চলিতে পারে। কিন্তু ব্যাবিনেটের প্রতিপূরক সমস্ত তরঙ্গদৈর্ঘ্যেই প্রযোজ্য।

এই ফলকের সাহায্যে বৃত্তাকার সমবর্তিত আলোও বিশ্লেষণ করা যায়। এই আলো ফলকে অভিলম্বরূপে আপতিত হইলে ইহা আলোক অক্ষ এবং অভিলম্বে এমন দুইটি উপাংশে বিভক্ত হইবে যাহাদের মধ্যে দশা পার্থক্য $\frac{\pi}{2}$. ফলকের মধ্য দিয়া যাইবার ফলে ইহাদের মধ্যে বাড়তি $\frac{\pi}{2}$ দশা-

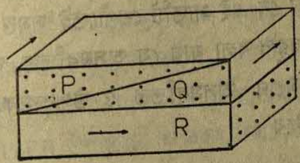
পার্থক্যের সৃষ্টি হইবে। ফলে নির্গত উপাংশের মধ্যে মোট π দশা-পার্থক্যের উদ্ভব হইবে এবং আলোর তলীয় সমবর্তন হইবে। এই আলো বিশ্লেষক নিকল্ ঘুরাইয়া বন্ধ করা সম্ভব। সুতরাং আলো ফলকের তলের অভিলম্বে আপতিত করিয়া অন্য তল হইতে নির্গত আলো বিশ্লেষক নিকল ঘুরাইয়া পরীক্ষা করা হয়। যদি নিকলের কোনও অবস্থানে এই আলো সম্পূর্ণ বন্ধ হইয়া যায় তবে ইহা বৃত্তাকার সমবর্তিত আলো। অবশ্য আর একটি পরীক্ষাও এই সঙ্গে করিতে হইবে। শুধু বিশ্লেষক নিকলে আলো আপতিত করিয়া নিকলটি ঘুরাইলে পারগত আলোর কোনও তীব্রতার তারতম্য হইবে না। কিন্তু অসমবর্তিত আলোর ক্ষেত্রেও এইরূপই হইবে। তফাৎ এই যে ফলকটি ব্যবহার করিলে বৃত্তাকার সমবর্তনের ক্ষেত্রে নিকল ঘুরাইয়া আলো বন্ধ করা সম্ভব, কিন্তু অসমবর্তিত আলোর ক্ষেত্রে কখনই আলো বন্ধ করা যাইবে না। এইরূপে অসমবর্তিত এবং বৃত্তাকার সমবর্তিত আলোর মধ্যে তরঙ্গ-চতুর্থাংশ ফলকের সাহায্যে প্রভেদ ধরা যাইবে।

ফ্রেনেলের সমান্তর পটফলক—ইহাতে দুইটি সম্পূর্ণ প্রতিফলনে $\frac{\pi}{2}$ দশা-পার্থক্যের সৃষ্টি হয় দেখা গিয়াছে। সুতরাং তলীয় সমবর্তিত আলোর কম্পনদিক যদি আপতন তলের সহিত $\frac{\pi}{4}$ কোণ উৎপন্ন করে তবে নির্গত আলো বৃত্তাকার সমবর্তিত হইবে এবং ইহা তরঙ্গ চতুর্থাংশ ফলক ও নিকল দ্বারা সম্পূর্ণ নির্বাপিত করা সম্ভব হইবে। আবার যদি আপতিত আলো বৃত্তাকার হয় তবে বাড়তি $\frac{\pi}{2}$ দশা-পার্থক্যের জন্য নির্গত রশ্মির তলীয় সমবর্তন হইবে এবং ইহা নিকল দ্বারা নির্বাপিত করা করিবে। আলো যদি উপবৃত্তাকারে সমবর্তিত হয় তবে এই উপবৃত্তের অক্ষ দুইটি আপতন তল এবং ইহার অভিলম্বে থাকিলে নির্গত রশ্মির মোট দশা-পার্থক্য হইবে π. সুতরাং ইহার তলীয় সমবর্তন হইবে এবং আলো নিকল দ্বারা সম্পূর্ণ নির্বাপিত করা চলিবে। কাজেই দেখা যাইতেছে যে ফ্রেনেলের সমান্তর পটফলক দ্বারা সর্বপ্রকার সমবর্তিত আলোর বিশ্লেষণ করা চলে।

সলিল প্রতিপূরক (Soleil Compensator).

এই প্রতিপূরকটিও ব্যাবিনেটের প্রতিপূরকের মত কোয়ার্ট্‌সের ত্রিভুজের সাহায্যে তৈয়ারী করা হয় যদিও এখানে দুইটি ত্রিভুজের সঙ্গে একটি আয়তাকার কোয়ার্ট্‌স্‌ও যুক্ত থাকে।

চিত্র নং ৪.৩৪ (ক) তে দুইটি কোয়ার্ট্‌স্‌ ত্রিভুজ P এবং Q পাশাপাশি বসাইয়া একটি আয়তাকার আকৃতির সৃষ্টি করা হইয়াছে। এই ত্রিভুজ দুইটিতে আলোক অক্ষের দিক পরস্পরের সমান্তরালে অবস্থিত (ব্যাবিনেটের প্রতিপূরকের বিপরীত)। ইহাদের তলায় একটি আয়তাকার কোয়ার্ট্‌স্‌ R এর



চিত্র ৪.৩৪ (ক)

সঙ্গে Q ত্রিভুজটি সংযুক্ত থাকে। R এর আলোকঅক্ষের দিক P এবং Q এর আলোকঅক্ষের দিকের অভিলম্বে অবস্থিত। তিনটিতে এই দিক তীর চিহ্নের এবং বিন্দুশ্রেণীর দ্বারা দেখানো হইয়াছে। P ত্রিভূজটি একটি মাইক্রোমিটার স্ক্রু এর সাহায্যে সরানো যায় (ব্যাবিনেটের প্রতিপূরকের মত)।

P, Q এবং R এর মধ্য দিয়া যাইবার পর একটি আলোকরশ্মির দশা নির্ভর করিবে $R_t - (P_t + Q_t)$ এর মানের উপর। এখানে R_t, P_t এবং Q_t তিনটি ফলকে আলোকপথের দূরত্ব বুঝাইতেছে। যেহেতু P এবং Q ত্রিভুজে আলোকঅক্ষের দিক সমান্তরাল এবং P এবং Q এর মধ্যে সব আলোকরশ্মির পথই সমান সেজন্য $R_t - (P_t + Q_t)$ এর মান সমস্ত আলোকরশ্মির ক্ষেত্রেই সমান হইবে। অবশ্য P ত্রিভুজকে সরাইয়া $P_t + Q_t$ এর মান পরিবর্তন করা যায়। অতএব $R_t - (P_t + Q_t)$ এর মান অর্থাৎ আলোকরশ্মির দশাও ইচ্ছামত পরিবর্তন করা চলে। ব্যাবিনেটের প্রতিপূরকের সঙ্গে সলিল প্রতিপূরকের মূল পার্থক্য এই যে প্রথমটাতে বিভিন্ন পারগত রশ্মির দশা বিভিন্ন হয়; কিন্তু দ্বিতীয়টিতে সমস্ত পারগত রশ্মির দশাই এক এবং এই দশা P ত্রিভুজটি সরাইয়া ইচ্ছামত নিয়ন্ত্রণ করা যায়।

সমবর্তিত আলোর বিশ্লেষণ (Analysis of polarised light).

আলোকরশ্মিমালাকে নিম্নলিখিত ৭টি শ্রেণীতে ভাগ করা যায়

(a) অসমবর্তিত আলো
(b) তলীয়-সমবর্তিত আলো
(c) বৃত্তাকার সমবর্তিত আলো
(d) উপবৃত্তাকার সমবর্তিত আলো

(e) অসমবর্তিত ও তলীয় সমবর্তিত আলোর সংমিশ্রণ
(f) অসমবর্তিত ও বৃত্তাকার সমবর্তিত আলোর সংমিশ্রণ
(g) অসমবর্তিত ও উপবৃত্তাকার সমবর্তিত আলোর সংমিশ্রণ

দুইএর অধিকপ্রকার আলোর সংমিশ্রণও থাকিতে পারে। কিন্তু ষ্টোক্‌স্ (Stokes) দেখাইয়াছেন যে এই সাতটি শ্রেণীতেই সমস্ত প্রকার সংমিশ্রণ অন্তর্ভুক্ত থাকিবে। উদাহরণ স্বরূপ বলা যায় যে অসমবর্তিত, তলীয় এবং উপবৃত্তাকার সমবর্তিত আলোর সংমিশ্রণ অসমবর্তিত ও উপবৃত্তাকার সমবর্তিত আলোর সংমিশ্রণের সমতুল হইবে।

নিম্নলিখিত পদ্ধতিতে সমবর্তিত আলোর গুণাত্মক (qualitative) পরীক্ষা করা যাইতে পারে।

প্রথম ধাপ—আলোকরশ্মিমালার পথে একটি নিকল্ বসাইয়া নিকল্‌টি ঘুরানো হইল ঃ

যদি নিকলের এক অবস্থানে আলো নির্বাপিত হয় তবে ইহা তলীয় সমবর্তিত আলো।

যদি নিকল্ ঘুরাইলে পারগত আলোর তীব্রতার কোনও তারতম্য না হয় তবে ইহা নিম্নলিখিত তিনশ্রেণীর একটি হইবে

(a) অসমবর্তিত আলো
(b) বৃত্তাকার সমবর্তিত আলো
(c) অসমবর্তিত ও বৃত্তাকার সমবর্তিত আলোর সংমিশ্রণ

দ্বিতীয় ধাপ—এইবার নিকলের আগে একটি তরঙ্গ-চতুর্থাংশ ফলক বসাইয়া নিকলটি ঘুরানো হইল।

যদি নিকলের একটি অবস্থানে আলো নির্বাপিত হয় তবে ইহা বৃত্তাকার সমবর্তিত আলো।

যদি নিকলের ঘুরানোর ফলে আলোর তীব্রতার কোনও তারতম্য না হয় তবে আলো অসমবর্তিত।

যদি নিকল ঘুরানোর সঙ্গে সঙ্গে আলোর তীব্রতাও বাড়ে কমে, কিন্তু নিকলের কোনও অবস্থানেই সম্পূর্ণ নির্বাপিত হয় না তবে আলো অসমবর্তিত ও বৃত্তাকার আলোর সংমিশ্রণ।

তৃতীয় ধাপ—আলোতে শুধু নিকল বসাইয়া ঘুরাইলে যদি আলোর তীব্রতার হ্রাসবৃদ্ধি হয় কিন্তু কোনও অবস্থানেই সম্পূর্ণ নির্বাপিত হয় না

তবে ইহা নিম্নলিখিত তিন প্রকারের যে কোনও একটি হইতে পারে ঃ

(a) উপবৃত্তাকার সমবর্তিত আলো
(b) অসমবর্তিত ও তলীয় সমবর্তিত আলোর সংমিশ্রণ
(c) অসমবর্তিত ও উপবৃত্তাকার সমবর্তিত আলোর সংমিশ্রণ

এইবার আলোতে একটি তরঙ্গ-চতুর্থাংশ ফলক ও পরে নিকল্ বসাইয়া ইহাদের প্রত্যেককে আলাদাভাবে ঘুরানো হইল। যদি ইহাদের কোনও এক অবস্থানে আলো সম্পূর্ণ নির্বাপিত হয় তবে বুঝিতে হইবে আলো উপবৃত্তাকার সমবর্তিত এবং এই অবস্থানে উপবৃত্তের অক্ষদ্বয় ফলকের আলোক অক্ষ এবং ইহার অভিলম্বের সম্পাতী। নিকলের অবস্থান হইতে উপবৃত্তের অক্ষদ্বয়ের অনুপাতও বাহির করা যায়।

যন্ত্রাংশ দুইটি ঘুরাইলে যদি আলোর তীব্রতার হ্রাসবৃদ্ধি হয় কিন্তু কোন অবস্থানেই ইহা সম্পূর্ণ নির্বাপিত না হয় তবে বুঝিতে হইবে যে আলো অসমবর্তিত ও উপবৃত্তাকার সমবর্তিত আলোর সংমিশ্রণ। আলোর অবম তীব্রতার ক্ষেত্রে উপবৃত্তাকার সমবর্তিত অংশের উপবৃত্তের অক্ষদ্বয় ফলকের আলোক-অক্ষ এবং ইহার অভিলম্বের সম্পাতী হইবে এবং নিকলের অবস্থান হইতে অক্ষদ্বয়ের অনুপাতও বাহির করা যাইবে।

অবম তীব্রতার ক্ষেত্রে নিকল্ যদি ফলকের আলোক অক্ষ বা ইহার অভিলম্বের সম্পাতী হয় তবে আলো অসমবর্তিত ও তলীয়-সমবর্তিত আলোর সংমিশ্রণ।

সমবর্তিত আলোর উৎপাদন এবং বিশ্লেষণ (Production and analysis of polarised light).

তলীয় সমবর্তিত আলোর উৎপাদন পূর্বেই আলোচিত হইয়াছে। দেখা গিয়াছে যে কোনও একাক্ষ কেলাসের মধ্য দিয়া আলো পাঠাইলে দ্বৈধ-প্রতিসরণের ফলে সাধারণত দুইটি তলীয় সমবর্তিত রশ্মির সৃষ্টি হয়। ইহা ভিন্ন প্রতিফলনের দ্বারাও তলীয় সমবর্তিত আলোকরশ্মি পাওয়া যায়। কিন্তু সর্বাধিক প্রচলিত উপায় নিকল্ প্রিজ্‌ম্ বা পোলারয়েড ব্যবহার করা। কিন্তু এই তলীয় সমবর্তন ভিন্ন আলোর অন্য প্রকারের সমবর্তনও হইতে পারে; যথা বৃত্তাকার এবং উপবৃত্তাকার (circular and elliptic) সমবর্তন। এই প্রসঙ্গে বিভিন্ন প্রকারের সমবর্তন বলিতে কি বুঝায় তাহা আলোচনা করা উচিত।

কোনও আলোকতরঙ্গ যদি নিম্নলিখিত সমীকরণ দ্বারা বুঝান হয়

$$y = a \sin (wt + \delta) \tag{4.31}$$

তাহা হইলে ইহার অর্থ হইবে যে এই ভ্রংশ y একটি বিশেষ দিকে হইতেছে এবং ইহা সরল দোলগতি (simple harmonic motion) প্রকৃতিসম্পন্ন। আর এই সমীকরণ আরও বুঝাইতেছে একটি অন্তহীন তরঙ্গরাশি যাহার প্রকৃতি সময়ের সহিত অপরিবর্তিত থাকিবে। সমবর্তিত আলোর ক্ষেত্রে এ পর্য্যন্ত যে আলোচনা হইয়াছে তাহাতে বলা যায় যে যখন এই ভ্রংশ (যাহা বৈদ্যুতিক ভেক্টরের সমার্থক বলিয়া ধরা যায়) আলোর গতির দিকের অভিলম্ব তলে একটি সুনির্দিষ্ট এবং অপরিবর্তিত দিকে হইতে থাকে তখন এই আলোকে তলীয় সমবর্তিত আলো বলা হয়। আর সমবর্তনের আর একটি সর্ত হইল এই যে তরঙ্গমুখে সমস্ত বিন্দুতেই ভ্রংশ একই প্রকৃতির এবং দিকের হইবে। সুতরাং সহজেই বুঝা যায় যে যদি বৈদ্যুতিক ভেক্টরের শেষ বিন্দু আলোকের গতির অভিলম্বতলে একটি বৃত্তাকার পথে গমন করে তবে সেই আলোকে বৃত্তাকার সমবর্তিত আলো বলা যায়। অনুরূপভাবে বিন্দুটি উপ-বৃত্তাকার পথে গমন করিলে আলো হইবে উপবৃত্তাকার সমবর্তিত আলো। অবশ্য এই দুইটি ক্ষেত্রেও তরঙ্গমুখের সমস্ত বিন্দুতেই একই প্রকৃতির এবং অবস্থানের বৃত্তাকার বা উপবৃত্তাকার পথের সৃষ্টি হইবে।

বিভিন্ন প্রকারের সমবর্তিত আলোর উৎপাদন (Production of different types of polarised light).

তিন প্রকারের সমবর্তিত আলোর উৎপাদন সম্বন্ধে আলোচনা করা হইবে। ইহার মধ্যে তলীয় সমবর্তিত আলো সম্বন্ধে পূর্বেই বিশদরূপে বলা হইয়াছে, সুতরাং অন্য দুইপ্রকার সমবর্তন সম্বন্ধেই প্রধানত এখানে আলোচনা করা হইবে : তলীয় সমবর্তনের আলোচনাও এই প্রসঙ্গে আসিবে। একই কম্পনসংখ্যার দুইটি বিভিন্ন বিস্তার এবং দশার আয়তাকার তির্যক কম্পন যদি একই সময়ে একটি বিন্দুর উপর আপতিত হয় তবে এই বিন্দুর লব্ধি ভ্রংশ নিম্নলিখিতরূপে বাহির করা যায়। যদি পরস্পরের অভিলম্বে ভ্রংশ দুইটি লেখা যায়

$$x = a \cos (wt - \alpha_1) \qquad y = b \cos (wt - \alpha_2) \tag{4.32}$$

তবে এখানে x এর দিকে বিস্তার এবং দশা-ধ্রুবক a এবং α_1 ; অনুরূপভাবে y অক্ষের দিকে বিস্তার এবং দশা-ধ্রুবক b এবং α_2.

এই দুইটি সমীকরণ হইতে যদি সময় 't' এর অপসারণ করা হয় তবে লব্ধ সমীকরণ বিন্দুটির গতিপথ বুঝাইবে এবং বিন্দুটির গতির প্রাচলিক

সমীকরণ (parametral equation) পাওয়া যাইবে। 't' এর অপসারণের জন্য নিম্নলিখিত পদ্ধতি গ্রহণ করা যাইতে পারে। সমীকরণ 4.32 হইতে লেখা যায় :

$$\frac{x}{a}=\cos wt\cos\alpha_1+\sin wt\sin\alpha_1$$

$$\frac{y}{b}=\cos wt\cos\alpha_2+\sin wt\sin\alpha_2$$

$$\frac{x\sin\alpha_2}{a}=\cos wt\sin\alpha_2\cos\alpha_1+\sin wt\sin\alpha_1\sin\alpha_2$$

$$\frac{y\sin\alpha_1}{b}=\cos wt\sin\alpha_1\cos\alpha_2+\sin wt\sin\alpha_1\sin\alpha_2$$

$$\frac{x\sin\alpha_2}{a}-\frac{y\sin\alpha_1}{b}=(\cos\alpha_1\sin\alpha_2-\cos\alpha_2\sin\alpha_1)\cos wt$$
$$=\sin(\alpha_2-\alpha_1)\cos wt$$

$$\frac{x\cos\alpha_2}{a}=\cos\alpha_1\cos\alpha_2\cos wt+\sin\alpha_1\cos\alpha_2\sin wt$$

$$\frac{y\cos\alpha_1}{b}=\cos\alpha_1\cos\alpha_2\cos wt+\sin\alpha_2\cos\alpha_1\sin wt$$

$$\frac{y\cos\alpha_1}{b}-\frac{x\cos\alpha_2}{a}=(\sin\alpha_2\cos\alpha_1-\sin\alpha_1\cos\alpha_2)\sin wt$$
$$=\sin(\alpha_2-\alpha_1)\sin wt$$

$$\frac{x^2}{a^2}\sin^2\alpha_2+\frac{y^2\sin^2\alpha_1}{b^2}-\frac{2xy}{ab}\sin\alpha_1\sin\alpha_2$$
$$=\sin^2(\alpha_2-\alpha_1)\cos^2 wt.$$

$$\frac{x^2}{a^2}\cos^2\alpha_2+\frac{y^2}{b^2}\cos^2\alpha_1-\frac{2xy}{ab}\cos\alpha_1\cos\alpha_2$$
$$=\sin^2(\alpha_2-\alpha_1)\sin^2 wt.$$

$$\frac{x^2}{a^2}(\sin^2\alpha_2+\cos^2\alpha_2)+\frac{y^2}{b^2}(\sin^2\alpha_1+\cos^2\alpha_1)-\frac{2xy}{ab}$$
$$(\sin\alpha_1\sin\alpha_2+\cos\alpha_1\cos\alpha_2)=\sin^2(\alpha_2-\alpha_1)(\sin^2 wt+\cos^2 wt)$$

বা $$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{2xy}{ab}\cos(\alpha_2-\alpha_1)=\sin^2(\alpha_2-\alpha_1) \qquad (4.33)$$

এই সমীকরণটি দুইটি আয়তাকার ভ্রংশের যুগ্ম প্রভাবের ফলে বিন্দুটির গতি বুঝাইবে। এইটি একটি উপবৃত্তের সমীকরণ। সুতরাং সাধারণভাবে বিন্দুটি (অর্থাৎ আলোর ক্ষেত্রে বৈদ্যুতিক ভেক্টরের প্রান্তবিন্দু) একটি উপবৃত্ত উৎপন্ন

করিবে। এইভাবে কোনও বিন্দুতে যদি পরস্পরের অভিলম্বে এক কম্পাঙ্কের কিন্তু ভিন্ন বিস্তার এবং দশার দুইটি ভ্রংশ আরোপিত করা হয় তবে লব্ধি ভ্রংশ হইবে উপবৃত্তাকার। এইটিই উপবৃত্তাকার সমবর্তিত আলোকরশ্মি সৃষ্টির সর্বাপেক্ষা সহজ উপায়।

ক্ষেত্র বিশেষে বিস্তার এবং দশা-ধ্রুবকের পরিবর্তনে ভ্রংশের প্রকৃতিরও সঙ্গে সঙ্গে পরিবর্তন হইয়া থাকে। উদাহরণস্বরূপ দেখা যায় যে যদি দশা-পার্থক্য $(\alpha_2-\alpha_1)=2n\pi$ ($n=$ অখণ্ড সংখ্যা, শূন্যকেও ধরিয়া) তবে 4.33 নং সমীকরণটি দাড়াইবে

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b_2}-\frac{2xy}{ab}=0 \quad \text{বা} \quad \frac{x}{a}-\frac{y}{b}=0 \quad \text{বা} \quad y=\frac{b}{a}x \tag{4.34}$$

এইটি একটি সরলরেখার সমীকরণ। এই সরলরেখাটি x অক্ষের সহিত একটি θ কোণ উৎপন্ন করিয়াছে যেখানে $\tan\theta=\dfrac{b}{a}$ এবং ইহা স্থানাঙ্ক অক্ষের (axes of coordinates) উৎসবিন্দু দিয়া যাইতেছে।

আবার যদি $(\alpha_2-\alpha_1)=(2n+1)\pi$ হয় তবে সমীকরণটি দাড়াইবে

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{2xy}{ab}=0 \quad \text{বা} \quad \frac{x}{a}+\frac{y}{b}=0 \quad \text{বা} \quad y=-\frac{b}{a}x. \tag{4.35}$$

এটিও অনুরূপ একটি সরলরেখার সমীকরণ; শুধু ইহা x অক্ষের ঋণাত্মক দিকের সহিত θ কোণ উৎপন্ন করিবে $\left(\tan\theta=\dfrac{b}{a}\right)$.

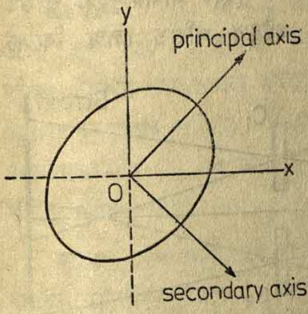
যদি $(\alpha_2-\alpha_1)=(2n+1)\dfrac{\pi}{2}$ হয় তবে সমীকরণটির পরিবর্তিত রূপ হইবে

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \tag{4.36}$$

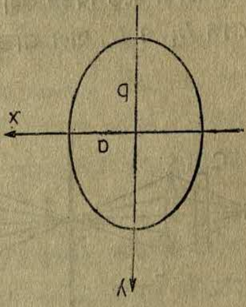
এইটিও একটি উপবৃত্তের সমীকরণ; এই উপবৃত্তের মুখ্য ও গৌণ অক্ষদ্বয় হইবে a এবং b. সমীকরণ 4.33 দ্বারা যে উপবৃত্ত বুঝাইতেছে তাহাতে মুখ্য ও গৌণ অক্ষদ্বয় স্থানাঙ্ক অক্ষদ্বয় x এবং y এর সহিত সম্পাতী হইবে না। কিন্তু সমীকরণ 4.36 এর দ্বারা সূচীত উপবৃত্তের মুখ্য ও গৌণ অক্ষদ্বয় স্থানাঙ্ক অক্ষদ্বয়ের সহিত সম্পাতী হইবে। অথবা বলা চলে যে মুখ্য ও গৌণ অক্ষদ্বয় উপাংশ দুইটির কম্পনদিকের সহিত সম্পাতী হইবে। এই দশা-পার্থক্য $(\alpha_2-\alpha_1)=(2n+1)\dfrac{\pi}{2}$ এর সঙ্গে যদি উপাংশ দুইটি বিস্তারও সমান হয় তবে সমীকরণ দাড়াইবে

$$x^2+y^2=a^2=b^2 \tag{4.37}$$

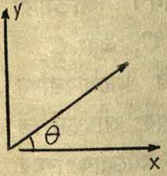
এটি একটি বৃত্তের সমীকরণ। কাজেই দেখা যাইতেছে যে এইক্ষেত্রে আলো বৃত্তাকার সমবর্তন উৎপন্ন করিবে।



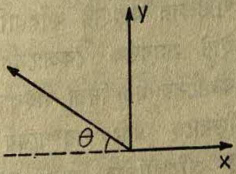
সমীকরণ (4.33)



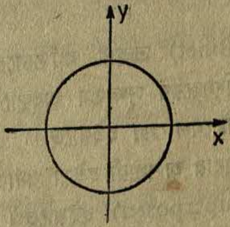
সমীকরণ (4.36)



সমীকরণ (4.34)



সমীকরণ (4.35)



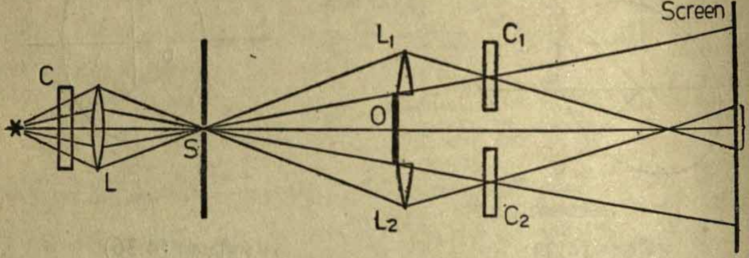
সমীকরণ (4.37)

চিত্র নং ৪.৩৮—বিভিন্ন সমীকরণের জন্য চিত্র দেখানো হইয়াছে।

সমবর্তিত আলোর ব্যতিচার (Interference of polarised light).

সাধারণ আলোর ব্যতিচার সম্বন্ধে পূর্বে আলোচনা করা হইয়াছে। কোনও একাক্ষ বা দ্ব্যক্ষ কেলাসের মধ্য দিয়া সাধারণ আলো গমন করিলে সাধারণত এই আলোর দ্বৈধ প্রতিসরণ হয় এবং দুইটি তলীয় সমবর্তিত আলোকরশ্মি পাওয়া যায়। এই দুইটি রশ্মিই অনেকাংশে সাধারণ আলোর মতই ব্যবহার করে ; কাজেই স্বভাবতই প্রশ্ন ওঠে যে ইহাদের ব্যতিচারও হয় কিনা। ফ্রেনেল এবং অ্যারাগো (Fresnel and Arago) এই বিষয়ে অনেক পরীক্ষা করেন। অন্যান্য নানা রকমের পরীক্ষার মধ্যে নিম্নলিখিত পরীক্ষাটি করা যাইতে পারে। ৪.৩৯ নং চিত্রে একটি আলোকউৎস হইতে নির্গত আলো C কেলাসের মধ্য দিয়া পাঠাইয়া একটি তলীয় সমবর্তিত আলোকরশ্মির সৃষ্টি করা হইল। C কেলাসটি একটি নিকল্ বা ট্যুরম্যালিন বা অনুরূপ ব্যবস্থা হইতে পারে,

যাহাতে শুধু একটি সমবর্তিত রশ্মিমালা পাওয়া যায়। L লেন্স দ্বারা ইহাকে S রেখাছিদ্রের মধ্য দিয়া পাঠাইয়া O বাধার সাহায্যে দুইটি আলোকরশ্মিতে বিভক্ত করা হইয়াছে। এই রশ্মি দুইটি আবার দুইটি খণ্ডিত লেন্স L_1 ও L_2 দ্বারা অভিসারী করা হইল। এইরূপ খণ্ডিত লেন্স বিলেট



চিত্র ৪.৩৯

(Billet) তাহার ব্যতিচারের পরীক্ষায় ব্যবহার করিয়াছিলেন। অভিসারী রশ্মিদ্বয়ের সূক্ষ্মতম অবস্থানে দুইটি সমবর্তক কেলাসের (C_1 এবং C_2) সন্নিবেশ করা হইয়াছে। এই কেলাসের মধ্য দিয়া যাইবার পর আলোকরশ্মি আবার অপসারী হইয়া পর্দায় পড়িয়াছে এবং পরস্পরের উপর অধিস্থাপিত (superposed) হইয়াছে। এই অধিস্থাপিত অংশে দুইটি আলোকরশ্মির ব্যতিচার হওয়া সম্ভব। দেখা যাইবে যে C_1 C_2 যদি ট্যুরম্যালিন কেলাস হয় তবে তাহাদের মুখ্য-ছেদ সমান্তরাল হইলে পর্দায় ব্যতিচার ঝালর সৃষ্টি হইবে। কিন্তু মুখ্য-ছেদ দুইটি পরস্পরের অভিলম্বে থাকিলে ব্যতিচার-ঝালর দেখা যায় না। এইরূপ হওয়াই স্বাভাবিক কারণ প্রথম ক্ষেত্রে আলোক রশ্মি দুইটির কম্পনের ভ্রংশের দিক সমান্তরাল, কিন্তু দ্বিতীয় ক্ষেত্রে তাহারা পরস্পরের অভিলম্বে অবস্থিত ; ফলে লব্ধ কম্পনের ভ্রংশ উপবৃত্তীয় আকৃতির হইবে।

C_1 C_2 যদি ক্যালসাইট কেলাস হয় এবং সমবর্তিত আলোর কম্পনের ভ্রংশের দিক যদি ইহার মুখ্য-ছেদের সমান্তরাল অথবা অভিলম্বে থাকে তবে C_1 এবং C_2 হইতে একটি করিয়া রশ্মিই পাওয়া যাইবে। ইহাদের ভ্রংশ পরস্পরের সমান্তরাল হওয়ায় তাহারা ব্যতিচার ঝালর উৎপন্ন করিবে। কিন্তু সমবর্তিত আলোর ভ্রংশ অন্য কোনও অবস্থানে থাকিলে উভয় কেলাস হইতেই দুইটি (সাধারণ ও অসাধারণ) রশ্মি পাওয়া যাইবে। ইহাদের মধ্যে সাধারণ রশ্মি দুইটির ভ্রংশ সমান্তরাল হওয়ায় তাহারা একপ্রস্থ ব্যতিচার ঝালর সৃষ্টি করিবে ; আর অনুরূপভাবে অসাধারণ রশ্মি দুইটি আরেক প্রস্থ ঝালর

সৃষ্টি করিবে। সাধারণ ও অসাধারণ রশ্মির মধ্যে কোনও ঝালর উৎপন্ন হইবে না।

এইবার যদি C_1 বা C_2 কোনও একটিকে $90°$ ঘুরাইয়া প্রতিকূল অবস্থানে আনা হয় তবে C_1 হইতে নিসৃত সাধারণ রশ্মির ভ্রংশ C_2 এর অসাধারণ রশ্মির ভ্রংশের সমান্তরাল হইবে। ফলে C_1 এর সাধারণ রশ্মি C_2 এর অসাধারণ রশ্মির সহিত ব্যতিচার ঝালর উৎপাদন করিবে; এবং C_1 এর অসাধারণ রশ্মি C_2 এর সাধারণ রশ্মির সহিত ক্রিয়া করিয়া অন্য প্রস্থ ব্যতিচার ঝালর সৃষ্টি করিবে।

অতএব দেখা যাইতেছে যে অনুকূল অবস্থায় দুইটি তলীয় সমবর্তিত রশ্মি ব্যতিচারের সৃষ্টি করিবে। ফ্রেনেল এবং অ্যারাগোর পরীক্ষা হইতে তাঁহারা নিম্নলিখিত নিদ্ধান্তে উপনীত হন।

১। সমান্তরাল তলে সমবর্তিত দুইটি আলোকরশ্মি সাধারণ আলোর মতই ব্যতিচার সৃষ্টি করে; কিন্তু ইহারা পরস্পরের অভিলম্ব তলে সমবর্তিত হইলে ব্যতিচারের উদ্ভব হয় না।

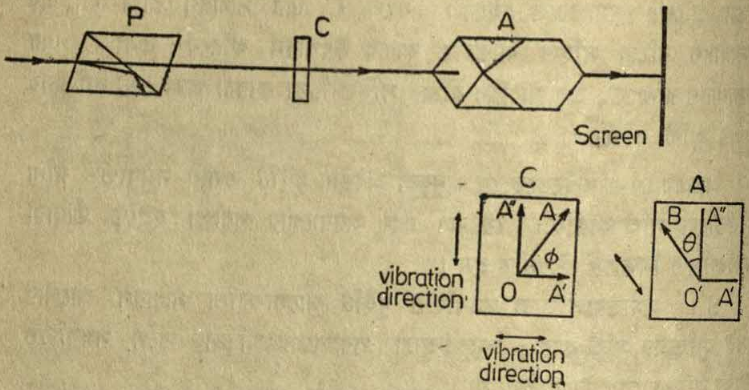
২। ব্যতিচারী আলোকরশ্মি দুইটি আদিতে একই আলোকরশ্মি হইতে উদ্ভূত হওয়া প্রয়োজন।

৩। যদি দ্বিতীয় সর্ত পালিত হয় তবে পরস্পরের অভিলম্বে ভ্রংশযুক্ত দুইটি সমবর্তিত আলোকরশ্মির ভ্রংশ সমান্তরাল দিকে আনিলে ইহাদের মধ্যে ব্যতিচার সৃষ্টি হয়।

স্বভাবতই দেখা যাইবে যে এই সূত্রগুলি একমাত্র আলোকের তির্যক কম্পনের মতবাদের সাহায্যেই ব্যাখ্যা করা যাইতে পারে।

এতক্ষণ তলীয় সমবর্তিত আলোর ব্যতিচার সম্বন্ধে সাধারণভাবে পরীক্ষার বর্ণনা করা হইয়াছে। এইবার এক শ্রেণীর ব্যতিচারের আলোচনা করা হইবে যাহাতে সমবর্তক ও বিশ্লেষক ব্যবস্থার মধ্যে একটি পাতলা কেলাসের খণ্ড দেওয়া হয় এবং ব্যতিচারের ফলে ঐ কেলাসখণ্ডে বিভিন্ন রং এর উৎপত্তি হয় (অবশ্য সাদা আলো ব্যবহার করিলে)। প্রথমে যে পরীক্ষাটি বর্ণনা করা হইবে তাহাতে দুইটি নিকল্ প্রিজ্‌ম্ P এবং Aর মধ্যে একটি ক্ষুদ্র বেধের একাক্ষ কেলাস C রাখা হইল (চিত্র নং ৪.৪০)। P এবং A যদি প্রতিকূল অবস্থানে (crossed position) রাখা হয় তবে A র ভিতর দিয়া কোন আলো যাইতে পারে না এবং পর্দায় কোনও আলো পড়ে না। এইবার যদি C কেলাসটি আলোকরশ্মির পথে ঢোকানো হয় (P এবং A র মধ্যে হওয়া চাই) তবে

দেখা যাইবে যে আলো আবার A র ভিতর দিয়া গিয়া পর্দায় পড়িতেছে। এই ধরণের পরীক্ষা সর্বপ্রথম করেন অ্যারাগো ১৮১১ সনে। আকাশের বিক্ষিপ্ত (scattered) আলো অনেকাংশে সমবর্তিত থাকে। অ্যারাগো এই আলো প্রথমে একটি অভ্রের পাতলা স্তরের ভিতর দিয়া পাঠাইয়া পারগত রশ্মি একটি



চিত্র ৪.৪০

ক্যালসাইট কেলাসের সাহায্যে বিশ্লেষণ করেন। তিনি দেখিতে পান যে ক্যালসাইট কেলাস হইতে নির্গত উভয় রশ্মিই রঙীন দেখা যায়। আর অভ্রের স্তরটি নিজতলে ঘুরাইলে উভয় রশ্মিরই রঙের পরিবর্তন হয়। ইহার কারণ পাশের চিত্র হইতে বুঝা যায়। P নিকল্ হইতে একটি অসাধারণ রশ্মি বাহির হইতেছে; ধরা যাক ইহার কম্পনের দিক OA. এই অসাধারণ রশ্মি C কেলাসে আপতিত হইয়াছে। 'C' কেলাসটির দুইটি পরস্পর অভিলম্ব কম্পন দিক আছে, এইগুলি চিত্রে দেখানো হইয়াছে। OA কম্পনটি এইবার দুইটি উপাংশে এই দুই দিকে বিভক্ত হইবে। OA র বিস্তার যদি A হয় এবং ইহা C কেলাসের কম্পনের একটি দিকের সহিত ϕ কোণ করিয়া থাকে তবে উপাংশ দুইটির মান হইবে $A\cos\phi$ এবং $A\sin\phi$. চিত্রে $OA' = A\cos\phi$; $OA'' = A\sin\phi$. এই দুইটি সমবর্তিত উপাংশ এবার বিশ্লেষক নিকল A র উপর আপতিত হইতেছে। পূর্বেই বলা হইয়াছে যে নিকল দুইটি প্রতিকূল অবস্থানে রাখা আছে। সুতরাং A নিকলে পারগত রশ্মির কম্পনের দিক হইবে $O'B$ (OA এবং $O'B$ পরস্পরের অভিলম্বে অবস্থিত)। এই দিক যদি OA' এর সঙ্গে θ কোণ করিয়া অবস্থান করে তবে A নিকলে এবার OA' এবং OA'' প্রত্যেকেই দুইটি উপাংশে বিভক্ত হইবে, $O'B$ এবং ইহার অভিলম্বে।

ইহাদের মধ্যে $O'B$ দিকের উপাংশ দুইটিই A কেলাসের মধ্য দিয়া গমন করিবে। এই দুইটি উপাংশের মান দাড়াইবে

$$A \cos \phi \sin \theta \text{ এবং } A \sin \phi \cos \theta$$

কিন্তু ৪.৪০ নং চিত্র হইতে দেখা যায় যে $\theta = \phi$.

সুতরাং উপাংশ দুইটি লেখা যায়

$$A \sin \theta \cos \theta \text{ এবং } A \sin \theta \cos \theta.$$

কাজেই দেখা যাইতেছে যে ইহাদের মান সমান এবং কম্পনের দিক একই। ইহারা একই রশ্মি বিভক্ত হইয়া সৃষ্ট হইয়াছে সুতরাং ইহাদের দশা সংসক্ত (coherent). আবার ইহারা সাধারণ ও অসাধারণ রশ্মি হওয়ায় C কেলাসে ইহাদের গতিবেগও আলাদা। ফলে এই দুইটি রশ্মির মধ্যে C এর মধ্য দিয়া যাইবার সময় একটি দশা-পার্থক্যের সৃষ্টি হইবে। এই দশা পার্থক্য নির্ভর করিবে C কেলাসে দুইটি রশ্মির আলোক পথের উপর। ইহাদের পথ-পার্থক্য $\triangle$ (path difference) হইবে

$$\triangle = (\mu_{ord} - \mu_{ext})d$$

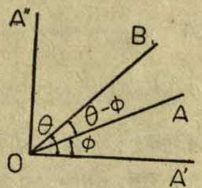
এখানে $d = C$ কেলাসের বেধ ; μ_{ord} এবং μ_{ext} যথাক্রমে সাধারণ ও অসাধারণ রশ্মির প্রতিসরাঙ্ক। ইহা হইতে পাওয়া যায় দশা-পার্থক্য δ

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d\,(\mu_{ord} - \mu_{ext}) \tag{4.38}$$

কাজেই দেখা যাইতেছে যে ব্যতিচারের সমস্ত সর্তই এই দুইটি উপাংশ $O'B$ পূরণ করিতেছে। অতএব তাহাদের মধ্যে ব্যতিচার হইবে। দশা-পার্থক্য তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ র উপর নির্ভরশীল বলিয়া বিভিন্ন তরঙ্গের ক্ষেত্রে আলাদা হইবে এবং ইহার ফলে সাদা আলো ব্যবহার করিলে ইহার সমস্ত বর্ণালীর মধ্যে অনেকগুলি তরঙ্গই ব্যতিচারের দরুণ অনুপস্থিত থাকিবে। কাজেই পর্দায় আলোর চেহারা রঙীন দেখা যাইবে। এই রঙ অবশ্য কেলাস C এর অবস্থান এবং P ও A এর আপেক্ষিক অবস্থানের উপর নির্ভর করিবে। এই তথ্যটি ভালভাবে বুঝিতে হইলে আলোক-তীব্রতার একটি রাশিমালা বাহির করা প্রয়োজন। নিম্নে একটি সমান্তরাল আপতিত রশ্মিমালার জন্য এই রাশি বাহির করা হইল।

সমান্তরাল আলোর ক্ষেত্রে কোনও বিন্দুতে পারগত আলোর তীব্রতা (Intensity of illumination at a point of transmitted light for a parallel beam).

উপরের আলোচনা হইতে বুঝা যায় যে C কেলাসটি P এবং A র মধ্যে থাকার জন্যই দুইটি উপাংশের মধ্যে দশা-পার্থক্যের উদ্ভব হয়; আবার A নিকল্‌টির কাজ হইতেছে দুইটি রশ্মির ভ্রংশকে সমান্তরাল দিকে আনা। সুতরাং ব্যতিচার সৃষ্টির জন্য এই দুইটি অপরিহার্য। P নিকলটিও সমবর্তন সৃষ্টির জন্য আবশ্যক। আলোক-তীব্রতা বাহির করিবার পর দেখা যাইবে যে আলো যদি সমবর্তিত না হইয়া সরাসরি C কেলাসে আপতিত হয় সেক্ষেত্রে পারগত আলোকরশ্মিতে রঙের সৃষ্টি হইবে না। অতএব ব্যতিচারের ফলে রঙের সৃষ্টির জন্য এই PCA সংযোগ (combination) অত্যাবশ্যক। তবে এই PCA সংযোগে P এবং A কেলাস প্রতিকূল অবস্থানে না থাকিয়া পরস্পর যে কোনও অবস্থানে থাকিলেও সাধারণত এই রঙের সৃষ্টি হইবে। সুতরাং ইহাদের অবস্থান সাধারণ ধরিয়া নিয়া কোনও বিন্দুতে আলোর তীব্রতা হিসাব করা হইল।



চিত্র ৪.৪১

উপরের ৪.৪১ নং চিত্রে বিভিন্ন কেলাসে কম্পনের দিকগুলি দেখানো হইয়াছে। এক্ষেত্রে ধরিয়া নেওয়া হইয়াছে যে C কেলাসে কম্পনের দিক OA' এবং OA''; ইহারা পরস্পরের অভিলম্বে আছে। C কেলাসে আলোক অক্ষ প্রতিসরণ তলে অবস্থিত এবং আলোক এই তলের অভিলম্বে আপতিত হইয়াছে। প্রথম নিকলে আপতিত আলোর অসাধারণ রশ্মি C কেলাসে আপতিত হইতেছে, আর এই সমবর্তিত রশ্মির কম্পন দিক OA, OA' দিকের সহিত ϕ কোণে অবস্থিত। ফলে ইহা OA' এবং OA'' দিকে যথাক্রমে দুইটি উপাংশ $A \cos \phi$ এবং $A \sin \phi$ এ বিভক্ত হইতেছে। এখানে C কেলাসে আপতিত রশ্মির বিস্তার A. সুতরাং যদি আপতিত রশ্মির সমীকরণ হয়

$x = A \cos 2\pi\nu t$, তবে উপাংশ দুইটি লেখা যায়

$$x_1 = A \cos \phi \cos 2\pi\nu t \qquad y_1 = A \sin \phi \cos 2\pi\nu t \tag{4.39}$$

C কেলাসে ইহাদের গতিবেগ ভিন্ন হওয়ায় পারগমের পর ইহাদের মধ্যে দশা-পার্থক্য δ হইবে। সুতরাং A নিকলে আপতিত রশ্মি দুইটি হইবে

$$x_1 = A\cos\phi\cos 2\pi\nu t \qquad y_1 = A\sin\phi\cos(2\pi\nu t - \delta) \tag{4.40}$$

A নিকলে আসিয়া এই দুই রশ্মির প্রত্যেকেই OB এবং ইহার অভিলম্বদিকে উপাংশে বিভক্ত হইবে। ধরিয়া লওয়া হইয়াছে যে A নিকলে পারগমের দিক OB. সুতরাং OB দিকে যে উপাংশ দুইটি পাওয়া যাইবে তাহাদের কথাই বিবেচনা করা হইবে। OB, OA' এর সহিত θ কোণে অবস্থিত। OA' হইতে OB দিকে প্রাপ্ত উপাংশ হইবে

$$x_2 = A\cos\phi\cos\theta\cos 2\pi\nu t. \tag{4.41}$$

অনুরূপভাবে OA'' হইতে OB দিকে প্রাপ্ত উপাংশ হইবে

$$x_2'' = A\sin\phi\sin\theta\cos(2\pi\nu t - \delta) \tag{4.42}$$

এই দুইটি উপাংশ A নিকলের মধ্য দিয়া যাইবে। ইহাদের কম্পনের দিক একই হওয়ায় এবং ইহাদের মধ্যে দশা-পার্থক্য থাকায় ইহারা ব্যতিচারের সৃষ্টি করিবে। ইহাদের সম্মিলিত ভ্রংশ হইবে X.

$$X = A\cos\phi\cos\theta\cos 2\pi\nu t + A\sin\phi\sin\theta\cos(2\pi\nu t - \delta)$$

O বিন্দুতে আলোর তীব্রতা I_e হইবে (সমীকরণ 2.6 দ্রষ্টব্য)

$$I_e = A^2\cos^2\phi\cos^2\theta + A^2\sin^2\phi\sin^2\theta + 2A^2\sin\phi\sin\theta\cos\phi\cos\theta\cos\delta$$

$$= A^2\left[\cos^2\phi\cos^2\theta + \sin^2\phi\sin^2\theta + 2\sin\phi\sin\theta\cos\phi\cos\theta\left(1 - 2\sin^2\frac{\delta}{2}\right)\right]$$

$$= A^2\left[(\cos\phi\cos\theta + \sin\phi\sin\theta)^2 - 4\sin\phi\sin\theta\cos\phi\cos\theta\sin^2\frac{\delta}{2}\right].$$

$$= A^2\left[\cos^2(\theta - \phi) - \sin 2\phi\sin 2\theta\sin^2\frac{\delta}{2}\right]. \tag{4.43}$$

আর যদি A নিকলের স্থলে ক্যালসাইট কেলাস ব্যবহার করা হয় তবে সাধারণ এবং অসাধারণ দুইটি রশ্মিই পারগত হইবে। অসাধারণ রশ্মির তীব্রতা I_e উপরে হিসাব করা হইয়াছে। সাধারণ রশ্মির তীব্রতা হইবে

$$I_0 = A^2\left[\sin^2(\theta - \phi) + \sin 2\phi\sin 2\theta\sin^2\frac{\delta}{2}\right]. \tag{4.44}$$

দুইটি রশ্মি একসাথে মিলিলে তাহাদের যুগ্ম তীব্রতা হইবে

$$I = I_o + I_e = A^2[\sin^2(\theta-\phi) + \cos^2(\theta-\phi)] = A^2 \tag{4.45}$$

অর্থাৎ এই দুইটি রশ্মির তীব্রতা পরস্পরের পূরক (complementary) হইবে। উপরের হিসাবে একবর্ণী আলোকের কথা ধরা হইয়াছে। যদি আলোতে একাধিক তরঙ্গদৈর্ঘ্য বর্তমান থাকে তবে প্রত্যেকটির জন্য δ এবং A আলাদা হইবে, সুতরাং এক্ষেত্রে লেখা দরকার

$$I_e = \cos^2(\theta-\phi)\sum A^2 - \sin 2\theta \sin 2\phi \sum A^2 \sin^2\frac{\delta}{2}. \tag{4.46}$$

A কেলাসটি নিকল্ প্রিজম্ হইলে শুধু অসাধারণ রশ্মিই পাওয়া যাইবে ; কাজেই এই রশ্মির তীব্রতা I_e এর তারতম্যই এখানে আলোচিত হইবে।

এই সমীকরণ 4.46 হইতে দেখা যাইতেছে যে তীব্রতা নির্ভর করিবে দুইটি রাশির উপর। প্রথমটি তরঙ্গের বিস্তার A এবং দ্বিতীয়টি দশা-পার্থক্য δ. যদি সাদা আলো ব্যবহার করা হয় তবে বিভিন্ন তরঙ্গদৈর্ঘ্যের A র অনুপাত একই থাকিবে ; কাজেই এই রাশির জন্য রঙের সৃষ্টি হইবে না। কিন্তু সমীকরণ 4.38 হইতে দেখা যায় যে দশা-পার্থক্য δ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের উপর নির্ভর করে। সুতরাং কোন কোন তরঙ্গের জন্য এই δ এমন হইবে যে $\sin\frac{\delta}{2}$ শূন্য দাড়াইবে। ইহার অর্থ এই যে ঐ সমস্ত তরঙ্গের বর্ণালী অপেক্ষাকৃত কম তীব্রতার হওয়ায় ইহাদের অনুপাত কম হইবে এবং সাদা আলো রঙীন হইবে। সুতরাং এই দুইটি রাশিকে যথাক্রমে সাদা-আলোর রাশি (white term) এবং রঙীন আলোর রাশি (colour term) বলা যাইতে পারে।

$$\cos^2(\theta-\phi)\sum A^2 \rightarrow \text{সাদা আলোর রাশি} \tag{4.47}$$

$$\sin 2\theta \sin 2\phi \sum A^2 \sin^2\frac{\delta}{2} \rightarrow \text{রঙীন আলোর রাশি} \tag{4.48}$$

এই দুইটি রাশির মধ্যে যদি প্রথমটি শূন্য হয় তবে রঙ সর্বাপেক্ষা অধিক প্রকট হইবে ; আর যদি প্রথমটির মান চরম হয় তবে ইহা রঙকে ফিকা করিয়া দিবে অতএব রঙ সর্বাপেক্ষা কম প্রকট হইবে।

যখন এই অবস্থার সৃষ্টি হইবে তখন আলোর তীব্রতা দাড়াইবে

$$I_e = \sum A^2 \sin^2 2\theta \sin^2\frac{\delta}{2} \quad \rightarrow \text{রঙের দৃশ্যমানতা চরম} \tag{4.49}$$

$$I_e = \sum A_2\left(1 - \sin^2 2\theta \sin^2\frac{\delta}{2}\right) \rightarrow \text{রঙের দৃশ্যমানতা অবম} \tag{4.50}$$

প্রথম ক্ষেত্রে $\theta-\phi=90°$ এবং দ্বিতীয় ক্ষেত্রে $\theta-\phi=0°$. অর্থাৎ যখন নিকল্ দুইটি প্রতিকূল অবস্থানে রাখা থাকিবে তখন রঙ চরম প্রকট হইবে। পূর্বেই বলা হইয়াছে যে নিকলের এই অবস্থানে C কেলাসের অনুপস্থিতিতে আলো A নিকল্ পার হইতে পারিবে না। 'C' কেলাস P এবং A নিকলের মধ্যে রাখাই আলো আবার A র মধ্য দিয়া যাওয়ার কারণ। দ্বিতীয় ক্ষেত্রে নিকল্ দুইটি অনুকূল অবস্থানে রাখা হইয়াছে।

দুই অবস্থায়ই দেখা যায় যে $\theta=45°$ অবস্থানে ফল চরম হইবে কারণ এই ক্ষেত্রে $\sin 2\theta=1$.

যদি প্রথম নিকল্টি ব্যবহার করা না হয় তবে 'C' কেলাসের উপর অসমবর্তিত আলো আপতিত হইবে। ইহার ফলে C কেলাসে OA দিকের একটি কম্পন যদি ধরা যায় তবে এই কম্পনের জন্য একটি অসাধারণ রশ্মি A নিকলের ভিতর দিয়া যাইবে। ইহার তীব্রতা হইবে (পূর্বের আলোচনা মত)

$$I_e=A^2\cos^2(\theta-\phi)-A^2\sin 2\theta\sin 2\phi\sin^2\frac{\delta}{2}$$

একই সময়ে OA দিকের অভিলম্বে আর একটি কম্পন C কেলাসের উপর আপতিত হইবে। ইহার যে অংশ A নিকলের ভিতর দিয়া যাইবে তাহা হইবে সাধারণ রশ্মি (এইটি এবং পূর্বোক্ত অসাধারণ রশ্মিটি হইল C কেলাসে প্রতিসৃত রশ্মিদ্বয়) এবং ইহার তীব্রতা হইবে (পূর্বের আলোচনা মত)

$$I_0=A^2\sin^2(\theta-\phi)+A^2\sin 2\theta\sin 2\phi\sin^2\frac{\delta}{2}$$

'C' কেলাসটির বেধ খুবই কম হওয়ায় এই রশ্মি দুইটির বিযোজন (separation) খুব সামান্য হইবে। ইহাদের লব্ধি দাড়াইবে

$$I=I_0+I_e=A^2\cos^2(\theta-\phi)+A^2\sin^2(\theta-\phi)=A^2.$$

সুতরাং এই লব্ধি তীব্রতা ধ্রুবক হইবে এবং ইহা C কেলাসে আপতিত রশ্মির সমান হইবে। অতএব সাদা আলো ব্যবহার করিলেও কোন রঙের উদ্ভব হইবে না।

নিকল্ দুইটির অবস্থান অপরিবর্তিত রাখিয়া যদি C কেলাসটি নিজতলে ঘুরানো হয় তবে আলোর তীব্রতার পরিবর্তন হইবে। ইহার মধ্যে রঙীন

আলোর রাশি $\sin 2\theta \sin 2\phi$ যখন শূন্য হইবে তখন পারগত আলোতে কোনও রঙের সৃষ্টি হইবে না। ইহার অর্থ

$$\left.\begin{array}{ll} \theta=0^\circ & \text{বা} \quad 90^\circ \\ \text{অথবা} \quad \phi=0^\circ & \text{বা} \quad 90^\circ \end{array}\right\}$$

এই চার অবস্থানের জন্য পারগত রশ্মি অবার্ণ হইবে। এই অবস্থায় C কেলাসের মুখ্য ছেদ নিকল্ P অথবা নিকল্ Aর মুখ্য ছেদের সমান্তরালে অথবা অভিলম্বে অবস্থিত হইবে। তখন তীব্রতার মান দাঁড়াইবে

$$I_e = A^2 \cos^2 (\theta - \phi) \tag{4.52}$$

এই অবস্থায় যদি $\theta=\phi$ হয় অর্থাৎ নিকল্ দুইটি সমান্তরাল অবস্থানে থাকে তবে তীব্রতা চরম হইবে।

অর্থাৎ তীব্রতার মান হইবে

$$I=A^2$$

আবার যখন $\theta-\phi=90^\circ$ হইতে তখন আলোর তীব্রতা হইবে শূন্য : $I=0$

চিত্র ৪.৪১ হইতে দেখা যায় যে যখন

$$\phi=0^\circ \quad \text{বা} \quad 90^\circ$$
$$\text{এবং} \quad \theta=\phi$$

তখন OA কম্পনদিক OA' অথবা OA'' এর সহিত সমান্তরাল হওয়ায় আলো বিনা বাধায় C কেলাসের মধ্য দিয়া যাইবে। ইহার পর A কেলাসেও এই আলোর কম্পনদিক OB দিকের সহিত সমান্তরাল হওয়ায় এই কেলাসেও কোন বাধা পাইবে না। সুতরাং আলো এই অবস্থায় বিনা বাধার PCA এই সংযোগের মধ্য দিয়া গমন করিবে এবং ইহার তীব্রতা C কেলাসে আপতিত রশ্মির সমান হইবে। অনুরূপভাবে শূন্য তীব্রতার ব্যাখ্যাও চিত্র ৪.৪১ হইতে সহজেই বুঝা যায়!

এই আলোচনায় যে কোনও একটি বিন্দুতে আলোর তীব্রতা নির্ধারণ করা হইয়াছে। এই তীব্রতার রাশি হইতে সহজেই দেখা যায় যে যদি C কেলাসের সব জায়গায়ই বেধ এক হয় তবে পারগত আলোর সমস্ত বিন্দুতেই তীব্রতাও এক হইবে। সুতরাং আপতিত আলোক রশ্মিমালা যদি সমান্তরাল হয় ইহার প্রতিটি রশ্মির আলোকপথই এক হইবে। ফলে দৃষ্টিপথের সমস্ত স্থানেই একই তীব্রতা হইবে অর্থাৎ পারগত আলোকরশ্মিমালার সর্বত্র একই রঙ হইবে। বলা বাহুল্য যদি C কেলাসে বেধের তারতম্য থাকে তবে রঙেরও অনুরূপ তারতম্য

হইবে, অবশ্য সাদা আলোর ক্ষেত্রে। একবর্ণী আলোর ক্ষেত্রে শুধু তীব্রতারই হ্রাসবৃদ্ধি হইবে, বর্ণ একই থাকিবে।

আলোচনার আরম্ভে বলা হইয়াছে যে C কেলাসটির বেধ খুবই কম। যদি বেধ কম না হয় তবে সাদা আলোর ক্ষেত্রে কোনও রং দেখা যাইবে না শুধু তীব্রতা আপতিত রশ্মির তীব্রতা অপেক্ষা কম হইবে। ইহার কারণ এই যে রঙের উৎপত্তি হয় দশা-পার্থক্য δ বিভিন্ন তরঙ্গদৈর্ঘ্যের ক্ষেত্রে বিভিন্ন বলিয়া। যে সমস্ত তরঙ্গের বেলায় $\sin\frac{\delta}{2}=0$ হয় ($\sin 2\theta \sin 2\phi$ ধনাত্মক ধরিয়া নিয়া) পারগত আলোয় সেই সমস্ত তরঙ্গের তীব্রতা অবম দাড়ায়। অর্থাৎ এই ক্ষেত্রে পথ-পার্থক্য $n\lambda$ হইবে [$n=$ অখণ্ড সংখ্যা (integers)]. অনুরূপভাবে পথ-পার্থক্য $(2n+1)\frac{\lambda}{2}$ হইলে ঐ তরঙ্গের তীব্রতা চরম হইবে। সুতরাং C কেলাসের বেধ যদি বেশী হয় তবে ইহার ভিতর দিয়া যাইতে আলোর পথ-পার্থক্য অনেক সংখ্যক তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সমান হইবে, অর্থাৎ n এর মান খুব বড় হইবে। এই অবস্থায় একটি চরম তীব্রতার তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ এবং ইহার সংলগ্ন অবম তীব্রতার তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ' নিম্নলিখিতরূপে সম্পর্কিত হইবে

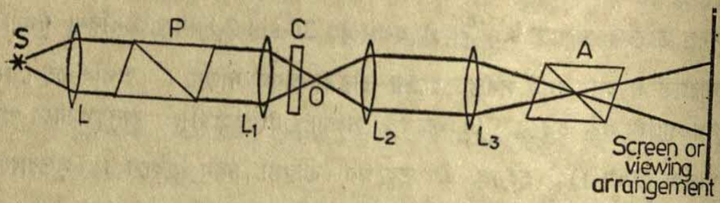
$$(2n+1)\frac{\lambda'}{2}=2n\cdot\frac{\lambda}{2} \tag{4.53}$$

এখন n এর মান খুব বড় হইলে λ এবং λ' খুবই কাছাকাছি হইবে। অর্থাৎ একটি চরম তীব্রতার তরঙ্গদৈর্ঘ্যের খুব নিকটেই একটি অবম তীব্রতার তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য বর্তমান থাকিবে। সমস্ত বর্ণালীর মধ্যে এইরূপ অনেকগুলি কাছাকাছি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলোর তরঙ্গের তীব্রতা অবম হওয়ায় বাকীগুলি মিলিয়া একটি সম-তীব্রতার (uniform illumination) ধারণা সৃষ্টি করিবে; আর এই সম-তীব্রতা-সম্পন্ন আলো সাদা আলো বলিয়াই মনে হইবে। অর্থাৎ আলোক তীব্রতা যদি খুব ঘন ঘন চরম এবং অবম মানের মধ্যে পরিবর্তিত হয় তবে খালি চোখে তাহা ধরা যাইবে না বলিয়া পারগত আলো অবার্ণ বলিয়া মনে হইবে।

অপসারী বা অভিসারী তলীয়-সমবর্তিত আলোর ব্যতিচার (Interference of divergent or convergent plane polarised light).

এতক্ষণ সমান্তরাল আলোকরশ্মির ব্যতিচার সম্বন্ধে আলোচনা করা হইল। এবার আর একপ্রকার ব্যতিচার চিত্রের বর্ণনা দেওয়া হইবে। এই শ্রেণীর পরীক্ষায় সমান্তরাল আলোকরশ্মিমালার বদলে অপসারী বা অভিসারী আলোক-

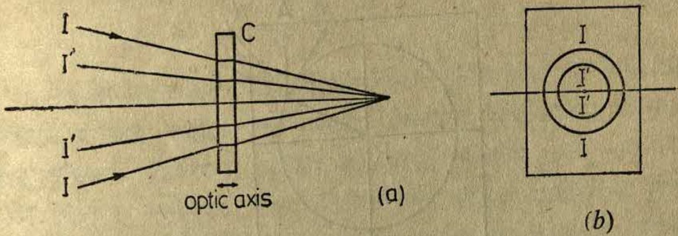
রশ্মিমালা ব্যবহার করিতে হয়, নিকল্ দুইটি এবং কেলাসের আপেক্ষিক অবস্থান পূর্বের ন্যায়ই থাকে। শুধুমাত্র আলোকে অভিসারী বা অপসারী করিতে প্রয়োজনমত লেন্স দরকার হয়। ৪.৪২ নং চিত্রে S একটি আলোক উৎস। ইহা হইতে নির্গত আলোক লেন্স L এর সাহায্যে সমান্তরাল হইয়া সমবর্তক নিকল P এর মধ্য দিয়া গমন করিয়া সমবর্তিত অসাধারণ রশ্মিতে পরিণত



চিত্র নং ৪.৪২

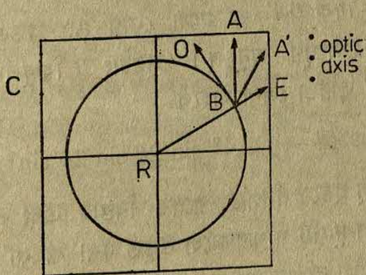
হইতেছে। L_1 এবং L_2 লেন্স দ্বারা এই রশ্মিমালা অভিসারী বা অপসারী এবং পরে সমান্তরাল করা হইয়াছে। L_3 লেন্স এই সমান্তরাল রশ্মিকে আবার অভিসারী করিয়াছে। এই রশ্মির প্রস্থ যেখানে সর্বাপেক্ষা কম সেইখানে বিশ্লেষক নিকল A রাখা সুবিধাজনক। Aর ভিতর দিয়া যাইয়া আলো পর্দায় পড়িবে অথবা অভিনেত্রের (eye piece) সাহায্যে পরীক্ষা করা চলিবে। এইরূপ যন্ত্র সাজানোর সুবিধা এই যে ইহাতে সমান্তরাল, অভিসারী এবং অপসারী এই তিন রকম আলোর সাহায্যেই এই ব্যতিচারের পরীক্ষা করা চলে। অভিসারী আলোর পরীক্ষার জন্য C কেলাসটি O বিন্দুর পূর্বে এবং অপসারী আলোর জন্য O বিন্দুর পরে রাখিতে হইবে ; আর সমান্তরাল আলোর জন্য L_2 এবং L_3 লেন্সের মধ্যে যে কোনও স্থানে রাখিতে হইবে। এই প্রণালীর সাহায্যে এবার অভিসারী আলোর ক্ষেত্রে ব্যতিচারের পরীক্ষা করা হইবে। প্রথম এবং বিশদরূপে যে বিষয়টি আলোচিত হইবে সেটির ক্ষেত্রে C কেলাসে আলোর অক্ষের দিক প্রতিসরণতলের অভিলম্বে অবস্থিত। যদি C কেলাসটি অভিসারী আলোকরশ্মিতে রাখা যায় তবে C কেলাসের আপতিত রশ্মিমালার চেহারা ধরা যায় উপরের ৪.৪৩(a) চিত্রের মত। অভিসারী রশ্মিমালার আকৃতি শঙ্কুর মত হইবে। এই শঙ্কুর অক্ষের সহিত সম্পাতী রশ্মিটি C কেলাসে লম্বভাবে আপতিত হইবে এবং আলোক অক্ষের সমান্তরাল হওয়ায় এই রশ্মিটির কোনও দ্বৈধ-প্রতিসরণ হইবে না। শঙ্কুর অক্ষের সহিত $O°$ বাদে অন্য কোনও কোণ উৎপন্ন করিয়া যে রশ্মি C এর উপর আপতিত হয় তাহারা সকলে একটি

শঙ্কুর গাত্রে অবস্থান করিবে। ৪.৪৩(b) চিত্রে II এবং I′I′ এইরূপ দুইটি শঙ্কু ; ইহাদের কোণ আলাদা। আর আলোক অক্ষের সম্পাতী না হওয়ায়



চিত্র ৪.৪৩

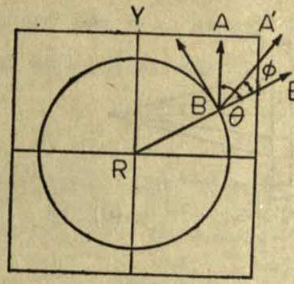
এই সমস্ত রশ্মির ক্ষেত্রে দ্বৈধ-প্রতিসরণও হইবে। কাজেই এই বিভিন্ন কোণের শঙ্কুর আলোকরশ্মিগুলি ব্যতিচারের সৃষ্টি করিবে। এই ব্যতিচারের প্রকৃতি বুঝিবার জন্য আলোকতীব্রতার মান বাহির করা প্রয়োজন।



চিত্র ৪.৪৪

II জাতীয় শঙ্কুর রশ্মিগুলি ৪.৪৪ নং চিত্রে অঙ্কিত বৃত্তে অবস্থিত হইবে। ইহার একটি রশ্মি B বিন্দুতে আপতিত হইয়াছে। ইহার আপতন তল RB সরলরেখার ভিতর দিয়া চিত্রতলের অভিলম্বে থাকিবে এবং ইহার প্রতিসৃত রশ্মি দুইটির কম্পনের দিক হইবে একটি এই আপতন তলে এবং অন্যটি ইহার অভিলম্বে। সুতরাং ইহাদের দিক ধরা যায় BE এবং BO. স্মরণ রাখিতে হইবে যে C কেলাসে আপতিত রশ্মির তলীয় সমবর্তন P নিকলের ভিতর দিয়া আসিবার ফলে আগেই সৃষ্ট হইয়াছে এবং এই সমবর্তিত রশ্মির কম্পনের বিস্তার Aর · দিক BA ধরা যাক। BA' যদি বিশ্লেষক নিকলের অসাধারণ রশ্মির কম্পনের দিক হয় তবে BE এবং BO কম্পনের যে উপাংশ

BA' দিকে হইবে একমাত্র সেই উপাংশ দুইটিই বিশ্লেষক নিকলের মধ্য দিয়া যাইবে। আর ইহারাই ব্যতিচারের সৃষ্টি করিবে।



চিত্র ৪.৪৫

কাজেই ৪.৪৫ নং চিত্র হইতে দেখা যাইতেছে যে BA সমবর্তক কেলাসে পারগত আলোর কম্পনের দিক। এটি 'C' কেলাসে দুইটি উপাংশে বিভক্ত হইয়াছে। BA এবং BE সরলরেখার মধ্যে কোণ θ আর BE এবং বিশ্লেষক নিকলের পারগমের দিক BA' এর মধ্যে কোণ ϕ. অতএব এই অবস্থাটি পূর্ববর্তী চিত্র ৪.৪১ এর সম্পূর্ণ অনুরূপ। সুতরাং B বিন্দু দিয়া যে আলোক রশ্মি যাইতেছে তাহার তীব্রতা লেখা যাইবে

$$I_e = A^2 \cos^2(\theta - \phi) - A^2 \sin 2\theta \sin 2\phi \sin^2 \frac{\delta}{2}.$$

এখানে A প্রথম নিকল্ হইতে নির্গত তরঙ্গের বিস্তার এবং δ 'C' কেলাসের মধ্য দিয়া যাওয়ার ফলে দুইটি রশ্মির মধ্যে উদ্ভূত দশা-পার্থক্য। সাদা আলো ব্যবহার করিলে সমান্তরাল রশ্মিমালার ন্যায় লেখা যায়

$$I_e = A^2 \cos^2 (\theta - \phi) \sum A^2 - \sin 2\theta \sin 2\phi \sum A^2 \sin^2 \frac{\delta}{2} \tag{4.54}$$

আর উহার সঙ্গে সাদৃশ্য রাখিয়া প্রথম পদটিকে সাদা-আলোর পদ এবং দ্বিতীয়টিকে রঙীন আলোর পদ বলা যাইতে পারে।

উপরে যে হিসাব করা হইয়াছে তাহা II বৃত্তের যে কোনও একটি বিন্দু দিয়া গমনকারী রশ্মির বেলায় প্রযোজ্য হইবে। তবে এই বৃত্তের সব জায়গায়ই আলোর তীব্রতা এক হইবে না। উদাহরণস্বরূপ দেখা যাইতে পারে যে যখন $\sin 2\theta \sin 2\phi = 0$ হইবে তখন দ্বিতীয় পদটি থাকিবে না এবং তীব্রতা দাড়াইবে

$$I_e = \cos^2(\theta - \phi) \Sigma A^2 \tag{4.55}$$

সুতরাং এই ক্ষেত্রে ব্যতিচার নক্সা (interference pattern) অবার্ণ হইবে। $\sin 2\theta \sin 2\phi = 0$ এর অর্থ

$$\left.\begin{array}{l}\theta = 0^\circ \quad \text{বা} \quad 90^\circ \\ \phi = 0^\circ \quad \text{বা} \quad 90^\circ\end{array}\right\} \qquad (4.56)$$

৪.৪৫ নং চিত্র হইতে দেখা যাইবে যে প্রথম দুইটি ক্ষেত্রে B বিন্দু এমন অবস্থানে থাকিবে যাহাতে RB সমবর্তক কেলাসের মুখ্য-তলের সমান্তরাল অথবা অভিলম্বে থাকিবে। সুতরাং এই দুইটি সরলরেখা RX এবং RY অবার্ণ হইবে। সেইরকম ভাবে দ্বিতীয় ক্ষেত্র দুইটির বেলায়ও B বিন্দুর অবস্থান এমন হইবে যে পূর্বের ন্যায় দুইটি পরস্পরের অভিলম্বে অবস্থিত অবার্ণ-রেখা পাওয়া যাইবে আর ইহারা বিশ্লেষক কেলাসের মুখ্য তলের সমান্তরাল অথবা অভিলম্বে থাকিবে। কাজেই দেখা যাইতেছে যে সাদা আলোর ক্ষেত্রে ব্যতিচার নক্সা রঙীন হইলেও দুইজোড়া অবার্ণ আয়তাকার ক্রস (rectangular cross) উৎপন্ন হইবে। ইহাদের উপর আলোর তীব্রতা হইবে $I_e = \cos^2 (\theta - \phi)\ \Sigma A^2$.

কিন্তু যদি $\theta = \phi$ হয় তবে $I_e = \Sigma A^2$

অর্থাৎ C কেলাস এবং বিশ্লেষক নিকলের কোনও প্রভাব পারগত আলোর উপর পড়িবে না। ইহার কারণ অবশ্য চিত্র ৪.৪৫ দেখিলে সহজেই বুঝা যাইবে। যদি $\theta = 0^\circ$ ধরা হয় তবে B বিন্দু RY সরলরেখার উপর থাকিবে। অর্থাৎ RE দিকটি RY দিকের সহিত সম্পাতী হইবে। ফলে আপতিত সমবর্তিত রশ্মির কম্পনের ভ্রংশ BA শুধুমাত্র RY দিকে একটি উপাংশই সৃষ্টি করিবে। RY এর অভিলম্বের উপাংশ কিছুই থাকিবে না। আবার $\theta = \phi$ এর অর্থ এই যে বিশ্লেষক নিকলের পারগত রশ্মির কম্পনের দিক BA' ও RY এর দিকেই থাকিবে। ফলে এই কম্পন দিকের আপতিত রশ্মি বিনা বাধায় বিশ্লেষক নিকলের মধ্য দিয়া চলিয়া যাইবে এবং ইহার উপর C কেলাস ও বিশ্লেষক নিকলের কোনও প্রভাব পড়িবে না।

কিন্তু পূর্বোক্ত অবস্থায় যদি $\theta = \phi$ এর বদলে $\theta - \phi = 90^\circ$ হয় তবেও এই অবার্ণ আয়তকার ক্রুশ পাওয়া যাইবে কিন্তু এই ক্ষেত্রে ক্রুশটির আলোর তীব্রতা হইবে শূন্য ; অর্থাৎ $I_e = 0$.

দেখা যাইতেছে যে বিভিন্ন কোণের আলোর শঙ্কু C কেলাসকে বিভিন্ন ব্যাসের বৃত্তে ছেদ করে। আর ইহার যে কোনও একটি বৃত্তে অবস্থিত বিভিন্ন বিন্দু দিয়া গমনকারী রশ্মিগুলির ক্ষেত্রে দশা-পার্থক্য δ সমান। কিন্তু আলাদা

শঙ্কুতে দশা-পার্থক্য আলাদা। এইজন্য ব্যতিচার নক্‌সা হিসাবে একসারি এককেন্দ্রীয় (concentric) বৃত্তাকার রেখা পাওয়া যাইবে। এই বৃত্তসমূহের উপর আয়তাকার অবার্ণ ক্রস দুইটি আরোপিত থাকিবে।

সুতরাং দেখা যাইতেছে যে ব্যতিচার নকসায় দুই প্রকার রেখা পাওয়া যাইবে। একজাতীয় রেখা হইবে বৃত্তাকার এবং সাদা আলো ব্যবহার করিলে এই বৃত্তগুলি রঙীন হইবে। ইহাদের সমবর্ণ রেখা (isochromatic lines) বা ঝালর (fringes) বলা যাইতে পারে। অন্য জাতীয় রেখা হইবে আয়তাকার ক্রশ দুইটি। এই দুইটি অবার্ণ হইবে। সুতরাং ইহাকে বলা যায় অবার্ণ রেখা (achromatic lines). বিশেষ বিশেষ ক্ষেত্রে এই দুইটি ক্রশ মিলিয়া একটিতে পরিণত হইবে (যখন $\theta=0^\circ$ বা 90° এর সঙ্গে সঙ্গে $\phi=0^\circ$ বা 90° হয়)। আর $\theta-\phi=90^\circ$ হইলে এই ক্রশে আলোর তীব্রতা শূন্য হইবে।

$\sin 2\theta \sin 2\phi$ ধনাত্মক অথবা ঋণাত্মক হইতে পারে ! ইহা ধনাত্মক হইবে যখন $\theta=0^\circ$ হইতে $\phi=90^\circ$ পর্য্যন্ত কোণ উৎপন্ন করিবে। আবার যখন $\phi=90^\circ$ হইতে $\theta=90^\circ$ কোণ উৎপন্ন করিবে তখন $\sin 2\theta \sin 2\phi$ ঋণাত্মক হইবে। এই পদটি ধনাত্মক হইলে সমবর্ণ রেখায় আলোর তীব্রতা চরম অথবা অবম হইবে যথাক্রমে নিম্নলিখিত ক্ষেত্রে

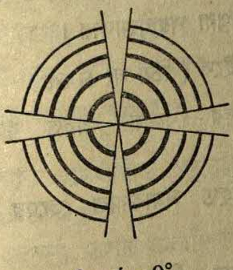
$$\left.\begin{array}{lll} \sin\dfrac{\delta}{2}=0 & \text{বা} \quad \delta=2n\pi & \text{তীব্রতা চরম} \\ \sin\dfrac{\delta}{2}=1 & \text{বা} \quad \delta=(2n+1)\pi & \text{তীব্রতা অবম} \end{array}\right\} \quad (4.57)$$

কিন্তু যখন $\sin 2\theta \sin 2\phi$ ঋণাত্মক হইবে তখন সমবর্ণ রেখায় আলোর তীব্রতা নিম্নলিখিত সর্ত দ্বারা নিয়ন্ত্রিত হইবে

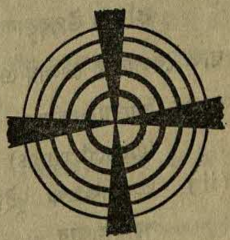
$$\left.\begin{array}{lll} \sin\dfrac{\delta}{2}=1 & \text{বা} \quad \delta=(2n+1)\pi\,; & \text{আলোর তীব্রতা চরম} \\ \sin\dfrac{\delta}{2}=0 & \text{বা} \quad \delta=2n\pi\,; & \text{আলোর তীব্রতা অবম} \end{array}\right\} \quad (4.58)$$

চিত্র নং ৪.৪৫ হইতে দেখা যায় যে $\sin 2\theta \sin 2\phi$ চিহ্ন পরিবর্তন করে যখন আলোচ্য বিন্দুটি একটি অবার্ণ ক্রশ পার হইয়া যায়, কারণ এই ক্ষেত্রে θ অথবা ϕ কোণ 0° অথবা 90° অবস্থানের মধ্য দিয়া গমন করে ; আর θ অথবা $\phi=0^\circ$ বা 90° অবার্ণ ক্রশের অবস্থান নির্দেশ করে। সুতরাং বৃত্তাকার একটি রেখা ধরিয়া গেলে যখন ইহার কোনও বিন্দু একটি অবার্ণ ক্রশ

পার হইয়া যায় তখন এই সমবর্ণ রেখায় আলোর রঙ পূরক রঙে (complementary tint) পরিবর্তিত হয় কারণ যখন $\sin 2\theta \sin 2\phi$ ধনাত্মক থাকে তখন সাদা আলোর পদ হইতে রঙীন আলোর পদ বাদ যায়, কিন্তু ইহা ঋণাত্মকে পরিবর্তিত হইলে সাদা আলোর পদের সহিত রঙীন আলোর পদ যোগ হয়। এখানে ধরা হইয়াছে যে বিন্দুটি আয়তাকার ক্রশ পার হইতেছে। এই পরিবর্তন অবশ্য শুধু সেই ক্ষেত্রেই হইবে যেখানে দুইটি আয়তাকার ক্রশ আলাদাভাবে পাওয়া যাইবে। এই দুইটি ক্রশ যখন মিশিয়া একটিতে পরিণত হয় তখন আর এই পূরক রঙে পরিবর্তন হয় না। কারণ দুইটি ক্রশ মিশিয়া একটিতে পরিণত হওয়ার অর্থ $\theta=0^\circ$ বা 90° এবং একই সঙ্গে $\phi=0^\circ$ বা 90°. এইরূপ অবস্থানে আলোচ্য বিন্দু আয়তাকার ক্রশ পার হওয়ার ফল হইবে যে $\sin 2\theta$ এবং $\sin 2\phi$ একই সঙ্গে চিহ্ন পরিবর্তন করিবে। ফলে $\sin 2\theta \sin 2\phi$ এর চিহ্নের কোনও পরিবর্তন হইবে না।



$\theta-\phi=0^\circ$



$\theta-\phi=90^\circ$

চিত্র ৪.৪৬

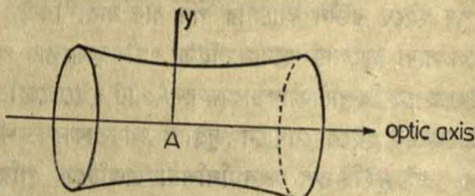
সমবর্ণ রেখার উপর কোনও বিন্দুর স্থানাঙ্ক যদি x, y হয় এবং কেলাসে সাধারণ ও অসাধারণ আলোর প্রতিসরাঙ্ক μ_{ord} এবং μ_{ext} হয় তবে সমবর্ণ রেখার উৎপাদক রেখার (generating curve) সমীকরণ দাড়াইবে

$$\{(\mu_{ord}^2-\mu_{ext}^2)y^2+\delta^2\}^2=4\mu_{ord}^2(x^2+y^2)\delta^2 \qquad (4.59)$$

এখানে $\delta=$ আলোচ্য বিন্দুতে দুইটি রশ্মির দশা-পার্থক্য।

এই উৎপাদক রেখাকে যদি কেলাসের অক্ষের চতুর্দিকে ঘোরানো যায় তবে সংশ্লিষ্ট সমবর্ণ তল (isochromatic surface) পাওয়া যাইবে। ইহার আকার ৪.৪৭ নং চিত্রে প্রদর্শিত হইল।

এই চিত্র হইতে 'C' কেলাসের বিভিন্ন অবস্থানে সমবর্ণ রেখার আকৃতি সহজেই অনুমান করা যায়।



চিত্র ৪.৪৭

একাক্ষ কেলাসের বেলায় এই আকৃতি হইবে

(i) অক্ষের অভিলম্বে ছেদের বেলায় বৃত্তাকার (circular)

(ii) অক্ষের সমান্তরাল ছেদের বেলায় পরাবৃত্তাকার (hyperbolic)

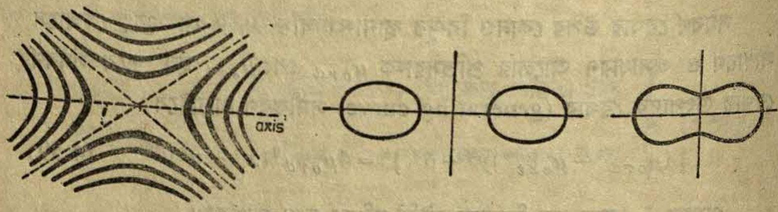
(iii) তির্যক ছেদের বেলায় অক্ষের সহিত তলের কোণের উপর নির্ভর করিয়া উপবৃত্তাকার (elliptic) অথবা পরাবৃত্তাকার।

দ্ব্যক্ষ কেলাসের বেলায় এই আকৃতি দাড়াইবে (চিত্র নং ৪.৪৮)

(i) আলোকঅক্ষের অভিলম্বে ছেদের বেলায় আবদ্ধ বলয়াকার (closed rings)

(ii) আলোকঅক্ষ দুইটির তলের সহিত সমান্তরাল ছেদের বেলায় পরাবৃত্তাকার

(iii) আলোক-অক্ষের মধ্যেকার কোণের দ্বি-খণ্ডকের (bisector) অভিলম্বে ছেদের বেলায় লেম্‌নিস্কেট (lemniscate).



(ii) (i) (iii)

চিত্র ৪.৪৮

ব্যতিচার নক্‌সার কেন্দ্রস্থল হইতে যদি একটি ব্যাসার্দ্ধ ভেক্টর টানা হয় তবে এই ভেক্টরের বিভিন্ন অংশে যে সমস্ত রশ্মি আপতিত হইবে, তাহাদের

দশা-পার্থক্য δ ও বিভিন্ন হইবে। যে রশ্মিটি কেন্দ্রবিন্দু দিয়া যাইবে তাহাতে কোনও দশা-পার্থক্য থাকিবে না। $\sin 2\theta \sin 2\phi$ ধনাত্মক হইলে প্রথম যখন $\sin \frac{\delta}{2} = 0$ হইবে তখন আলোর তীব্রতাও চরম হইবে। ব্যাসার্দ্ধ ভেক্টরের পথে বাহিরের দিকে গেলে আবার যখন $\sin \frac{\delta}{2} = 0$ হইবে তখন দ্বিতীয়বার আলোর তীব্রতা চরম হইবে। $\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(\mu_{ord} - \mu_{ext})\, d$ হইতে দেখা যায় যে 'C' কেলাসের বেধ d বেশী হইলে δ র পরিবর্তনও তাড়াতাড়ি ঘটিবে। অর্থাৎ সমবর্ণ রেখার ব্যাসার্দ্ধ এই ক্ষেত্রে কমিয়া যাইবে। এই নীতি ব্যবহার করিয়া কোনও কেলাসের চিহ্ন (অর্থাৎ ইহা ধনাত্মক কি ঋণাত্মক কেলাস) নিরূপণ করা যায়। একটি জানা চিহ্নের কেলাস দ্বারা প্রথমে ব্যতিচার নক্সার সৃষ্টি করা হয়। ইহার পর অজানা চিহ্নের কেলাসটি জানা চিহ্নের কেলাসের পরে সমান্তরাল অবস্থানে রাখা হয়। যদি ইহাদের উভয়ের চিহ্ন এক হয় তবে কার্য্যতঃ 'C' কেলাসের বেধ বাড়িয়া যাইবে। সুতরাং সমবর্ণ রেখাগুলির ব্যাসার্দ্ধ কমিয়া আসিবে। আর যদি ইহারা বিপরীত চিহ্নের হয় তবে ইহাদের কার্য্যকরী বেধ কমিয়া আসায় সমবর্ণ রেখার ব্যাসার্দ্ধও বাড়িয়া যাইবে।

বৃত্তাকার সমবর্তিত আলোর ব্যতিচার (Interference of circularly polarised light).

এতক্ষণ তলীয়-সমবর্তিত আলোর সমবর্তনের ব্যতিচারের আলোচনা করা হইয়াছে। আলো যদি তলীয় সমবর্তিত না হইয়া বৃত্তাকার সমবর্তিত হয় তবে ব্যতিচার নক্সার কিছু পরিবর্তন হইবে। বৃত্তাকার সমবর্তিত আলোকে ধরা যায় পরস্পরের অভিলম্বে কম্পনশীল দুইটি সমান বিস্তারের ভ্রংশ যাহাদের মধ্যে দশা-পার্থক্য $\frac{\pi}{2}$; সুতরাং ইহাদের লেখা যায়

$$x = A \sin 2\pi\nu t, \qquad y = A \cos 2\pi\nu t \tag{4.60}$$

এখানে ν তরঙ্গের কম্পনসংখ্যা।

সুতরাং এই বৃত্তাকার সমবর্তিত এবং সমান্তরাল আলোকের 'C' কেলাসে আপতনের ফলে ইহা ঐ কেলাসের দুইটির কম্পনদিকে বিভক্ত হইয়াছে বলিয়া মনে করা যাইতে পারে। এখানে C কেলাসে আলোক অক্ষের দিক প্রতিসরণ তলের অভিলম্বে আছে বলিয়া ধরা হইয়াছে। এই উপাংশ দুইটির মধ্যে দশা-পার্থক্য হইবে $\frac{\pi}{2}$. কেলাসের মধ্য দিয়া গমনের ফলে

ইহাদের মধ্যে δ দশা-পার্থক্য উৎপন্ন হইবে। সুতরাং C কেলাসে গমনের পর উপাংশ দুইটি দাঁড়াইবে

$$x = A \sin 2\pi\nu t \qquad y = A \cos (2\pi\nu t + \delta) \tag{4.61}$$

এইবার বিশ্লেষক নিকলে আপতিত হইয়া ইহারা নিকলের মুখ্য-তলে আবার উপাংশে বিভক্ত হইবে। মুখ্য-তলের অভিলম্বে উপাংশের কথা ধরা হইতেছে না কারণ এইগুলি নিকলে আটকাইয়া যাইবে। পারগত উপাংশ দুইটি হইবে (এখানে C কেলাসের RX কম্পনদিকের সহিত বিশ্লেষক নিকলের কম্পনদিক ϕ কোণে আছে)

$A \cos \phi \sin 2\pi\nu t$ এবং $A \sin \phi \cos (2\pi\nu t + \delta)$.

ইহাদের ভ্রংশ একই দিকে হওয়ায় ইহাদের মধ্যে ব্যতিচারের সৃষ্টি হইবে। যে কোনও বিন্দুতে আলোর তীব্রতা নিম্নলিখিত ভাবে পাওয়া যাইবে।

উপাংশ দুইটির লব্ধি হইবে

$$\begin{aligned} & A \cos \phi \sin 2\pi\nu t + A \sin \phi \cos (2\pi\nu t + \delta) \\ &= A \cos \phi \sin 2\pi\nu t + A \sin \phi (\cos 2\pi\nu t \cos \delta \\ &\qquad - \sin 2\pi\nu t \sin \delta) \\ &= A \sin \phi \cos \delta \cos 2\pi\nu t + (A \cos\phi - A \sin \phi \sin \delta) \sin 2\pi\nu t. \end{aligned}$$

সুতরাং যে কোনও বিন্দুতে আলোর তীব্রতা হইবে

$$\begin{aligned} I_e &= A^2[\sin^2 \phi \cos^2\delta + (\cos \phi - \sin \phi \sin \delta)^2] \\ &= A^2[\sin^2 \phi \cos^2 \delta + \cos^2 \phi + \sin^2 \phi \sin^2 \delta \\ &\qquad - 2 \sin \phi \cos \phi \sin \delta] \\ &= A^2[\sin^2 \phi (\cos^2 \delta + \sin^2 \delta) + \cos^2 \phi - \sin 2 \phi \sin \delta] \\ &= A^2[1 - \sin 2 \phi \sin \delta]. \end{aligned} \tag{4.62}$$

সুতরাং দেখা যাইতেছে এক্ষেত্রেও একটি সাদা আলো এবং একটি রঙীন আলোর পদ থাকিবে ; ফলে সাদা আলো ব্যবহার করিলে ব্যতিচার নকসা রঙীন হইবে।

তলীয় সমবর্তিত সমান্তরাল আলোকরশ্মির মত এখানেও রঙীন আলো পাওয়া যাইবে। কিন্তু এখানে পার্থক্য এই যে এই রঙ সমবর্তক নিকলের অবস্থানের উপর নির্ভর করিবে না।

এই ক্ষেত্রে দুইটি অবস্থানে সাদা আলো পাওয়া যাইবে (তলীয় সমবর্তনের ক্ষেত্রে চারিটি অবস্থানে সাদা আলো পাওয়া যায়)। এই দুইটি অবস্থান হইবে

$$\sin 2\phi = 0 \tag{4.63}$$

অর্থাৎ $\phi = 0°$ বা $90°$.

এই দুই অবস্থানে বিশ্লেষক নিকল্ C কেলাসের মুখ্য ছেদের সমান্তরাল অথবা অভিলম্বে থাকিবে। এই দুই অবস্থানেই আলোর তীব্রতা হইবে

$$I_e = A^2.$$

এছাড়া δ সমস্ত আলোকরশ্মির জন্য একই হওয়ায় ব্যতিচার নক্সার সমস্ত জায়গায়ই একই রঙ হইবে। (এখানে সমান্তরাল রশ্মির ব্যতিচারের কথা ধরা হইয়াছে।)

আবার সমবর্তিত রশ্মি যদি বৃত্তাকার সমবর্তিত কিন্তু অভিসারী বা অপসারী হয় তবে পূর্বের মতই দেখানো যায় যে এক্ষেত্রেও রঙীন বলয় এবং অবার্ণ ক্রস্ পাওয়া যাইবে। অবার্ণ ক্রসের সমীকরণ হইবে

$$\sin 2\phi = 0.$$

সুতরাং এখানে একটিমাত্র আয়তাকার অবার্ণ ক্রস্ পাওয়া যাইবে, দুইটি নয়। তলীয় সমবর্তনের ক্ষেত্রে সাধারণত দুইটি ক্রস্ পাওয়া যায়।

অবশ্য এখানেও ধরা হইয়াছে যে 'C' কেলাসে আলোক-অক্ষ প্রতিসরণ তলের অভিলম্বে অবস্থিত। এই অবার্ণ ক্রসটির আলোক তীব্রতা হইবে

$$I_e = A^2.$$

আর এই তীব্রতা সমবর্তক এবং বিশ্লেষক নিকলের মুখ্য-তলের মধ্যের কোণের উপর নির্ভর করিবে না।

আলোক বলয়ের বেলায় নিকল্ দুইটির যে কোন আপেক্ষিক অবস্থানে $\sin 2\phi =$ ধনাত্মক ক্ষেত্রে লেখা যায়

$$\left.\begin{array}{lll} \sin\delta = 1 & \text{বা } \delta = (4n+1)\dfrac{\pi}{2} & \text{আলোর তীবতা অবম} \\ \sin\delta = -1 & \text{বা } \delta = (4n-1)\dfrac{\pi}{2} & \text{আলোর তীব্রতা চরম} \end{array}\right\} \quad (4.64)$$

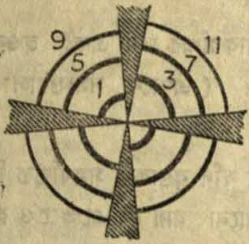
তলীয় সমবর্তনের ক্ষেত্রে চরম এবং অবম তীব্রতার নিয়ামক ছিল $\sin^2\dfrac{\delta}{2}$ সুতরাং সেখানে এই সর্তগুলি ছিল

$$\sin\frac{\delta}{2} = 1 \quad \text{বা} \quad \delta = 2n\pi \quad \text{আলোর তীব্রতা অবম}$$

$$\sin\frac{\delta}{2} = 0 \quad \text{বা} \quad \delta = (2n+1)\pi \quad \text{আলোর তীব্রতা চরম।}$$

এই তফাৎ দাঁড়াইতেছে এই কারণে যে দ্বিতীয় ক্ষেত্রে পদটি $\sin^2\dfrac{\delta}{2}$ কিন্তু প্রথম

ক্ষেত্রে পদটি sin δ. ফলে ব্যতিচার নক্সার চেহারা দাড়াইবে ৪.৪৯ নং চিত্রে প্রদর্শিত আকৃতির অনুরূপ।



চিত্র ৪.৪৯

বৃত্তাকার সমবর্তিত আলোর ব্যতিচারের পরীক্ষা এয়ারী (Airy) সর্বপ্রথম বিশদরূপে সম্পন্ন করেন।

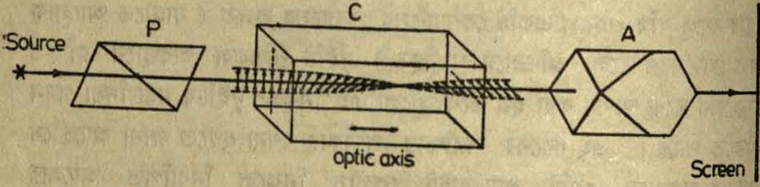
আলোকীয় সক্রিয়তা বা আলোকীয় ঘূর্ণন (Optical activity or optical rotation).

1811 সনে অ্যারাগো (Arago) আবিষ্কার করেন যে যদি কোনও তলীয় সমবর্তিত আলোকরশ্মি কোয়ার্টস্ কেলাসে আলোক অক্ষের সমান্তরালে প্রতিসৃত হয় তবে কেলাস হইতে নির্গত রশ্মির সমবর্তন তলের পরিবর্তন দেখা যায়। ইহার ফলে যদি এইরূপ একটি কোয়ার্টসের কেলাসের ফলক (যাহাতে আলোক অক্ষ প্রতিসরণ তলের অভিলম্বে অবস্থিত) দুইটি প্রতিকূল অবস্থানে রক্ষিত নিকলের মধ্যে স্থাপন করা হয় তবে আলো এই নিকল দুইটির মধ্য দিয়া গমন করিতে পারে। এই ধরণের পরীক্ষার পূর্বেকার বর্ণনা হইতে জানা আছে যে অনুরূপ অবস্থানে একটি ক্যালসাইট কেলাস নিকলে নির্বাপিত আলোর পুনরাবির্ভাব সম্পন্ন করিতে পারে না ; এই পুনরাবির্ভাবের জন্য আলোক অক্ষ প্রতিসরণ তলের অভিলম্বে থাকা চলিবে না। আলোর পুনরাবির্ভাবের জন্য কেলাসে দুইটি রশ্মির মধ্যে দশা-পার্থক্যের উদ্ভব হওয়া দরকার। কিন্তু আলোক অক্ষের দিকে গেলে এই দশা-পার্থক্যের সৃষ্টি হয় না, কাজেই আলোর পুনরাবির্ভাবও হয় না।

যখন একটি তলীয় সমবর্তিত রশ্মি কোনও স্বচ্ছ বস্তুর তলে আপতিত হয়, এই তলে প্রতিফলিত এবং প্রতিসৃত রশ্মির সমবর্তন তল সাধারণত আপতিত রশ্মির সমবর্তন তলের সহিত সম্পাতী হয় না। এখানেও সমবর্তন তলের পরিবর্তন হইয়া থাকে। কিন্তু কোয়ার্ট্সে গমনের ফলে যে সমবর্তন তলের পরিবর্তন হয় তাহার সঙ্গে ইহার পার্থক্য আছে। দেখা গিয়াছে যে প্রতিফলনে এবং প্রতিসরণে সমবর্তন তলের পরিবর্তনের পরিমাণ আলোক রশ্মির পথের দৈর্ঘ্যের উপর নির্ভরশীল নহে। এই পরিবর্তন প্রতিফলন বা প্রতিসরণ তলেই সৃষ্ট হয় ; এই তল হইতে দূরে গেলে আর নূতন কোনও পরিবর্তন হয় না। অন্যদিকে কোয়ার্টসের ক্ষেত্রে সমবর্তন তলের ঘূর্ণনের পরিমাণ কোয়ার্ট্সে আলোকপথের সমানুপাতিক। সুতরাং বুঝা যায় যে এই দুই প্রকার পরিবর্তনের মধ্যে মৌলিক পার্থক্য আছে।

আলোকের সমবর্তন তলের এই ঘূর্ণন নিম্নলিখিত পরীক্ষা ব্যবস্থার দ্বারা নির্ণয় করা যাইতে পারে। ৪.৫০ নং চিত্রে একটি আলোক উৎস হইতে নির্গত আলো P নিকলের ভিতর দিয়া যাওয়ার ফলে ইহা হইতে একটি অসাধারণ রশ্মি পাওয়া গিয়াছে। এই রশ্মিটি তলীয় সমবর্তিত এবং ইহার কম্পন দিক চিত্রতলের সহিত সম্পাতী (নিকলের মুখ্য ছেদের সহিত

প্রকৃতপক্ষে সম্পাতী)। C একটি কোয়ার্ট্সের কেলাস। ইহাতে আলোক অক্ষের দিক প্রতিসরণ তলের অভিলম্বে আছে। কেলাসটি এমনভাবে বসানো আছে যাহাতে সমবর্তিত রশ্মি ইহার প্রতিসরণ তলের অভিলম্বে আপতিত হয়; ফলে এই রশ্মি আলোকঅক্ষের দিকেই গমন করে।



চিত্র ৪.৫০

A একটি বিশ্লেষক নিকল্। পরীক্ষার প্রথমে P এবং A নিকল্কে পরস্পরের প্রতিকূল অবস্থানে বসানো হয়। তাহা হইলে A নিকলের অবস্থান হইতে সমবর্তিত আলোর সমবর্তন তল জানা থাকে। এবার C কেলাসটি বসাইলে দেখা যাইবে যে A নিকলের নির্বাপিত আলোর পুনরাবির্ভাব ঘটিয়াছে। A নিকল্টি ঘুরাইয়া আলো আবার নির্বাপিত করা সম্ভব হইবে। যদি $\theta°$ কোণে A নিকল্টি ঘুরাইলে আলো নির্বাপিত হয় তবে C কেলাসের মধ্য দিয়া যাইবার ফলে সমবর্তন তলের $\theta°$ ঘূর্ণন হইয়াছে। অবশ্য C কেলাসের বেধ যদি বেশী হয় তবে প্রকৃত ঘূর্ণন $\theta + n\pi$ হইবে।

তলীয় সমবর্তিত আলোর সমবর্তন তলের এইরূপ ঘূর্ণনকে বলা হয় আলোকীয় সক্রিয়তা বা আলোকীয় ঘূর্ণন (optical activity বা optical rotation). অনেক কেলাসের মধ্য দিয়া যাইবার সময়ই এই ঘূর্ণন উৎপন্ন হয়। তরল বা দ্রবণ ও গ্যাসেও অনুরূপ ঘূর্ণনের উপস্থিতি দেখা যায়। যদিও কঠিন পদার্থের ক্ষেত্রে কোয়ার্ট্স্ কেলাস এই জাতীয় ঘূর্ণনের সর্বাধিক জ্ঞাত উদাহরণ কিন্তু অন্যান্য ক্ষেত্রে, যথা সিনাবার (cinnabar), কেলাসিত চিনি (sugar crystals) সোডিয়াম ক্লোরেট (sodium chlorate) হাইপো-সালফেট অব পটাশ-এও (hyposulphate of potash) এই ঘূর্ণন দেখিতে পাওয়া যায়। এই ঘূর্ণনের একটি লক্ষণীয় বিষয় হইল যে ইহা কোন কোন কেলাসে দক্ষিণ হস্তের দিকে অর্থাৎ ঘড়ির কাটার চলার দিকে হয়। এই সমস্ত কেলাসকে দক্ষিণাবর্ত (right-handed বা dextrorotatory) কেলাস বলা হয়। অনুরূপভাবে যে সমস্ত কেলাস সমবর্তন তলকে বামহস্তের দিকে

বা ঘড়ির কাটার গতির বিপরীত দিকে ঘুরায় তাহাদের বামাবর্ত (left-handed বা levorotatory) কেলাস বলা হয়। তবে এই ঘূর্ণনের দিক নির্ণয়ে একটা কথা মনে রাখিতে হইবে। আলোর আগমন দিকে মুখ করিয়া দাঁড়াইলে যদি একজন দর্শক ঘড়ির কাটার দিকে ঘূর্ণন দেখিতে পায় তবে সেই আলোয়ই আবার আলোর গমন দিকে মুখ করিয়া দাড়াইলে মনে হইবে ঘূর্ণন ঘড়ির কাটার গতির বিপরীত হইতেছে। সুতরাং আলো কোন দিক হইতে দেখা হইতেছে ঘূর্ণনের দিক তাহার উপর নির্ভর করিবে। সর্বাধিক প্রচলিত প্রথা অনুসারে যদি আলোর আগমন দিকে তাকাইয়া একটি দর্শক সমবর্তন তল কেলাসে দক্ষিণ হস্তের দিকে ঘুরিতে দেখে তবে সেই কেলাসকে দক্ষিণাবর্ত কেলাস বলা হইবে। অনুরূপ প্রণালীর সংজ্ঞাই বামাবর্ত কেলাসের বেলায়ও প্রযোজ্য।

বিও (Biot) এই আলোকীয় সক্রিয়তা অত্যন্ত যত্নের সহিত পরীক্ষা করেন এবং পরীক্ষার ফলে দেখিতে পান যে

(a) সমবর্তন তলের ঘূর্ণন কেলাসের ভিতর দিয়া প্রতিসৃত আলোক-পথের দৈর্ঘ্যের সমানুপাতিক। এই দিক হইতে বিবেচনা করিলে সহজেই বুঝা যায় যে এই প্রক্রিয়ায় প্রতিসরণ তলে এই ঘূর্ণনের উৎপত্তি হয় না; কেলাসে আলোকের গতির সমস্ত পথ ব্যাপিয়াই এই ক্রিয়ার সৃষ্টি হয়;

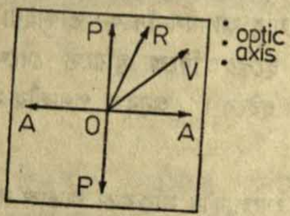
(b) প্রথম নিয়মের অনুসিদ্ধান্ত (corollary) হিসাবে দেখা যায় যে দুইটি ফলকের মোট উৎপন্ন ঘূর্ণন ইহাদের প্রত্যেকের ঘূর্ণনের বীজগাণিতিক (algebraic) সমষ্টির সমান।

(c) ঘূর্ণনের পরিমান আপতিত আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্যের উপর নির্ভরশীল এবং ইহা স্থূল দৃষ্টিতে তরঙ্গদৈর্ঘ্যের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক।

ঘূর্ণনের বিচ্ছুরণ (Rotatory dispersion).

বিওর তৃতীয় পর্য্যবেক্ষণ হইতে দেখিতে পাওয়া যায় যে আলোকতরঙ্গের দৈর্ঘ্য কমিলে ঘূর্ণনের পরিমাণ বাড়িতে থাকিবে। ইহার প্রথম এবং সহজতম ফল দাড়াইবে এই যে যদি উপরোক্ত পরীক্ষা ব্যবস্থায় সাদা আলো আপতিত করা হয় তবে *A* নিকল হইতে নির্গত আলো রঙীন হইবে। দ্বিতীয়তঃ *A* নিকলের কোনও অবস্থানেই আলো সম্পূর্ণ নির্বাপিত হইবে না। ইহার কারণ ৪.৫১ চিত্র হইতে সহজেই বুঝা যাইবে।

৪.৫১ নং চিত্রে একটি কেলাসের আলোকের প্রতিসরণের অভিলম্বে প্রস্থচ্ছেদ (cross section) দেখানো হইয়াছে। ইহাতে আলোক অক্ষের এবং আলোকের প্রতিসরণের দিক উভয়েই চিত্রতলের অভিলম্বে অবস্থিত। *PP* সমবর্তক নিকলের পারগম দিক। *P* নিকল হইতে নির্গত তলীয় সমবর্তিত আলোর কম্পনদিক *PP*. *C* কেলাসে ইহার ঘূর্ণনের সৃষ্টি হয়। ঘূর্ণনের বিচ্ছুরণের ফলে বিভিন্ন তরঙ্গ বিভিন্ন কোণে ঘূর্ণিত হইবে। লাল



চিত্র ৪.৫১

আলোর ঘূর্ণনের ফলে যদি ইহার কম্পনদিক *OR* হয় তবে বেগুনী আলোর কম্পনদিক হইবে *OV*. বিশ্লেষক নিকলের পারগমদিক *OA* রাখা হইয়াছে যাহাতে *C* কেলাসটি না থাকিলে আলো সম্পূর্ণ নির্বাপিত হয়। কিন্তু বিচ্ছুরণের ফলে সৃষ্ট বিভিন্ন আলোর বিভিন্ন ঘূর্ণনের ফলে এই ক্ষেত্রে আলোর সম্পূর্ণ নির্বাপন *A* কেলাসের কোনও অবস্থানেই সম্ভব হইবে না। বিভিন্ন আলোর *OA* দিকের উপাংশগুলি *A* কেলাসের মধ্য দিয়া গমন করিবে। সুতরাং *A* নিকলের পারগম দিক পরিবর্তন করিয়া যদি কোনও বিশেষ তরঙ্গ নির্বাপিত করা হয়, অন্যান্য তরঙ্গের উপাংশ বিভিন্ন পরিমাণে *OA* দিকে বর্তমান থাকিবেই। সুতরাং সমস্ত তরঙ্গ একসঙ্গে আটকানো সম্ভব হইবে না। এছাড়া বিভিন্ন তরঙ্গের উপাংশ বিভিন্ন পরিমাণে পারগত হওয়ায় *A* কেলাস হইতে নির্গত আলো এই সমস্ত উপাংশের মিশ্রণ হইবে ; ফলে সাদা আলো ব্যবহার করিলে পারগত আলো রঙীন হইবে। আর এই রঙ নির্ভর করিবে *A* নিকলের অবস্থানের উপর। এইটি ঘুরাইয়া লাল আলো নির্বাপিত করিলে পারগত আলোর রঙে নীল ও বাদামী আলোর পরিমাণ বেশী হইবে। আবার বেগুনী আলো নির্বাপিত করিলে পারগত আলোতে লাল কমলা রঙের প্রাবল্য হইবে। পরে দেখা যাইবে যে এই বিচ্ছুরণ ব্যবহার করিয়া আলোকীয় ঘূর্ণনের খুব সূক্ষ্ম পরিমাপ করা যায়।

কেলাসের 1 mm. বেধের মধ্য দিয়া যাইতে সমবর্তন তলের যে পরিমাণ ঘূর্ণন হয় তাহাকে বলা হয় আপেক্ষিক ঘূর্ণন (specific rotation) : কয়েকটি বিভিন্ন কেলাসে ইহার মান নিম্নে দেওয়া হইল। এইগুলি সোডিয়ামের 5893Å তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলোর জন্য দেওয়া হইল ঃ—

কেলাসের নাম	ঘূর্ণনের পরিমাণ (ডিগ্রী/মি.মি.)
কোয়ার্ট্স্ (Quartz)	21°.7
সিনাবার (Cinnabar)	32°.5
ক্লোরেট অব সোডা (Chlorate of soda)	3°.7
হাইপো-সালফেট অব পটাশ (Hyposulphate of potash)	8°.4
হাইপোসালফেট অব লেড (Hyposulphate of lead)	5°.5

ঘূর্ণনের বিচ্ছুরণের জন্য বিভিন্ন তরঙ্গদৈর্ঘ্যের জন্য একই কেলাসে ঘূর্ণনের যে পরিবর্তন হয় কোয়ার্ট্সের বেলায় তাহা নিম্নে দেওয়া হইল—

তরঙ্গদৈর্ঘ্য (অ্যাংস্ট্রম এককে)	ঘূর্ণনের পরিমাণ (ডিগ্রী/মি.মি.)	তরঙ্গদৈর্ঘ্য (অ্যাংস্ট্রম এককে)	ঘূর্ণনের পরিমাণ (ডিগ্রী/মি.মি.)
2265.0	202°	5460.7	25°.5
2503.3	154°	5892.9	21°.7
3034.0	95°.	6438.5	18°.
3403.7	72°.5	6707.9	16°.5
4046.6	49°.	7281.4	13°.9
4358.3	41°.5	7947.6	11°.6
4678.2	35°.6		
4861.3	32°.8		
5085.8	29°.7		

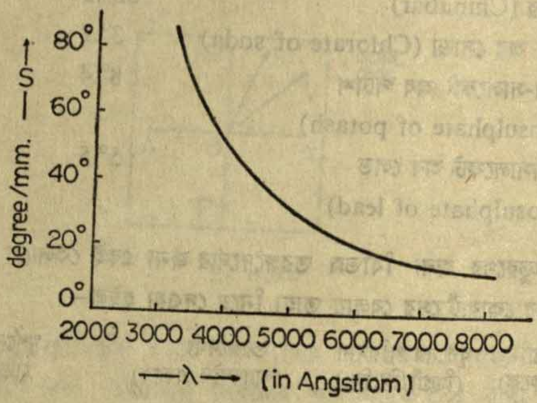
কেলাসে আলোর ঘূর্ণন এবং আলোর বিচ্ছুরণের কারণের খুবই নিকট সম্বন্ধ বর্তমান। সেজন্য স্থূলভাবে দেখিতে গেলে ইহাদের পরিমাণ একই ধরণের সংকেত (formula) দ্বারা বুঝান যাইতে পারে। বিচ্ছুরণের ক্ষেত্রে প্রতিসরাঙ্ক নিম্নলিখিত কশি (Cauchy) সংকেত দ্বারা বুঝানো হইয়া থাকে

$$\mu = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4}$$

আলোকীয় ঘূর্ণনও অনুরূপ একটি সংকেত দ্বারা বুঝানো যাইতে পারে। যদি আপেক্ষিক ঘূর্ণন (specific rotation) S হয় এবং দুই পদ বিশিষ্ট কশি সংকেত ব্যবহার করা হয় তবে লেখা যাইতে পারে

$$S = A + \frac{B}{\lambda^2} \tag{4.65}$$

এবং ইহার লেখ হইবে নিম্নরূপ :



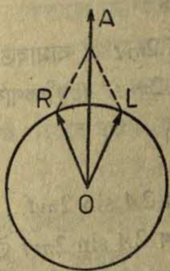
চিত্র ৪.৫২

প্রতিসরাঙ্ক—তরঙ্গদৈর্ঘ্য লেখের সহিত ইহার পূর্ণ সাদৃশ্য স্পষ্টরূপে দেখিতে পাওয়া যায়। আর এই সাদৃশ্যের কারণ এই যে দুই ক্ষেত্রেই একই ধরণের সংকেত ব্যবহার করা হইয়াছে।

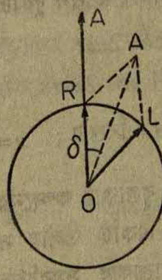
ফ্রেনেলের ঘূর্ণনের ব্যাখ্যা (Fresnel's explanation of rotation).

কোয়ার্টস্ জাতীয় কেলাসে সমবর্তন তলের ঘূর্ণনের একটি চমৎকার ব্যাখ্যা ফ্রেনেল উপস্থাপিত করেন। এই ব্যাখ্যার সহিত পরীক্ষালব্ধ ফল সম্পূর্ণরূপে মিলিয়া যায়। ফ্রেনেলের ব্যাখ্যা নিম্নরূপ : যে কোনও একটি তলীয় সমবর্তিত আলোকরশ্মিমালা কেলাসে প্রবেশ করিয়া আলোক অক্ষের সমান্তরালে গমনকালে দুইটি বৃত্তাকার সমবর্তিত কম্পনে বিভক্ত হয়। এই কম্পনের দিক পরস্পরের বিপরীত (অর্থাৎ ইহারা দক্ষিণাবর্ত ও বামাবর্ত) এবং ইহাদের কম্পন সংখ্যা সমান। এই দুইটি বৃত্তাকার সমবর্তিত আলোকরশ্মি আলোক-অক্ষের দিকে আলাদা গতিবেগে গমন করে। সাধারণ একাক্ষ কেলাসের ক্ষেত্রে দেখা গিয়াছে (যথা ক্যালসাইট কেলাসের ক্ষেত্রে) যে আলো আলোক-অক্ষের

দিকে গেলে, ইহার দ্বৈধ-প্রতিসরণ হয় না। সাধারণ এবং অসাধারণ আলোর তরঙ্গপৃষ্ঠ দুইটি আলোক অক্ষের দিকে দুই বিন্দুতে পরস্পরকে স্পর্শ করে। কোয়ার্ট্‌স্ জাতীয় ধনাত্মক কেলাসের বেলায়ও এই কথাই বলা হইয়াছিল। কিন্তু সূক্ষ্মভাবে দেখিলে বুঝা যায় যে কোয়ার্ট্‌সের বেলায় তরঙ্গপৃষ্ঠ দুইটি দুই বিন্দুতে ঠিক স্পর্শ করে না যদিও আলোক-অক্ষের দিকে তাহারা পরস্পরের খুবই নিকটে আসে। সুতরাং এই দিকে আলোকরশ্মি দুইটির (বৃত্তাকার সমবর্তিত) গতিবেগের পার্থক্য হইবে। কেলাসের মধ্য দিয়া গমনের কালে ইহাদের মধ্যে পথপার্থক্য এবং ইহা হইতে দশা-পার্থক্যের উদ্ভব হইবে।



চিত্র ৪.৫৩ (a)



চিত্র ৪.৫৩ (b)

৪.৫৩ নং চিত্রে একটি সমবর্তিত আলোর কম্পন OA দেখা যাইতেছে। কেলাসে প্রবেশ করিয়া ইহা সমান কম্পন সংখ্যার দুইটি বৃত্তাকার সমবর্তনে বিভক্ত হইয়াছে। একটির কম্পন দক্ষিণাবর্ত, এইটি OR ; অন্যটি বামাবর্ত OL. ক্যালসাইট জাতীয় ঋণাত্মক কেলাসে আলোক-অক্ষের দিকে রশ্মি দুইটির গতিবেগ সমান। ধরা যাক যে কেলাসের বেধ এরূপ যে ইহার ভিতর দিয়া যাইতে কম্পনটি প্রায় একটি পূর্ণ বৃত্ত অঙ্কন করে। তাহা হইলে দক্ষিণাবর্ত এবং বামাবর্ত দুইটি রশ্মির কম্পনই OAর উভয়দিকে একই কোণ উৎপন্ন করিবে। কেলাস হইতে বাহির হইয়া ইহারা আবার যখন একত্রিত হইবে, তখন আবার তলীয় সমবর্তিত আলোতে পরিবর্তিত হইবে। ৪.৫৩ (a) চিত্র হইতে দেখা যাইতেছে যে ইহাদের লব্ধি আবার পূর্বের কম্পন OAর সহিত সম্পাতী হইবে ; ফলে এই কেলাসের মধ্য দিয়া যাইবার সময় সমবর্তন তলের কোনও পরিবর্তন হইবে না।

কিন্তু কোয়ার্ট্‌স্ জাতীয় ধনাত্মক কেলাসের ক্ষেত্রে ব্যাপারটা অন্যরূপ

দাড়াইবে। এখানে দুইটি রশ্মির গতিবেগ আলাদা হইবে। ফলে একটি কম্পন যখন বৃত্ত সম্পূর্ণ করিবে, অন্যটি তখনও একটু পিছাইয়া থাকিবে। কেলাস হইতে বাহির হইলে ইহাদের লব্ধি তলীয় সমবর্তিত হইবে, কিন্তু এই তলীয় সমবর্তনে কম্পনের দিক আপতিত আলোর কম্পন দিকের সহিত এক হইবে না। এই দুইটি কম্পন OA এবং OA' এর মধ্যের কোণ δ নির্ভর করিবে কেলাসের বেধের উপর। আর ঘূর্ণনের দিক নির্ভর করিবে কোন বৃত্তাকার উপাংশের কেলাসের মধ্যে গতিবেগ বেশী তাহার উপর।

আপতিত সরলরৈখিক কম্পন দুইটি বিপরীতমুখী বৃত্তাকার কম্পনে বিভক্ত হইলে এই বৃত্তাকার কম্পন দুইটিকে লেখা যায়

$$x_1 = A\cos 2\pi\nu t \qquad y_1 = A\sin 2\pi\nu t \quad (\text{বামাবর্ত}) \tag{4.66}$$

$$x_2 = -A\cos 2\pi\nu t \qquad y_2 = A\sin 2\pi\nu t \quad (\text{দক্ষিণাবর্ত}) \tag{4.67}$$

$$A = \text{বিস্তার}; \quad \nu = \text{কম্পনসংখ্যা}$$

এই দুইটি বৃত্তাকার কম্পনের লব্ধি হইবে $2A\sin 2\pi\nu t$. কাজেই দেখা যাইতেছে যে একটি তলীয় সমবর্তিত ভ্রংশ $2A\sin 2\pi\nu t$ উপরোক্ত দুইটি বিপরীতমুখী বৃত্তাকার সমবর্তিত ভ্রংশের সমতুল। যদি কেলাসে ইহাদের গতিবেগ ভিন্ন হয় তবে ইহাদের মধ্যে δ দশা-পার্থক্যের সৃষ্টি হইবে। ফলে এই কেলাসের মধ্য দিয়া যাইবার পর ভ্রংশ লেখা যাইতে পারে

$$x_1 = A\cos(2\pi\nu t + \delta) \qquad y_1 = A\sin(2\pi\nu t + \delta) \tag{4.68}$$

$$x_2 = -A\cos 2\pi\nu t \qquad y_2 = A\sin 2\pi\nu t \tag{4.69}$$

যদি OX এবং OY দিকে লব্ধি উপাংশ হয় যথাক্রমে X এবং Y তবে লেখা যাইতে পারে

$$\begin{aligned} X &= A\cos(2\pi\nu t + \delta) - A\cos 2\pi\nu t \\ &= 2A\sin\left(2\pi\nu t + \frac{\delta}{2}\right)\sin\frac{\delta}{2} \end{aligned} \tag{4.70}$$

$$\begin{aligned} Y &= A\sin(2\pi\nu t + \delta) + A\sin 2\pi\nu t \\ &= 2A\sin\left(2\pi\nu t + \frac{\delta}{2}\right)\cos\frac{\delta}{2} \end{aligned} \tag{4.71}$$

OX এবং OY পরস্পরের অভিলম্বে দুইটি ঋজুরেখ (rectilinear) কম্পন। ইহাদের দশা (phase) একই। সুতরাং ইহাদের লব্ধি হইবে একটি ঋজুরেখ-

কম্পন। এইটি OY অক্ষের সহিত θ কোণ উৎপন্ন করিয়া অবস্থান করিবে।

এখানে $$\tan\theta = \frac{2A\sin\frac{\delta}{2}}{2A\cos\frac{\delta}{2}} = \tan\frac{\delta}{2}. \tag{4.72}$$

সুতরাং দেখা যাইতেছে যে তলীয় সমবর্তিত আলোর ঘূর্ণন যদি θ কোণের সমান হয় তবে $\theta = \frac{\delta}{2}$; δ = কেলাসে গমনের ফলে দুইটি রশ্মির মধ্যে উদ্ভূত দশা-পার্থক্য।

পূর্বেই বলা হইয়াছে যে ঘূর্ণনের পরিমাণ আলোকতরঙ্গের দৈর্ঘ্যের উপর নির্ভর করে। কেলাসে বৃত্তাকার উপাংশ দুইটির গতিবেগ যদি আলাদা হয় অথচ কম্পনসংখ্যা এক থাকে তবে স্বভাবতই ইহাদের তরঙ্গদৈর্ঘ্য আলাদা হইবে। (কারণ $v = \nu\lambda$). সুতরাং কেলাসের d বেধের মধ্য দিয়া যাইতে ইহা যে দশা-পার্থক্য δ সৃষ্টি করিবে তাহা লেখা যায়

$$\delta = 2\pi(w_1 - w_2). \tag{4.73}$$

এখানে বৃত্তাকার উপাংশ দুইটি কেলাসে w_1 এবং w_2 আবর্তন (revolution) সম্পন্ন করিয়াছে। আবার

$$d = w_1\lambda_1 = w_2\lambda_2, \tag{4.74}$$

কারণ কেলাসে d বেধ অতিক্রম করিতে λ_1 এবং λ_2 যথাক্রমে w_1 এবং w_2 আবর্তন সম্পন্ন করিয়াছে। সুতরাং

$$\delta = 2\pi\left(\frac{d}{\lambda_1} - \frac{d}{\lambda_2}\right) = \frac{2\pi d}{\lambda_1\lambda_2}(\lambda_2 - \lambda_1) = 2\pi d\,\frac{\Delta\lambda}{\lambda_1\lambda_2}. \tag{4.75}$$

যদি $\Delta\lambda$ = একটি ক্ষুদ্র এবং নির্দিষ্ট সংখ্যা হয় তবে লেখা যাইতে পারে

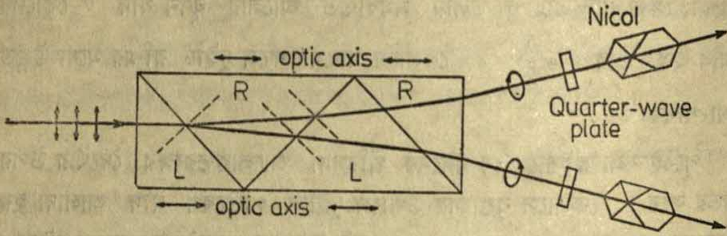
$$\theta = \frac{\delta}{2} = \pi d\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} \tag{4.76}$$

এখানে θ = ঘূর্ণনের পরিমাণ এবং $\lambda = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$.

সুতরাং দেখা যাইতেছে যে ঘূর্ণনের পরিমাণ কেলাসের বেধ d এর সমানুপাতিক এবং তরঙ্গদৈর্ঘ্যের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক। কাজেই এই ব্যাখ্যানুসারে দেখা যায় যে ইহা পরীক্ষালব্ধ ফলের সহিত সম্পূর্ণ সামঞ্জস্যপূর্ণ।

নিজের এই ব্যাখ্যার সত্যতা পরীক্ষার জন্য ফ্রেনেল নিম্নলিখিত ব্যবস্থা অবলম্বন করেন। প্রথমে তিনি একটি কোয়ার্ট্‌সের প্রিজ্‌মের আকৃতির কেলাস

নিয়া তাহাতে আলোক-অক্ষের দিকে সমবর্তিত আলো আপতিত করেন। আলো প্রথম প্রতিসরণ তলের অভিলম্বে আপতিত করা হয়। ফ্রেনেলের ব্যাখ্যানুসারে এই দিকে আলো দুইটি বৃত্তাকার উপাংশে বিভক্ত হইয়া ভিন্ন গতিবেগে গমন করে। দ্বিতীয় প্রতিসরণ তলে এই দুইটি রশ্মি তির্যকভাবে আপতিত হয়।

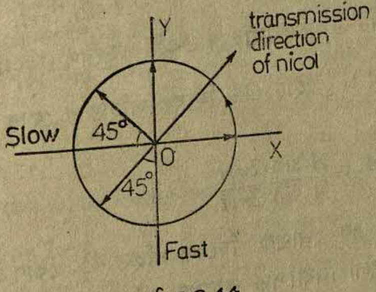


চিত্র ৪.৫৪

সুতরাং তাহারা দ্বিধাবিভক্ত হইয়া ভিন্ন এবং অসমান্তরাল পথে নির্গত হইবে। কিন্তু তিনি এই ব্যবস্থায় আলোকরশ্মিদ্বয়ের কোনওরূপ বিযোজন (separation) সৃষ্টি করিতে অসমর্থ হন। সুতরাং তিনি কয়েকটি দক্ষিণাবর্ত R এবং বামাবর্ত L কোয়ার্টস্ প্রিজ্‌ম্ নিয়া (চিত্র নং ৪.৫৪) তাহাদের একান্তররূপে (alternately) সাজাইয়া একটি আয়তাকার প্রিজ্‌ম্ তৈরী করেন। দক্ষিণাবর্ত R প্রিজ্‌মে দক্ষিণাবর্ত বৃত্তাকার ভ্রংশ বামাবর্ত ভ্রংশ অপেক্ষা দ্রুততর গমন করে। ইহাদের সকলেরই আলোক-অক্ষের দিক সমান্তরাল এবং পীঠের (base) সমান্তরালে ও প্রতিসরণ তলের অভিলম্বে অবস্থিত। সমবর্তিত আলো প্রথম তলে আপতিত হইলে L প্রিজ্‌মের মধ্যে অসমান গতিবেগে ভ্রমণ করিবে, কিন্তু ইহাদের কোনও বিযোজন হইবে না। L এবং R প্রিজ্‌মের সংযোগতলে এই রশ্মিদ্বয় তির্যকরূপে আপতিত হইবে; এছাড়া ইহাদের গতিবেগেরও বিনিময় (interchange) হইবে। অর্থাৎ L দ্রুততর রশ্মি R প্রিজ্‌মে মন্থরতর হইবে। অন্য রশ্মিরও অনুরূপ পরিবর্তন ঘটিবে। ফলে একটি রশ্মি এই তলের অভিলম্বের দিকে সরিয়া আসিবে অন্যটি বিপরীত দিকে সরিবে। ফলে ইহাদের মধ্যে বিযোজনের উদ্ভব হইবে। এই রশ্মি দুইটির মধ্যে প্রথমটি যখন R এবং L প্রিজ্‌মের সংযোগতলে আপতিত হইবে—তখন এই মন্থর রশ্মিটি L প্রিজ্‌মে দ্রুততর হওয়ায় অভিলম্বের দিক হইতে সরিয়া যাইবে। অন্যটি অভিলম্বের দিকে সরিয়া আসিবে। ফল দাড়াইবে এই যে পূর্বের তলে যে বিযোজন উৎপন্ন হইয়াছিল তাহা আরও বৃদ্ধি পাইবে। এইরূপে প্রতিটি সংযোগতলেই

রশ্মি দুইটির বিযোজন বৃদ্ধি পাইতে থাকিবে। দ্বিতীয় প্রতিসরণ তল হইতেও ইহারা অসমান্তরাল রশ্মি হিসাবে নির্গত হওয়ায় কেলাস হইতে যত দূরে যাইবে ততই ইহাদের মধ্যে বিযোজন বৃদ্ধি পাইবে। দুইটি পরীক্ষা পর্য্যালোচনা করিয়া দেখা যায় যে একটি কেলাসের মধ্য দিয়া গমনের ফলে রশ্মি দুইটির বিযোজন খুবই কম হয় বলিয়া প্রথম ক্ষেত্রে ফ্রেনেল ইহা ধরিতে পারেন নাই। দ্বিতীয় ক্ষেত্রে এই বিযোজন কয়েকটি ধাপে হওয়ায় মোট বিযোজন অনেক বৃদ্ধি পায় এবং ইহা সহজেই দেখা যায়।

নির্গত রশ্মি দুইটি বৃত্তাকার সমবর্তিত। ইহাদের রাস্তায় যদি একটি নিকল্ বসাইয়া ঘুরানো হয় তবে নিকলে পারগত রশ্মির তীব্রতার কোনও হ্রাসবৃদ্ধি হয় না। এইবার যদি কেলাস এবং নিকলের মধ্যে একটি তরঙ্গ-চতুর্থাংশ ফলক (quarter wave plate) বসানো হয় তবে এই ফলক হইতে নির্গত আলো তলীয় সমবর্তিত হইবে এবং নিকল্ ঘুরাইয়া ইহাকে সম্পূর্ণ নির্বাপিত করা সম্ভব। উভয় রশ্মির বেলায়ই এই প্রক্রিয়া প্রয়োগ করা সম্ভব হইবে। উভয় রশ্মির বেলায়ই এই প্রক্রিয়া প্রয়োগ করিয়া দেখা যায় যে উভয় রশ্মিই বৃত্তাকারে সমবর্তিত (যদিও একটি দক্ষিণাবর্ত অন্যটি বামাবর্ত)। সুতরাং এই পরীক্ষা হইতে ফ্রেনেলের ব্যাখ্যার সত্যতা প্রমাণিত হয়। অবশ্য এই ব্যাখ্যা ঠিক কোনও সিদ্ধান্ত (theory) নয় কারণ এই ঘূর্ণনের উৎপত্তির মূল কারণ সম্বন্ধে ইহা কিছু বলিতেছে না; তবুও দেখা গেল যে ইহা পরীক্ষালব্ধ ফলকে সুষ্ঠুরূপে ব্যাখ্যা করিতে পারে।



চিত্র ৪.৫৫

বৃত্তাকার সমবর্তিত রশ্মি দুইটি তরঙ্গ চতুর্থাংশ ফলক এবং নিকলের সাহায্যে বিশ্লেষণ করা যাইতে পারে দেখা গেল। কিন্তু এখন প্রশ্ন থাকে যে ইহাদের মধ্যে কোনটি দক্ষিণাবর্ত বৃত্ত এবং কোনটি বামাবর্ত।

এই প্রশ্নের মীমাংসা করিতে হইলে নিম্নলিখিতভাবে অগ্রসর হওয়া যাইতে পারে ঃ

ধরা যাক তরঙ্গ চতুর্থাংশে বৃত্তাকারে সমবর্তিত আলো অভিলম্বে আপতিত হইয়াছে এবং এই বৃত্তে ভ্রংশের দিক বামাবর্ত। ফলকে আলোক অক্ষ এবং ইহার অভিলম্বদিক যথাক্রমে OX এবং OY. আলো এই দুই দিকে উপাংশে বিভক্ত হইয়া ফলকের মধ্য দিয়া গমন করে। এই দুইটি উপাংশের একটি দ্রুততর অন্যটি মন্থরতর হইবে। কেলাসে আলোক অক্ষের দিকে যে উপাংশের ভ্রংশ হইবে তাহা যদি মন্থরতর হইয়া থাকে তবে অন্যটি (অর্থাৎ বাঁ দিকের ভ্রংশ) দ্রুততর। বামাবর্ত ভ্রংশের বেলায় লেখা যায়

$$x_1 = A\cos 2\pi\nu t \qquad y_1 = A\sin 2\pi\nu t = A\cos\left(2\pi\nu t - \frac{\pi}{2}\right)$$

এইটি বামাবর্ত ভ্রংশের সমীকরণ কারণ ইহাতে $t=0$ সময়ে OX ধনাত্মক চরম এবং OY শূন্য ; আবার $t=\frac{1}{4\nu}$ সময়ে OX শূন্য এবং $OY=+A.$

সুতরাং এই ক্ষেত্রে OX উপাংশের ভ্রংশ OY এর তুলনায় $\frac{\pi}{2}$ আগে আছে। ফলকের মধ্য দিয়া যাইবার সময় OX মন্থরতর দিক হওয়ায় OX উপাংশ মন্থরতরভাবে গমন করিবে। ফলে এই উপাংশ OY এর তুলনায় পিছাইয়া পড়িবে। সুতরাং ফলকের মধ্য দিয়া যাইবার পর লেখা যায়

$$x_1 = A\cos\left(2\pi\nu t - \frac{\pi}{2}\right) \qquad y_1 = A\cos\left(2\pi\nu t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= A\sin 2\pi\nu t \qquad\qquad = A\sin 2\pi\nu t.$$

সুতরাং এই দুইটি উপাংশ মিলিয়া একটি ঋজুরেখ (rectilinear) কম্পনের সৃষ্টি করিবে। এইটি OY দিকের সহিত θ কোণ উৎপন্ন করিলে লেখা যায়

$$\tan\theta = \frac{x_1}{y_1} = \frac{A\sin 2\pi\nu t}{A\sin 2\pi\nu t} = +1 \tag{4.77}$$

সুতরাং ইহা OY এর ধনাত্মক দিকের সহিত 45° কোণ উৎপন্ন করিবে। কাজেই এই ক্ষেত্রে আলো নির্বাপিত করিতে হইলে নিকলের পারগম দিক ভ্রংশের অভিলম্বে অর্থাৎ OY এর ঋণাত্মক দিকের সহিত 45° কোণ উৎপন্ন করিয়া থাকা দরকার।

সুতরাং বৃত্তাকার সমবর্তিত আলোর ভ্রংশের দিক নিম্নলিখিত উপায়ে নির্ণয় করা যাইতে পারে। এমন একটি তরঙ্গ-চতুর্থাংশ ফলক নেওয়া যাক যাহার

আলোক অক্ষের দিক মন্থর দিক (slow direction). ঋজুরেখ ভ্রংশের আলো যখন এই ফলকে আপতিত হয় তখন ইহার কম্পনদিক আলোর অক্ষের সহিত θ কোণ করিয়া থাকিলে ফলকের মধ্যে দুইটি উপাংশে ভাগ হইয়া যায়। আপতিত ভ্রংশ যদি A হয় তবে অক্ষের দিকের উপাংশ হইবে $A \cos \theta$ এবং ইহার অভিলম্বের উপাংশ হইবে $A \sin \theta$. প্রথমটি অসাধারণ রশ্মি এবং দ্বিতীয়টি সাধারণ রশ্মি হিসাবে ফলকে পারগত হইবে। ধনাত্মক কেলাসে (যথা কোয়ার্টস্) অসাধারণ রশ্মিটি সাধারণ রশ্মির অপেক্ষা মন্থরতর গতিতে ভ্রমণ করিবে। সুতরাং এই জাতীয় কেলাসে আলোক অক্ষকে বলা হইবে মন্থর দিক। ফলক হইতে নির্গমের পর বৃত্তাকার সমবর্তিত আলো ঋজুরেখ সমবর্তিত আলোতে পরিবর্তিত হইবে। যদি ফলকের মন্থর দিক অনুভূমিক রাখা যায় তবে যদি নিকলের পারগম দিক Y অক্ষের ঋণাত্মক দিকের সহিত 45° কোণে রাখিলে ফলকে পারগত আলো নিকলের দ্বারা সম্পূর্ণ নির্বাপিত হয় তাহা হইলে আপতিত বৃত্তাকার সমবর্তিত আলো বামাবর্ত। অনুরূপভাবে দেখা যাইবে যে যদি নিকল Y অক্ষের ধনাত্মক দিকের সহিত 45° কোণে রাখিলে আলো সম্পূর্ণ নির্বাপিত হয় তবে আপতিত বৃত্তাকার সমবর্তিত আলো দক্ষিণাবর্ত।

ঘূর্ণনের আলোচনায় এ পর্য্যন্ত ধরা হইয়াছে যে আলোকরশ্মি আলোকঅক্ষের দিকে গমন করিতেছে। এই ক্ষেত্রে দেখা গিয়াছে যে তলীয় সমবর্তিত আলো দুইটি বিপরীতমুখী বৃত্তাকার সমবর্তনে বিভক্ত হইয়া ভিন্ন গতিবেগে ভ্রমণ করে। এয়ারী (Airy) দেখাইয়াছেন যে আলোক অক্ষের সহিত কোনও কোণ উৎপন্ন করিয়া ভ্রমণ করিলে অর্থাৎ সমান্তরালে না গিয়া তির্যক দিকে গেলে সমবর্তিত আলো দুইটি উপবৃত্তাকার সমবর্তিত উপাংশে বিভক্ত হইবে। আপতিত ঋজুরেখ (rectilinear) ভ্রংশটি যদি লেখা যায়

$$x = (1 + k^2) \cos 2\pi\nu t \qquad k \neq 1 \tag{4.78}$$

তবে কেলাসে প্রবেশ করিয়া ইহারা নিম্নলিখিত উপাংশে বিভক্ত হইবে—

$$x_1 = \cos 2\pi\nu t \qquad y_1 = k \sin 2\pi\nu t \tag{4.79}$$

$$x_2 = k^2 \cos 2\pi\nu t \qquad y_2 = -k \sin 2\pi\nu t \tag{4.80}$$

ইহারা উভয়েই উপবৃত্তাকার কারণ খুব সহজেই দেখানো যায় যে ইহাদের বেলায় লেখা চলে

$$x_1^2 + \frac{y_1^2}{k^2} = 1 \tag{4.81}$$

এবং $\dfrac{x_2^2}{k^4}+\dfrac{y_2^2}{k^2}=1$ (4.82)

আরও দেখানো যায় যে ইহারা বিপরীতমুখী ; ইহাদের মুখ্য এবং গৌণ অক্ষের অনুপাত সমান এবং একটির মুখ্য অক্ষ অন্যটির গৌণ অক্ষের সহিত সম্পাতী।

এবার যদি ধরা যায় যে x_2y_2 উপবৃত্তটি কেলাসে দ্রুততর ভ্রমণ করে তবে কেলাসের মধ্য দিয়া যাইবার পর লেখা যাইবে

$$x_1=\cos 2\pi\nu t \qquad y_1=k\sin 2\pi\nu t$$
$$x_2=k^2\cos(2\pi\nu t+\delta) \qquad y_2=-k\sin(2\pi\nu t+\delta)$$

সুতরাং কেলাসে পারগমের পর ইহার x উপাংশ দাড়াইবে

$$x=\cos 2\pi\nu t+k^2\cos(2\pi\nu t+\delta) \tag{4.83}$$
$$=\cos 2\pi\nu t+k^2\cos 2\pi\nu t\cos\delta-k^2\sin 2\pi\nu t\sin\delta$$
$$=(1+k^2\cos\delta)\cos 2\pi\nu t-k^2\sin\delta\sin 2\pi\nu t$$
$$=A\cos(2\pi\nu t+\theta) \tag{4.84}$$

এখানে $A^2=1+k^4+2k^2\cos\delta$

এবং $\tan\theta=\dfrac{k^2\sin\delta}{1+k^2\cos\delta}$

অনুরূপভাবে y উপাংশ দাড়াইবে

$$y=k\sin 2\pi\nu t-k\sin(2\pi\nu t+\delta)$$
$$=k[\sin 2\pi\nu t-\sin 2\pi\nu t\cos\delta+\cos 2\pi\nu t\sin\delta]$$
$$=k[(1-\cos\delta)\sin 2\pi\nu t+\sin\delta\cos 2\pi\nu t]$$
$$=B\cos(2\pi\nu t+\theta')$$

এখানে $B^2=k^2[(1-\cos\delta)^2+\sin^2\delta]$

$$=4k^2\sin^2\frac{\delta}{2}$$

$$\tan\theta'=\frac{1-\cos\delta}{\sin\delta}=\tan\frac{\delta}{2}$$

$$\therefore\quad \theta'=\frac{\delta}{2}\,.$$

x এবং y উপাংশের মধ্যে দশা-পার্থক্য $(\theta-\theta')$. আর ইহাদের বিস্তার A এবং B অসমান হওয়ায় এবং পরস্পরের অভিলম্বে থাকায় লব্ধি রশ্মি তলীয় সমবর্তিত না হইয়া উপবৃত্তাকার সমবর্তিত হইবে।

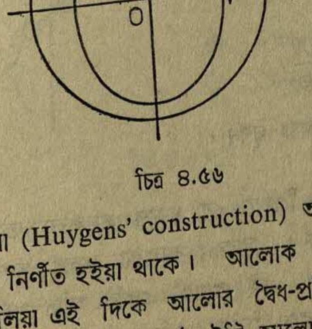
এই হিসাবে k এর মান নির্ভর করিবে আলোকরশ্মি এবং আলোক অক্ষের মধ্যের কোণের উপর। ইহারা সমান্তরাল হইলে $k=1$ এবং এই ক্ষেত্রে সমীকরণগুলি (4.81 এবং 4.82) দাড়াইবে

$$x_1^2+y_1^2=1$$

$$x_2^2+y_2^2=1$$

সুতরাং ইহারা দুইটি সমান ব্যাসার্দ্ধের বৃত্তে পরিণত হইবে। এইটিই ফ্রেনেলের ব্যাখ্যায় আলোচিত হইয়াছে।

যে সমস্ত কেলাসে আলোকীয় সক্রিয়তা দেখা যায় তাহাতে দ্বৈধ-প্রতিসরণও সৃষ্ট হয়। কিন্তু ইহার বিপরীত তথ্য সত্য নয়; অর্থাৎ দ্বৈধ-প্রতিসরণ সৃষ্টি-কারী সমস্ত কেলাসেই আলোকীয় সক্রিয়তা দেখিতে পাওয়া যায় না। দৃষ্টান্ত-স্বরূপ বলা যাইতে পারে যে ক্যালসাইট এবং কোয়ার্টস্ উভয় কেলাসই দ্বৈধ প্রতিসরণ দেখাইলেও শুধু কোয়ার্ট্সেই আলোকীয় সক্রিয়তা বর্তমান, কিন্তু ক্যালসাইটে নয়। ইহার কারণ হিসাবে বলা যায় যে ক্যালসাইট জাতীয় কেলাসে আলোকঅক্ষের দিকে সাধারণ এবং অসাধারণ রশ্মির একই গতিবেগ থাকে এবং ইহাদের বিযোজন হয় না। অর্থাৎ এইদিকে দ্বৈধ-প্রতিসরণ উৎপন্ন হয় না। কিন্তু কোয়ার্টস্ জাতীয় আলোকীয় সক্রিয় কেলাসে আলোকঅক্ষের দিকেও দুইটি আলাদা গতিবেগের রশ্মি বর্তমান। আলোক রশ্মির গতিবেগ



চিত্র ৪.৫৬

হাইগেন্সের সংরচনা (Huygens' construction) অনুসারে দুইটি তরঙ্গপৃষ্ঠের ব্যাসার্দ্ধ ভেক্টর দ্বারা নির্ণীত হইয়া থাকে। আলোক অক্ষের দিকে তরঙ্গপৃষ্ঠ দুইটি স্পর্শ করে বলিয়া এই দিকে আলোর দ্বৈধ-প্রতিসরণ হয় না। কিন্তু কোয়ার্ট্স্ জাতীয় কেলাসে এই তরঙ্গপৃষ্ঠ দুইটি আলোক অক্ষের দিকেও সম্পূর্ণ-রূপে স্পর্শ করে না। ফলে এই দিকে গমনকারী বৃত্তাকার ভ্রংশ দুইটির ভিন্ন

গতিবেগ হয়। সুতরাং ফ্রেনেলের ব্যাখ্যানুসারে তলীয় সমবর্তিত আলোর সমবর্তন তলের ঘূর্ণনের উদ্ভব হইয়া থাকে। ৪.৫৬ নং চিত্রে কোয়ার্ট্‌স্ জাতীয় আলোকীয় সক্রিয় কেলাসের ক্ষেত্রে তরঙ্গপৃষ্ঠ দুইটির ছেদ আলোক অক্ষের সমান্তরালে দেখানো হইয়াছে। OZ দিকে ইহারা সম্পূর্ণ স্পর্শ না করায় এই দিকে আলোর দুইটি উপাংশের গতিবেগ আলাদা হইবে। এই দিকে বৃত্তাকার উপাংশ দুইটি বিভিন্ন গতিতে অপরিবর্তিত আকারে গমন করে। ইহার অভিলম্বে OX দিকে দুইটি তলীয় সমবর্তিত আলো অপরিবর্তিত আকারে এবং বিভিন্ন গতিতে গমন করে। অন্য সকল দিকেই কেবল উপবৃত্তাকার দুইটি ভ্রংশই অপরিবর্তিত আকারে ভ্রমণ করিতে পারে।

তরলে ও দ্রবণে আলোক সক্রিয়তা (Optical activity in liquids and solutions).

এতক্ষণ কেলাসে আলোকীয় সক্রিয়তার আলোচনা করা হইয়াছে। ১৮১১ সনে বিও (Biot) তরলে এই সক্রিয়তা আবিষ্কার করেন। টারপেনটাইনের ক্ষেত্রে তিনি প্রথম এই সক্রিয়তা লক্ষ্য করেন। ইহা ছাড়াও অন্যান্য তরলে এবং দ্রবণে, যথা জলে চিনির দ্রবণে, এই সক্রিয়তা বর্তমান। কিন্তু কেলাসের তুলনায় ইহার পরিমাণ খুবই কম বলিয়া তরলের ক্ষেত্রে আপেক্ষিক ঘূর্ণনের সংজ্ঞা করা হইয়াছে নিম্নরূপ। প্রতি এক সি. সি. আয়তনে ১ গ্রাম সক্রিয় পদার্থ বর্তমান এরূপ এক ডেসিমিটার তরলের বা দ্রবণের মধ্য দিয়া যাইতে সমবর্তিত আলোর যে ঘূর্ণন হয় তাহাকে আপেক্ষিক ঘূর্ণন বলা হয়। যদি এক মিলিলিটার দ্রবণে g গ্রাম সক্রিয় দ্রাব থাকে এবং আলো l cm. দীর্ঘ এই দ্রবণের মধ্য দিয়া যাইবার সময় θ কোণে ইহার সমবর্তন তলের ঘূর্ণন হয় তবে লেখা যায়

$$S=\frac{10\theta}{lg} \tag{4.86}$$

এখানে $S=$ আপেক্ষিক ঘূর্ণন।

পরীক্ষা করিয়া দেখা গিয়াছে যে দ্রবণে সমবর্তন তলের ঘূর্ণন ইহাতে সক্রিয় দ্রাবের সমানুপাতিক। সুতরাং সমবর্তন তলের ঘূর্ণন মাপিয়া দ্রাবের পরিমাণ নির্ণয় করা যায়। এই প্রণালী একটি অতি কার্য্যকরী উপায়ের জন্ম দিয়াছে। শিল্পক্ষেত্রে দ্রবণে চিনির পরিমাণ এই প্রণালীতে মাপা যায়। এই প্রণালীকে বলা হয় শর্করামিতি (saccharimetry). অবশ্য সূক্ষ্ম পরিমাপ

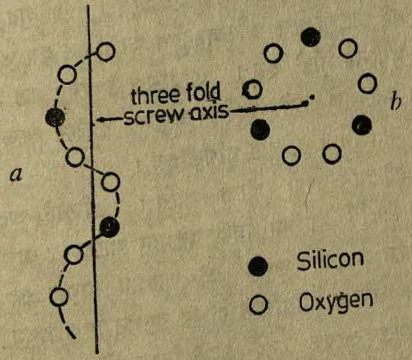
করিলে দেখা যায় যে দ্রবণে ঘূর্ণনের পরিমাণ শুধুমাত্র g এর উপর নির্ভর করে না ; ইহাকে নিম্নের সমীকরণ দ্বারা আরও ভালভাবে বুঝানো যায়

$$S = A + Bg + Cg^2 \tag{4.87}$$

এখানে A, B এবং C ধ্রুবক।

আলোকীয় সক্রিয়তার সিদ্ধান্ত (Theory of optical activity).

যে সমস্ত পদার্থে আলোকীয় সক্রিয়তা বর্তমান থাকে তাহাদের গঠন প্রণালী আলোচনা করিলে দেখা যায় যে ইহাদের অণুগুলি সাধারণত এমনভাবে সাজানো থাকে যে আলোক অক্ষের দিকে ইহারা একটি স্ক্রুয়ের চেহারা নেয়। প্রতি-সাম্যের (symmetry) দিক হইতে বিচার করিলে বলা যায় যে আলোক অক্ষের দিকে এই সমস্ত অণুর অবস্থান একটি স্ক্রু-অক্ষ (screw axis of symmetry) উৎপাদন করে। উদাহরণ স্বরূপ কোয়ার্ট্স্ কেলাসের কথা ধরা যায়। ইহার অণুর সংকেত (formula) SiO_2 ; অর্থাৎ একটি Si এবং দুইটি O পরমাণু মিলিয়া এই অণুটির সৃষ্টি হয়। এটি hexagonal কেলাস। ইহার 'c' অক্ষ একটি ত্রিধা স্ক্রু-অক্ষ (three fold screw axis). ইহাতে পরমাণুগুলি নীচের ৪.৫৭ নং চিত্রের মত সাজানো থাকে। যদি সাজানো অণুগুলি ধরিয়া



চিত্র ৪.৫৭

পর পর যাওয়া যায় তবে এই গমন পথ একটি স্ক্রু-এর আকৃতি গ্রহণ করে। ৪.৫৭(a) নং চিত্রে বামদিকের সরলরেখা বেড়িয়া এই স্ক্রু পথ অবস্থিত। ডানদিকে (b) এই সরলরেখা বরাবর অণুগুলির বিন্যাস দেখানো হইয়াছে। Si এবং O পরমাণুগুলির চিহ্নও সঙ্গে দেওয়া হইয়াছে। আলোক ভেক্টর এইরূপ স্ক্রু-পথে যাইবার সময় স্বাভাবিকরূপেই প্রভাবিত হয়। ফলে ইহাদের কম্পন-

দিক পরিবর্তিত হইয়া থাকে। আরও লক্ষণীয় এই যে এই স্ক্রু-পথ বামাবর্ত অথবা দক্ষিণাবর্ত হইতে পারে। কোনও কোনও বাড়িতে ঘোরানো লোহার সিঁড়ি দেখিলে ব্যাপারটীর সম্বন্ধে ভাল ধারণা হইবে। স্ক্রুয়ের দিকের উপর ঘূর্ণনের দিকও অতএব নির্ভর করিবার কথা। আর প্রকৃতপক্ষে পরীক্ষা করিলে এইরূপই দেখা যায়। কোয়ার্ট্‌সের দুই শ্রেণী আছে। একটি বামাবর্ত অন্যটি দক্ষিণাবর্ত। অর্থাৎ ইহাদের মধ্যে ঘূর্ণন ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে এবং কাটার গতির দিকে যথাক্রমে হইয়া থাকে। X-রশ্মি দ্বারা পরীক্ষার ফলে ইহাদের গঠন প্রণালী জানা গিয়াছে। দেখা যায় যে বামাবর্ত কেলাসে স্ক্রুয়ের গতিপথও অনুরূপভাবে বামাবর্ত। এবং দক্ষিণাবর্ত কেলাসে স্ক্রুয়ের গতিপথ দক্ষিণাবর্ত। অবশ্য এটা মনে করা ঠিক হইবে না যে আলোক ভেক্টর সম্পূর্ণরূপে স্ক্রুয়ের সমান হারে ঘোরে। কারণ তাহা হইলে 1 mm. দূরত্ব যাইতে ইহার প্রায় 10^6 বার ঘূর্ণন হইবে। ফলে ঘূর্ণনের বিচ্ছুরণ হইত না। কিন্তু ঘূর্ণনের বিচ্ছুরণ একটি প্রমাণিত সত্য।

এই ব্যাখ্যার স্বপক্ষে রয়েশের (Reusch) একটি পরীক্ষার কথা উল্লেখ করা যাইতে পারে। আলোক অক্ষের সমান্তরালে কাটা কতকগুলি অভ্রের পাতলা স্তর পর পর রাখা হইল। ইহাদের প্রত্যেকটি তাহার পূর্বেরটির তুলনায় নিজের তলে সামান্য ঘোরানো হইয়াছে। এইবার যদি একটি তলীয় সমবর্তিত রশ্মি এই অভ্রগুলিতে অভিলম্বরূপে আপতিত হয় তবে পারগত রশ্মির সমবর্তন তলের ঘূর্ণনের সৃষ্টি হয়। এখানেও উপরের মত মনে করা যায় যে প্রতিটি কেলাসে আলোক ভেক্টর কিঞ্চিৎ ঘূর্ণনের প্রভাবে পড়ে যাহার ফলে ইহা কতকগুলি স্তরের মধ্য দিয়া যাইতে ঘূর্ণিত হয়।

জিনিষটি এইভাবে ভাবা যাইতে পারে। প্রতিটি অভ্রের পাতলা স্তরে আলোর কম্পনের একটি পারগম দিক বর্তমান আছে। যখন সমস্ত স্তরগুলি সমান্তরাল অবস্থানে থাকে, তখন এই পারগম দিকও এক সমান্তরাল দিকে থাকিবে। সুতরাং তলীয় সমবর্তিত রশ্মির কম্পন দিক প্রথম স্তরে যে দিকে হইবে অন্যান্য সমস্ত স্তরেও সেই একই দিকে হইবে। অতএব এই কম্পন দিকের কোনও পরিবর্তন হইবে না। কিন্তু যদি দ্বিতীয় স্তরটি প্রথমটির তুলনায় কিছুটা ঘুরাইয়া বসানো হয় তবে দুইটি স্তরের পারগম দিকও আর সমান্তরাল হইবে না, ইহাদের মধ্যে কৌণিক বিযোজন উৎপন্ন হইবে। সুতরাং প্রথম স্তরে পারগত রশ্মির কম্পন দিক দ্বিতীয় স্তরের পারগমের দিকের সহিত সম্পাতী হইবে না। এই রশ্মি দ্বিতীয় স্তরে পারগত হইবার সময় চেষ্টা করিবে যাহাতে ইহার কম্পনদিক দ্বিতীয় স্তরের পারগম দিকের সম্পাতী হয়। আর

ইহার ফলে রশ্মির কম্পন দিক খানিকটা পরিবর্তিত হইবে এবং দ্বিতীয় অভ্রের স্তরের পারগম দিকের কাছাকাছি আসিবে। অর্থাৎ তলীয় সমবর্তিত আলোর কম্পনদিকের খানিকটা ঘূর্ণন হইবে। প্রতিটি স্তরেই এই প্রক্রিয়ার ফলে কিছুটা ঘূর্ণন হওয়ায় ইহার সামগ্রিক প্রভাব দাড়াইবে পরিমাপযোগ্য আলোকীয় ঘূর্ণন। অবশ্য এই পরীক্ষার সাফল্যের জন্য দুইটি ফলকের কৌণিক বিযোজন খুবই অল্প রাখা প্রয়োজন এবং বহু সংখ্যক ফলক ব্যবহার করা প্রয়োজন। যদি পর পর দুইটি ফলকের মধ্যের কৌণিক বিযোজন বেশী হয় তবে প্রথম স্তরের কম্পন দিক দ্বিতীয় স্তরের কম্পনদিকের অবস্থান নিতে পারিবে না এবং দ্বিতীয় স্তরের দ্বারা প্রভাবিত হইবে না। কাজেই আলোকীয় ঘূর্ণনেরও সৃষ্টি হইবে না।

বর্ন্ (Born) এবং কন্ডন্ (Condon) আলোকীয় সক্রিয়তার বিদ্যুৎ-চুম্বকীয় সিদ্ধান্ত দিয়াছেন।

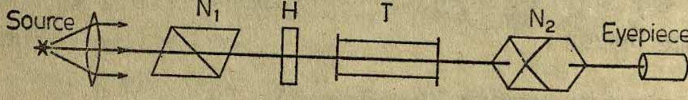
সমবর্তন মাপক যন্ত্রসমূহ (Polarimeters).

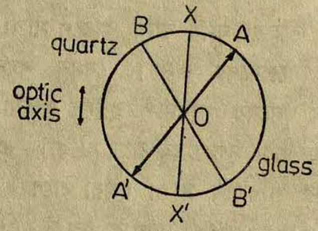
সমবর্তন তলের ঘূর্ণন নানা কারণে মাপা প্রয়োজন হয়। শিল্পে ইহার প্রয়োজন হয় বিশ্লেষণের জন্য। যেমন শর্করামিতিতে (saccharimetry) সমবর্তন তলের ঘূর্ণনের পরিমাপ হইতে জলীয় দ্রবণে চিনির পরিমাণ নির্ণয় করা খুব সহজে এবং সূক্ষ্মভাবে করা সম্ভব। এই জাতীয় নানা কারণে সমবর্তন তলের ঘূর্ণনের পরিমাণ মাপা হইয়া থাকে। দুইটি নিকলের মধ্যে আলোক সক্রিয় (optically active) দ্রবণ বা বস্তুটি রাখিয়া বিশ্লেষক নিকল্‌টি ঘুরাইয়া এই পরিমাপ করা সম্ভব। কিন্তু ইহার সূক্ষ্মতা খুব কম। কারণ এই প্রণালীতে সমবর্তন তলের অবস্থান নির্ণয় করা হয় নিকল্ ঘুরাইয়া আলোকে সম্পূর্ণ নির্বাপিত করিয়া অথবা ইহার তীব্রতা চরম করিয়া। আর এই দুই অবস্থাই খুব সূক্ষ্মভাবে নির্ণয় করা যায় না। কারণ নিকলের ঠিক কোন অবস্থানে আলোর তীব্রতা শূন্য হয় অথবা চরম দাড়ায় তাহা খুব সূক্ষ্মভাবে নির্ণয় করা যায় না। এইজন্য সমবর্তন মাপক যন্ত্রের নির্মাণ করা হইয়াছে যাহাতে এই ঘূর্ণনের পরিমাপ আরও সূক্ষ্মরূপে করা যায়।

লরের অর্দ্ধ-ছায়া সমবর্তন মাপক (Laurent's half-shade polarimeter).

এই যন্ত্রে আলো সম্পূর্ণ নির্বাপিত করিবার পরিবর্তে দৃষ্টিক্ষেত্রে দুইটি অর্দ্ধবৃত্তাকার অংশের আলোর সমতা দেখিয়া পরিমাপ করা হয়। ইহাতে অর্দ্ধ-ছায়া অংশ একটি গোলাকৃতি ফলক। ইহা দুইটি সমান ভাগে বিভক্ত। এক অংশ

অর্ধবৃত্তাকার কোয়ার্ট্‌স্ অথবা জিপ্‌সাম (Gypsum) ফলক দ্বারা প্রস্তুত ; অন্য অর্দ্ধবৃত্তাকার অংশ হয় খালি রাখা হয় অথবা কাচের ফলক দ্বারা আবৃত করিয়া দেওয়া হয়। কাচের ফলক যেখানে দেওয়া হয় সেখানে ইহার বেধ এরূপ করা হয় যাহাতে ইহাতে আলোর শোষণ কোয়ার্টসে আলোর শোষণের সমান হয়। এই কোয়ার্ট্‌স্ ফলকে আলোক অক্ষের দিক প্রতিসরণ তলের সমান্তরালে রাখা হয়। এই যন্ত্রের ছবি ৪.৫৮ নং চিত্রে দেখানো হইল। আলো একটি লেন্সের সাহায্যে সমান্তরাল করিয়া সমবর্তক নিকল N_1 এর ভিতর দিয়া পাঠানো হয় ফলে ইহার তলীয় সমবর্তন হয়। এই তলীয় সমবর্তিত আলো অর্দ্ধ-ছায়া ফলক H এর উপর আপতিত হয়। অর্দ্ধ-ছায়া ফলকটি চিত্র নং ৪.৫৮(b) এ দেখানো হইয়াছে। ইহার অর্দ্ধবৃত্তাকার কোয়ার্ট্‌স্ ফলকে আপতিত





চিত্র ৪.৫৮

হইয়া আলো দুইভাগে বিভক্ত হইয়া যায়। একটির কম্পন দিক আলোক অক্ষের সম্পাতী, অন্যটি ইহার অভিলম্বে। কোয়ার্ট্‌স্ ফলকটির বেধ এরূপ রাখা হয় যাহাতে ইহার মধ্য দিয়া যাইবার সময় উপাংশ দুইটির মধ্যে $\frac{\lambda}{2}$ পথ পার্থক্যের উদ্ভব হয়। কাজেই এই ফলকের মধ্য দিয়া পারগমের পর আলোর তলীয় সমবর্তনের সৃষ্টি হইবে কিন্তু সমবর্তন তলের পরিবর্তন ঘটিবে। ফলকে আপতিত সমবর্তিত আলোর কম্পন দিক যদি OA হয় তবে কোয়ার্ট্‌সে পারগমের ফলে ইহার সমবর্তন তলের কম্পনদিক হইবে $OB \cdot OA$ এবং OB OX এর সঙ্গে সমান কোণ উৎপন্ন করিবে। কিন্তু অন্য অর্দ্ধবৃত্তাকার অংশে সমবর্তন তলের কোনও পরিবর্তন হইবে না। সুতরাং ফলকের মধ্য দিয়া পারগত গোলাকৃতি আলোকরশ্মিমালার দুই অর্দ্ধবৃত্তাকার অর্দ্ধে সমবর্তন দুই রকম

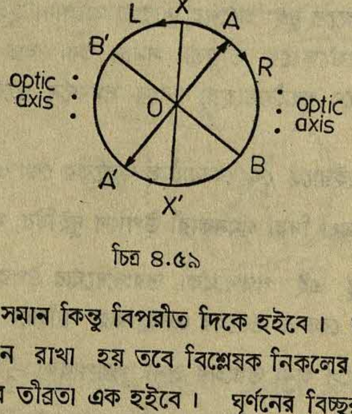
হইবে ; ইহাদের কম্পনদিক OX এর সঙ্গে সমান কোণে কিন্তু বিপরীতদিকে অবস্থিত হইবে। এখন যদি বিশ্লেষক নিকলের পারগম দিক OX এর সমান্তরালে রাখা হয় তবে দুইটি রশ্মিরই নিকলে পারগত উপাংশ সমান তীব্রতার হইবে। ফলে দৃষ্টিক্ষেত্রে অর্দ্ধবৃত্তাকার দুইটি অংশের তীব্রতাই সমান দেখা যাইবে। কিন্তু নিকল্ OX অবস্থান হইতে সামান্য ঘুরাইলেই একটি উপাংশ বাড়িবে অন্যটি কমিবে। সুতরাং দুই অর্দ্ধবৃত্তাকার অংশের তীব্রতা আলাদা হইবে। দুই অংশের তীব্রতার তারতম্যের সামান্য পার্থক্য খুব সহজে বুঝা যায় বলিয়া এই পরীক্ষার সূক্ষ্মতা খুব বেশী। বিশ্লেষক নিকল ঘুরাইয়া দৃষ্টিক্ষেত্রের দুই অংশের তীব্রতা সমান করা হইবার পর গোলাকার স্কেলে বিশ্লেষক নিকলের অবস্থান দেখা হয়। এইবার সক্রিয় বস্তুর দ্রবণ একটি নলে ভরিয়া নিয়া তাহা অর্দ্ধ-ছায়া ফলক এবং বিশ্লেষক নিকলের মধ্যে রাখিলে আলো ইহার মধ্য দিয়া যাইবার ফলে ইহার সমবর্তন তলের ঘূর্ণন হইবে। এই কারণে দৃষ্টিক্ষেত্রের দুই অংশের তীব্রতা আলাদা হইয়া যাইবে। নিকল্‌টি ঘুরাইয়া আবার দৃষ্টিক্ষেত্রের তীব্রতা সমান করা যায়। এইজন্য বিশ্লেষক নিকল্‌টি যে কোণে ঘুরাইতে হয়, দ্রবনে সমবর্তন তলের ঘূর্ণন সেই কোণের সমান।

এখানে বলা হইয়াছে যে কোয়ার্ট্‌স্ ফলকের বেধ এমনভাবে নিয়ন্ত্রিত করা হয় যাহাতে ইহার মধ্য দিয়া গমনকারী উপাংশ দুইটির মধ্যে $\frac{\lambda}{2}$ পথ পার্থক্যের সৃষ্টি হয়। কিন্তু এই পথপার্থক্য তরঙ্গদৈর্ঘ্যের উপর নির্ভরশীল। সুতরাং ইহা একটি বিশেষ কোনও তরঙ্গের জন্যই করা চলিবে। এই তরঙ্গের জন্য বেধ নিয়ন্ত্রিত করিলে অন্য তরঙ্গের জন্য পথপার্থক্য $\frac{\lambda}{2}$ হইবে না। সুতরাং সেই সমস্ত তরঙ্গের বেলায় বর্ণিত পদ্ধতি কার্য্যকরী হইবে না। অতএব এই জাতীয় সমবর্তন মাপক (polarimeter) একটি নির্দিষ্ট আলোক তরঙ্গের জন্যই প্রযোজ্য হইবে। সেজন্য আলোকউৎস হইতে সমবর্তক নিকলে আপতিত আলো নির্দিষ্ট তরঙ্গদৈর্ঘ্যের এবং একবর্ণী হওয়া আবশ্যিক।

যুগ্ম-কোয়ার্ট্‌স্ (Biquartz).

সমবর্তন তলের ঘূর্ণন মাপিবার অপর একটি যন্ত্র যুগ্ম-কোয়ার্ট্‌স্। এখানে আগের যন্ত্রের মত প্রণালীতেই পরিমাপ করা হয়। শুধু এখানে একবর্ণী আলোর বদলে সাদা আলো ব্যবহার করা হয়। এই যন্ত্রে অর্দ্ধ-ছায়া ফলকের বদলে দুইটি অর্দ্ধবৃত্তাকার কোয়ার্ট্‌স্ ফলক পাশাপাশি রাখিয়া একটি গোলাকার

ফলক তৈরী করা হয়। ফলক দুইটির একটি দক্ষিণাবর্ত অন্যটি বামাবর্ত কোয়ার্ট্‌স্ কেলাস হইতে কাটা হয়। দুইটি ফলকেই আলোক অক্ষের দিক প্রতিসরণ তলের অভিলম্বে অবস্থিত। ফলে তলীয় সমবর্তিত আলোর কম্পন-দিক একটি অর্দ্ধবৃত্তাকার ফলকে দক্ষিণ দিকে এবং অন্যটিতে বামদিকে ঘুরিবে এবং এই ঘূর্ণনের পরিমাণ দুইটিতেই সমান কিন্তু বিপরীতমুখী হইবে। ৪.৫৯ নং চিত্রে L এবং R দুইটি অর্ধবৃত্তাকার কোয়ার্ট্‌স্ ফলক। L বামাবর্ত এবং R দক্ষিণাবর্ত কোয়ার্ট্‌স্ হইতে তৈরী ; ইহাদের উভয়ের বেধই সমান। ইহারা XX' সরলরেখায় যুক্ত হইয়াছে। ইহাতে আপতিত সমবর্তিত রশ্মির কম্পন-দিক ধরা যাক OA. ইহার ভিতর দিয়া গমন করিবার সময় R ফলকে একটি রশ্মির কম্পনের দিক পরিবর্তন হইবে AR দিকে। অন্যটিতে এই পরিবর্তন হইবে বিপরীত দিকে অর্থাৎ AX দিকে। ফলক দুইটির বেধ সমান হওয়ায়



চিত্র ৪.৫৯

এই ঘূর্ণনের পরিমাণও সমান কিন্তু বিপরীত দিকে হইবে। সুতরাং যদি নিকল দুইটি অনুকূল অবস্থানে রাখা হয় তবে বিশ্লেষক নিকলের মধ্য দিয়া পারগত আলোর উপাংশ দুইটির তীব্রতা এক হইবে। ঘূর্ণনের বিচ্ছুরণের জন্য বিভিন্ন তরঙ্গদৈর্ঘ্য বিভিন্ন কোণে ঘুরিবে। ফলে যদি কোনও একটি বিশেষ তরঙ্গ বিশ্লেষক নিকল্ ঘুরাইয়া নির্বাপিত করা হয় তবে একমাত্র এই তরঙ্গই এক অংশে নির্বাপিত হইবে অন্য অংশে নয়। অন্যান্য তরঙ্গের বেলায় দুই অংশে বিশ্লেষক নিকলের পারগম দিকের সহিত কম্পন দিক আলাদা আলাদা কোণ সৃষ্টি করিবে। ফলে দুই অর্ধে পারগত উপাংশের তীব্রতাও আলাদা হইবে। সুতরাং দৃষ্টিক্ষেত্রে দুইটি অর্ধবৃত্তাকার অংশের তীব্রতা ভিন্ন দেখাইবে।

কিন্তু ধরা যাক যে সাদা আলোর একটি তরঙ্গের ক্ষেত্রে এই ঘূর্ণনের পরিমাণ 90°. তাহা হইলে এই তরঙ্গের কম্পন দিক হইবে একটিতে OB এবং

অন্যটিতে OB'. বিশ্লেষক নিকল ঘুরাইয়া এই আলোটিকে যদি নির্বাপিত করা হয় তবে উভয় অর্ধেই ইহা নির্বাপিত হইবে। অন্যান্য তরঙ্গের আলোর কম্পনও BOB' এর দুইদিকে প্রতিসম অংশে (symmetrically) অবস্থিত থাকিবে। সুতরাং প্রতিটি তরঙ্গের জন্যই দুই অর্ধের পারগত উপাংশের তীব্রতা সমান হইবে। ফলে দৃষ্টিক্ষেত্রে উভয় অর্ধবৃত্তেই আলোর তীব্রতা সমান দাড়াইবে। বিশ্লেষক নিকল্‌টি যদি কোনও দিকে ঘুরানো হয় তবে এই আলোক-তরঙ্গের কম্পনের প্রতিসাম্য নষ্ট হইয়া যাইবে এবং দুই অর্ধের তীব্রতা বিভিন্ন হইবে। লক্ষ্য করিবার বিষয় এই যে এখানে একটি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সমবর্তন তলের ঘূর্ণন 90° হওয়া চাই।

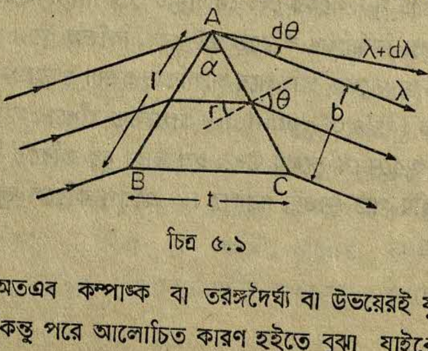
সুতরাং পূর্বের ব্যবস্থার ন্যায় এখানেও সমবর্তিত আলোর ক্ষেত্রে এইরূপ বিশ্লেষক নিকল ঘুরাইয়া দুই অর্ধের তীব্রতা সমান করা হয়। এই অবস্থা নিপুণভাবে সৃষ্টি করিলে দুই ফলকের সংযোগরেখা অদৃশ্য হইয়া যাইবে। এবার সক্রিয় কেলাস অথবা দ্রবণটি বসাইলে ইহাতে গমনের ফলে সমবর্তন তল পরিবর্তিত হইবে। বিশ্লেষক নিকল্ ঘুরাইয়া আবার দুই অর্ধের তীব্রতা সমান করা হয়। যে কোণে ঘুরাইয়া এই সমান তীব্রতা সৃষ্টি করা হয় সমবর্তন তলের ঘূর্ণনের পরিমাণও ইহার সমান। দুইটি স্কেলের পাঠ হইতে এই কোণ সহজেই এবং সূক্ষ্মভাবে মাপা যায়।

উপরের আলোচনা হইতে সহজেই বুঝা যায় যে সাদা আলোর যে কোনও তরঙ্গকেই নির্বাপন করিবার জন্য বাছিয়া লওয়া চলে। সাধারণত হলুদ অথবা সবুজ আলোর তরঙ্গের জন্য এই নির্বাপন করা হয়। হলুদ আলো নির্বাপিত করিতে হইলে কোয়ার্ট্‌স্ ফলকের বেধ মোটামুটি 3·7 mm. হওয়া প্রয়োজন। অবশ্য বিভিন্ন আলো নির্বাপিত করিতে এই বেধ বিভিন্ন হয়। আলো যুগ্ম-কোয়ার্ট্‌সের প্রতিসরণ তলের অভিলম্বে আপতিত হওয়া প্রয়োজন এবং বিশ্লেষক নিকলের ঘূর্ণন অক্ষ (axis of rotation) আপতিত রশ্মির সমান্তরাল হওয়া দরকার। এই দুই কারণে যে ভুলের উদ্ভব হয় তাহা দূর করিতে নিকলটি 180° ঘুরাইয়া একটি দ্বিতীয় পাঠ নেওয়া দরকার। এইরূপ করিলে ভুলের অধিকাংশ অংশই এড়ানো যায়।

পঞ্চম পরিচ্ছেদ

বিচ্ছুরণ (Dispersion).

সাদা আলো কাচের প্রিজ্‌মের মধ্য দিয়া প্রতিসৃত করিয়া নিউটন প্রমাণ করেন যে এই আলোতে বিভিন্ন তরঙ্গদৈর্ঘ্য বর্তমান। প্রতিসরণের কালে প্রতিটি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলোর প্রতিসরণ কোণ আলাদা হইয়া যাওয়ায় ইহারা প্রিজ্‌মের মধ্য দিয়া পারগমের পর পরস্পর হইতে পৃথক হইয়া যায় এবং প্রচলিত ভাষায় পারগত আলোয় রামধনুর সাতটি রং দেখা যায়। স্নেলের সূত্র (Snell's Law) অনুসারে এই আপতিত এবং প্রতিসৃত আলোর কোণ মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক দ্বারা সংযুক্ত ; $\frac{\sin i}{\sin r}=\mu.$ সাদা আলোর ক্ষেত্রে আপতন কোণ এক থাকিলেও প্রতিসরণ কোণ বিভিন্ন রঙের জন্য আলাদা হইয়া যায়। সুতরাং প্রতিসরাঙ্ক তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সঙ্গে পরিবর্তিত হইতে থাকে। আবার প্রতিসরাঙ্কের সংজ্ঞা হিসাবে ব্যবহৃত হয় $\frac{v}{v'}=\mu.$ এখানে v এবং v' যথাক্রমে প্রথম এবং দ্বিতীয় মাধ্যমে তরঙ্গের গতিবেগ এবং μ প্রথম মাধ্যমের সাপেক্ষে (with respect to) দ্বিতীয় মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক। অতএব দেখা যায় যে বিভিন্ন আলোক তরঙ্গের জন্য দ্বিতীয় মাধ্যমে গতিবেগেরও পরিবর্তন হয়। এই প্রসঙ্গে উল্লেখযোগ্য এই যে গতিবেগের সম্বন্ধ হইতে পাওয়া যায় $v=\nu\lambda$ (ν = কম্পাঙ্ক). সুতরাং যেহেতু দ্বিতীয় মাধ্যমে গতিবেগের



চিত্র ৫.১

পরিবর্তন হয় অতএব কম্পাঙ্ক বা তরঙ্গদৈর্ঘ্য বা উভয়েরই যুগপৎ পরিবর্তন হওয়া সম্ভব। কিন্তু পরে আলোচিত কারণ হইতে বুঝা যাইবে যে কম্পাঙ্ক দুই মাধ্যমেই এক থাকে। ফলে সহজেই বুঝা যায় যে তরঙ্গবেগের পরিবর্তনের ফলে তরঙ্গদৈর্ঘ্যেরই সংশ্লিষ্ট পরিবর্তন হইয়া থাকে।

৫.১ নং চিত্রে সমান্তরাল আলোকরশ্মিমালা ABC প্রিজ্‌মের উপর আপতিত হইয়া ইহার মধ্য দিয়া প্রতিসরণের পর দ্বিতীয় প্রতিসরণ তল দিয়া নির্গত হইয়াছে। দ্বিতীয় প্রতিসরণ তলে আপতন কোণ এবং প্রতিসরণ কোণ যথাক্রমে r এবং θ. প্রিজ্‌মের প্রতিসরণ কোণ (refracting angle) α এবং ভূমির (base) দৈর্ঘ্য $BC=t$. প্রতিসরণের ফলে তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সঙ্গে θ কোণের পরিবর্তন হইতে থাকিবে। এই পরিবর্তনের হার $\frac{d\theta}{d\lambda}$ কে বলা হয় কৌণিক বিচ্ছুরণ (angular dispersion). এই রাশিকে ভাঙ্গিয়া লেখা যায়

$$\frac{d\theta}{d\lambda}=\frac{d\theta}{d\mu}\cdot\frac{d\mu}{d\lambda}. \tag{5.1}$$

এই গুণক দুইটির মধ্যে $\frac{d\mu}{d\lambda}$ কে বলা হয় বিচ্ছুরণ (dispersion). অন্য গুণকটিকে অন্তরকলন করিলে পাওয়া যায় $\left[\mu=\frac{\sin\theta}{\sin r}\right.$ ব্যবহার করিয়া এবং r কোণকে ধ্রুবক রাখিয়া $\left.\right]$

$$\frac{d\theta}{d\mu}=\frac{\sin r}{\cos\theta}. \tag{5.2}$$

উপরের আলোচনায় যে রশ্মি দ্বিতীয় প্রতিসরণ তলে প্রতিসৃত হইয়াছে তাহার কথাই ধরা হইয়াছে। কিন্তু 5.2 সমীকরণে প্রথম প্রতিসরণ তলে আপতিত রশ্মির ক্ষেত্রে দ্বিতীয় প্রতিসরণ তলে রশ্মিটির চ্যুতি (deviation) ব্যবহার করা প্রয়োজন। তবে যদি আপতিত আলোকরশ্মি অবম চ্যুতির (minimum deviation) অবস্থানে রাখা যায় তবে দুইদিকের আপতিত এবং নির্গত রশ্মিদ্বয় প্রতিসম (symmetrical) অবস্থান গ্রহণ করিবে। কাজেই মোট চ্যুতি দ্বিতীয় তলে উৎপন্ন চ্যুতির দ্বিগুণ হইবে। অতএব 5.2 সমীকরণকে লেখা যায়

$$\frac{d\theta}{d\mu}=\frac{2\sin r}{\cos\theta}.$$

৫.১ নং চিত্র হইতে দেখা যায় $\frac{\alpha}{2}=r$.

$$\therefore\ \frac{d\theta}{d\mu}=\frac{2\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\theta}$$

আবার প্রিজ্‌মের প্রতিসরণ তলের প্রস্থচ্ছেদের দৈর্ঘ্য যদি l হয় তবে দাড়ায়

$$\frac{d\theta}{d\mu}=\frac{2l \sin \frac{\alpha}{2}}{l \cos \theta}=\frac{t}{b} \quad [\, b = \text{নির্গত আলোকরশ্মিমালার প্রস্থ} \,] \qquad (5.3)$$

কাজেই দেখা যায় যে কৌণিক বিচ্ছুরণের রাশিকে যে দুইটি গুণকে বিভক্ত করিয়া লেখা হইয়াছে (সমীকরণ 5.1) তাহার মধ্যে $\frac{d\theta}{d\mu}$ গুণকটি প্রিজ্‌মের জ্যামিতিক আকৃতি এবং রশ্মিমালার প্রস্থের উপর নির্ভর করে। সাধারণত যে সমস্ত প্রিজ্‌ম্ ব্যবহার করা হয় তাহাদের ক্ষেত্রে $\frac{t}{b}$ এক বা ইহার কাছাকাছি মানের হয়। যদি দুইটি তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ এবং $\lambda+d\lambda$-র জন্য প্রতিসৃত রশ্মি দুইটির মধ্যে কৌণিক বিযোজন হয় $d\theta$ তবে লেখা যায়

$$d\theta=\frac{\lambda}{b} \quad [\text{ একক রেখাছিদ্রে ফ্রনহফার ব্যবর্তনের আলোচনা দ্রষ্টব্য }].$$

সুতরাং লেখা যায়

$$\frac{d\theta}{d\lambda}=\frac{t d\theta}{\lambda}\cdot\frac{d\mu}{d\lambda}$$

$$\text{বা} \quad \frac{\lambda}{d\lambda}=\frac{t d\mu}{d\lambda}. \qquad (5.4)$$

সংজ্ঞানুসারে $\frac{\lambda}{d\lambda}$ প্রিজ্‌মের বর্ণীয় বিভেদন ক্ষমতা বুঝায়। সুতরাং এই বিভেদন ক্ষমতা পূর্বে পাওয়া রাশিমালায় (3.177) এর সমান দাড়ায় দেখা যাইতেছে।

দ্বিতীয় গুণকটি $\frac{d\mu}{d\lambda}$ প্রিজ্‌মের বস্তুর ধর্মের উপর নির্ভর করে এবং আলাদা ধর্মের বস্তুর জন্য আলাদা হয়। প্রচলিত ভাষায় এই গুণকটিকেই যে বলা হয় বিচ্ছুরণ (dispersion) ইহা আলোচনার গোড়ায়ই বলা হইয়াছে।

বিচ্ছুরণ, স্বাভাবিক প্রকার (Dispersion, normal case).

উপরের আলোচনায় বলা হইয়াছে যে $\frac{d\mu}{d\lambda}$ গুণকটিকে আলোর বিচ্ছুরণ বলা হয়। এই বিচ্ছুরণের বেলায় প্রতিসরাঙ্ক μ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সঙ্গে যেরূপভাবে পরিবর্তিত হয় তাহা নিম্নের ৫.২ নং চিত্র হইতে বুঝা যাইবে। এই পরিবর্তন অবশ্য বিভিন্ন বস্তুর ক্ষেত্রে বিভিন্ন প্রকারের হইবে এবং ইহার প্রকৃতি বস্তুটির

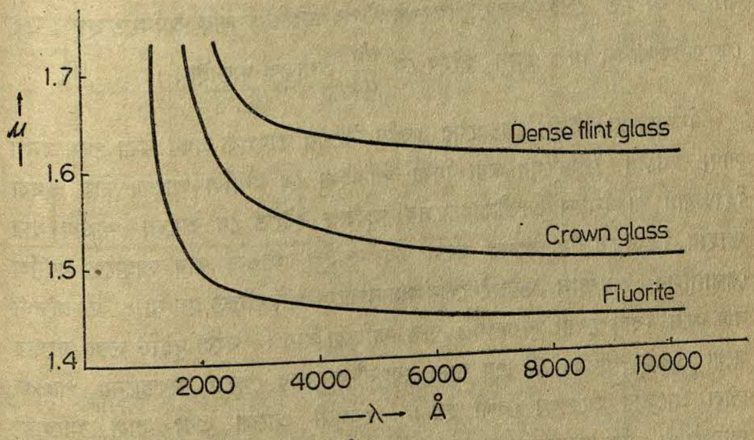
ধর্মের উপর নির্ভর করিবে। স্বচ্ছ মাধ্যমে আলোকতরঙ্গের গতিবেগ তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যের বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে বাড়িতে থাকে ; এই পরীক্ষালব্ধ ফল তাত্ত্বিকভাবে ব্যাখ্যা করিবার প্রয়াস করেন সর্বপ্রথম কশি (Cauchy) 1836 সনে। তিনি এই উদ্দেশ্যে মাধ্যমের জন্য কঠিনবস্তুর স্থিতিস্থাপক মতবাদ (elastic solid theory) প্রয়োগ করেন। একটি স্থিতিস্থাপক মাধ্যমে তির্যকতরঙ্গের গতিবেগ বস্তুটির স্থিতিস্থাপকতা এবং ঘনত্বের ভাগফলের বর্গমূলের সমান ; অর্থাৎ যদি বেগ v হয় এবং স্থাপিতাঙ্ক (coefficient of elasticity) হয় N আর ঘনত্ব ρ তবে লেখা যায়

$$v=\sqrt{\frac{N}{\rho}}.$$

এই মতবাদ ব্যবহার করিয়া তিনি যে সূত্র আবিষ্কার করেন তাহা নিম্নরূপ

$$\mu=A+\frac{B}{\lambda^2}+\frac{C}{\lambda^4} \tag{5.5}$$

এই সূত্রে λ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের জন্য প্রতিসরাঙ্কের মান μ ; A, B, এবং C ধ্রুবক। এই ধ্রুবক প্রতিটি বস্তুর নিজস্ব বিশেষত্ব বলিয়া বস্তু হইতে বস্তুতে পরিবর্তিত হইয়া থাকে। আর λ শূন্যে (vacuum) তরঙ্গদৈর্ঘ্যের মান। যদি কোনও বস্তুর ক্ষেত্রে তিনটি জানা মানের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের জন্য প্রতিসরাঙ্ক মাপা যায় তবে এই তিনটি ধ্রুবকের মান নির্ণয় করা সম্ভব হয়। আর তাহা হইলে এই বস্তুটির



চিত্র ৫.২

ক্ষেত্রে অন্যান্য তরঙ্গদৈর্ঘ্যের জন্য μ বাহির করিতে কোনও অসুবিধা হয় না।

কশির এই সূত্র হইতে দেখা যায় যে নিম্নলিখিত সিদ্ধান্তগুলি সমস্ত বস্তুর প্রতিসরাঙ্কের লেখের ক্ষেত্রেই পাওয়া যায়। প্রথমত আলোকতরঙ্গের বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে সংশ্লিষ্ট প্রতিসরাঙ্ক হ্রাস পায়। এইটি অতি সাধারণ পরীক্ষালব্ধ সত্য (পরের আলোচনা দ্রষ্টব্য)।

দ্বিতীয়ত সমস্ত লেখ হইতেই দেখা যায় যে প্রতিসরাঙ্কের পরিবর্তনের হার $\frac{d\mu}{d\lambda}$ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের বৃদ্ধির সঙ্গে কমিতে থাকে। অনেক সময়েই দেখা যায় যে প্রতিসরাঙ্কের মান কশি-সূত্রের দুইটি পদ দিয়াই বেশ নির্ভুলভাবে হিসাব করা যায়। অর্থাৎ লেখা যায়

$$\mu = A + \frac{B}{\lambda^2} \tag{5.6}$$

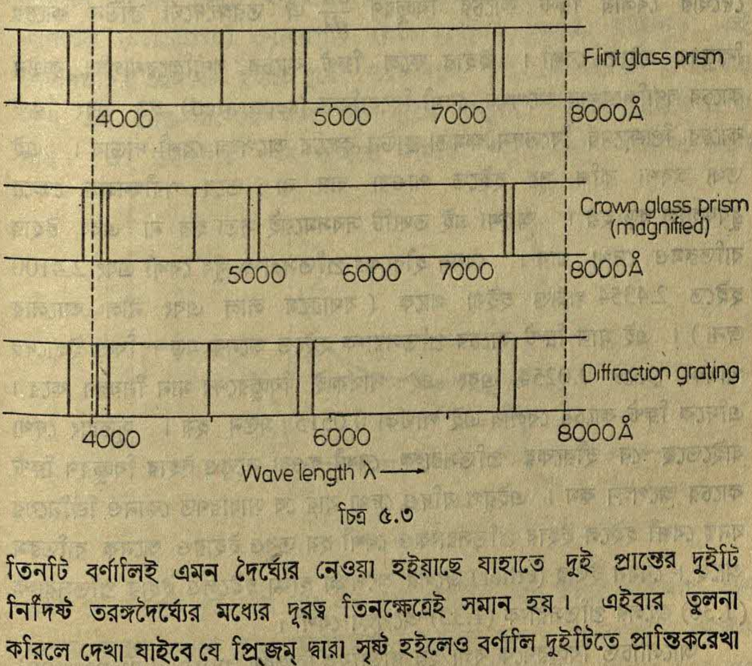
যদি ইহাকে অন্তরকলন করা যায় তবে দাড়ায়

$$\frac{d\mu}{d\lambda} = \frac{-2B}{\lambda^3} \tag{5.7}$$

সুতরাং এই সমীকরণ হইতে দাড়ায় যে তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পরিবর্তনের সঙ্গে প্রতিসরাঙ্ক পরিবর্তনের হার তরঙ্গদৈর্ঘ্যের ঘনের ব্যস্ত্যানুপাতিক (inversely proportional to the cube of wavelength) ; আর এই ঋণাত্মক চিহ্নও লেখের আকৃতি দ্বারাই সমর্থিত হয়। কারণ একটি বিন্দুতে $\frac{d\mu}{d\lambda}$ এর মান বাহির করিতে সেই বিন্দুতে লেখের উপর একটি স্পর্শক আঁকিতে হয়। এই ক্ষেত্রে স্পর্শকের দিক এমন হইবে যে $\frac{d\mu}{d\lambda}$ ঋণাত্মক দাড়াইবে।

বিচ্ছুরণের এইরূপ আচরণের একটি বিশেষ তাৎপর্য্য লক্ষ্য করা প্রয়োজন। সাদা আলো প্রিজ্‌মের মধ্য দিয়া পাঠাইয়া যে বর্ণালি পাওয়া যায় অথবা হিলিয়াম বা নিয়ন জাতীয় গ্যাসের স্ফুলিঙ্গ হইতে যে আলো পাওয়া যায় তাহার প্রিজ্‌মে বিচ্ছুরণের ফলে যে বর্ণালি পাওয়া যায় তাহাতে বর্ণালি রেখাগুলির অবস্থান তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সমানুপাতে পরিবর্তিত হয় না। তরঙ্গদৈর্ঘ্য যত কমে বিচ্ছুরণের পরিমাণও তত বাড়িয়া যায়। ফলে দুইটি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের মধ্যে একই পার্থক্য $d\lambda$ এর জন্য বেগুনী-আলোর ক্ষেত্রে অবস্থানের পার্থক্য লাল আলোর অপেক্ষা বেশী হয়। বেগুনী আলো এবং লাল আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্য যদি স্থূলভাবে 4000Å এবং 8000Å ধরা হয় তবে এই অবস্থানের পার্থক্য লাল আলোর অপেক্ষা বেগুনী আলোর বেলায় মোটামুটি আটগুণ

হইবে। আর এই বিযোজন (separation) তরঙ্গদৈর্ঘ্য হ্রাসের সঙ্গে সঙ্গে দ্রুত বাড়িতে থাকিবে। ইহার ফলে বর্ণালি রেখাগুলি লাল আলোর দিকে ঘেষাঘেষি হইয়া থাকিবে; যত তরঙ্গদৈর্ঘ্য কমিতে থাকিবে ততই তাহাদের বিযোজন বাড়িতে থাকিবে। এই আচরণের জন্য প্রিজ্‌মের বর্ণালিকে বলা হয় অপরিমেয় (irrational); তুলনায় ব্যবর্তন ঝাঝরি হইতে যে বর্ণালি পাওয়া যায় তাহাকে পরিমেয় (rational) বলা হয়। ব্যবর্তন ঝাঝরির বর্ণালিতে রেখাগুলির বিযোজন তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সহিত সমানুপাতিকভাবে পরিবর্তিত হইতে থাকে। নিম্নে একই আলো দ্বারা উৎপন্ন তিনটি বর্ণালির চিত্র দেখানো হইল। প্রথমটি ফ্লিণ্ট কাচের (flint glass) প্রিজ্‌মে, দ্বিতীয়টি ক্রাউন কাচের (crown glass) প্রিজ্‌মে এবং তৃতীয়টি ব্যবর্তন ঝাঝরিতে উৎপন্ন বর্ণালির চিত্র। ক্রাউন কাচের বিচ্ছুরণ ফ্লিণ্ট কাচের অপেক্ষা কম বলিয়া ইহার বর্ণালির দৈর্ঘ্য ফ্লিণ্ট কাচের বর্ণালির অপেক্ষা কম হইবে; কিন্তু তুলনার সুবিধার জন্য ইহাকে বিবর্দ্ধিত (magnify) করিয়া প্রথমটির সমান দৈর্ঘ্যের করা হইয়াছে। ব্যবর্তন ঝাঝরির বর্ণালিটিকেও বিবর্দ্ধন করা হইয়াছে।



চিত্র ৫.৩

তিনটি বর্ণালিই এমন দৈর্ঘ্যের নেওয়া হইয়াছে যাহাতে দুই প্রান্তের দুইটি নির্দিষ্ট তরঙ্গদৈর্ঘ্যের মধ্যের দূরত্ব তিনক্ষেত্রেই সমান হয়। এইবার তুলনা করিলে দেখা যাইবে যে প্রিজ্‌ম্ দ্বারা সৃষ্ট হইলেও বর্ণালি দুইটিতে প্রান্তিকরেখা দুইটির মধ্যের রেখাগুলির আপেক্ষিক অবস্থান এক নহে।

তৃতীয়ত দেখা যায় যে কোনও দুইটি আলাদা বস্তুর তৈয়ারী প্রিজ্‌ম্ হইতে বিচ্ছুরণের যে বর্ণালি (spectrum) পাওয়া যায় তাহাদের বর্ণালিরেখার আপেক্ষিক অবস্থান এক নহে। এটির কারণও কশির সূত্র হইতেই পাওয়া যাইবে। এই সূত্রে A, B এবং C তিনটি ধ্রুবক। এই ধ্রুবক তিনটি বস্তুর ধর্মের উপর নির্ভর করে আর সেইজন্য প্রত্যেক বস্তুর ক্ষেত্রেই আলাদা। ইহার ফলে $\mu-\lambda$ লেখের চেহারাও প্রতিটি বিভিন্ন বস্তুর জন্য আলাদা হইয়া থাকে।

এই কারণে দুইটি আলাদা বস্তুর $\mu-\lambda$ লেখ শুধু কোটির মান (scale of ordinates) পরিবর্তন করিয়া সম্পাতী (coincident) করা যায় না।

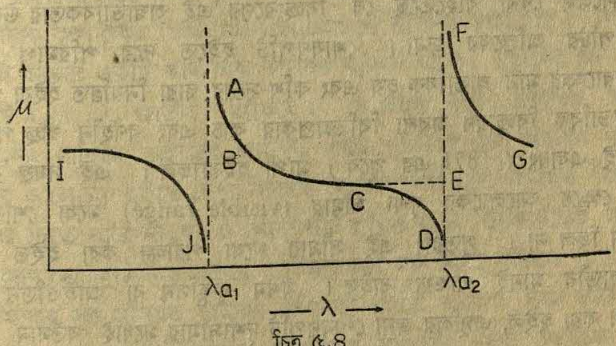
এছাড়া লেখগুলি হইতে আরও একটি জিনিষ লক্ষ্য করা যায়। বিভিন্ন বস্তুর বেলায় প্রতিসরাঙ্ক যত বড় হইবে বিচ্ছুরণের মানও সাধারণত তত বেশী হইবে। চিত্র নং ৫.৩ হইতে এইটি দেখা যায় যে ফ্লিণ্ট কাচের প্রতিসরাঙ্ক যেহেতু ক্রাউন কাচের প্রতিসরাঙ্ক হইতে বেশী সেইজন্য যে কোনও তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের বেলায় ফ্লিণ্ট কাচের বিচ্ছুরণ $\frac{d\mu}{d\lambda}$ ঐ তরঙ্গদৈর্ঘ্যে ক্রাউন কাচের বিচ্ছুরণ হইতে বেশী। ইহার ফলে ফ্লিণ্ট কাচের বর্ণালিরেখাগুলি ক্রাউন কাচের বর্ণালিরেখার অপেক্ষা বেশী বিযোজিত (separated) হয় এবং ফ্লিণ্ট কাচের প্রিজ্‌মের বিভেদন ক্ষমতা ক্রাউন কাচের অপেক্ষা বেশী দাড়ায়। এই তথ্য অবশ্য কশি সূত্র হইতে পাওয়া যায় না; তবে পরীক্ষালব্ধ ক্ষেত্রে ধ্রুবকগুলি বড় হয়। অবশ্য এই তথ্যটি সবসময়েই সত্য হয় না এবং ইহার ব্যতিক্রমও দেখা যায়। যেমন হীরকের প্রতিসরাঙ্ক খুব বেশী এবং 2.4100 হইতে 2.4354 পর্য্যন্ত হইয়া থাকে (যথাক্রমে লাল এবং নীল আলোর জন্য)। এই মান ফ্লিণ্ট কাচের প্রতিসরাঙ্ক হইতে অনেক বড়। কিন্তু ইহাদের পার্থক্য মোটে 0.0254 এবং এই পার্থক্যই বিচ্ছুরণের মান নিয়ন্ত্রণ করে। এদিকে ফ্লিণ্ট কাচের বেলায় এই পার্থক্য 0.0515 মতন হয়। সুতরাং দেখা যাইতেছে যে হীরকের প্রতিসরাঙ্ক বেশী হওয়া সত্ত্বেও ইহার বিচ্ছুরণ ফ্লিণ্ট কাচের অপেক্ষা কম। এইরূপ যদিও দেখা যায় যে সাধারণত কোনও জিনিষের ঘনত্ব বেশী হইলে ইহার প্রতিসরাঙ্কও বেশী হয় তবুও ইহারও অনেক ব্যতিক্রম আছে। যেমন ইথার (ether) জলের অপেক্ষা হাল্কা হইলেও ইহার প্রতিসরাঙ্ক (1.36) জলের প্রতিসরাঙ্ক (1.33) অপেক্ষা বেশী।

আলোচিত বিচ্ছুরণকে বলা হয় স্বাভাবিক বিচ্ছুরণ (normal dispersion). এইরূপ নামকরণের কারণ শীঘ্রই বুঝা যাইবে। কশি যে কঠিনবস্তুর স্থিতিস্থাপক

মতবাদ (elastic solid theory) তাহার সূত্র উদ্ভাবনে ব্যবহার করেন এইক্ষেত্রে তাহার প্রয়োগ প্রণালী পরে ভুল বলিয়া প্রমাণিত হইয়াছে। কিন্তু তা সত্ত্বেও কশি-সূত্রের সাহায্যে যে স্বাভাবিক বিচ্ছুরণের পরীক্ষালব্ধ ফল মোটামুটি ভালভাবেই ব্যাখ্যা করা যায় তাহাই আশ্চর্য। এই সূত্র বিচ্ছুরণের কার্য্যকরী হিসাব করিবার জন্য সাফল্যের সহিতই ব্যবহৃত হইয়া থাকে।

বিচ্ছুরণ—অনিয়ত প্রকার (Dispersion—abnormal case).

ক্রিশ্চিয়ানসেন এবং কুণ্ড্‌ট্ যথাক্রমে 1870 ও 1871 সনে একপ্রকারের বিচ্ছুরণের আবিষ্কার এবং পরীক্ষা করেন। তাহারা পূর্ববর্ণিত বিচ্ছুরণের সহিত তুলনা করিয়া ইহাকে অনিয়ত বিচ্ছুরণ (anomalous dispersion) আখ্যা দেন। ফুক্‌সিন (fuchsine) জাতীয় রং এবং আইওডিন (iodine) বাষ্পের মধ্য দিয়া বিচ্ছুরণের বেলায় এই অস্বাভাবিক বিচ্ছুরণ পরিলক্ষিত হয়। কশি সূত্রানুসারে তরঙ্গদৈর্ঘ্য যত কমিতে থাকে প্রতিসরাঙ্ক ততই নিরবচ্ছিন্নভাবে বৃদ্ধি পাইতে থাকার কথা। কিন্তু আইওডিন বাষ্প এবং ফুক্‌সিন রংয়ের ক্ষেত্রে ইহার ব্যতিক্রম ঘটে। এই বস্তুর এক বা একাধিক বরণাত্মক (selective) শোষণপটি (absorption band) বর্তমান। এই শোষণপটির তরঙ্গদৈর্ঘ্য হইতে দূরের তরঙ্গদৈর্ঘ্যে যদি প্রতিসরাঙ্ক মাপা যায় তবে এই প্রতিসরাঙ্কের মান কশি-সূত্রের অনুসারে নিয়ন্ত্রিত হইতে দেখা যায়। এই তরঙ্গদৈর্ঘ্য যখন কমিতে কমিতে শোষণপটির কাছাকাছি আসে



চিত্র ৫.৪

তখন প্রতিসরাঙ্ক দ্রুত বৃদ্ধি পায় এবং শোষণপটির মধ্যে ইহার পরিমাপ সম্ভব হয় না কারণ এখানে সমস্ত আলো শোষিত হইয়া যায়। শোষণপটির অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর তরঙ্গদৈর্ঘ্যের ক্ষেত্রে কিন্তু প্রতিসরাঙ্কের মান খুব কমিয়া যায় এব

শোষণপটির দুইদিকের প্রতিসরাঙ্কের মানের একটি ভঙ্গ (discontinuity) দেখা যায়। তাছাড়া শোষণপটির কম তরঙ্গদৈর্ঘ্যের জন্য প্রতিসরাঙ্কের মান ইহার অব্যবহিত বেশী তরঙ্গদৈর্ঘ্যের জন্য মানের অপেক্ষা কম হয়। ইহাদের কোনটিই কশি সূত্রানুসারে হইবার কথা নহে। এইদিক বিবেচনা করিয়া আলোচ্য বিচ্ছুরণকে অনিয়ত বিচ্ছুরণ বলা হয়। ৫.৪ নং চিত্রে এইরূপ একটি বিচ্ছুরণের লেখ দেখানো হইয়াছে।

৫,৪ নং চিত্রে প্রতিসরাঙ্ক μ এবং তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ এর একটি লেখ আকা হইয়াছে। এই লেখে বস্তুটির দুইটি বরণাত্মক শোষণপটি (selective absorption band) λ_{a_1} এবং λ_{a_2} বর্তমান। এই পটি দুইটি হইতে দূরে যদি প্রতিসরাঙ্ক মাপা হয় (BC অংশে) তবে ইহার মান কশি-সূত্রের নিয়ম মানিয়া চলে। কিন্তু λ_{a_1} এর কাছাকাছি গেলে প্রতিসরাঙ্ক খুব দ্রুত বাড়িয়া যাইতে থাকে এবং λ_{a_1} এর উপরে শোষণের জন্য পরিমাপ সম্ভব হয় না। λ_{a_1} হইতে ক্ষুদ্রতর তরঙ্গদৈর্ঘ্যের জন্য প্রতিসরাঙ্কের মান আবার খুব কম (J বিন্দুর সমান) হইতে আরম্ভ হইয়া ক্রমে বাড়িতে থাকে। যদিও J বিন্দুর তরঙ্গদৈর্ঘ্য A বিন্দু হইতে কম তবুও কশি-সূত্রের ব্যতিক্রম করিয়া ইহার প্রতিসরাঙ্ক A বিন্দুর প্রতিসরাঙ্ক হইতে কম দেখা যায়। আবার C বিন্দু হইতে যদি দ্বিতীয় পটি λ_{a_2}-র দিকে যাওয়া যায় তবে দেখা যায় যে এক্ষেত্রে প্রতিসরাঙ্কের মান দ্রুত কমিতে থাকে এবং CD রেখা অনুসারে হইয়া থাকে। অথচ কশি-সূত্রানুসারে এই মান হওয়া উচিত CE রেখার মত।

কাজেই দেখা যাইতেছে যে বিচ্ছুরণের এই অস্বাভাবিকতার উদ্ভব হয় শোষণপটির অস্তিত্বের জন্য। শোষণপটি হইতে দূরে পরিমাপ করিলে প্রতিসরাঙ্কের মান স্বাভাবিক হয় এবং কশি-সূত্রের দ্বারা নিয়ন্ত্রিত হইয়া থাকে। এই স্বাভাবিক বিচ্ছুরণ অবশ্য বিভিন্নপ্রকার কাচ এবং বর্ণহীন স্বচ্ছ পদার্থের বেলায়ই এযাবৎ (1871 এর পূর্বে) মাপা হইয়াছিল। এই সমস্ত বর্ণহীন বস্তুর ক্ষেত্রে আলোকের দৃশ্য সীমার (visible range) মধ্যে শোষণপটি বর্তমান ছিল না। সুতরাং এই সীমার মধ্যে পরীক্ষা করা হইত বলিয়া BC জাতীয় মানই পাওয়া যাইত। যখন ফুক্সিন বা আইওডিন বাষ্পে পরীক্ষা করা হইল, এগুলির জন্য শোষণপটি দৃশ্যসীমার মধ্যেই বর্তমান থাকায় বিচ্ছুরণের এই অস্বাভাবিকতা ধরা পড়ে। কিন্তু পরে স্বচ্ছ কাচের ক্ষেত্রেও দৃশ্যসীমা ছাড়াইয়া অতিবেগুনী বা অবলোহিত আলোকতরঙ্গের বেলায় দেখা গেল যে এই সমস্ত বস্তুর বিচ্ছুরণও আইওডিন বাষ্প বা ফুক্সিন রঙের বিচ্ছুরণের প্রকৃতিরই হইয়া থাকে। প্রকৃতপক্ষে সকল বস্তুরই এক বা একাধিক

শোষণপটি থাকে ; এবং সেজন্য শোষণপটির দুইদিকে অনেকদূর পর্যন্ত অথবা দুই শোষণপটির মধ্যে পরিমাপ করিলে সমস্ত বিচ্ছুরণ লেখই এই একই প্রকার অস্বাভাবিকতা দেখায়। সুতরাং বলা চলে যে এই ধরণের লেখই স্বাভাবিক ; ইহাতে অস্বাভাবিকতা কিছু নাই। বরং কশি-সূত্রের অনুসারে যে বিচ্ছুরণ পাওয়া যায় তাহা এই সমগ্র বিচ্ছুরণ লেখের একটি বিশেষ প্রকার (special case). আর একমাত্র শোষণপটি হইতে দূরে পরিমাপ করিলেই এই প্রকৃতির লেখ পাওয়া যায়। তবুও প্রচলিত নাম বাতিল না করিয়া রাখিয়া দেওয়া হইয়াছে ; একটিকে স্বাভাবিক এবং অন্যটিকে অনিয়ত বিচ্ছুরণ বলা হয়।

সেলমায়ার সমীকরণ (Sellmeier Equation).

স্বাভাবিক বিচ্ছুরণ ব্যাখ্যা করিবার জন্য যেরূপ কশি-সমীকরণ উদ্ভাবন করা হইয়াছিল সেইরূপ অনিয়ত বিচ্ছুরণের ব্যাখ্যার জন্য সেলমায়ারও একটি সমীকরণের প্রবর্তন করেন এবং এইটি তাহার নামানুসারে সেলমায়ার সমীকরণ বলিয়া অভিহিত হইয়া থাকে। এই সমীকরণটি নিম্নোক্ত প্রকারের

$$\mu^2 = 1 + \frac{A\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_1^2} + \frac{B\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_2^2} + \cdots \qquad (5.8)$$

বা $$\mu^2 = 1 + \sum \frac{A_n\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_n^2} \qquad (5.9)$$

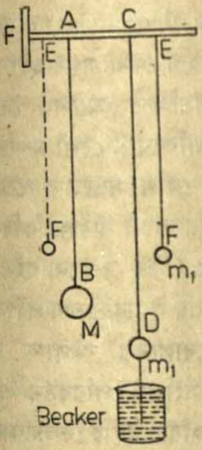
এই সমীকরণে λ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের জন্য বস্তুর প্রতিসরাঙ্ক μ ; A, B ইত্যাদি ধ্রুবক যাহাদের বস্তুর জন্য পৃথক মান থাকে। আর λ_1, λ_2 ইত্যাদি বস্তুর স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের (natural frequency) সংশ্লিষ্ট তরঙ্গদৈর্ঘ্য। সমস্ত বস্তুর জন্যই অন্ততঃ একটি স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক বর্তমান থাকে ; ইহাদের জন্য অন্ততঃ একটি λ_n(λ_1, λ_2 জাতীয়) থাকিবে। যে সমস্ত বস্তুর একাধিক স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক থাকিবে তাহাদের জন্য λ_n এরও একাধিক মান বর্তমান থাকিবে। পূর্বের আলোচনা হইতে দেখা গিয়াছে যে কশি সমীকরণ অনিয়ত বিচ্ছুরণের ব্যাখ্যা দিতে পারে না যদিও শোষণপটি হইতে দূরের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের জন্য এই সমীকরণ মোটামুটি নির্ভুলভাবে প্রতিসরাঙ্কের মান নির্ণয় করিতে পারে। কিন্তু সেলমায়ার সূত্র অনিয়ত বিচ্ছুরণ কশি-সূত্র হইতে অনেক ভাল ভাবে ব্যাখ্যা করিতে পারে। দুইটি পদের সেলমায়ার সমীকরণ নিয়া বিবেচনা করিলে দেখা যায় যে এই ক্ষেত্রে লেখা চলিতে পারে (এখানে একটি স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক λ_1 বর্তমান বলিয়া ধরা হইয়াছে)

$$\mu^2 = 1 + \frac{A\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_1^2}.$$ (λ_1 স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের সংশ্লিষ্ট তরঙ্গদৈর্ঘ্য).

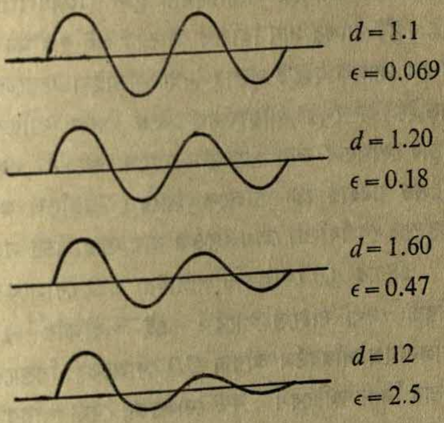
যদি λ_1 অপেক্ষা অনেক দীর্ঘ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের প্রতিসরাঙ্ক দিয়া আরম্ভ করিয়া ক্রমশ কম তরঙ্গদৈর্ঘ্যের দিকে আসা যায় তবে দেখা যায় যে প্রতিসরাঙ্কের মান 1 এর খুব কাছাকাছি মান হইতে আরম্ভ করিয়া ক্রমাগত বাড়িতে থাকে। কিন্তু যখন λর মান λ_1 এর খুব কাছাকাছি আসিয়া পড়ে তখন প্রতিসরাঙ্ক অত্যন্ত দ্রুতবেগে বাড়িতে থাকে; এবং যখন $\lambda = \lambda_1$ হয় তখন ইহার মান ধনাত্মক অসীম হয়। আবার যখন λ এর মান λ_1 হইতে খুব সামান্য কম হয় তখন μ এর মান প্রায় ঋণাত্মক অসীম হইতে আরম্ভ হয় এবং λ আরও কমিবার সঙ্গে সঙ্গে কমিয়া ক্রমাগত 1 এর দিকে আসিতে থাকে। কিন্তু এই অংশে μ এর মান সব সময়েই 1 এর অপেক্ষা কম থাকে। ইহা সহজেই বুঝা যায় যে $\lambda = \lambda_1$ এর বা ইহার খুব কাছাকাছি জায়গায় প্রতিসরাঙ্কের যে মান পাওয়া যায় তাহা অসম্ভব কারণ প্রতিসরাঙ্কের ধনাত্মক বা ঋণাত্মক অসীম বা ইহার কাছাকাছি মান কল্পনা করা যায় না। কিন্তু এই অংশ বাদ দিলে অন্যান্য অংশের জন্য সেলমায়ার সমীকরণ পরীক্ষালব্ধ $\mu - \lambda$ লেখের সহিত বেশ ভালভাবে মিলিয়া যায়। কাজেই দেখা যাইতেছে যে যদিও সেলমায়ার সমীকরণ সাধারণভাবে অনিয়ত বিচ্ছুরণ বেশ সাফল্যের সহিত ব্যাখ্যা করিতে পারে, তবুও শোষণপটির বা ইহার সন্নিকটের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের বেলায় এই সমীকরণ শোচনীয়ভাবে ব্যর্থ হইয়া থাকে। এই ব্যর্থতার কারণ অবশ্য সেলমায়ার যে বিবেচনা হইতে সমীকরণটি উদ্ভাবন করেন তাহার মধ্যেই নিহিত আছে। তাহার ধারণা মতে বিচ্ছুরক বস্তুটি কতকগুলি কণার সমষ্টিতে গঠিত এবং এইগুলির একটি বা একাধিক স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক থাকে। আলোকের পারগমের সময় এইগুলি আলোকতরঙ্গের কম্পাঙ্কের দ্বারা প্রভাবিত হইয়া কম্পিত হয় এবং কণাগুলির এই কম্পন আলোকের গতিবেগকে প্রভাবিত করিয়া পরিবর্তিত করে যাহার ফলে বিচ্ছুরণের উৎপত্তি হয়। আলোর কম্পাঙ্ক যদি স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক হইতে আলাদা হয় তবে কণাগুলি আলোকতরঙ্গের কম্পাঙ্কেই স্পন্দিত হইতে থাকিবে। আর এই স্পন্দনের বিস্তার নির্ভর করিবে আলোকতরঙ্গের এবং স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের পার্থক্যের উপর। এই পার্থক্য যত কম হইবে বিস্তারও তত বেশী হইবে। কণাগুলির এই জাতীয় কম্পনকে বলা হয় বলকৃত কম্পন (forced vibration). যখন এই পার্থক্য শূন্য হইবে তখন বিস্তার অসীম হইবার কথা। এইক্ষেত্রে যে স্পন্দন হয় তাহাকে বলা হয় অনুনাদ (resonance). এইক্ষেত্রে প্রতিসৃত আলোকের গতিবেগের সর্বাধিক পরিবর্তন হইবে। কিন্তু তাত্ত্বিকভাবে অনুনাদের ক্ষেত্রে যেহেতু বিস্তার অসীম হইবে সেইহেতু প্রতিসরাঙ্ক আলোচিত অসম্ভব মান প্রাপ্ত হয়।

স্বাধীন ও বলকৃত কম্পন (Free and forced vibrations).

বস্তুর কণাগুলির উপর আলোকের প্রভাব বুঝিবার জন্য একটি যান্ত্রিক পরীক্ষার (mechanical experiment) বর্ণনা দেওয়া যাইতে পারে।



চিত্র ৫.৫ (a)

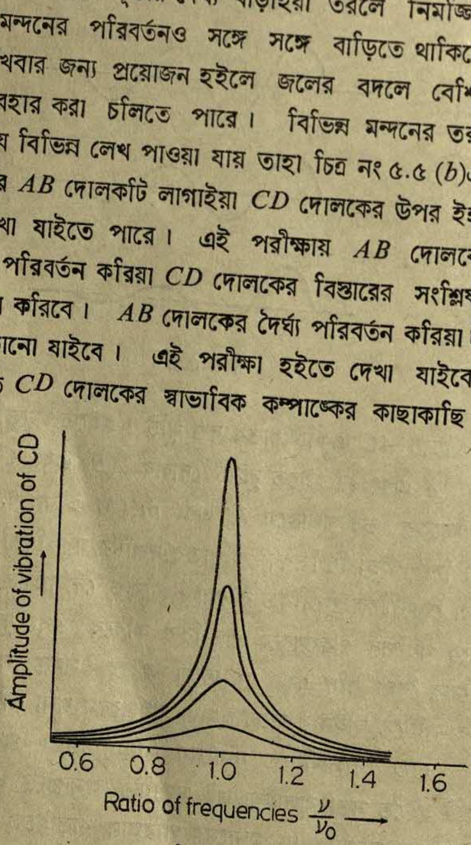


চিত্র ৫.৫ (b)

৫.৫ (a) নং চিত্রে AC একটি ধাতব দণ্ড খুটি F হইতে অনুভূমিক অবস্থানে স্থাপিত আছে। A এবং C হইতে দুইটি দোলক AB এবং CD ঝুলিতেছে আর ইহাদের গোলকের ভর যথাক্রমে M এবং $m_1 (M > m_1)$. দোলকটির বড়টি দোলাইয়া দিলে ইহা স্থিতিস্থাপক ধাতব দণ্ডটির মধ্য দিয়া প্রেরিত ঘাত (impulse) দ্বারা ছোটটিকে প্রভাবিত করিয়া ইহাকেও দোলাইতে আরম্ভ করে। অবশ্য এই ক্ষেত্রে পরস্পর পরস্পরকে প্রভাবিত করিবে এবং দুইটি গোলকের ভর এবং দোলকের দৈর্ঘ্য যদি এক হয় তাহা হইলে সমস্ত শক্তি পর্যায়ক্রমে একটি হইতে অন্যটিতে যাইবার ফলে ইহারা পর্যায়ক্রমে শূন্য এবং চরম বিস্তার লাভ করিবে। CD দোলকটিতে মন্দনের (damping) প্রভাব দেখাইবার জন্য m_1 ভরটি হইতে সূতা ঝুলাইয়া এই সূতাটির অন্যপ্রান্ত একটি বীকারের জলে ডুবাইয়া দেওয়া হইয়াছে। মন্দনের পরিমাণ বাড়াইতে হইলে বীকারে জলের পরিবর্তে কোনও সান্দ্র (viscous) তরল দেওয়া চলিতে পারে। AB দোলকের দৈর্ঘ্য বাড়াইয়া ইহার কম্পাঙ্ক কমানো সম্ভব এবং এইভাবে বিভিন্ন কম্পাঙ্কের দোলনকালের প্রভাব দ্বিতীয় দোলক CD এর দোলনকাল এবং বিস্তার কিভাবে পরিবর্তন করে তাহা পরীক্ষা করা যায়।

প্রথমে AB দোলকটি খুলিয়া নিয়া শুধু CD দোলকটি দোলাইয়া ইহার দোলনের উপর মন্দনের প্রভাব পরীক্ষা করা যাইতে পারে। যদি স্বাধীন দোলনের ক্ষেত্রে পরপর দুইটি বিস্তারের অনুপাতকে বলা হয় মন্দনের হার (damping ratio) d এবং ইহার স্বাভাবিক লগারিদম্ (natural logarithm)-কে বলা হয় লগারিদ্‌মীয় হ্রাস (logarithmic decrement) ϵ তবে এই দুইটি রাশির মান বিভিন্ন অবস্থায় এই পরীক্ষা করিয়া দেখা সম্ভব হইবে। প্রথমে গোলক হইতে সূতার দৈর্ঘ্য বাড়াইয়া তরলে নিমজ্জিত অংশের দৈর্ঘ্য বাড়াইলে মন্দনের পরিবর্তনও সঙ্গে সঙ্গে বাড়িতে থাকিবে ; বেশী মন্দনের প্রভাব দেখিবার জন্য প্রয়োজন হইলে জলের বদলে বেশি সান্দ্রতার কোন তরলও ব্যবহার করা চলিতে পারে। বিভিন্ন মন্দনের তরল ব্যবহার করিয়া বিস্তারের যে বিভিন্ন লেখ পাওয়া যায় তাহা চিত্র নং ৫.৫ (b)এ দেখানো হইল।

এইবার AB দোলকটি লাগাইয়া CD দোলকের উপর ইহার প্রভাব পরীক্ষা করিয়া দেখা যাইতে পারে। এই পরীক্ষায় AB দোলকের কম্পাঙ্ক বা দোলনকাল পরিবর্তন করিয়া CD দোলকের বিস্তারের সংশ্লিষ্ট পরিবর্তন এই প্রভাব নির্ণয় করিবে। AB দোলকের দৈর্ঘ্য পরিবর্তন করিয়া ইহার দোলনকাল কমানো বাড়ানো যাইবে। এই পরীক্ষা হইতে দেখা যাইবে AB দোলকের কম্পাঙ্ক যত CD দোলকের স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের কাছাকাছি আসিবে ততই

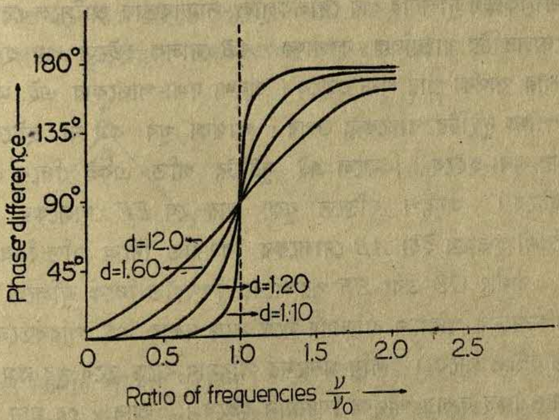


চিত্র ৫.৬ (a)

CD দোলকের বিস্তার বাড়িতে থাকিবে অর্থাৎ CD দোলকের উপর AB দোলকের প্রভাব বাড়িতে থাকিবে। আরও লক্ষ্য করিবার বিষয় যে CD দোলকের বিস্তার নির্ভর করিবে মন্দনের পরিমাণের উপরও। যখন AB এবং

CD দুইটিরই স্বাভাবিক দোলনকাল এক হইবে তখন CD দোলকের বিস্তার চরম দাড়াইবে। এই অবস্থায়ও চরম বিস্তারের মান মন্দনের উপর নির্ভর করিবে। CD দোলকের সূত্রটির জলে ডোবানো অংশের দৈর্ঘ্য যত বাড়ানো যাইবে দোলকের বিস্তারের পরিমাণও তত কমিবে। এই অবস্থায় বিস্তারের কয়েকটি লেখের চিত্র দেখানো হইল [চিত্র নং ৫.৬ (a)]। এই সমস্ত ক্ষেত্রে মন্দনের পরিমাণ পূর্ববর্ণিত মানের সমান (চিত্র নং ৫.৫) ধরা হইয়াছে। CD দোলকের স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক ধরা হইয়াছে ν_0 এবং AB দোলকের কম্পাঙ্ক ν. ν এর মান পরিবর্তন করিয়া CD দোলকের বিস্তারের উপর ইহার প্রভাব দেখানো হইয়াছে। অবশ্য CD দোলকের বলকৃত কম্পন (forced vibration) হইবে বলিয়া ইহা ν কম্পাঙ্কে দুলিতে থাকিবে। লেখে এই দুইটি কম্পাঙ্ক ν_0 এবং ν এর বিভিন্ন অনুপাতের জন্য CD দোলকের বিস্তার দেখানো হইয়াছে।

চিত্র নং ৫.৬ (b)এ দুইটি কম্পনের মধ্যে দশার সম্বন্ধও দেখানো হইয়াছে। এই চিত্র হইতে দেখা যায় যে সাধারণভাবে ν এর মান যত কম থাকে ততই দোলক দুইটির কম্পনের মধ্যে দশার পার্থক্যও কম থাকে এবং ইহারা একই



চিত্র ৫.৬ (b)

দিকে গতির দ্বারা দুলিতে থাকে। দশার এই পার্থক্য ν যত ν_0 এর দিকে আসিতে থাকে ততই বাড়িতে থাকে। যখন $\nu = \nu_0$ হয় তখন দশার পার্থক্য দাড়ায় 90°. আর ν যখন ν_0 এর অপেক্ষা বেশী হয় তখন দশা-পার্থক্য 90° ছাড়াইয়া 180° মানের দিকে যাইতে থাকে। অবশ্য 180° পর্য্যন্ত বৃদ্ধি অসীমপথ প্রকৃতির (asymptotic nature) হইয়া থাকে।

দশার এই পরিবর্তনও অনেকাংশে মন্দনের পরিমাণ দ্বারা নিয়ন্ত্রিত হইবে। চিত্র নং ৫.৬ (b) হইতে দেখা যায় যে মন্দনের পরিমাণ যদি খুবই কম হয় তবে দশার পরিবর্তন ν এর পরিবর্তনের উপর খুব সামান্যই নির্ভর করে। একমাত্র এই ν এর মান যখন CD দোলকের স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক ν_0 এর খুব কাছাকাছি আসে তখন দশা খুব দ্রুত পরিবর্তিত হইতে থাকে এবং ν_0 হইতে সামান্য বাড়িলেই 180° পরিবর্তিত হইয়া যায়। কাজেই যদি মন্দনবিহীন একটি দোলক CD ব্যবহার করিয়া (সূতাটি বাদ দিয়া) পরীক্ষা করা যায় তবে দেখা যাইবে যে যতক্ষণ পর্য্যন্ত AB দোলকের কম্পাঙ্ক ν_0 হইতে কম থাকিবে ততক্ষণ দুইটি দোলকের গতিই একদিকে হইবে। ν এর পরিমাণ ν_0 হইতে সামান্য বাড়াইলেই দুইটি উল্টা দিকে দুলিতে থাকিবে। এই পরীক্ষাটি আরও ভালভাবে দেখানো যায় যদি চিত্র নং ৫.৫ (a)-তে দেখানো ব্যবস্থায় AB দোলকের অনুরূপ আরও একটি দোলক EF লাগানো হয়। CD দোলকটির দৈর্ঘ্য AB হইতে বেশী এবং EF দোলকটির দৈর্ঘ্য AB হইতে কম রাখা হইয়াছে আর CD এবং EF গোলক দুইটির ভর সমান এবং AB গোলকের ভর হইতে বেশ খানিকটা কম। খানিকক্ষণ দুলিবার পর দোলকগুলি সাম্যাবস্থায় আসিলে দেখা যাইবে যে CD দোলকটির স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক AB দোলক হইতে কম হওয়ায় এই দুইটির দশার পার্থক্য প্রায় শূন্য হইবে (অবশ্য দশা-পার্থক্যের এই মান নির্ভর করিবে কম্পাঙ্ক দুইটির পার্থক্যের উপর ; পার্থক্য খুব কম না হইলে দশার পার্থক্য প্রায় শূন্য হইবে) ; ফলে এই দুইটির গতি একই দিকে এবং প্রায় সম্পাতী হইবে। অনুরূপ যুক্তিতে বুঝা যায় যে EF দোলকের স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক বেশী হওয়ায় ইহা AB দোলকের বিপরীত দিকে গতি নিয়া দুলিতে থাকিবে। অর্থাৎ CD এবং EF পরস্পরের বিপরীত দিকে দুলিতে থাকিবে।

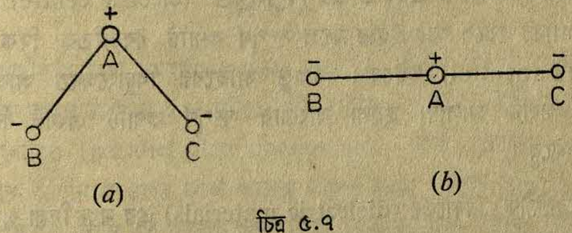
কিন্তু মন্দনের পরিমাণ বাড়িবার সঙ্গে সঙ্গে দশার এই পরিবর্তনের হারও পরিবর্তিত হইতে থাকে। যদি মন্দনের পরিমাণ বাড়ে তবে খুব কম কম্পাঙ্ক ν এর জন্যও কিছু দশার পার্থক্য বিদ্যমান হইবে। আর ν এর মান বাড়িবার সঙ্গে সঙ্গে এই দশার পার্থক্যও ক্রমাগত কিন্তু নিরবচ্ছিন্নভাবে বাড়িবে। বেশী মন্দনের বেলায় এই দশার পার্থক্য প্রকৃতপক্ষে কোন সময়েই 180° (বা π) হইবে না।

দশার পরিবর্তনের উপর কম্পাঙ্কের প্রভাব উপরের পরীক্ষা কিছু পরিবর্তিত করিয়া দিয়াও দেখানো চলিতে পারে। AB দোলকটিই শুধু এখানে ব্যবহার করা দরকার হইবে। এই দোলকের সহিত একটি রবারের সরু লম্বা সূতা

বাধিয়া সূতার অন্য প্রান্ত হাতের মুঠির মধ্যে রাখা হইল। এইবার হাতটি দোলাইলে এই দোল রবারের সূতার মাধ্যমে দোলকে সংক্রামিত হইবে এবং দোলকটি দুলিতে থাকিবে। দেখা যাইবে যে হাতের নাড়িবার দোলনকাল যদি দোলকের স্বাভাবিক দোলনকালের অপেক্ষা বেশী হয় তবে ইহাদের উভয়েরই গতি একই দিকে হইবে। কিন্তু হাতের দোলনকাল দোলকের স্বাভাবিক দোলনকাল হইতে কম হইলে ইহারা পরস্পরের বিপরীত দিকের গতি নিয়া দুলিতে থাকিবে। আরও দেখা যাইবে যে হাতের দোলনকাল যদি দোলকের স্বাভাবিক দোলনকালের তুলনায় খুবই কমিয়া যায় তবে দোলকটির দোলন বন্ধ হইয়া যায় এবং ইহা প্রায় স্থির হইয়া থাকে। বিচ্ছুরণের সিদ্ধান্ত আলোচনার পর এই পরীক্ষার তাৎপর্য্য আরও ভালভাবে বুঝা যাইবে।

বিচ্ছুরণের তাত্ত্বিক আলোচনা (Theoretical discussion of dispersion).

উপরের আলোচনার পরিপ্রেক্ষিতে এইবার বিচ্ছুরণের তাত্ত্বিক আলোচনা করা চলিতে পারে। এই আলোচনায় বিচ্ছুরণের তড়িৎ-চুম্বকীয় (electro magnetic) চিত্র ব্যবহার করা হইবে। কোনও বস্তুকে অণু বা পরমাণু দ্বারা গঠিত বলিয়া মনে করা যাইতে পারে। এই অণু বা পরমাণুগুলি দ্বিমেরুর (dipole) সহিত তুলনীয়। একটি অণুর কথা ধরা যাক (চিত্র নং ৫.৭ (*a*)).



(*a*) (*b*)

চিত্র ৫.৭

ইহার মধ্যে তিনটি পরমাণু বর্তমান। *A* পরমাণুটি ধনাত্মক তড়িৎসম্পন্ন এবং *B* ও *C* পরমাণু দুইটি ঋণাত্মক তড়িৎসম্পন্ন। এই ঋণাত্মক পরমাণু দুইটির বিদ্যুৎকেন্দ্র (electric centre) ধনাত্মক পরমাণুটির সহিত সম্পাতী না হওয়ায় ফল দাড়াইবে এই যে অণুটিকে পরস্পর হইতে আলাদা বিপরীতমুখী বিদ্যুতের সমষ্টি হিসাবে বিবেচনা করা যাইবে। এই অণুটির দুইটি বিপরীতধর্মী বিদ্যুৎ-মেরু থাকায় ইহাকে বলা যায় দ্বিমেরু (dipole). এই নাম একটি ক্ষুদ্র চুম্বকের সহিত সাদৃশ্য রাখিয়া করা হইয়াছে। এই জাতীয় দ্বিমেরু আবার দুই রকমের হইতে পারে। বাহির হইতে কোনওরূপ বিদ্যুৎক্ষেত্রের প্রভাব ছাড়াই

যদি বৈদ্যুতিক মেরু দুইটির অবস্থান আলাদা হয় তবে ইহাকে বলা হয় স্বাভাবিক দ্বিমেরু (natural dipole). স্বাভাবিক দ্বিমেরুর অস্তিত্ব দেখাইবার জন্য কোণও তরল নিয়া তাহার—ডাইলেক্ট্রীক ধ্রুবক (dielectric constant) বিভিন্ন তাপমাত্রায় মাপা যাইতে পারে। তরলের মধ্যে দ্বিমেরুগুলির একটি বিশেষ দিকে অবস্থিত হওয়ার প্রবণতা দেখা যাইবে। এই অবস্থানের প্রবণতা বাহিরের কোনও বিদ্যুৎক্ষেত্রের অস্তিত্ব ছাড়াই বর্তমান থাকিবে। তাপমাত্রা বাড়িবার সঙ্গে সঙ্গে দ্বিমেরুগুলির গতি বা ঘূর্ণনও বাড়িবে ; ফলে এই অবস্থানের হ্রাসের সঙ্গে সঙ্গে তরলের ডাইলেক্ট্রীক ধ্রুবকের মানও কমিবে। দ্বিতীয় প্রকারের কণাগুলি হইবে আবিষ্ট দ্বিমেরু (induced dipole). এইগুলির বেলায় ধনাত্মক এবং ঋণাত্মক বিদ্যুতাধানগুলির কেন্দ্র সম্পাতী হইয়া থাকে। কিন্তু বাহির হইতে বৈদ্যুতিক ক্ষেত্র প্রয়োগ করিলে এই ক্ষেত্রের প্রভাবে কণা-গুলির বৈদ্যুতিক কেন্দ্র দুইটির অবস্থান আলাদা হইয়া যায় এবং কণাটি একটি দ্বিমেরুতে পরিণত হয়। বাহিরের বৈদ্যুতিক ক্ষেত্রের প্রভাবের জন্য এই দুইটি আলাদা মেরুর আবেশ হইয়া এই দ্বিমেরুর সৃষ্টি হয় বলিয়া এইগুলিকে আবিষ্ট দ্বিমেরু বলা হইয়া থাকে। চিত্র নং ৫.৭ (b) এ এইরূপ একটি কণা দেখানো হইয়াছে। ইহাতে B এবং C কণা দুইটি ঋণাত্মক এবং A কণাটি ধনাত্মক। AB এবং AC দূরত্ব দুইটি সমান এবং BA ও CA একই সরলরেখায় অবস্থিত। সুতরাং এইরূপ ক্ষেত্রে B এবং C এর বিদ্যুৎকেন্দ্র (electric centre) A কণার সহিত সম্পাতী হইবে আর ইহার ফলে সম্পূর্ণ কণাটি বৈদ্যুতিক দিক হইতে নিরাবেশিত (neutral) হইবে। কিন্তু বাহিরের বিদ্যুৎক্ষেত্রে আবার এই বৈদ্যুতিক আধান আলাদা হইয়া যাওয়ায় সম্পূর্ণ কণাটি একটি দ্বিমেরুতে পরিণত হইবে।

ডাইলেক্ট্রীক পদার্থের (dielectric materials) এর মধ্য দিয়া গমনকালে আলোকের বিচ্ছুরণ এই দ্বিমেরুর ধারণার দ্বারা ব্যাখ্যা করা যায়। একটি দ্বিমেরুতে যদি q সংখ্যক ধনাত্মক তড়িৎকণা এবং সমসংখ্যক ঋণাত্মক তড়িৎকণা বর্তমান থাকে যাহাদের প্রত্যেকের তড়িতের পরিমাণ $\pm e$ আর এই দুই জাতীয় কণার বিদ্যুৎকেন্দ্রের মধ্যের দূরত্ব হয় l তবে দ্বিমেরুটির ভ্রামক (moment) এর মান m হইবে যেখানে লেখা যায়

$$m = qel \tag{5.10}$$

এই ভ্রামক স্বাভাবিক এবং আবিষ্ট দুই প্রকারের দ্বিমেরুর ক্ষেত্রেই সৃষ্ট হইবে। যদি আবিষ্ট দ্বিমেরুর ক্ষেত্রে বাহির হইতে প্রযুক্ত বিদ্যুৎক্ষেত্র E হয়

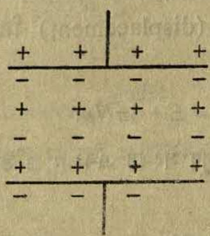
তবে এই জন্য দ্বিমেরুর বিদ্যুৎকণাগুলির মধ্যে qeE বলের উৎপত্তি হইবে। যখন এই বল প্রত্যবস্থান বলের (force of restitution) সমান হয় তখন কণাগুলির সাম্যাবস্থার সৃষ্টি হয়। বিযোজিত বিদ্যুৎকণাগুলির মধ্যে একক দূরত্বের জন্য প্রত্যবস্থান বল যদি k হয় তবে সাম্যাবস্থায় লেখা যাইতে পারে

$$qeE = kl \tag{5.11}$$

এখানে ধরা হইয়াছে যে E বিদ্যুৎক্ষেত্রের প্রভাবে ধনাত্মক এবং ঋণাত্মক কণার মধ্যের বিযোজন l. ইহা হইতে আবিষ্ট দ্বিমেরুর ভ্রামক m দাড়ায়

$$m = qel = \frac{q^2e^2E}{k} = \alpha E \tag{5.12}$$

এখানে $\alpha = \dfrac{q^2e^2}{k}$ = সমবর্তনীয়তা (polarisability).



চিত্র ৫.৮

এই জাতীয় আবিষ্ট সমবর্তনের প্রভাব মাধ্যমের উপর কিরূপ প্রতিক্রিয়া করিবে তাহা সঙ্গের চিত্র নং ৫.৮ হইতে বুঝা যাইবে। ইহা একটি সমান্তরাল পাতের সংধারিত্র (parallel plate condenser). পাত দুইটিতে ধনাত্মক এবং ঋণাত্মক আধান দেওয়ার ফলে পাতের মধ্যের স্থানে একটি বিদ্যুৎক্ষেত্র D প্রযুক্ত হইয়াছে। কিন্তু এই বিদ্যুৎক্ষেত্রের মান পাত দুইটির মধ্যের স্থান শূন্য হইলে যদি D হয় তবে এই স্থানে কণা বর্তমান থাকিলে বিদ্যুৎক্ষেত্রের মান আলাদা হইবে। কারণ বিদ্যুৎক্ষেত্রের উপস্থিতির জন্য কণাগুলির সমবর্তন হইবে আর ইহার ফলে প্রযুক্ত বিদ্যুৎক্ষেত্র D এর মান কিছু হ্রাস পাইবে। যখন পাত দুইটির মধ্যের স্থান শূন্য হইবে তখন পাতের বিদ্যুৎ আধানের তলীয় ঘনত্ব (surface density) যদি s হয় তবে D এর মান হইবে

$$D = 4\pi s.$$

কিন্তু পাতের মধ্যের স্থানে যদি কোনও মাধ্যম বর্তমান থাকে তবে এই মাধ্যমের কণাগুলির সমবর্তনের ফলে একটি বিপরীতমুখী বিদ্যুৎক্ষেত্রের উৎপত্তি হইবে

যাহার মান হইবে $4\pi S_p$. এখানে S_p সমবর্তনের জন্য উৎপন্ন বিদ্যুৎ আধানের তলীয় ঘনত্ব। সুতরাং এইক্ষেত্রে পাত দুইটির মধ্যের বিদ্যুৎক্ষেত্রের মান E দাড়াইবে

$$E = D - 4\pi S_p.$$

$$\text{বা} \quad \frac{E}{D} = 1 - \frac{4\pi S_p}{D}. \tag{5.13}$$

D এবং E এর অনুপাতকে বলা হয়—ডাইলেক্ট্রীক ধ্রুবক (dielectric constant).

$$\frac{D}{E} = \epsilon \qquad \epsilon = \text{ডাইলেক্ট্রীক ধ্রুবক (dielectric constant).}$$

আবার একক আয়তনের সমবর্তন (polarisation) যদি P হয় তবে E বিদ্যুৎক্ষেত্রের প্রভাবে মাধ্যমের ভ্রংশ (displacement) নিম্নলিখিত সমীকরণ দ্বারা নিয়ন্ত্রিত হইবে

$$D = E + 4\pi P = E + 4\pi Np. \tag{5.14}$$

এখানে N একক আয়তনে অণুর সংখ্যা এবং p প্রতিটি অণুর সমবর্তনের মান। সুতরাং লেখা যায়

$$\epsilon = 1 + \frac{4\pi Np}{E}. \tag{5.15}$$

তড়িৎ চুম্বকীয় মতবাদ হইতে পাওয়া যায়

$$\epsilon = \mu^2 \quad (\mu = \text{মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক}) \tag{5.16}$$

$$\therefore \quad \mu^2 - 1 = \frac{4\pi Np}{E}. \tag{5.17}$$

যখন আলোকরশ্মি কোনও মাধ্যমের ভিতর দিয়া যায় তখন মাধ্যমের কণাগুলি আলোকের বৈদ্যুতিক ক্ষেত্রের দ্বারা প্রভাবিত হইয়া থাকে। আর এই সমবর্তন পরিবর্তনশীল (varying) হয় এবং ইহার কম্পাঙ্ক আলোকের বৈদ্যুতিক ক্ষেত্রের কম্পাঙ্কের সমান হইয়া থাকে। সুতরাং এই কণাগুলির কম্পনের জন্য যে গতির সমীকরণ লেখা যায় তাহাতে জাড্যের (inertia) প্রতিক্রিয়া, স্থিতিস্থাপক বলের প্রতিক্রিয়া এবং বিদ্যুৎক্ষেত্রের পরিবর্তনের জন্য তিনটি পদ বর্তমান থাকিবে। ইহা ছাড়া মন্দনের জন্যও একটি পদের ব্যবহার করিতে হইবে। হেল্‌ম্‌হোল্‌ট্‌জ্‌ই (Helmholtz) এই শেষোক্ত পদটি সর্বপ্রথম ব্যবহার করেন। এইটি কণার গতিবেগের সমানুপাতিক হইবে এবং ইহার ভরের উপর নির্ভর

করিবে। এই সমস্ত বিবেচনা হইতে কণার গতির সমীকরণ নিম্নলিখিতরূপে লেখা যায়

$$M\ddot{x}+Kx+K'\dot{x}=qeE. \tag{5.18}$$

এখানে M অণুর মধ্যেকার কম্পনশীল ইলেকট্রনগুলির ভরের সমষ্টি, K একক ভ্রংশের জন্য প্রত্যবস্থান বল (force of restitution for unit displacement), K' একক গতিবেগের জন্য উদ্ভূত বল এবং x, $\dot{x}$ এবং $\ddot{x}$ যথাক্রমে কণার ভ্রংশ, গতিবেগ এবং ত্বরণ বুঝাইতেছে। কম্পনশীল কণাটির কম্পনের বিস্তার যদি A হয় এবং বিদ্যুৎক্ষেত্রের কম্পাঙ্ক যদি হয় ν তবে লেখা যায়

$$x=Ae^{2\pi i\nu t} \tag{5.19}$$

আবার বিদ্যুৎক্ষেত্রের বিস্তারের চরম মান যদি E_0 হয় তবে লেখা যায়

$$E=E_0e^{2\pi i\nu t}. \tag{5.20}$$

সুতরাং দাড়ায়

$$M\ddot{x}+Kx+K'\dot{x}=qeE_0e^{2\pi i\nu t}$$

সমীকরণ 5.19 কে একবার এবং দুইবার অন্তরকলন করিয়া পাওয়া যায়

$$\dot{x}=2\pi i\nu Ae^{2\pi i\nu t}$$

$$\ddot{x}=-4\pi^2\nu^2Ae^{2\pi i\nu t}$$

সুতরাং সমীকরণ 5.18 কে লেখা যায়

$$-4\pi^2\nu^2MAe^{2\pi i\nu t}+K'2\pi i\nu Ae^{2\pi i\nu t}+KAe^{2\pi i\nu t}=qeE_0e^{2\pi i\nu t}. \tag{5.21}$$

অথবা $A(K+K'2\pi i\nu-4\pi^2\nu^2M)=qeE_0$

অথবা $$A=\frac{qeE_0}{K+K'2\pi i\nu-4\pi^2\nu^2M}. \tag{5.22}$$

এই রাশিমালার একটি ধ্রুবক K এর মান নিম্নলিখিতরূপে নির্ণয় করা যায়। যদি কোনও-মাধ্যমের কণাগুলির এক বা একাধিক স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক থাকে। যদি কোনও-রূপে এই কণাকে কম্পিত করিয়া ছাড়িয়া দেওয়া হয় তবে ইহারা এই স্বাভাবিক কম্পাঙ্কে কম্পিত হইতে থাকিবে। আর সাধারণত ধরা যায় যে এই কম্পন সরল দোলগতিসম্পন্ন হইবে। সুতরাং একটি স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের অস্তিত্ব বর্তমান ধরিলে এই কম্পনের সমীকরণ লেখা যায়

$$M\ddot{x}+Kx=0. \tag{5.23}$$

এখানে M এর সংজ্ঞা পূর্ব পৃষ্ঠায় দেওয়া হইয়াছে আর মন্দনের কোনও প্রভাব কণাটির উপর নাই বলিয়া ধরা হইয়াছে। সুতরাং দাঁড়ায়

$$\ddot{x}+\frac{K}{M}x=0$$

অথবা $\ddot{x}+w^2x=0,$ (5.24)

w = কণাটির বৃত্তীয় কম্পাঙ্ক (সরল দোলগতির আলোচনা দ্রষ্টব্য)

$\therefore\ w^2=4\pi^2\nu_0{}^2$; ν_0 = কণার স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক।

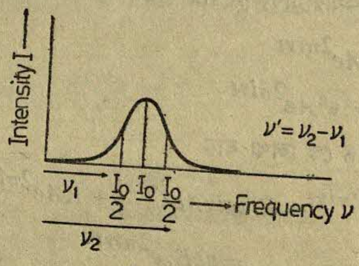
$$\therefore\ K=4\pi^2\nu_0{}^2M. \tag{5.25}$$

সুতরাং সমীকরণ 5.22 কে লেখা যায়

$$A=\frac{qeE_0}{4\pi^2\nu_0{}^2M-4\pi^2\nu^2M+K'2\pi i\nu}. \tag{5.26}$$

যদি সাদৃশ্য হইতে লেখা যায় (হেল্ম্‌হোলট্‌জ্ এই মন্দনের রাশিটি সর্বপ্রথম বিবেচনা করেন এবং তিনি ইহার নিম্নোক্ত মান ব্যবহার করেন)

$$K'=2\pi\nu'M \tag{5.27}$$



চিত্র ৫.৯

এই সমীকরণে ν' = শোষণপটির অর্দ্ধ প্রস্থের (half-width of the absorption line) সংশ্লিষ্ট কম্পাঙ্ক। শোষণপটির কেন্দ্রের তীব্রতার তুলনায় ইহার দুইপাশে যে স্থানে তীব্রতার মান অর্দ্ধেক দাড়ায় সেই দুই বিন্দুর কম্পাঙ্কের মানের বিয়োগফল নিলে এই কম্পাঙ্ক ν' এর মান পাওয়া যাইবে। সুতরাং সমীকরণ 5.26টি দাড়ায়

$$A=\frac{qeE_0}{4\pi^2M\nu_0{}^2-4\pi^2M\nu^2+4\pi^2iM\nu\nu'}$$

$$=\frac{qeE_0}{4\pi^2M(\nu_0{}^2-\nu^2+i\nu\nu')} \tag{5.28}$$

সমীকরণ 5.17 হইতে পূর্বে পাওয়া গিয়াছে

$$\mu^2 - 1 = \frac{4\pi Np}{E}$$

এই সমীকরণে $p = qex = qeAe^{2\pi i\nu t}$

$$\therefore \quad \mu^2 - 1 = \frac{4\pi NqeAe^{2\pi i\nu t}}{E_0 e^{2\pi i\nu t}}. \tag{5.29}$$

[এই রাশিমালায় একটি e কণার বৈদ্যুতিক আধান এবং অন্যটি নেপিরীয় লগারিদ্‌মের ভূমি (base of the Napierian logarithm) বুঝাইতেছে]

$$\therefore \quad \mu^2 = 1 + \frac{4\pi NqeA}{E_0}$$

$$= 1 + \frac{Nq^2e^2}{\pi M(\nu_0{}^2 - \nu^2 + i\nu\nu')}. \tag{5.30}$$

যদি লেখা যায়

$$\frac{Nq^2e^2}{\pi M} = \sigma \tag{5.31}$$

তবে দাড়ায়

$$\mu^2 - 1 = \frac{\sigma}{\nu_0{}^2 - \nu^2 + i\nu\nu'} \tag{5.32}$$

এই রাশিমালায় প্রতিসরাঙ্কের মান একটি জটিল রাশিতে পাওয়া যাইতেছে। এই অসুবিধা নিম্নলিখিত পদ্ধতিতে দূর করা যায়।

$$\mu^2 - 1 = \frac{\sigma(\nu_0{}^2 - \nu^2 - i\nu\nu')}{(\nu_0{}^2 - \nu^2 + i\nu\nu')(\nu_0{}^2 - \nu^2 - i\nu\nu')}$$

$$= \frac{\sigma(\nu_0{}^2 - \nu^2 - i\nu\nu')}{(\nu_0{}^2 - \nu^2)^2 + \nu^2\nu'^2} \tag{5.33}$$

এবং μ এর মান বাস্তব (real) ধরিলে বাস্তব এবং কল্পিত (imaginary) অংশ দুইটিকে আলাদা করিয়া লেখা যায়

$$\mu^2 - 1 = \frac{\sigma(\nu_0{}^2 - \nu^2)}{(\nu_0{}^2 - \nu^2)^2 + \nu^2\nu'^2} = \epsilon - 1 \quad \text{[সমীকরণ 5.16 ব্যবহার করিয়া]} \tag{5.34}$$

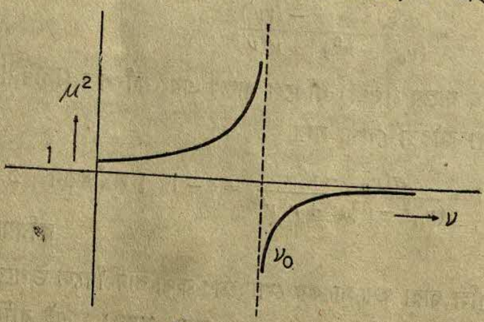
মাধ্যমের কণাগুলি দ্বারা আলোকের শোষণের কথা বাদ দিলে উপরের রাশিমালা প্রতিসরাঙ্কের সমীকরণ হিসাবে ব্যবহার করা যায়। এই রাশিমালা হইতে

দেখা যায় যে যদি খুব ক্ষুদ্র কম্পাঙ্কের আপতিত আলোর প্রতিসরণের কথা বিবেচনা করা যায় তবে প্রতিসরাঙ্ক μ এর মান 1 এর অপেক্ষা বেশী হইবে। আপতিত আলোর কম্পাঙ্ক যত বাড়িতে থাকিবে প্রতিসরাঙ্ক μ এর মানও তত বাড়িতে থাকিবে।

এই আলোচনায় বলা হইয়াছে যে হেল্ম্হোলট্জ্ই (Helmholtz) বিচ্ছুরণের আলোচনায় সর্বপ্রথম মন্দনের প্রভাব গণ্য করেন। তাহার পূর্বে ড্রুড এবং ভয়েট্ (Drude and Voigt) বিচ্ছুরণের একটি রাশিমালা বাহির করেন। এই রাশিমালায় মন্দনের প্রভাবের কথা হিসাবের মধ্যে ধরা হয় নাই। সুতরাং সহজেই দেখা যায় যে তাহাদের রাশিমালাটি নিম্নলিখিত ধরণের হইবে

$$\mu^2 - 1 = \frac{q^2 e^2 N}{\pi M(\nu_0{}^2 - \nu^2)}. \tag{5.35}$$

একটু লক্ষ্য করিলেই বুঝা যাইবে যে এই সমীকরণটির সেলমায়ারের সমীকরণ 5.9 এর সহিত খুবই সাদৃশ্য আছে। এখানেও যদি খুব ছোট কম্পাঙ্ক ν এর আপতিত আলোর প্রতিসরণ বিবেচনা করা যায় তবে প্রতিসরাঙ্ক μ এর মান 1 এর অপেক্ষা বেশী হয়। ν এর মান বাড়ার সঙ্গে সঙ্গে μ এর মানও প্রথমে আস্তে আস্তে এবং পরে (ν যখন ν_0 এর খুব কাছে আসিয়া পড়িবে) খুব দ্রুত বাড়িতে থাকিবে। কিন্তু যখন $\nu = \nu_0$ হইবে তখন অনুনাদের উদ্ভব হইবে এবং প্রতিসরাঙ্কের মান অসীম দাড়াইবে। সুতরাং দেখা যায় যে এই ড্রুড এবং ভয়েটের রাশিমালাও সেলমায়ার (Sellmeier) রাশিমালার ন্যায় মাধ্যমের স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক ν_0 এবং ইহার খুব নিকটে প্রযোজ্য হয় না। মাধ্যমের একটি স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক ν_0 এর ক্ষেত্রে প্রতিসরাঙ্কের ν এর সঙ্গে পরিবর্তনের লেখ নীচে দেওয়া হইল (চিত্র নং ৫.১০)। এই লেখ হইতে



চিত্র নং ৫.১০

দেখা যায় যে ν এর মান বাড়িতে বাড়িতে যখন প্রায় ν_0 এর সমান হয় তখন প্রতিসরাঙ্ক ধনাত্মক অসীমের দিকে যাইতে থাকে। আবার যখন ν এর মান ν_0 অপেক্ষা সামান্য বেশী হয় তখন প্রতিসরাঙ্কের মান ঋণাত্মক অসীম হইতে আরম্ভ করিয়া ক্রমশ: বাড়িতে থাকে এবং ν এর বৃদ্ধির সঙ্গে ক্রমে $+1$ এর কাছাকাছি আসে। তীব্র শোষক মাধ্যমের বেলায় ν_0 কম্পাঙ্কের আপতিত আলোর বেলায় প্রতিসরাঙ্ক মাপা কঠিন হইয়া দাড়ায়, কারণ এই কম্পাঙ্কের আলো মাধ্যমের দ্বারা সম্পূর্ণরূপে শোষিত হওয়ায় প্রতিসৃত আলোর পারগম বন্ধ হইয়া যায়, যাহার ফলে প্রতিসরাঙ্ক নির্ণয় করা সহজে সম্ভব হয় না। তবে খুব ছোট প্রতিসরণ কোণের প্রিজ্‌ম্ ব্যবহার করিয়া অথবা মাইকেলসন ব্যতিচার মাপকের ক্ষেত্রে মাধ্যমের খুব পাতলা স্তর ব্যবহার করিয়া শোষণ-পটির ক্ষেত্রেও প্রতিসরাঙ্ক মাপা সম্ভব হইয়াছে।

সমীকরণ (5.34) এর ক্ষেত্রে কিন্তু উপরোক্ত অসুবিধা দেখা দেয় না। এই ক্ষেত্রে ν যখন ν_0 এর সমান হয় তখনও ডান দিকের রাশিমালার হরটি শূন্য হয় না ; কারণ ν' কম্পাঙ্কটির মান তখনও সসীম এবং ধনাত্মক থাকে যাহার ফলে সমস্ত হরটি একটি সসীম ধনাত্মক রাশি দাড়ায়। আর এই কারণে প্রতিসরাঙ্কও ধনাত্মক অথবা ঋণাত্মক অসীম মানে যাইতে পারে না।

উপরের রাশিমালা বাহির করিতে মাধ্যমের কণাগুলির একটিমাত্র স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক ν_0 এর অস্তিত্ব ধরা হইয়াছে। কিন্তু মাধ্যমের ভিতরে যদি একাধিক প্রকারের কণা বর্তমান থাকে, অথবা যদি ইহাদের বিভিন্ন প্রকার কম্পনের কথা বিবেচনা করা হয় যথা স্থানান্তরীয় অথবা ঘূর্ণনাত্মক কম্পন (translational or rotational vibrations) তাহা হইলে একাধিক স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক বর্তমান থাকিবে এবং সমীকরণে প্রতিটি স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের জন্য একটি করিয়া পদ প্রবিষ্ট করাইতে হইবে। যদি $\nu_0, \nu_1, \nu_2, \nu_n$ ইত্যাদি এই সমস্ত স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক ধরা যায় তবে সমীকরণ (5.34) টি লেখা যাইবে

$$\mu^2 - 1 = \sum \frac{\sigma_n({\nu_n}^2 - \nu^2)}{({\nu_n}^2 - \nu^2)^2 + \nu^2 {\nu'_n}^2} \tag{5.36}$$

এখানে সূক্ষ্মভাবে ধরিতে গেলে σ_n, ν_n এবং ν'_n এর প্রতিটি স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের বেলায়ই আলাদা হইবে। আর মাধ্যমের যতটি স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক বর্তমান থাকিবে, সমীকরণেও ততটি পদ নিতে হইবে।

তবে সাধারণ ক্ষেত্রে ν এবং ν_n এর তুলনায় ν'_n এর মান অনেক ছোট

হওয়ায় যদি শোষণ পটি হইতে দূরে পরিমাপ করা যায় তবে লেখা চলিতে পারে

$$\mu^2 - 1 = \sum \frac{\sigma_n(\nu_n{}^2 - \nu^2)}{(\nu_n{}^2 - \nu^2)^2} \qquad n = 0, 1, 2, 3 \text{ etc.}$$

$$= \sum \frac{\sigma_n}{\nu_n{}^2 - \nu^2}$$

জটিল প্রতিসরাঙ্ক (Complex refractive index).

বর্ণালিরেখার যে সমস্ত তরঙ্গদৈর্ঘ্য মাধ্যমের দ্বারা গভীরভাবে শোষিত হয় সেই সমস্ত ক্ষেত্রে প্রতিসরাঙ্কের মান জটিল হইয়া থাকে। ইহা নিম্নলিখিত যুক্তি হইতে বুঝা যায়।

মাধ্যমের মধ্য দিয়া পারগমের সময় যদি ইহাতে শোষণের কথা ধরা না হয় তবে একটি আলোকরশ্মির বিস্তারের কোনও পরিবর্তন হয় না। কিন্তু শোষণের পরিমাণ যদি বেশী হয় যাহার ফলে শোষণের প্রভাব তুচ্ছ করা সম্ভব হয় না তবে দেখা যায় যে পারগমের সময় ভ্রংশের বিস্তার ক্রমে কমিতে থাকে। ইহার ফলে মাধ্যমের ভিতরে x দূরত্ব অতিক্রম করিবার পর ভ্রংশ y লেখা যায়

$$y = Ae^{-a'x} e^{2\pi i\left(\frac{t}{T} - \frac{\mu x}{\lambda}\right)}. \tag{5·38}$$

এই রাশিমালায় A আপতিত রশ্মির ভ্রংশের বিস্তার, a' মাধ্যমে বিস্তারের রৈখিক শোষণাঙ্ক (linear absorption coefficient) ; সাধারণত এই অঙ্কটি μ_l দ্বারা বুঝানো হইয়া থাকে, কিন্তু বর্তমান ক্ষেত্রে প্রতিসরাঙ্কের জন্য μ ব্যবহৃত হওয়ায় শোষণাঙ্ক a' দ্বারা বুঝাইতে হইয়াছে। T ভ্রংশের পর্যায় এবং λ তরঙ্গদৈর্ঘ্য বুঝাইতেছে। মাধ্যমের মধ্য দিয়া λ দূরত্ব অতিক্রমের ফলে বিস্তার $1 : e^{-a'\lambda}$ অনুপাতে কমিবে, আর এই হ্রাসের পরিমাণ স্বভাবতই শোষণাঙ্ক a' এর উপরে নির্ভর করিবে। তরঙ্গ সমীকরণের প্রচলিত রূপ নিম্ন প্রকারের

$y = A \cos (wt - kx)$ $A =$ বিস্তার ; $w =$ বৃত্তীয় কম্পন $= 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$;

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$, সঞ্চরণসংখ্যা (propagation number).

ইহাকে সামান্য অদলবদল করিয়া লেখা যায়

$$y = A \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

এই সমীকরণটি শূন্য মাধ্যমের ক্ষেত্রেই কেবল প্রযোজ্য। মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক যদি হয় μ তবে সেক্ষেত্রে লিখিতে হইবে

$$y = A\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{\mu x}{\lambda}\right)$$

এবং মাধ্যমে শোষণের কথা বিবেচনা করিলে ইহার জন্য বিস্তারের হ্রাস ধরিয়া এবং কম্পিতের পদ্ধতি অবলম্বন করিয়া লেখা যায়

$$y = Ae^{-a'x}e^{2\pi i\left(\frac{t}{T} - \frac{\mu x}{\lambda}\right)}$$

$$\therefore\ y = Ae^{2\pi i\left[\frac{t}{T} - \frac{\mu x}{\lambda} - \frac{a'x}{2\pi i}\right]}$$

$$= Ae^{2\pi i\left[\frac{t}{T} - \frac{\mu x}{\lambda}\left(1 - \frac{ia'\lambda}{2\pi\mu}\right)\right]}$$

$$= Ae^{2\pi i\left[\frac{t}{T} - \frac{\mu x}{\lambda}\left(1 - ia\right)\right]}$$

(এখানে $a = \dfrac{a'\lambda}{2\pi\mu}$ ধরা হইয়াছে)

অথবা $y = Ae^{2\pi i\left[\frac{t}{T} - \frac{\bar{\mu}x}{\lambda}\right]}$. (5.39)

এই ক্ষেত্রে $\bar{\mu} = \mu(1 - ia)$ ধরা হইয়াছে। সুতরাং দেখা যাইতেছে যে মাধ্যমে শোষণের কথা বিবেচনা করিলে তরঙ্গের যে সমীকরণ পাওয়া যায় তাহা শোষণ বিহীন তরঙ্গ সমীকরণের সদৃশই হইবে ; একমাত্র পরিবর্তন হইবে এই যে প্রথম ক্ষেত্রে প্রতিসরাঙ্কের মান জটিল দাড়াইবে কারণ এই মান দেখা যাইতেছে

$$\bar{\mu} = \mu(1 - ia) \tag{5.40}$$

সুতরাং এই জটিল প্রতিসরাঙ্কের মান $\bar{\mu}$ সমীকরণ 5.33 এর প্রতিসরাঙ্ক μ এর স্থানে প্রয়োগ করিয়া দাড়ায়

$$\bar{\mu}^2 - 1 = \mu^2(1 - ia)^2 - 1$$

$$= \mu^2 - \mu^2 a^2 - 2\mu^2 ia - 1$$

$$\therefore\ \mu^2 - \mu^2 a^2 - 2\mu^2 ia - 1 = \sigma\frac{\nu_0^2 - \nu^2 - i\nu\nu'}{(\nu_0^2 - \nu^2)^2 + \nu^2\nu'^2} \tag{5.41}$$

সুতরাং বাস্তব এবং কল্পিত অংশ দুইটি (real and imaginary parts) আলাদা করিলে লেখা যায়

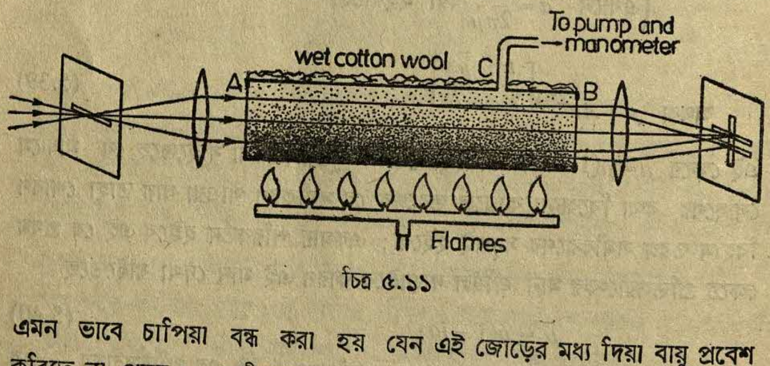
$$\mu^2 (1-a^2) - 1 = \sigma \frac{\nu_o^{\,2} - \nu^2}{(\nu_o^{\,2} - \nu^2)^2 + \nu^2 \nu'^2} \qquad (5.42)$$

$$2\mu^2 a = \sigma \frac{\nu \nu'}{(\nu_0^{\,2} - \nu^2)^2 + \nu^2 \nu'^2}. \qquad (5.43)$$

এই সমীকরণ দুইটি মাধ্যমের একটি স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক ν_o ধরিয়া লেখা হইয়াছে। মাধ্যমের যদি একাধিক কম্পাঙ্ক বর্তমান থাকে তবে প্রত্যেকটি কম্পাঙ্কের জন্য একটি পদ বর্তমান থাকিবে।

অনিয়ত বিচ্ছুরণের পরীক্ষাত্মক প্রদর্শন (Experimental demonstration of anomalous dispersion).

1904 সনে আর. ডব্লিউ. উড (R. W. Wood) সোডিয়াম বাষ্পের ক্ষেত্রে হলুদ বর্ণালির সন্নিকটে আলোর অনিয়ত বিচ্ছুরণ একটি অতি সুন্দর পরীক্ষা দ্বারা প্রদর্শন করেন। এই পরীক্ষার জন্য 3 cm. ব্যাসের 40 cm. দীর্ঘ একটি ইস্পাতের নল *AB* নিয়া ইহার দুই খোলা মুখ কাচের ফলক দিয়া বন্ধ করা হয়। ফলক দুইটি গালা (sealing wax) গরম করিয়া ইস্পাতের নলের মুখে



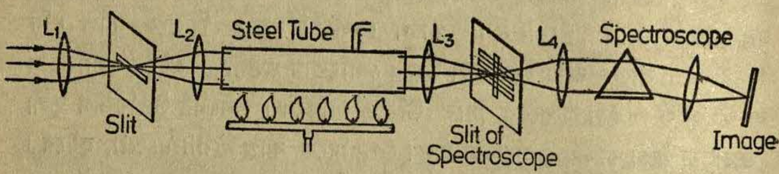
চিত্র ৫.১১

এমন ভাবে চাপিয়া বন্ধ করা হয় যেন এই জোড়ের মধ্য দিয়া বায়ু প্রবেশ করিতে না পারে। পরীক্ষাকালে যাহাতে এই গালা গলিয়া না যায় সেজন্য তুলা ভিজাইয়া নলের উপরিভাগে দিয়া রাখা প্রয়োজন এবং মাঝে মাঝে এই তুলা ঠাণ্ডা জল দিয়া ভিজাইয়া দেওয়া দরকার। এই ভেজা তুলা আরও একটি উদ্দেশ্য সাধন করে ; ইহা পরে বর্ণিত হইয়াছে। ইস্পাত নলের একপ্রান্তে একটি ছোট ছিদ্র *C* সৃষ্টি করিয়া তাহাতে একটি সরু নল ঝালা দিয়া এই নলের সাহায্যে পাম্প এবং ম্যানোমিটারের (manometer) সহিত সংযোগ করা হয়।

এইবার ইস্পাত নলটিকে অনুভূমিক ভাবে স্থাপন করিয়া ইহার নীচের অংশ বরাবর ৮।১০ টুকরা পরিষ্কার এবং শুকনা সোডিয়াম ধাতুর টুকরা রাখা হইল। ইস্পাত নলটি এবার কিছু সংখ্যক বার্নারের দ্বারা আস্তে গরম করা হইল। সোডিয়াম ধাতুর টুকরাগুলিতে অনেক পরিমাণ হাইড্রোজেন শোষিত অবস্থায় থাকে, গরম করিলে এই হাইড্রোজেন বাহির হইয়া আসিবে। পাম্পের সাহায্যে এই হাইড্রোজেনের অধিকাংশই তাড়াইয়া দিতে হইবে। অবশ্য অল্প খানিকটা হাইড্রোজেন থাকা প্রয়োজন। পাম্প চালাইয়া নলের ভিতরের চাপ যদি 1—2 cm. পারদে রাখা যায় তবে উত্তপ্ত সোডিয়াম খণ্ডগুলি হইতে সোডিয়াম বাষ্প সৃষ্টি হইয়া উপরের দিকে উঠিতে থাকিবে। নলের উপরিভাগ তুলা ভিজাইয়া ঠাণ্ডা রাখায় সোডিয়াম বাষ্প উপরদিকে ব্যাপ্ত (diffused) হইবে। যে স্বল্প পরিমাণ হাইড্রোজেন নলে বর্তমান থাকিবে তাহা এই ব্যাপ্তিকে বাধা দেওয়ায় সোডিয়াম বাষ্পের ঘনতা নলের উপরদিকে তলের দিকের অপেক্ষা কম হইবে। বস্তুত কিছুক্ষণ বার্নার দ্বারা গরম করিবার পর ইস্পাত নলের মধ্যে নীচ হইতে উপরের দিকে সোডিয়াম বাষ্পের ঘনতার একটি নতিমাত্রার (gradient) সৃষ্টি হইবে যাহাতে নলের নীচের অংশে বাষ্পের ঘনতা উপরের অংশের চেয়ে অনেক বেশী। এই নতিমাত্রা সৃষ্টির জন্য সোডিয়াম ছাড়া অন্য একটি গ্যাসের উপস্থিতি আবশ্যিক, কারণ নীচের দিকে তাপের দ্বারা উৎপন্ন সোডিয়াম বাষ্প এই গ্যাসে ব্যাপ্তির পথে বাধাপ্রাপ্ত হওয়ায়ই উপরের দিকে সহজে উঠিতে পারে না যাহার ফলে বাষ্পের ঘনতার এই নতিমাত্রার সৃষ্টি হয়। এই কারণে পাম্প চালাইয়া সমস্ত বায়ু এবং হাইড্রোজেন বাহির করিয়া দিলে পরীক্ষা সফল হইবে না। আর এ ছাড়া বাষ্পের নতিমাত্রাও সর্বত্র সমান নয় ; নীচের দিকে বাষ্পের ঘনতা খুব বেশী। মোটামুটি সমান নতিমাত্রা পাইবার জন্য আলোর পথে 1 cm প্রস্থের একটি তনুপট (diaphragm) রাখিলে ভাল ফল পাওয়া যায় ; এই তনুপটটি উপরে নীচে প্রয়োজনমত সরাইয়া যথাসম্ভব সমান নতিমাত্রা পাওয়া যাইতে পারে।

আলোকরশ্মি যখন এই নলের মধ্য দিয়া এক প্রান্ত হইতে অন্য প্রান্তে গমন করে তখন এই ইস্পাত নলটি কার্যতঃ একটি সোডিয়াম বাষ্পের প্রিজ্‌মের কাজ করে। কারণ উপরের প্রান্তে যে রশ্মিটি যায় তাহা অপেক্ষাকৃত কম সোডিয়াম বাষ্প অতিক্রম করে ; তুলনায় নীচের অংশ দিয়া গমনকারী রশ্মিটি বেশী বাষ্প অতিক্রম করে। সুতরাং যে সমান্তরাল আলোকরশ্মিমালা ইস্পাতের নলটি অতিক্রম করে (চিত্র নং ৫.১১) তাহাদের প্রতিসৃত আলোকপথ নীচ হইতে উপরে ক্রমশ কমিতে থাকে। কাচের বা অন্যান্য প্রিজ্‌মে আলোর প্রতিসরণেও

নীতিগতভাবে এইরূপ আলোক পথের পরিবর্তনই ঘটিয়া থাকে। কাজেই দেখা যায় যে সোডিয়াম বাষ্পের ঘনতার নতিমাত্রা যখন নলের মধ্যে বর্তমান থাকিবে তখন ইহার মধ্য দিয়া গমনকালে রশ্মিমালার প্রিজ্‌মের মত প্রতিসরণ হইবে। এই প্রিজ্‌মের ভূমি (base) নীচের দিকে এবং শীর্ষবিন্দু উপরের দিকে অবস্থিত হইবে।

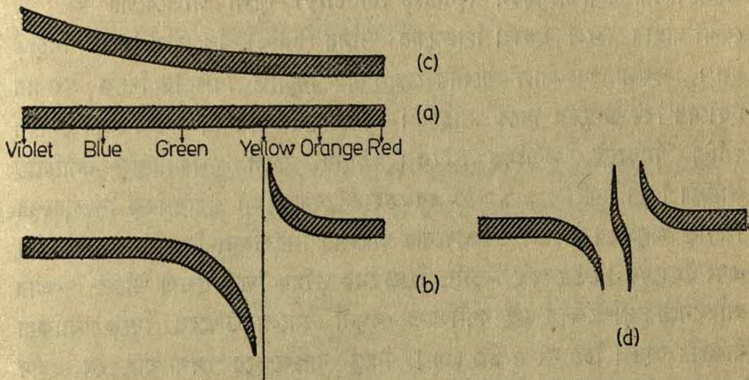


চিত্র ৫.১২

এই পরীক্ষায় সূর্য্যের অথবা ইলেকট্রিক আর্কের আলো L_1 লেন্স দ্বারা রেখাছিদ্রের উপর ফোকাস করা হয়। এই রেখাছিদ্র দিয়া গমনের পর অপসারী আলোকরশ্মি L_2 লেন্স দ্বারা সমান্তরাল করিয়া ইস্পাত নলের মধ্য দিয়া প্রেরণ করা হয়। নলের মধ্য দিয়া গমনের পর আর একটি উত্তল লেন্স L_3 দ্বারা এই আলো বর্ণালিবীক্ষণের (spectroscope) রেখাছিদ্রের উপর প্রথম রেখাছিদ্রের একটি সদ্‌বিম্ব সৃষ্টি করে। এখানে একটি জিনিষ লক্ষ্য করিবার বিষয়। প্রথম রেখাছিদ্রটির দৈর্ঘ্য অনুভূমিক এবং বর্ণালি-বীক্ষণের রেখাছিদ্রটি উল্লম্ব অবস্থানে রাখিতে হইবে যাহাতে ইহাদের পরস্পরের দৈর্ঘ্য অভিলম্বে থাকে। এই অবস্থায় দ্বিতীয় রেখাছিদ্রের উপর প্রথম রেখাছিদ্রের যে সদ্‌বিম্ব সৃষ্ট হইবে তাহা চিত্র নং ৫.১২ এ প্রদর্শিত ব্যবস্থামত পরষ্পরের অভিলম্বে অবস্থান করিবে। পরীক্ষা আরম্ভের সময় ইস্পাত নলটি গরম না করিয়া ইহার ভিতর দিয়া আলো পাঠানো হয়। এই ক্ষেত্রে নলের মধ্যে কোনও সোডিয়াম বাষ্প না থাকায় সমান্তরাল আলোকরশ্মিমালার উপর এবং নীচের সমস্ত রশ্মির আলোক পথই একই দৈর্ঘ্যের হইবে এবং বর্ণালি-বীক্ষণের রেখাছিদ্রে প্রথম রেখাছিদ্রের একটি বিম্বের সৃষ্টি হইবে। আর সাদা আলো হইতে এই বিম্ব সৃষ্ট হওয়ায় বর্ণালি-বীক্ষণে বিচ্ছুরণের ফলে ইহার অভিনেত্রের দৃষ্টিক্ষেত্রে যে বর্ণালি দেখা যাইবে তাহার আকৃতি একটি নিরবচ্ছিন্ন (continuous) আলোর পটি ; ইহাতে সাদা আলোর প্রচলিত ধারণা অনুসারে সাতটি আলোই বর্তমান থাকিবে [চিত্র নং ৫.১৩(a)]।

এইবার ইস্পাত নলটি বার্নারের সাহায্যে গরম করিতে আরম্ভ করিয়া পাম্পটি

সঙ্গে সঙ্গে চালু করিয়া দিতে হয়। প্রথমে নলটি অল্প গরম করা উচিত এবং পাম্প চালাইয়া নলের ভিতরের চাপ 1—2 cm পর্যন্ত নামাইয়া আনিতে হইবে। এর পর যখন বেশ খানিকক্ষণ পাম্প চলিবার পর নলের মধ্যের বায়ু এবং



চিত্র ৫.১৩

সোডিয়ামের শোষিত হাইড্রোনের অধিকাংশ বাহির হইয়া যাইবে, তখন বার্নার জোরালো করিয়া নলটি আরও বেশী গরম করিতে হইবে। এর ফলে সোডিয়ামের বাষ্প সৃষ্টি হইয়া ইস্পাত নলটিকে একটি সোডিয়াম বাষ্পের প্রিজ্‌মে পরিণত করিবে। সুতরাং এই নলে বিচ্ছুরণের ফলে বিভিন্ন তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলোর বিভিন্ন বিচ্যুতি ঘটিবে এবং বর্ণালি-বীক্ষণের রেখা-ছিদ্রের উপর প্রথম রেখাছিদ্রের একটি বিম্বের স্থানে একাধিক বিম্বের উৎপত্তি হইবে। প্রকৃতপক্ষে সাদা আলোর বেলায় এই লব্ধ বিম্বটি কতকগুলি পাশাপাশি এবং সম্পাতী বিম্বের সমষ্টি হওয়ায় একটি বেশী প্রস্থের বিম্বে পরিণত হইবে (শুধুমাত্র সোডিয়ামের ক্ষেত্রে ইহার হলুদ শোষণপটির জন্য এই সংশ্লিষ্ট অংশে একটি ছেদ দেখা যাইবে)। অভিনেত্রের দৃষ্টিক্ষেত্রেও বিভিন্ন রংয়ের আলো আর নিরবচ্ছিন্ন বিম্বের আকারে থাকিবে না। প্রথমতঃ সোডিয়ামের বাষ্পের প্রিজ্‌মে বিচ্ছুরণের ফলে বিভিন্ন রং উচুতে বা নীচুতে সরিয়া যাইবে আর ইহার ফলে অভিনেত্রের দৃষ্টিক্ষেত্রেও ইহাদের অবস্থানের পরিবর্তন ঘটিবে। সোডিয়ামের হলুদ D রেখার বেলায় শোষণের জন্য এই স্থানে একটি ভঙ্গের (disconitinuity) উৎপত্তি দেখা যাইবে। হলুদ রেখা হইতে সবুজের দিকে গেলে দেখিতে পাওয়া যাইবে যে বর্ণালিটি বীক্ষণযন্ত্রে নীচের দিকে নামিয়াছে। প্রকৃতপক্ষে সোডিয়াম বাষ্পের মধ্য দিয়া যাইবার

সময় আলোকরশ্মিগুলি উপরের দিকে বাকিয়াছে ; বর্ণালি-বীক্ষণে রেখাছিদ্রের বিম্বটি উল্টাইয়া যায় বলিয়া অভিনেত্রের দৃষ্টিক্ষেত্রে এইগুলিকে নীচের দিকে নামিতে দেখা যাইবে। আর ইহার অর্থ এই যে সোডিয়ামের প্রিজ্‌মে এই তরঙ্গদৈর্ঘ্যের দশা-গতিবেগ (phase velocity) শূন্যে গতিবেগের অপেক্ষা বেশী যাহার ফলে ইহারা প্রিজ্‌মের ভূমির (base) বিপরীত দিকে বিচ্যুত হয়। কমলা এবং লাল আলোর ক্ষেত্রে এই বিচ্যুতি বিপরীত দিকে হওয়ায় ইহাদের বিম্ব উপরের দিকে যাইবে। বিচ্যুতির পরিমাণ অবশ্য হলুদ শোষণ পটির নিকটেই সর্বাধিক হইবে। ইহার ফলে নিরবচ্ছিন্ন বর্ণালিটি ভাঙ্গিয়া গিয়া চিত্র নং ৫.১৩(b) এর চেহারা দেখাইবে। স্বাভাবিক বিচ্ছুরণের সিদ্ধান্ত অনুসারে বিভিন্ন তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলোর নিরবচ্ছিন্ন বিচ্যুতি হওয়ার কথা এবং ইহাদের প্রত্যেকেরই বিচ্যুতি প্রিজ্‌মের ভূমির দিকে হওয়া উচিত। আর অভিনেত্রের দৃষ্টিক্ষেত্রে এই বর্ণালিতে বেগুনী আলো উপরের দিকে বাকিয়া যাওয়ার কথা [চিত্র নং ৫.১৩ (c)]. কিন্তু বাস্তবক্ষেত্রে দেখা যায় যে হলুদ আলোর দুই পাশে এই বিচ্যুতির প্রকৃতি সম্পূর্ণ বিপরীত। হলুদ আলো হইতে সবুজের দিকে গেলে কশি সূত্রানুসারে (Cauchy formula) যেখানে উপরের দিকে বিচ্যুতি হইবার কথা সেখানে পরীক্ষাক্ষেত্রে বিচ্যুতি নীচের দিকে দেখা যায় আর এই ক্ষেত্রে প্রতিসরাঙ্ক μ এর মান 1 এর অপেক্ষা কম হয়। এই অস্বাভাবিক আচরণকেই অনিয়ত বিচ্ছুরণ (anomalous dispersion) বলা হয়। আর ইহা ছাড়াও সোডিয়ামের ক্ষেত্রে হলুদ আলোর জন্য একটি (প্রকৃতপক্ষে খুব কাছাকাছি দুইটি) শোষণপটির অস্তিত্বও এই পরীক্ষা হইতে খুব স্পষ্টভাবে দেখা যায়। ইস্পাত নলটি যদি অল্প গরম করা হয় তবে নলের মধ্যে সোডিয়াম বাষ্পের ঘনত্ব কম হওয়ায় হলুদ আলো এই বাষ্পে সম্পূর্ণ শোষিত হইবে না এবং সেক্ষেত্রে বর্ণালির চেহারা চিত্র নং ৫.১৩ (d) এর মত দেখাইবে। নলে উত্তাপের পরিমাণ বাড়াইয়া যদি সোডিয়াম বাষ্পের ঘনত্ব বৃদ্ধি করা যায় তবে বর্ণালির চেহারা চিত্র নং ৫.১৩ (b) এর মত হইবে।

বিচ্ছুরণের সূত্রের যাথার্থ পরীক্ষা (Testing the validity of the dispersion formula).

বিচ্ছুরণের সূত্রের যাথার্থ্য পরীক্ষা করিবার জন্য সর্বপ্রথম পদার্থের সহজতম অবস্থায় পরীক্ষা করাই প্রশস্ত। সুতরাং এক-পরমাণুক (monatomic) গ্যাস আর্গনের (Argon) ক্ষেত্রে এই সূত্র প্রয়োগ করিয়া দেখা যাইতে পারে।

গ্যাসের বেলায় প্রতিসরাঙ্ক μ এর মান 1 এর খুবই কাছাকাছি হয়। সুতরাং ইহার বেলায় লেখা যায়

$$\mu^2 - 1 = (\mu + 1)(\mu - 1) = 2(\mu - 1) \tag{5.44}$$

সুতরাং সমীকরণ 5.35 প্রয়োগ করিয়া দাড়ায়

$$2(\mu - 1) = \frac{q^2 e^2 N}{\pi M(\nu_0{}^2 - \nu^2)} \tag{5.45}$$

এই রাশিমালায় M বুঝাইতেছে কম্পনশীল ইলেকট্রন সমূহের ভরের সমষ্টি। সুতরাং যদি কম্পনশীল ইলেকট্রনের সংখ্যা q হয় এবং প্রত্যেকের ভর হয় m, তবে লেখা যাইতে পারে

$$M = qm$$

$$\therefore \quad \mu - 1 = \frac{qe^2 N}{2\pi m(\nu_0{}^2 - \nu^2)}$$

যদি লেখা যায় $\dfrac{qe^2 N}{2\pi m} = \sigma'$ (5.46)

তবে দাড়ায় $\mu - 1 = \dfrac{\sigma'}{(\nu_0{}^2 - \nu^2)}$ (5.47)

এই ধরণের প্রতিসরাঙ্কের পরীক্ষালব্ধ ফল হইতে q এর মান বাহির করা যায়। এই ফলটি বিশেষ গুরুত্বপূর্ণ এবং শিক্ষাদায়ক। এই q এর মান ক্ষুদ্র পূর্ণসংখ্যা হওয়ার কথা এবং এই সংখ্যা মাধ্যমের অণুগুলির যোজ্যতা ইলেকট্রনের (valency electron) সংখ্যার সমান হয় কিনা সেটাও লক্ষ্য করিবার বিষয়। সমীকরণ 5.47 এর যাথার্থ্য পরীক্ষা করিতে হইলে σ' এবং ν_0 এর মান জানা দরকার। ইহাদের মধ্যে ν_0 এর মান বিচ্ছুরণের পরীক্ষা হইতে নির্ণয় করা সম্ভব। আর মিলিক্যানের পরীক্ষা হইতে e এবং $\dfrac{e}{m}$ এর নির্ভুল মান জানা আছে, N এর মানও জানা। সুতরাং এই সূত্র ব্যবহার করিয়া বিভিন্ন কম্পাঙ্কের আলোর জন্য প্রতিসরাঙ্ক মাপিলে দেখা যায় যে সূত্রটি নিম্নলিখিত প্রকারে লেখা যায়

$$\mu - 1 = \frac{5 \times 10^{27}}{17953 \times 10^{27} - \nu^2}$$

এই সূত্র হইতে শোষণপটির তরঙ্গদৈর্ঘ্য দাড়ায় 708Å.

দ্বি-পরমাণুক গ্যাস হিসাবে যদি হাইড্রোজেন গ্যাসের বেলায় এই সূত্র প্রয়োগ করা যায় তবে লেখা যায়

$$\mu-1=\frac{0.754\times10^{27}}{16681\times10^{27}-\nu^2}+\frac{0\cdot920\times10^{27}}{10130\times10^{27}-\nu^2}$$

এখান হইতে q_1 এবং q_2 এর মান পাওয়া যায় যথাক্রমে 0.69 এবং 0.84. আর শোষণপট্টির তরঙ্গদৈর্ঘ্য 735Å এবং 943Å. সুতরাং এক্ষেত্রে দেখা যাইতেছে কম্পনশীল ইলেকট্রনের সংখ্যা পূর্ণসংখ্যক হইতেছে না। সোডিয়াম বাষ্পের ক্ষেত্রে উডের (Wood) পরীক্ষালব্ধ ফল পরীক্ষা করিতে গিয়া গোল্ডহ্যামার (Goldhammer) নিম্নলিখিত সূত্র ব্যবহার করিয়াছেন

$$\mu-1=\frac{4.54\times10^{24}}{258.9\times10^{27}-\nu^2}+\frac{9.078\times10^{24}}{259.42\times10^{27}-\nu^2}$$

এই সূত্র হইতে পাওয়া যায়

$$q_1=0.3$$
$$q_2=0.6$$

সুতরাং দুইটির সমষ্টি দাড়ায় 0.9 এবং ইহা সোডিয়াম যোজ্যতা ইলেকট্রন 1 এর প্রায় সমান। তবে অনেক ক্ষেত্রেই q এর মান পূর্ণসংখ্যা হয় না এবং নিম্নের তালিকা হইতে দেখা যাইবে যে ইহার মান অনেক সময় খুবই ক্ষুদ্র হইয়া থাকে। সুতরাং q এর অর্থই এই পরিপ্রেক্ষিতে বদলানো প্রয়োজন।

ড্রুড এবং ভয়েটের (Drude and Voigt) সূত্র হইতে কশির সূত্রে সহজেই আসা যায় এবং ইহা হইতে দেখা যায় যে কশির সূত্র পূর্বোক্ত সূত্রেরই একটি স্থূল সংস্করণ। একটি শোষণপটির জন্য ড্রুড এবং ভয়েটের সূত্রটি লেখা যায়

$$\mu^2=1+\frac{\sigma}{\nu_0{}^2-\nu^2}=1+\frac{\sigma'}{1-\dfrac{\nu^2}{\nu_0{}^2}}\qquad\left[\frac{\sigma}{\nu_0{}^2}=\sigma'\right]$$

$$=1+\frac{\sigma'}{1-\dfrac{\lambda_0{}^2}{\lambda^2}}. \tag{5.48}$$

দ্বিপদ উপপাদ্যের (Binomial Theorem) এর সাহায্যে সম্প্রসারণ করিয়া ইহাকে লেখা যায়

$$\mu^2=1+\sigma'\left(1+\frac{\lambda_0{}^2}{\lambda^2}+\frac{\lambda_0{}^4}{\lambda^4}+\cdots\right) \tag{5.49}$$

কশির সূত্র শোষণপটি হইতে দূরে অবস্থিত তরঙ্গদৈর্ঘ্যের বেলায়ই শুধু প্রযোজ্য।

সুতরাং λকে যদি λ_0 হইতে অনেক বড় ধরা যায় তবে $\frac{\lambda_0^4}{\lambda^4}$ এবং বৃহত্তর ঘাতের পদগুলিকে হিসাব হইতে বাদ দেওয়া যায়। এই বিবেচনা হইতে লেখা চলিতে পারে

$$\mu^2 = 1 + \sigma' + \sigma' \frac{\lambda_0^2}{\lambda^2}$$

যদি লেখা হয় $A = 1 + \sigma'$ এবং $B = \sigma'\lambda_0^2$ তবে দাড়ায়

$$\mu^2 = A + \frac{B}{\lambda^2}. \tag{5.50}$$

পুনরায় দ্বিপদ উপপাদ্যের সাহায্যে সম্প্রসারণ করিয়া লেখা যায়

$$\mu = A^{\frac{1}{2}} - \frac{B}{2A^{\frac{1}{2}}\lambda^2} + \frac{B^2}{8A^{\frac{3}{2}}\lambda^4} + \cdots$$

$A^{\frac{1}{2}} = P$; $-\frac{B}{2A^{\frac{1}{2}}} = Q$ এবং $\frac{B^2}{8A^{\frac{3}{2}}} = R$ লিখিয়া এবং λ^4 অপেক্ষা উচ্চতর ঘাতের পদগুলি অগ্রাহ্য করিয়া দাড়ায়

$$\mu = P + \frac{Q}{\lambda^2} + \frac{R}{\lambda^4}. \tag{5.51}$$

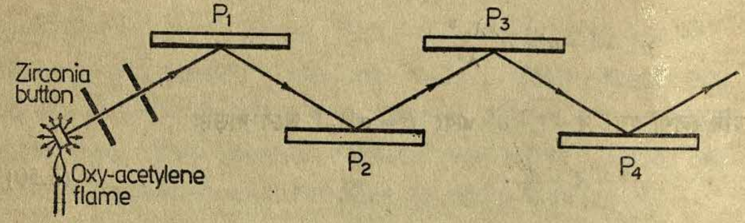
এইটি কশি সূত্র এবং ইহাতে P, Q এব্য R তিনটি ধ্রুবক।

অবশিষ্ট রশ্মি (Residual Rays or Rest-strahlen).

১৮৯৭ সনে নিকল্‌স্ (Nichols) কোয়ার্ট্‌সে অবলোহিত রশ্মির শোষণ এবং প্রতিফলন নিয়া পরীক্ষা করিবার সময় ইহার কিছু বৈশিষ্ট্য লক্ষ্য করেন। দেখা যায় যে বর্ণালির কোনও কোনও অংশে প্রতিফলনের পরিমাণ অত্যন্ত বেশী হয় এবং শতকরা 80 হইতে 90 ভাগ পর্য্যন্ত প্রতিফলিত হইয়া থাকে। তুলনায় অন্যান্য অংশ খুব কমই (শতকরা 4—6 ভাগ জাতীয়) প্রতিফলন দেখায়। রুবেন্স (Rubens) এবং নিকল্‌স্ এই বৈশিষ্ট্য কাজে লাগাইয়া একটি অত্যন্ত উত্তপ্ত বস্তু হইতে নির্গত নিরবচ্ছিন্ন তরঙ্গদৈর্ঘ্যের বর্ণালি হইতে দীর্ঘ তরঙ্গের কোন কোন অংশ আলাদা করেন। এই তরঙ্গকে বলা হয় 'অবশিষ্ট রশ্মি' (Residual Rays).

একটি জারকোনিয়ার (Zirconia) টুকরাকে অক্সি-অ্যাসিটিলিন (oxy-

acetylene) বাতিতে অত্যন্ত গরম করিলে এটি সাদা হইয়া যায় এবং ইহা হইতে নিরবচ্ছিন্ন তরঙ্গদৈর্ঘ্যের বর্ণালি নির্গত হয়। এই নির্গত আলোকে উপযুক্ত পর্দার সাহায্যে সমান্তরণ (collimation) করিয়া একটি কোয়ার্ট্‌সের



চিত্র ৫.১৪

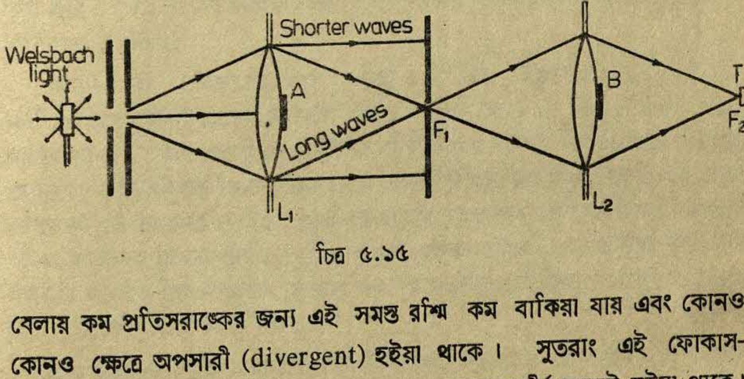
ফলকের উপর আপতিত করা হইল। P_1, P_2 P_3 এবং P_4 এইরূপ একই আকারের চারিটি কোয়ার্ট্‌স্ ফলক; তাহারা পরস্পরের সমান্তরালে চিত্র নং ৫.১৪ এ প্রদর্শিত অবস্থানে আছে। P_1 ফলকে আপতিত আলো পরপর চারিটি ফলক হইতে প্রতিফলিত হইয়া আসিলে এই লব্ধ আলো পরীক্ষা করিলে দেখা যায় যে ইহাতে শুধু অল্প কয়েকটি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলোই বর্তমান আছে। নিকল্‌স্ লক্ষ্য করেন যে কোয়ার্ট্‌সের ক্ষেত্রে $8{\cdot}5\mu$ এবং 20μ তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যের আলো শতকরা 80-90 ভাগ প্রতিফলিত হয়। জারকোনিয়ার বর্ণালির ক্ষেত্রে এই তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলোর তীব্রতা নিকট-অবলোহিত (near infrared) এবং দৃশ্যমান আলোর তীব্রতার তুলনায় বেশ কম। কিন্তু পরোক্ত আলোর ক্ষেত্রে কোয়ার্টসে প্রতিফলন শতকরা 4-6 ভাগ হওয়ায় চারিটি প্রতিফলনে ইহা দাড়ায় $(0{\cdot}04)^3$ অথবা $(0{\cdot}06)^3$, অর্থাৎ 0·000064 অথবা 0.000216. সুতরাং গোড়াতে নিকট-অবলোহিত অথবা দৃশ্যমান অংশের তীব্রতা তুলনায় বেশী হইলেও চারিটি প্রতিফলনের পর ইহা প্রায় শূন্যে দাড়ায়। অথচ $8{\cdot}5\mu$ এবং 20μ এর রশ্মির তীব্রতা দাড়ায় $(0{\cdot}9)^3$ অথবা $(0{\cdot}8)^3$ অর্থাৎ 0·729 অথবা 0·512. সুতরাং চারিটি প্রতিফলনের পর রশ্মিমালাকে পরীক্ষা করিলে দেখা যাইবে যে ইহাতে একমাত্র $8{\cdot}5\mu$ এবং 20μ এর তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যই বর্তমান। এই ধরণের পরীক্ষা দুইটি উদ্দেশ্য সাধন করে। প্রথমত ইহার সাহায্যে সুদীর্ঘ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের একবর্ণী রশ্মি আলাদা করিয়া তাহাদের বিভিন্ন বস্তুতে বিচ্ছুরণের পরীক্ষা করা যায়। দ্বিতীয়ত এই পদ্ধতির সাহায্যে বিভিন্ন বস্তুতে বরণাত্মক (selective) প্রতিফলন অথবা শোষণের অবস্থান নির্ণয় করা সম্ভব হয়।

ব্যতিচারমাপক যন্ত্রের সাহায্যেও এইরূপ সুদীর্ঘ তরঙ্গ আলাদা করা সম্ভব হইয়াছে। নিম্নে যে সমস্ত বস্তুর ফলক ব্যবহার করিয়া যে যে দৈর্ঘ্যের তরঙ্গ আলাদা করা হইয়াছে তাহার একটি তালিকা দেওয়া হইল।

বস্তু	তরঙ্গদৈর্ঘ্য (in μ)	বস্তু	তরঙ্গদৈর্ঘ্য (in μ)
Quartz	8·75 এবং 20	KB_r	81·5
Calc. spar	6·75, 28 এবং 90	Thallium Bromide	117
Lithium Fluoride	17	KI	94
Sodium Fluoride	35·8	Silver Bromide	112.7
Rock Salt	52	Thallium Iodide	151·8
Sylvine	63		

ফোকাসীয়-বিযোজন (Focal Isolation).

এইরূপ সুদীর্ঘ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের রশ্মি আলাদা করার আর একটি উপায় হইতেছে ফোকাসীয় বিযোজন পদ্ধতি। এই পদ্ধতিতে এই রশ্মিগুলির (সুদীর্ঘ তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যের) বেলায় কোয়ার্ট্‌সে প্রতিসরাঙ্কের উচ্চ মানের সুযোগ নেওয়া হয়। একটি ওয়েল্‌সব্যাক বাতির (Welsbach light) চিমনী সরাইয়া ইহা হইতে নির্গত আলো 1 cm ব্যাসের একটি ছিদ্র দিয়া L_1 কোয়ার্ট্‌স্ উত্তল লেন্সের উপর আসিয়া পড়ে। সুদীর্ঘ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের রশ্মির জন্য রুবেন্‌স্ পূর্বে দেখিয়াছিলেন যে প্রতিসরাঙ্ক μ প্রায় 2·2 এর কাছাকাছি থাকে। কিন্তু দৃশ্যমান এবং নিকট-অবলোহিত রশ্মির ক্ষেত্রে এই মান অনেক কম। ফলে সুদীর্ঘ তরঙ্গগুলি ফোকাসিত হইয়া একটি বিন্দুতে জমা হয়। অন্যান্য তরঙ্গের



চিত্র ৫.১৫

বেলায় কম প্রতিসরাঙ্কের জন্য এই সমস্ত রশ্মি কম বাকিয়া যায় এবং কোনও কোনও ক্ষেত্রে অপসারী (divergent) হইয়া থাকে। সুতরাং এই ফোকাস-বিন্দুতে (F_1) যে সমস্ত রশ্মি আসে তাহারা প্রধানত সুদীর্ঘ তরঙ্গই হইয়া থাকে। তবে যে সমস্ত রশ্মি লেন্সের অক্ষ বরাবর বা ইহার নিকট দিয়া L_1 লেন্সে

আপতিত হয় তাহাদের বেলায় ক্ষুদ্র তরঙ্গদৈর্ঘ্যের রশ্মিও ফোকাসবিন্দু F_1 এর নিকটে বর্তমান থাকিবে। এইটি বন্ধ করিবার জন্য L_1 এর কেন্দ্রস্থলে একটি 2 cm ব্যাসের অস্বচ্ছ চাকতি A লাগাইয়া দেওয়া হয়। এই চাকতিটি ক্ষুদ্র তরঙ্গদৈর্ঘ্যের রশ্মিগুলিকে মোটামুটি আটকাইয়া দেয়। L_1 লেন্সের মধ্য দিয়া যাইবার পর F_1 বিন্দুতে মোটামুটিভাবে একমাত্র সুদীর্ঘ তরঙ্গের রশ্মিই বর্তমান থাকিবে। তবুও ইহার একবর্ণত্ব আরও নিশ্চিত করিবার জন্য L_2 লেন্স ব্যবহার করা হয়। L_2 লেন্সের গঠন এবং অবস্থান সম্পূর্ণভাবে L_1 লেন্সেরই মত। রশ্মির একবর্ণত্ব এবং বিশুদ্ধতা পরীক্ষা করিবার জন্য F_1 অথবা F_2 বিন্দুর সামনে রক্সল্টের (Rock Salt) একটি ফলক রাখা যায়। এই ফলক সুদীর্ঘ তরঙ্গের পক্ষে সম্পূর্ণ অস্বচ্ছ। যদি মাপকযন্ত্র T এর বিচ্যুতি (deflection) সম্পূর্ণ বন্ধ হইয়া যায় তবে বুঝিতে হইবে যে এই বিন্দুর রশ্মি বিশুদ্ধ একবর্ণের। ওয়েলস্‌ব্যাক বাতির বদলে উচ্চচাপের পারদবাষ্পের কোয়ার্টস্ আর্ক্-দীপ (high-pressure quartz-mercury arc lamp) ব্যবহার করিয়া রুবেন্‌স্ এবং ফন্ বেয়ার (Rubens and von Baeyer) 218μ এবং 343μ এর রশ্মি আলাদা করেন।

পরিশিষ্ট—ক

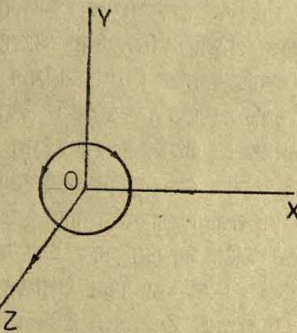
জিমান-ক্রিয়া (Zeeman Effect).

1896 সনে জিমান আবিষ্কার করেন যে যদি একটি সোডিয়াম শিখা জোরালো চুম্বকক্ষেত্রে রাখা যায় তবে ঐ শিখা হইতে নির্গত সোডিয়াম D বর্ণালি রেখা দুইটির প্রস্থ বাড়িয়া যায়। পরে উচ্চ বিভেদন ক্ষমতাসম্পন্ন বর্ণালিবীক্ষণ যন্ত্রের সাহায্যে পরীক্ষা করিয়া দেখা যায় যে প্রতিটি D রেখা একাধিক রেখার সৃষ্টি করে। যদি চুম্বক বলরেখার সমান্তরাল দিকে যায় তবে একটি D রেখা দুইটি রেখায় বিভক্ত হয়। এর প্রত্যেকটির কম্পাঙ্ক মূল D এর কম্পাঙ্ক অপেক্ষা আলাদা এবং একই সংখ্যা দ্বারা কমে এবং বাড়ে। তাছাড়া প্রতিটি বর্ণালিরেখার আলোই বৃত্তীয় সমবর্তিত এবং ইহাদের একটি দক্ষিণাবর্ত অন্যটি বামাবর্ত। আবার যদি চুম্বক বলরেখার অভিলম্বে দেখা যায় তবে D রেখা তিনটি রেখাতে বিভক্ত হয়। ইহাদের প্রত্যেকটিতেই আলো তলীয়-সমবর্তিত অবস্থায় থাকে। একটির কম্পাঙ্ক মূল D রেখার কম্পাঙ্কের সঙ্গে অভিন্ন। এই রেখার দুই পাশের রেখা দুইটির কম্পাঙ্ক মধ্যটির অপেক্ষা সমপরিমাণ কম এবং বেশী। মধ্যের বর্ণালিরেখার সমবর্তন দিক চুম্বক বলরেখার দিকের সহিত অভিন্ন। দুইপাশের রেখা দুইটির সমবর্তন দিক চুম্বক-বলরেখার দিকের অভিলম্বে অবস্থিত। বর্ণালিরেখার এইরূপ দুই বা তিন উপাংশে বিভক্ত হওয়াকে বলা হয় স্বাভাবিক জিমান-ক্রিয়া (Normal Zeeman Effect). পরে এই বিষয়ে আরও অনেক পরীক্ষা করিয়া দেখা যায় যে খুব কম ক্ষেত্রেই একটি রেখা ঐরূপ দুই বা তিন উপাংশে বিভক্ত হইয়া থাকে, অধিকাশ ক্ষেত্রেই ইহারা আরও বেশী সংখ্যক উপাংশের সৃষ্টি করে। এই ধরনের ফলকে বলা হয় অনিয়ত জিমান-ক্রিয়া (Anomalous Zeeman Effect)।

জিমান-ক্রিয়া আবিষ্কারের অল্প পরেই লোরেন্ট্স্ (Lorentz) তাহার নিজের প্রবর্তিত ইলেকট্রন-সিদ্ধান্তের সাহায্যে ইহার ব্যাখ্যা করেন। জিমান-ক্রিয়ার ইহাই শাস্ত্রীয় ব্যাখ্যা। বলা বাহুল্য লোরেন্ট্সের ব্যাখ্যা শুধু স্বাভাবিক জিমান-ক্রিয়ার ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য ; এটি অনিয়ত জিমান-ক্রিয়ায় যে তিনের অধিক উপাংশের উদ্ভব হয় তাহা ব্যাখ্যা করিতে পারে না। ইহার জন্য কোয়াণ্টাম সিদ্ধান্তের প্রয়োজন হয়। এখানে অবশ্য স্বাভাবিক জিমান-ক্রিয়ার শাস্ত্রীয় ব্যাখ্যাই দেওয়া হইবে। কোয়াণ্টাম সিদ্ধান্তের সাহায্যে অনিয়ত জিমান-ক্রিয়ার ব্যাখ্যার জন্য সমরেন্দ্রনাথ ঘোষালের 'পরমাণু ও কেন্দ্রক গঠন পরিচয়ের' পরিচ্ছেদ 5 দ্রষ্টব্য।

এখন জিমান-ক্রিয়ার ব্যাখ্যা ইলেকট্রন-সিদ্ধান্তের সাহায্যে দেওয়া হইবে। সোডিয়াম আলোর ক্ষেত্রে সোডিয়াম পরমাণুর ইলেকট্রনগুলি বৃত্তীয় বা উপবৃত্তীয় কক্ষে ঘুরিতেছে। এইরূপ একটি কম্পনকে পরস্পরের অভিলম্বে তিনটি উপাংশে ভাগ করা যায়। ৬.১ নং

চিত্রে এই তিনটি উপাংশ যথাক্রমে OX, OY এবং OZ দিকে পরস্পরের অভিলম্বে ধরা যাইতে পারে। সমস্ত ইলেকট্রনের কক্ষপথকে এইরূপ উপাংশে ভাগ করিলে তিনটি উপাংশের গড় বিস্তার সমান হইবে। আর এই তিনটি কম্পনই সরল দোলগতি সম্পন্ন (simple harmonic) হইবে। আবার ইহার মধ্যে OX এবং OY কম্পন দুইটি মিলিয়া XOY তলে দুইটি বৃত্তীয় গতির সৃষ্টি করিবে; এই দুইটি বামাবর্ত এবং দক্ষিণাবর্ত আর ইহাদের কম্পাঙ্ক সমান (চতুর্থ পরিচ্ছেদ ৪৪৪ পৃষ্ঠার আলোচনা দ্রষ্টব্য)। এবার যদি OZ দিকে চুম্বকক্ষেত্র প্রয়োগ করা হয় তবে এই দিকের কম্পন কোনওরূপ প্রভাবিত হইবে না। কিন্তু বৃত্তীয় কম্পন দুইটিই চুম্বকক্ষেত্র দ্বারা প্রভাবিত হইবার ফলে তাহাদের কম্পাঙ্ক পরিবর্তিত হইবে। বৃত্তীয় কক্ষে চলিবার কালে বৈদ্যুতিক আধান চুম্বক বলরেখার অভিলম্বে গমন করার ফলে Hev একটি বল অনুভব করিবে। এখানে H, e এবং v যথাক্রমে চুম্বকক্ষেত্রের তীব্রতা, ইলেকট্রনের আধান এবং



চিত্র ৬.১

গতিবেগ বুঝাইতেছে। আধানের চিহ্নের উপর নির্ভর করিয়া এই বল XOY তলে O বিন্দুর দিকে অথবা ইহার বিপরীতে ক্রিয়া করিবে। চুম্বকক্ষেত্রের অনুপস্থিতিতে কক্ষপথের সাম্যের জন্য আধানের উপর অপকেন্দ্র বল (centrifugal force) পুনস্থাপন বলের (restoring force) সমান হইবে। একক সরণের জন্য পুনস্থাপন বল যদি k হয় এবং ইলেকট্রনের ভর যদি m হয় তবে লেখা যাইতে পারে

$$\frac{mv^2}{r} = kr. \tag{6.1}$$

এখানে r কক্ষপথের ব্যাসার্দ্ধ বুঝাইতেছে।

T যদি কক্ষপথের পর্যায় কাল হয় তবে

$$T = \frac{2\pi r}{v}.$$

$$\therefore \quad \frac{4\pi^2 rm}{T^2} = kr$$

অথবা $k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$. (6.2)

এইবার যদি চুম্বকক্ষেত্র প্রয়োগ করা হয় তবে ইলেকট্রনের উপর Hev মানের একটি মূল-বল (radial force) প্রযুক্ত হওয়ার ফলে কক্ষপথের সাম্যের জন্য পুনস্থাপন বল kr এরও পরিবর্তন হইবে। যদি কক্ষপথের নূতন পর্যায় কাল T_1 হয় তবে সাম্যের সমীকরণ দাড়াইবে

$$\frac{4\pi^2 rm}{T_1^2} = kr \pm Hev_1 \qquad (6.3)$$

এখানে v_1 কক্ষপথে ইলেকট্রনের পরিবর্তিত গতিবেগ।

$$\therefore \quad \frac{4\pi^2 m}{T_1^2} = k \pm \frac{Hev_1}{r}.$$

অথবা $\frac{4\pi^2 m}{T_1^2} - \frac{4\pi^2 m}{T^2} = \pm\frac{Hev_1}{r} = \pm\frac{2\pi He}{T_1} \left[\because v_1 = \frac{2\pi r}{T_1}\right]$

$4\pi^2 m$ দ্বারা ভাগ করিলে লেখা যায়

$$\frac{1}{T_1^2} - \frac{1}{T^2} = \pm\frac{He}{2\pi T_1 m}$$

$$\therefore \quad \frac{T^2 - T_1^2}{T_1^2 T^2} = \pm\frac{He}{2\pi m T_1} \qquad (6.4)$$

যেহেতু T এবং T_1 এর মধ্যে পার্থক্য T অথবা T_1 এর তুলনায় খুবই নগণ্য তাই উপরোক্ত সমীকরণকে লেখা যায়

$$T - T_1 = \pm\frac{HeT^2}{4\pi m}. \qquad (6.5)$$

$\lambda = cT$ এই সম্বন্ধ ব্যবহার করিয়া লেখা যায়

$$\lambda - \lambda_1 = \Delta\lambda = \pm\frac{He\lambda^2}{4\pi mc} \qquad (6.6)$$

এখানে λ আলোকের তরঙ্গদৈর্ঘ্য এবং c শূন্যে ইহার গতিবেগ।

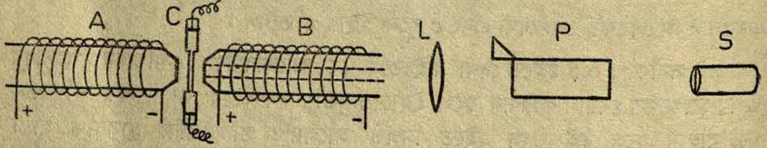
এই সমীকরণ 6.5 হইতে দেখা যাইতেছে যে আলোকউৎস সোডিয়াম পরমাণুর উপর চুম্বকক্ষেত্র প্রয়োগ করিবার ফলে ইহাদের বৃত্তীয় কক্ষপথের কম্পাঙ্কের পরিবর্তন ঘটে যাহার ফলে এই উৎস হইতে নির্গত আলোরও তরঙ্গদৈর্ঘ্যের হ্রাসবৃদ্ধি হয়। একক্ষেত্রে তরঙ্গদৈর্ঘ্যের বৃদ্ধি হইবে $\Delta\lambda = \frac{He\lambda^2}{4\pi mc}$ এবং অন্যক্ষেত্রে ঠিক অনুরূপ পরিমাণের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের হ্রাস হইবে।

এই সমীকরণে আসিতে ধরা হইয়াছে যে চুম্বকক্ষেত্র প্রয়োগের ফলে বৃত্তীয় কক্ষ-পথের ব্যাসের কোনও পরিবর্তন হইবে না। চুম্বকক্ষেত্র পরিবর্তনের সময় কক্ষপথের

মধ্য দিয়া গমনকারী চুম্বক বলরেখার সংখ্যা পরিবর্তনের ফলে কক্ষপথে ইলেকট্রনের গতিবেগের হ্রাস বা বৃদ্ধি হইবে। ফ্যারাডের বৈদ্যুতিক আবেশের (Faraday's Law of electromagnetic induction) নিয়মানুসারে এই পরিবর্তন একটি বিভবের সৃষ্টি করিবে। এবং এই বিভবের পরিবর্তনের ফলে কক্ষপথে ইলেকট্রনের গতিবেগেরও পরিবর্তন হইবে যাহার ফলে কক্ষের ব্যাসের হ্রাসবৃদ্ধি হওয়ার কথা। কিন্তু এই সঙ্গে অনুরূপ অপকেন্দ্রিক বলেরও পরিবর্তন হইবে। আর এটা দেখানো যায় যে এই দুইটি বল সমান এবং বিপরীত যাহার ফলে কক্ষপথের ব্যাসের কোনও পরিবর্তন হইবে না।

উপরোক্ত বর্ণনা হইতে দেখা যায় যে যদি চুম্বকক্ষেত্রের দিকে দেখা যায় তবে একটি বর্ণালিরেখা দুইটি রেখার সৃষ্টি করিবে। মূল রেখা যে তিনটি উপাংশে বিভক্ত করা হইয়াছে তাহার মধ্যে OZ দিকের উপাংশটি চুম্বকক্ষেত্রের দিকে অবস্থিত হইবে। সুতরাং এই উপাংশটি কোনও আলোকের সৃষ্টি করিবে না। YOX তলে যে দুইটি বৃত্তীয় উপাংশ অবস্থিত তাহাদের কম্পাঙ্কের হ্রাস এবং বৃদ্ধি হইবে। এই দুইটি কম্পন দুইটি রেখার সৃষ্টি করিবে যাহাদের কম্পাঙ্ক মূল রেখার কম্পাঙ্ক হইতে $\Delta\nu$ দ্বারা বেশী অথবা কম হইবে। আর ইহারা বৃত্তীয় সমবর্তিত (circularly polarised) হইবে এবং এই সমবর্তনের দিক একটির ক্ষেত্রে দক্ষিণাবর্ত এবং অন্যটির ক্ষেত্রে বামাবর্ত। ইহার সত্যতা নিকল্ প্রিজ্‌ম্ এবং তরঙ্গ-চতুর্থাংশ ফলক (quarter-wave plate) দ্বারা পরীক্ষা করা যায়।

যদি চুম্বকক্ষেত্রের অভিলম্বে দেখা যায় তবে ধরা যাক যে OX দিকে দেখা হইতেছে এবং OZ দিকে চুম্বকক্ষেত্র প্রয়োগ করা হইয়াছে। তাহা হইলে OZ দিকের উপাংশ একটি বর্ণালিরেখার সৃষ্টি করিবে যাহার কম্পাঙ্ক মূল কম্পাঙ্কের সমান এবং যেটি তলীয় সমবর্তিত হইবে। ইহার কম্পনদিক চুম্বক বলরেখার দিকেই হইবে। আর YOX তলের বৃত্তীয় উপাংশ দুইটির কম্পাঙ্ক পরিবর্তিত হওয়ার ফলে ইহারা প্রথমোক্ত রেখাটির দুইদিকে দুইটি প্রতিসমরেখার সৃষ্টি করিবে। যেহেতু এই রেখা দুইটিতে বৃত্তীয় কক্ষপথ দুইটি YOX তল হইতে দেখা হইতেছে, কম্পন দুইটি সরলরেখায় হইতেছে বলিয়া মনে হইবে এবং রেখা দুইটি তলীয় সমবর্তিত বলিয়া মনে হইবে। এই



চিত্র ৬.২

সমবর্তনে কম্পনের দিক চুম্বক বলরেখার অভিলম্বে অবস্থিত হইবে। উপরের সমস্ত অনুমান ইলেকট্রন-সিদ্ধান্ত হইতে পাওয়া যায় এবং পরীক্ষা দ্বারা সমর্থিত হয়। কাজেই দেখা যাইতেছে যে লোরেনট্‌সের ইলেকট্রন-সিদ্ধান্ত স্বাভাবিক জিমান-ক্রিয়া সম্পূর্ণরূপেই

ব্যাখ্যা করিতে পারে যদিও পূর্বেই বলা হইয়াছে, যে অনিয়ত জিমান-ক্রিয়া এই সিদ্ধান্ত দ্বারা ব্যাখ্যা করা যায় না। ইহা ব্যাখ্যা করিতে কোয়াণ্টাম-বাদের সাহায্যের প্রয়োজন হয়।

জিমান-ক্রিয়া পরীক্ষা করিতে নিম্নবর্ণিত পরীক্ষা-প্রণালী ব্যবহার করা যাইতে পারে। AB একটি জোরালো বিদ্যুৎচুম্বক। ইহার মধ্যে B অংশে লম্বালম্বিভাবে একটি ছিদ্র করা আছে যাহাতে দীর্ঘদিকের (longitudinal) জিমানক্রিয়ার পরীক্ষা করা চলিতে পারে। C একটি আলোকউৎস যাহা হইতে নির্গত আলোকের জিমান-ক্রিয়া পরীক্ষা করা হইবে। এটি হইতে নির্গত আলো চুম্বকক্ষেত্রের মধ্য দিয়া যাইবার পর L লেন্সের মধ্য দিয়া পাঠানো হয়। জিমান-ক্রিয়ায় আলোকরেখার কম্পাঙ্কের যে পরিবর্তন হয় তাহা সামান্য। 6.6 সমীকরণ হইতে $\nu = c/\lambda$ এই রাশি ব্যবহার করিয়া পাওয়া যায় $\Delta\nu = \dfrac{eH}{4\pi mc}$ (6.7)

অথবা $\Delta\nu = 1.40 \times 10^6 \times H$ per sec.

এখানে $\Delta\nu$ আলোকরেখার কম্পাঙ্কের পরিবর্তন এবং H চুম্বকক্ষেত্রের তীব্রতার পরিমাণ। সুতরাং H এর মান যদি 1000 gauss হয় তবে কম্পাঙ্কের পরিবর্তন হইবে 1400×10^6/sec. সংশ্লিষ্ট তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পরিবর্তন হিসাব করিলে দেখা যাইবে যে ইহা খুব অল্প। এইজন্য উচ্চ বিভেদন ক্ষমতার যন্ত্র ব্যবহার করিতে হয়। এটি লুমার-ফলক (Lummer plate) অথবা ফেব্রি-পেরো ব্যতিচার-মাপক (Fabry-Perot Interferometer) হইতে পারে অথবা ইস্‌লন্‌-ঝাঝরিও (Echelon-grating) ব্যবহার করা চলিতে পারে। ৬.২ নং চিত্রে P একটি লুমার-ফলক। ফলক হইতে নির্গত আলো বর্ণালি-বীক্ষণ যন্ত্রে পরীক্ষা করা হয়। সাধারণত এটি একটি ধ্রুব-চ্যুতি বর্ণালি-বীক্ষণ যন্ত্র (constant deviation spectroscope). তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পরিবর্তনের পরিমাণ বাড়াইবার জন্য চুম্বকক্ষেত্রের তীব্রতার পরিমাণও বাড়ানো হয় এবং দশ হইতে পঁচিশ হাজার gauss তীব্রতার চুম্বকক্ষেত্র সাধারণতই ব্যবহার করা হয়। ৬.২ নং চিত্রে দীর্ঘদিকের জিমান-ক্রিয়ার পরীক্ষার ব্যবস্থা দেখানো হইয়াছে। যদি তির্যকদিকের (transverse) জিমান-ক্রিয়া পরীক্ষা করিতে হয় তবে তড়িৎ চুম্বকটি 90° ঘুরাইয়া দিলেই এই পরীক্ষা করা চলিতে পারে।

পরিশিষ্ট—খ

ফ্যারাডে ক্রিয়া (Faraday Effect).

মাইকেল ফ্যারাডের ধারণা ছিল যে আলোক এবং চুম্বকত্বের মধ্যে কোনও সম্বন্ধ বর্তমান। এই ব্যাপারে পরীক্ষা করিতে গিয়া 1845 সনে তিনি আবিষ্কার করিলেন যে যখন কোন কাচজাতীয় স্বচ্ছ কঠিন পদার্থের উপর জোরালো চুম্বকক্ষেত্র প্রযুক্ত হয়, ঐ পদার্থটি আলোক-সক্রিয়তা (optical activity) লাভ করে। একটি জোরালো তড়িৎ চুম্বকের মেরুদ্বয়ের মধ্য দিয়া অনুভূমিক ছিদ্র করিয়া যদি তাহাদের মধ্য দিয়া একটি তলীয় সমবর্তিত (plane-polarised) আলোকরশ্মি পাঠানো হয় এবং এই রশ্মি বিশ্লেষণের জন্য নিকল্-প্রিজ্‌ম্ জাতীয় কোনও যন্ত্রাংশের মধ্য দিয়া গমন করে তবে এই এই পরীক্ষা সহজেই করিয়া দেখা যাইতে পারে। তলীয় সমবর্তিত আলোকরশ্মি যদি একটি নিকল্ প্রিজমের সাহায্যে সৃষ্টি করা হয় তাহা হইলে প্রথম এবং দ্বিতীয় প্রিজমের প্রতিকূল অবস্থানে (crossed position) দ্বিতীয় প্রিজমের মধ্য দিয়া আলোকরশ্মির পারগম হইবে না। প্রিজ্‌ম্ দুইটির এই অবস্থানে যদি এখন মেরুদ্বয়ের মাঝে একটি কাচের খণ্ড রাখিয়া এই খণ্ডের উপর জোরালো চুম্বকক্ষেত্র এমনভাবে প্রয়োগ করা হয় যে চুম্বকক্ষেত্র এবং আলোকরশ্মির দিক সমান্তরাল থাকে তবে দেখা যাইবে যে সাধারণত আলোকরশ্মি দ্বিতীয় প্রিজমের মধ্য দিয়া গমন করিতেছে। ইহা হইতে বুঝা যায় যে কাচের খণ্ডের মধ্য দিয়া যাইবার ফলে চুম্বকক্ষেত্রের প্রভাবে তলীয় সমবর্তিত আলোর সমবর্তন তলের পরিবর্তন হইয়াছে এবং এই তল ঘুরিয়া গিয়াছে। চুম্বকক্ষেত্র সরাইয়া নিলে দেখা যাইবে যে সমবর্তন তলের ঘূর্ণন বন্ধ হইয়া যায়। সুতরাং চুম্বকক্ষেত্রই আলোকরশ্মিকে কাচখণ্ডের মধ্য দিয়া যাইবার সময় প্রভাবিত করিয়া ইহার আলোক-তলের ঘূর্ণনের সৃষ্টি করিয়াছে। কোনও স্বচ্ছ বস্তুর মধ্য দিয়া গমন করিবার সময় চুম্বকক্ষেত্রের প্রভাবে তলীয় সমবর্তিত আলোকের সমবর্তনতলের এই ঘূর্ণনকে ফ্যারাডে-ক্রিয়া (Faraday Effect) বলা হয়।

চুম্বকক্ষেত্রের প্রভাবে তলীয়-সমবর্তিত আলোর তলের এই ঘূর্ণন এবং কোন কোন আলোক-সক্রিয় (optically active) তরল বা কেলাসের মধ্য দিয়া গমনের ফলে আলোকের সমবর্তন তলের ঘূর্ণনের মধ্যে যথেষ্ট সাদৃশ্য বর্তমান। প্রথম ক্ষেত্রে আলোকের চুম্বক বলরেখার দিকে গমনের ক্ষেত্রেই সমবর্তন তলের ঘূর্ণন হয়। দ্বিতীয় ক্ষেত্রেও আলোকরশ্মি একমাত্র কেলাসের আলোক-অক্ষের (optic axis) দিকে গমন করিলেই সমবর্তন তলের ঘূর্ণন হইয়া থাকে। কিন্তু ইহাদের মধ্যে একটি গুরুত্বপূর্ণ পার্থক্যও বর্তমান। কেলাসের ক্ষেত্রে যদি পারগত আলোকরশ্মি অপরপ্রান্তে প্রতিফলিত হইয়া আবার পূর্বপথে ফিরিয়া আসে তবে সমবর্তন তলের ঘূর্ণন সম্পূর্ণ প্রতিপূরিত (compensated) হইয়া যায় এবং প্রতিফলিত রশ্মির সমবর্তন তল আপতিত রশ্মির সমবর্তন তলের সহিত মিলিয়া যায়। ইহার কারণ এই যে কেলাসে সমবর্তন তলের

ঘূর্ণন কেলাসের গঠনের উপর নির্ভর করে ; সুতরাং কেলাসের বাম হতে দক্ষিণে যাইতে যদি সমবর্তন তল দক্ষিণাবর্ত হয় তবে প্রতিফলনের পর দক্ষিণ হইতে বামে যাইতে ইহা দক্ষিণাবর্তই থাকিবে। অতএব এই দুইক্ষেত্রের ঘূর্ণন পরস্পরের বিপরীত দিকে হইবে এবং পরিমাণে সমান হওয়ায় পরিণামিক ঘূর্ণন শূন্য দাড়াইবে। কিন্তু ফ্যারাডে-ক্রিয়ার বেলায় চুম্বক বলরেখার দিকের উপর সমবর্তন তলের ঘূর্ণন নির্ভর করে। সুতরাং এই ক্ষেত্রে যদি চুম্বক-বলরেখার দিক কাচখণ্ডের বাম হইতে দক্ষিণ দিকে হয় (চুম্বক-বলরেখা একটি ভেক্টর রাশি) এবং এই অবস্থায় আলোক কাচখণ্ডের বাম হইতে দক্ষিণে যাইতে যদি সমবর্তন তলের ঘূর্ণন দক্ষিণাবর্ত হয় তবে প্রতিফলনের পর কাচখণ্ডে আলো দক্ষিণ হইতে বামদিকে যাইতে ঘূর্ণন বামাবর্ত হইবে। কারণ প্রথম ক্ষেত্রে যদি ধরা যায় যে আলোক চুম্বক-বলরেখার অনুকূলে যাইতেছে তবে দ্বিতীয় ক্ষেত্রে ইহা চুম্বক-বলরেখার প্রতিকূলে যাইতেছে। কাজেই আপতিত এবং দ্বিতীয় প্রান্ত হইতে প্রতিফলিত উভয় আলোকরশ্মির বেলায়ই সমবর্তন তলের ঘূর্ণন একই দিকেই হইবে যাহার ফলে মোট ঘূর্ণনের পরিমাণ দ্বিগুণ হইয়া যাইবে।

ফ্যারাডে-ক্রিয়ার উৎপত্তির কারণ হিসাবে বলা যাইতে পারে যে, জিমান-ক্রিয়ার (Zeeman Effect) উৎপত্তির কারণের সহিত ইহার খুবই সাদৃশ্য আছে। জিমান-ক্রিয়ার তাত্ত্বিক শাস্ত্রীয় ব্যাখ্যা যেমন ইলেকট্রন সিদ্ধান্তের সাহায্যে করা হইয়া থাকে ফ্যারাডে-ক্রিয়ার ব্যাখ্যাও ঐ একই সিদ্ধান্তের দ্বারা করা সম্ভব। প্রথমত লক্ষ্য করিবার বিষয় যে সমবর্তন তলের ঘূর্ণনের উৎপত্তির জন্য আলোকরশ্মিকে একটি বস্তু মাধ্যমের মধ্য (এই ক্ষেত্রে কাচখণ্ডের মধ্য দিয়া) দিয়া যাইতে হইবে। এই কাচের মধ্যের ইলেকট্রনগুলির কক্ষপথ বৃত্তীয় ; প্রেষণদিকের (direction of propagation) অভিলম্বে যে দুইটি উপাংশ (components) বর্তমান তাহারা বামাবর্ত এবং দক্ষিণাবর্ত এবং উভয়েরই কম্পাঙ্ক সমান। আপতিত সমবর্তিত আলোর তলীয় কম্পনকে দুইটি বৃত্তীয় উপাংশে বিভক্ত হয় বলিয়া ধরা যাইতে পারে ; ইহারা বামাবর্ত এবং দক্ষিণাবর্ত এবং ইহাদের কম্পাঙ্ক সমান (চতুর্থ পরিচ্ছেদ ৪৪৪ পৃষ্ঠার আলোচনা দ্রষ্টব্য)। সমীকরণ 5.30 হইতে দেখা যায় যে প্রতিসরাঙ্ক পরমাণুর মধ্যের ইলেকট্রনের স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের উপর নির্ভর করে। আলোকরশ্মির বৃত্তীয় উপাংশ দুইটি যখন কাচখণ্ডের মধ্য দিয়া গমন করে তখন ইহারা উভয়েই ইলেকট্রনের দ্বারা সমভাবে প্রভাবিত হয় (এই ক্ষেত্রে ধরা হইয়াছে যে চুম্বকক্ষেত্র প্রযুক্ত হয় নাই)। সুতরাং উপাংশ দুইটির আপেক্ষিক দশা আপতনের সময় যাহা ছিল, কাচের মধ্য দিয়া যাইবার পরও তাহাই থাকিবে। অতএব তাহারা যখন আবার একত্রিত হইয়া তলীয় সমবর্তিত আলোকরশ্মির সৃষ্টি করিবে, তাহার সমবর্তন তল আপতনের সময়ের সমবর্তন তলের সঙ্গে একই থাকিবে। অর্থাৎ এই ক্ষেত্রে কাচের মধ্য দিয়া পারগমের ফলে সমবর্তন তলের কোনও ঘূর্ণনের সৃষ্টি হইবে না।

কিন্তু জিমান ক্রিয়ার আলোচনা হইতে দেখা গিয়াছে যে ইলেকট্রনের ঘূর্ণনের স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক চুম্বকক্ষেত্রের প্রভাবে পরিবর্তিত হয় এবং এই পরিবর্তন ঘূর্ণনের দিকের উপর নির্ভর করে। সুতরাং যদি কাচখণ্ডের উপর আলেকের পারগমের

দিকে চুম্বকক্ষেত্র প্রয়োগ করা হয় তবে একটি বৃত্তীয় উপাংশের কম্পাঙ্ক বাড়িবে এবং অন্যটি সমপরিমাণ কমিবে। ফলে আলোকের বৃত্তীয় উপাংশ দুইটির প্রতিসরাঙ্কেরও পরিবর্তন হইবে যার ফলে ইহারা কাচখণ্ডের মধ্য দিয়া আলাদা গতিবেগে গমন করিবে। অতএব পারগমের পর ইহাদের আপেক্ষিক দশা আর আপতনের সময়কার আপেক্ষিক দশার সমান থাকিবে না। ইহারা যখন একত্র হইয়া আবার তলীয় সমবর্তিত আলোকরশ্মির সৃষ্টি করিবে তখন ইহার সমবর্তন তল আপতিত রশ্মির সমবর্তন তল হইতে আলাদা হওয়ায় সমবর্তন তলের ঘূর্ণনের উৎপত্তি হইবে। ইহাই ফ্যারাডে ক্রিয়ার উৎপত্তির ব্যাখ্যা। এই ব্যাখ্যা হইতে সহজেই বুঝা যায় যে পারগত রশ্মির সমবর্তন তলের ঘূর্ণনের পরিমাণ চুম্বকক্ষেত্রের তীব্রতা এবং বস্তু মাধ্যমের মধ্যে আলোকপথের দৈর্ঘ্যের উপর নির্ভর করে। অবশ্য বিভিন্ন বস্তুর প্রকৃতির উপরও এই ঘূর্ণনের পরিমাণ নির্ভর করে। কাজেই লেখা যায়

$$\theta \propto lH$$

$$\text{অথবা} \quad \theta = VlH \tag{6.8}$$

এখানে θ ডিগ্রীতে ঘূর্ণনের পরিমাণ, H চুম্বকক্ষেত্রের তীব্রতা এবং l বস্তুমাধ্যমে আলোকপথের দৈর্ঘ্য, আর V একটি ধ্রুবক যাহাকে বলা হয় ভার্ডেটের ধ্রুবক (Verdet's constant). বিভিন্ন বস্তুর ক্ষেত্রে এই ধ্রুবকের মান নিম্নে দেওয়া হইল। প্রকৃতপক্ষে এই ধ্রুবকের মান বস্তুর তাপমাত্রার উপরও নির্ভর করে ; কিন্তু এই নির্ভরতার পরিমাণ এই তালিকায় সবক্ষেত্রে দেওয়া সম্ভব হইল না।

ভার্ডেট বিভিন্ন বস্তুর ক্ষেত্রে সমবর্তন তলের ঘূর্ণন মাপিয়া দেখিলেন যে ঘূর্ণনের পরিমাণ নিম্নলিখিত সমীকরণ দ্বারা নিয়ন্ত্রিত হয়

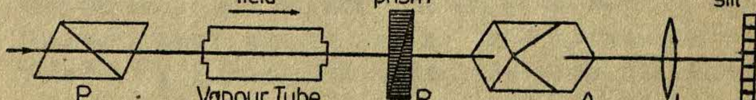
$$\theta = mlH \frac{\mu^2}{\lambda}\left(\mu - \lambda \frac{d\mu}{d\lambda}\right) \tag{6.9}$$

এখানে μ, λ এবং $\frac{d\mu}{d\lambda}$ যথাক্রমে বস্তুর প্রতিসরাঙ্ক, আপতিত আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্য এবং তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সঙ্গে প্রতিসরাঙ্কের পরিবর্তনের হার। অন্যান্য সংখ্যাগুলি পূর্বের সমীকরণেই আলোচিত হইয়াছে। m বস্তুর উপর নির্ভরশীল একটি ধ্রুবক। $\frac{\theta}{Hl}$ এখানে বুঝাইতেছে একক আলোকপথ দৈর্ঘ্য এবং চুম্বক ক্ষেত্রের একক তীব্রতার জন্য সমবর্তন তলের ঘূর্ণনের পরিমাণ। অতএব এটি ভার্ডেটের ধ্রুবকের সমান। এই সমীকরণ হইতে দেখা যায় যে ঘূর্ণনের পরিমাণ m ধ্রুবকটি ছাড়াও তরঙ্গদৈর্ঘ্যের উপরও নির্ভরশীল।

তালিকা নং 6·1.

বস্তুর নাম	ভার্ডেটের ধ্রুবকের মান (in minutes of arc)	তরঙ্গদৈর্ঘ্য	তাপমাত্রা ও অন্যান্য মন্তব্য
Jena Glass	0.0888		
Methyl Alcohol	0.0099		
Water	0.0131	$\lambda = 5893$	$t = 20°C$
Glass (phosphate crown)	0.0161	$\lambda = 5893$	$t = 18°C$
Glass (light flint)	0.0317	$\lambda = 5893$	$t = 18°C$
Carbon disulphide	0.0423	$\lambda = 5893$	$t = 20°C$
Phosphorous	0.1326	$\lambda = 5893$	$t = 33°C$
Quartz	0.0166	$\lambda = 5893$	$t = 20°C$; অক্ষের অভিলম্ব দিকে

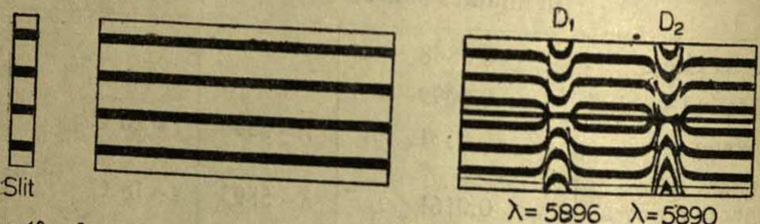
ফ্যারাডে ক্রিয়া বাষ্পের ক্ষেত্রে শোষণ-রেখার (absorption line) কাছাকাছি তরঙ্গদৈর্ঘ্যে খুব ভালভাবে দেখা যায় বলিয়া এই ক্ষেত্রেই পরীক্ষা ব্যবস্থার বর্ণনা দেওয়া হইল। ৬.৩ নং চিত্রে P একটি সমবর্তক নিকল্ এবং A একটি বিশ্লেষক নিকল্। সমবর্তিত আলো বাষ্পের নলের মধ্য দিয়া যাইবার পর যুগ্ম কোয়ার্ট্‌স্ প্রিজমের মধ্যে প্রবেশ করে এবং ইহা হইতে বাহির হইয়া বিশ্লেষক নিকল A এবং লেন্স L এর ভিতর দিয়া গিয়া বর্ণালি-বীক্ষণের রেখাছিদ্রের উপর প্রতিবিম্বের সৃষ্টি করে। যুগ্ম কোয়ার্ট্‌স্ প্রিজ্‌মের বিভিন্ন অংশের মধ্য দিয়া যাইবার ফলে আলোক-রশ্মির



চিত্র নং ৬.৩

বিভিন্ন পরিমাণ ঘূর্ণনের সৃষ্টি হইবে। বিশ্লেষক নিকল্ Aর বিভিন্ন অংশ দিয়া বিভিন্ন পরিমাণ আলোক পারগত হইবে। অতএব বর্ণালি-বীক্ষণের দৃষ্টিক্ষেত্রে পর্যায়-ক্রমে চরম এবং অবম তীব্রতার ঝালরশ্রেণী দেখিতে পাওয়া যাইবে (চতুর্থ পরিচ্ছেদ পৃষ্ঠা ৩৯৯ এর আলোচনা দ্রষ্টব্য)। এবার যদি বাষ্প নলের মধ্যে বাষ্প ঢোকানো হয়

(পূর্বে এই নলটি খালি ছিল ধরা হইয়াছে) তবে বাষ্পের প্রতিটি অনুনাদী কম্পাঙ্কের (resonance frequencies) জন্য একটি শোষণ-রেখার সৃষ্টি হইবে। এইবার চুম্বকক্ষেত্র প্রয়োগ করা হইলে বাষ্পের মধ্যে ঘূর্ণনের সৃষ্টি হইবে এবং চরম তীব্রতার



বর্ণালি-বীক্ষণের রেখাছিদ্র বর্ণালিবীক্ষণের দৃষ্টিক্ষেত্র

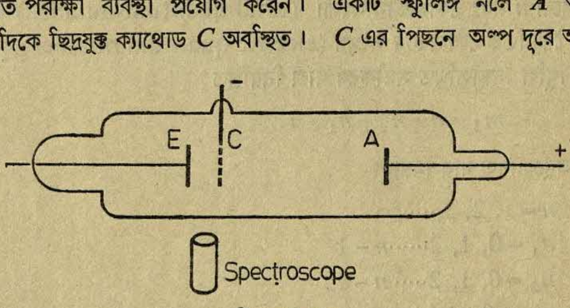
চিত্র নং ৬.৪

ঝালরগুলির অবস্থানের পরিবর্তন ঘটিবে। ৬.৪ নং চিত্রে সোডিয়াম D রেখাদ্বয়ের ঝালরের পরিবর্তন দেখানো হইল। চিত্রটি উচ্চক্ষমতাসম্পন্ন বিভেদক এবং বিচ্ছুরক যন্ত্রের সাহায্যে নেওয়া হইয়াছে। ঝালরগুলি উপর বা নীচ দিকে বাকিয়া গিয়াছে এবং শোষক রেখার কাছাকাছি জায়গায় এই বক্রতা সর্বাধিক দেখা যাইবে।

পরিশিষ্ট—গ

ষ্টার্ক-ক্রিয়া (Stark Effect).

চুম্বকক্ষেত্রে বর্ণালিরেখার বিভাজন 1896 সনে জিমান কর্তৃক আবিষ্কৃত হইবার পর স্বভাবতই অনেক বৈজ্ঞানিক বিদ্যুৎক্ষেত্রে বর্ণালিরেখার অনুরূপ বিভাজনের অস্তিত্ব সম্বন্ধে পরীক্ষা করিতে আরম্ভ করিলেন। কিন্তু 16 বৎসর এইরূপ সমস্ত চেষ্টাই বিফল হয়। অবশেষে 1913 সনে ষ্টার্ক দেখাইলেন যে হাইড্রোজেনের বামার রেখাগুলি (Balmer series lines) জোরালো বিদ্যুৎক্ষেত্রে একাধিক উপাংশে বিভক্ত হইয়া থাকে। এই বিদ্যুৎক্ষেত্রের তীব্রতা প্রতি সেন্টিমিটারে অন্তত এক লক্ষাধিক ভোল্ট হওয়া প্রয়োজন। এই বিভাজনের অস্তিত্ব প্রমাণ করিবার গোড়ার দিকের ব্যর্থতার মূল কারণ এই যে স্ফুলিঙ্গ নলে (discharge tube) এইরূপ উচ্চ তীব্রতার বিদ্যুৎক্ষেত্রের সৃষ্টি করা খুবই দুঃসাধ্য। নলে বিদ্যুৎক্ষেত্রের তীব্রতা বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে আয়নণও (ionisation) বৃদ্ধি পায় এবং নলের গ্যাস পরিবাহী হইয়া যায়। ফলে উচ্চমানের বৈদ্যুতিক ক্ষেত্রের নতিমাত্রা (gradient) বজায় রাখা সম্ভব হয় না। এই অসুবিধা দূর করিতে ষ্টার্ক নিম্নে বর্ণিত পরীক্ষা ব্যবস্থা প্রয়োগ করেন। একটি স্ফুলিঙ্গ নলে A অ্যানোডের বিপরীত দিকে ছিদ্রযুক্ত ক্যাথোড C অবস্থিত। C এর পিছনে অল্প দূরে আর একটি



চিত্র নং ৬.৫

তড়িৎ-দ্বার (electrode) E রাখা আছে। EC দূরত্ব খুব কম হওয়ায় এই অংশে উচ্চ নতিমাত্রার বিদ্যুৎক্ষেত্র বজায় রাখা সম্ভব হয়। এই বিদ্যুৎক্ষেত্রের অভিলম্বে যখন বর্ণালিবীক্ষণ যন্ত্রে হাইড্রোজেনের বামার বর্ণালিরেখা পরীক্ষা করা হয় তখন দেখা যায় যে প্রতিটি রেখা কিছুসংখ্যক উপাংশে বিভক্ত হইয়াছে। এই ধরণের ষ্টার্কক্রিয়া তির্যক জিমান ক্রিয়ার অনরূপ। আবার যদি বিদুৎক্ষেত্রের দীর্ঘদিকে (longitudinal) এই পরীক্ষা করিতে হয় তবে স্ফুলিঙ্গ নলের গঠনের কিছু পরিবর্তন করিতে হইবে। তখন E তড়িৎদ্বারটি ক্যাথোড C এর সমান্তরালে না রাখিয়া ইহার অভিলম্বে রাখিতে হইবে এবং বর্ণালি বীক্ষণের অক্ষও E এর অভিলম্বে স্থাপিত করিতে হইবে। এই ব্যবস্থার পর্যবেক্ষণ দীর্ঘদিকের জিমান ক্রিয়ার (longitudinal Zeeman Effect) এর অনুরূপ।

ষ্টার্ক-ক্রিয়া আবিষ্কৃত হইবার পর 1916 সনে এপ্‌স্টাইন (Epstein) এবং সোয়ার্স্‌চাইল্ড (Schwarzschild) ইহার তাত্ত্বিক ব্যাখ্যা দেন। এই ব্যাখ্যা বোরের কোয়াণ্টাম সিদ্ধান্তের বৈধতার একটি বড় সমর্থন। এখানে এই তাত্ত্বিক ব্যাখ্যার বিশদ আলোচনা করা হইবে না। একটি হাইড্রোজেন জাতীয় পরমাণু যদি বিদ্যুৎক্ষেত্রে স্থাপন করা যায় তবে ইহার পারস্পরিক-ক্রিয়ার শক্তির (interaction energy) সমীকরণ নিম্নরূপ লেখা যাইতে পারে

$$\triangle W = AE + BE^2 + CE^3 + \cdots\cdots \qquad (6.10)$$

এখানে $\triangle W$ পরমাণুর শক্তি স্তরের (energy level) পরিবর্তন বুঝাইতেছে যে পরিবর্তন বিদ্যুৎক্ষেত্র প্রয়োগের ফলে উদ্ভূত হইয়াছে। আর E বিদ্যুৎক্ষেত্রের তীব্রতার পরিমাণ। A, B, C ইত্যাদি গুণাঙ্ক বুঝাইতেছে। ইহাদের মান Epstein, Wentzel প্রভৃতিরা শাস্ত্রীয় এবং কোয়াণ্টাম মতবাদের দ্বারা হিসাব করিয়া নিম্নলিখিত রাশিতে উপনীত হইয়াছেন

$$\begin{aligned} A &= 6.42 \times 10^{-5}\ [n(n_2 - n_1)] \\ B &= 5.22 \times 10^{-16}\ [n^4\{17n^2 - 3(n_2 - n_1) - 9m_l^2 + 19\}] \\ C &= 1.53 \times 10^{-25}\ [n^7\{23n^2 - (n_2 - n_1)^2 + 11m_l^2 + 39\}] \end{aligned} \qquad (6.11)$$

ইহাদের মধ্যে n সমগ্র কোয়াণ্টাম সংখ্যা (total quantum number) এবং n_1, n_2, m_l বৈদ্যুতিক কোয়াণ্টাম সংখ্যা (electric quantum number) বুঝাইতেছে। এই সংখ্যাগুলি নিম্নলিখিত সমীকরণ দ্বারা নিয়ন্ত্রিত

$$m_l = n - n_2 - n_1 - 1. \qquad (6.12)$$

ইহাদের অনুমোদিত মান নিম্নরূপ

$$\begin{aligned} n &= 1, 2, 3 \cdots\cdots \infty \\ n_1 &= 0, 1, 2 \cdots\cdots n-1 \\ n_2 &= 0, 1, 2 \cdots\cdots n-1 \\ m_l &= 0, \pm 1, \pm 2 \cdots\cdots \pm (n-1) \end{aligned}$$

কোয়াণ্টাম-মতবাদের সংখ্যাগুলির অনুমোদিত মানের সঙ্গে ইহাদের যথেষ্ট সাদৃশ্য থাকিলেও পার্থক্যও যথেষ্ট আছে। সমীকরণ 6.10 হইতে দেখা যায় যে বিদ্যুৎক্ষেত্রের তীব্রতা যদি খুব বেশী না হয় ($E < 100000$ volts/cm) তবে দ্বিতীয় এবং তৃতীয় সংখ্যাটির প্রভাব নগণ্য হইবে। সুতরাং এই ক্ষেত্রে $\triangle W$ E এর সমানুপাতিক হওয়ায় রেখার বিভাজনও E এর সমানুপাতিক হইবে। এই প্রকার ষ্টার্ক ক্রিয়াকে বলা হয় প্রথম-ক্রমের ষ্টার্ক ক্রিয়া (first order Stark effect). অবশ্য হাইড্রোজেন পরমাণুর নীচু শক্তির স্তরের (lower energy states, n small) ক্ষেত্রেই এই নিয়ম প্রযোজ্য হওয়ার কথা। এরূপ ক্ষেত্রে রেখাগুলি (উপাংশগুলি) মূল রেখার উভয়দিকে প্রতিসমরূপে বিভক্ত হইয়া থাকে। n এবং E এর মান বৃদ্ধি হইলে সমীকরণ 6.10 এ দ্বিতীয় রাশিটির প্রভাব বৃদ্ধি পায় এবং ইহার ফলে প্রতিটি রেখাই একই দিকে ভ্রষ্ট

(displaced) হয়। এই ফলকে বলা হয় দ্বিতীয় ক্রমের ষ্টার্ক ক্রিয়া (second order Stark effect).

আরও দেখিতে পাওয়া যায় যে কিছু কিছু উপাংশে তলীয় সমবর্তন বর্তমান। বিদ্যুৎক্ষেত্রের অভিলম্বে দেখিলে কিছু উপাংশের বৈদ্যুতিক ভেক্টর বিদ্যুৎক্ষেত্রের সমান্তরাল থাকে ; ইহাদের বলা হয় p উপাংশ। অন্য কিছু উপাংশের বৈদ্যুতিক ভেক্টর বিদ্যুৎ-ক্ষেত্রের অভিলম্বে অবস্থিত থাকে যাহাদের s উপাংশ বলা হইয়া থাকে। s এবং p উভয় উপাংশেই তলীয় সমবর্তন বর্তমান। আবার যদি বিদ্যুৎক্ষেত্রের সমান্তরালে দেখা হয় তবে শুধুমাত্র s উপাংশগুলিই দেখা যায় এবং ইহারা সমবর্তিত নয় ; p উপাংশ সম্পূর্ণরূপে অনুপস্থিত থাকে।

সম্পাদ্য।

1. একটি যুগ্ম-প্রিজ্‌ম্ নিয়া পরীক্ষাকালে দেখা গেল যে যখন একটি পাতলা কাচের ফলক ব্যতিচারী রশ্মিদের একটির পথে বসানো হল, তখন কেন্দ্রীয় চরম তীব্রতার ঝালরটি সরিয়া পূর্বেকার দশম চরম তীব্রতার ঝালরের অবস্থানে চলিয়া গেল। যদি কাচের ফলকের প্রতিসরাঙ্ক 1·500 এবং ব্যবহৃত আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্য 6000 Å হয় তবে ফলকের বেধ হিসাব করিয়া বাহির কর। কোন সমীকরণ প্রয়োজন হইলে সেটি প্রমাণ কর। 0·0012 cm. [C. U. 1967]

2. 5896 Å তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সোডিয়াম আলো ব্যবহার করিয়া মাইকেলসন ব্যতিচারমাপকে বৃত্তাকার ঝালরের সৃষ্টি করা হইল। কেন্দ্রীয় ঝালরটির চরম তীব্রতার এক অবস্থায় দর্পণ দুইটির মধ্যের পথদূরত্ব 0·25 cm হইলে ষষ্ঠ উজ্জ্বল ঝালরের কৌণিক ব্যাস নির্ণয় কর। 3·95°.

3. দুইটি কাচের ফলকের সাহায্যে কীলকের (wedge) আকারের পাতলা বায়ুস্তর সৃষ্টি করা হইয়াছে। 5893 Å তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সাহায্যে উৎপন্ন ব্যতিচার ঝালরগুলি লম্বভাবে দেখিলে তাহাদের মধ্যের দূরত্ব যদি 1 mm. হয় তাহা হইলে কীলকের কোণ হিসাব করিয়া বাহির কর। 2942×10^{-7} rad. [C. U. 1966]

4. 1.700 প্রতিসরাঙ্কের একটি তেলের স্তর একটি সমতল কাচের ফলক এবং সমোত্তল (equiconvex, a double convex lens having equal radius of curvature for both surfaces) লেন্সের মধ্যে রাখা হইল। লেন্সের ফোকাসদৈর্ঘ্য 1 মিটার। যখন 6000 Å তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলো ব্যবহার করা হয় তখন দশম অবম তীব্রতার বলয়ের ব্যাসার্দ্ধ নির্ণয় কর। 0·1858 cm. [C.U. 1966]

5. নিউটনের বলয়ের পরীক্ষায় মধ্যবর্ত্তী বায়ুস্তর একটি তরলের দ্বারা পূর্ণ করা হইল। তরলের প্রতিসরাঙ্ক যদি 1·35 হয় তবে দুইক্ষেত্রে বলয়ের ব্যাস কি হারে পরিবর্তিত হইবে বাহির কর। 0·8606.

6. একটি পাতলা তরলের স্তরে (প্রতিসরাঙ্ক 1.32) সাদা আলো 53°-6′ কোণে আপতিত হইয়াছে। প্রতিফলিত আলো বর্ণালিবীক্ষণে পরীক্ষা করিয়া কালো কতকগুলি পটি দেখা গেল। পরপর অবস্থিত দুইটি কালো পটির সংশ্লিষ্ট তরঙ্গদৈর্ঘ্য যদি 5890 Å এবং 5990 Å হয় তবে তরলের স্তরের বেধ নির্ণয় কর। $1{\cdot}682 \times 10^{-3}$cm.

7. একটি পাতলা অস্বচ্ছ ফলকে 1 mm. ব্যাসের ছোট গোলাকার ছিদ্র আছে। এই ফলকে একগুচ্ছ একবর্ণী সমান্তরাল রশ্মিমালা অভিলম্বে আপতিত হইয়াছে। দেখা যায় যে পর্দার প্রথম অবস্থানে কেন্দ্র অবম তীব্রতাসম্পন্ন অবস্থা হইতে পর্দা 10 cm সরাইলে কেন্দ্রে আবার পূর্বাবস্থা হয়। ব্যবহৃত আলোর তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য বাহির কর। 6250Å [C.U. 1966]

8. প্রতি সেণ্টিমিটারে 10000 রেখাযুক্ত একটি সমতল পারগম ব্যবর্তন ঝাঝরিতে 5000 Å এবং 5200 Å তরঙ্গদৈর্ঘ্যের মিশ্র আলোকরশ্মি অভিলম্বে আপতিত হইল। পর্দায় বর্ণালি দেখিবার জন্য 100 cm ফোকাসদৈর্ঘ্যের একটি লেন্স ব্যবহার করা হইল। প্রথম ক্রমে রেখা দুইটির মধ্যে বিযোজন হিসাব করিয়া বাহির কর। 2·317 cm. [C. U. 1967]

9. 6×10^{-5} cm তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলোতে প্রথম ক্রমের ঝালর 30° কোণ সৃষ্টি করে এমন ব্যবর্তন ঝাঝরিতে প্রতি সেণ্টিমিটারে কত রেখা বর্তমান?
8333 [C. U. 1948]

10. একটি সমতল ঝাঝরিতে প্রতি সেণ্টিমিটারে 6000 রেখা বর্তমান। ইহার ব্যবর্তন ঝালরের তৃতীয় ক্রমে 5000 Å এবং 5100 Å তরঙ্গদৈর্ঘ্যের ঝালরের মধ্যে কৌণিক বিযোজন বাহির কর। 2°-29′.

11. দুইটির মধ্যে তরঙ্গদৈর্ঘ্যের তফাৎ 0·4 Å এমন দুইটি তরঙ্গ একটি সমতল পারগম ব্যবর্তন ঝাঝরি দ্বারা পরীক্ষাকালে দেখা গেল যে বর্ণালির দ্বিতীয় ক্রমে একটি রেখা 12°তে দেখা যাইতেছে এবং দীর্ঘতর রেখাটি ইহা হইতে 4″ বেশী কোণে অবস্থিত। তরঙ্গদৈর্ঘ্য দুইটি বাহির কর এবং ইহাদের বিভেদনের জন্য ন্যূনতম ঝাঝরির প্রস্থ হিসাব কর। 5526 Å ; 3·670 cm.

12. প্রতি সেণ্টিমিটারে 350 রেখা আছে এমন একটি এক ইঞ্চি সমতল পারগম ব্যবর্তন ঝাঝরির সাহায্যে সোডিয়ামের যুগ্মরেখা (তরঙ্গদৈর্ঘ্য 5890 Å এবং 5896 Å) পরীক্ষা করিয়া দেখা হইল। (a) প্রথমক্রমে এবং (b) দ্বিতীয়-ক্রমে রেখা দুইটির বিভেদন হইবে কিনা হিসাব কর। (a) No (b) Yes.

13. মাইকেলসন ব্যতিচারমাপকে সাদা আলোর সাহায্যে ঝালর সৃষ্টি করা হইল। এইবার সাদা আলোর স্থানে সোডিয়াম আলো ব্যবহার করা হইল। এই অবস্থায় একটি দর্পণ যদি 0·145 mm সরানো হয় তবে ঝালরের দৃশ্যতা অবম হইতে দেখা যায়। হ্রস্বতর তরঙ্গদৈর্ঘ্য যদি 5890 Å হয় তবে দীর্ঘতর তরঙ্গের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। 5895·96 Å

14. একটি জানা তরঙ্গদৈর্ঘ্য 5000 Å এর সহিত তুলনা করিয়া ফেব্রি-পেরো ব্যতিচার মাপকের সাহায্যে সামান্য হ্রস্বতর একটি তরঙ্গদৈর্ঘ্য নির্ণয় করিতে হইবে। ফলক দুইটির মধ্যের দূরত্ব যখন 1·4, 2·8 এবং 4·2 mm হয় তখন ঝালরশ্রেণীর সংযোগ (coincidence) সৃষ্টি হয়। নির্ণেয় তরঙ্গদৈর্ঘ্যটি কত?
4999·1072 Å

15. প্রতি সেন্টিমিটারে 2000 রেখার একটি সমতল পারগম ব্যবর্তন ঝাঝরিতে সোডিয়াম আলো (তরঙ্গদৈর্ঘ্য 5890 Å এবং 5896 Å) অভিলম্বে আপতিত হইয়াছে এবং ইহার দ্বিতীয় ক্রমের বর্ণালি এমন একটি দূরবীক্ষণ যন্ত্র দ্বারা দেখা হইতেছে যাহার অভিলক্ষ্য এবং অভিনেত্রের ফোকাসদৈর্ঘ্য যথাক্রমে 24 cm এবং 2 cm. সোডিয়াম বর্ণালি দুইটির কৌণিক বিযোজন বাহির কর।

0-00057 rad.

16. পরস্পর হইতে 1 mm দূরত্বে অবস্থিত দুইটি খুব সরু সমান্তরাল রেখাছিদ্রের উপর একটি সমান্তরাল আলোকরশ্মিমালা আপতিত হইয়াছে। 1 মিটার ফোকাসদৈর্ঘ্যের একটি লেন্স ব্যবহার করিয়া ব্যতিচার ঝালরগুলি পর্দায় ফোকাসিত করা হইয়াছে। পর্দায় কেন্দ্রীয় সাদা ঝালর হইতে একপাশে 3 mm. দূরে একটি ক্ষুদ্র ছিদ্র করিয়া যদি পারগত আলো বর্ণালিবীক্ষণ যন্ত্রে পরীক্ষা করা হয় তবে 4000 Å এবং 8000 Å এর মধ্যে কোন কোন তরঙ্গদৈর্ঘ্য অনুপস্থিত থাকিবে? $(\frac{60}{9}, \frac{60}{11}, \frac{60}{13}, \frac{60}{15}) \times 10^{-5}$ cm. [C. U. 1952]

17. একটি যুগ্ম বর্ণালিরেখায় 5543 Å তরঙ্গদৈর্ঘ্যের একটি উজ্জ্বল রেখা এবং সামান্য কম তরঙ্গদৈর্ঘ্যের একটি উপগ্রহ রেখা বর্তমান এবং ইহারা ফেব্রি-পেরো ব্যতিচারমাপকের দর্পণ দুইটির মধ্যে একটি নির্দিষ্ট দূরত্বের জন্য সম্পাতী ঝালরশ্রেণী উৎপন্ন করিতেছে। দর্পণ দুইটির দূরত্ব ক্রমে এরূপ বাড়ানো হইল যাহাতে এই নূতন দূরত্বের জন্য ঝালরশ্রেণী আবার সম্পাতী হয় এবং এই পরিবর্তনের সময় কেন্দ্রের উজ্জ্বলরেখার ঝালরের সংখ্যা গণনা করা হইল 150100. অনুজ্জ্বল রেখাটির তরঙ্গদৈর্ঘ্য হিসাব কর (প্রয়োজনীয় সমীকরণ বাহির করিয়া)। 5542·963 Å [C. U. 1964]

18. 6000 Å তরঙ্গদৈর্ঘ্য 2500 বিভেদন ক্ষমতা সৃষ্টি করিতে পারে এমন একটি প্রিজ্‌ম্ বর্ণালিবীক্ষণ যন্ত্র তৈয়ারী করিতে হইবে। উপরোক্ত সর্ত পালন করিতে পারে এমন একটি 60° রকসল্ট প্রিজ্‌মের ন্যূনতম আকৃতি কি হইবে? দেওয়া আছে যে প্রিজ্‌মের বস্তু কশির বিচ্ছুরণের সূত্র $n-1=A+\frac{B}{\lambda^2}$ মানিয়া চলে [এখানে n λ তরঙ্গদৈর্ঘ্যে প্রতিসরাঙ্ক এবং $A=0{\cdot}525$, $B=1{\cdot}30\times10^{-10}$] 2·076 cm. [C. U. 1964]

19. একটি সমবাহু ত্রিভুজাকৃতি প্রিজ্‌ম্ এরূপ আয়তনের তৈরী করিতে হইবে যাহাতে ইহার বিভেদন ক্ষমতা একটি এমন সমতল ব্যবর্তন ঝাঝরির প্রথম ক্রমের ক্ষমতার সমান হয় যে ঝাঝরিতে 4 ইঞ্চি প্রস্থের প্রতি সেন্টিমিটারে 1200 রেখা বর্তমান। প্রিজ্‌মটি এমন কাচের তৈরী যাহার প্রতিসরাঙ্কের সমীকরণ $\mu=1{\cdot}48+2\times10^{-10}/\lambda^2$ এবং সংশ্লিষ্ট তরঙ্গদৈর্ঘ্য 5000 Å.

3·81 cm.

20. একটি হীরকের তলের সমবর্তক কোণ বলিতে কি বুঝায় ? ইহার প্রতিফলন তলের সহিত 60° কোণে আপতিত আলোকরশ্মির প্রতিসরণ কোণ যদি 12° হয় তবে ইহার সমবর্তক কোণ হিসাব কর। 67°-25′ [C. U. 1966]

21. 5893 Å তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলোর জন্য একটি কোয়ার্ট্স্ তরঙ্গ-চতুর্থাংশ ফলকের বেধ হিসাব করিয়া বাহির কর ; দেওয়া আছে যে এই তরঙ্গদৈর্ঘ্যের জন্য সাধারণ এবং অসাধারণ রশ্মির প্রতিসরাঙ্ক যথাক্রমে 1·541 এবং 1·551.
$1{\cdot}4733 \times 10^{-3}$ cm. [C. U. 1966]

22. 0·3° প্রতিসরণ কোণের একটি কোয়ার্ট্স্ কীলক এমনভাবে কাটা হইয়াছে যে ইহার আলোক অক্ষ ধারের সমান্তরালে অবস্থিত। এই কীলকটি প্রতিকূল অবস্থানের দুইটি নিকলের মধ্যে এমনভাবে রাখা হইল যে ইহার মুখ্য ছেদ প্রতিটি নিকলের সহিত 45° কোণে অবস্থিত। হলুদ আলোর ($\lambda = 5893$ Å) জন্য মুখ্য প্রতিসরাঙ্কের মান দেওয়া আছে $\mu_o = 1{\cdot}54425$ এবং $\mu_e = 1{\cdot}55336$. যখন এই তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সমান্তরাল আলোকরশ্মি দ্বারা ব্যবস্থাটি আলোকিত করা হয় তখন পরপর অবম তীব্রতার ঝালরগুলির মধ্যের দূরত্ব নির্ণয় কর। 1·234 cm. [C. U. 1964]

23. একটি ক্যালসাইট ফলকের মধ্য দিয়া 5893 Å তরঙ্গদৈর্ঘ্যের তলীয় সমবর্তিত সোডিয়াম আলো পাঠাইবার ফলে বৃত্তাকার সমবর্তিত আলোর সৃষ্টি হইল। যদি $\mu_o = 1{\cdot}660$ এবং $\mu_e = 1{\cdot}495$ হয় তবে ক্যালসাইট ফলকের ন্যূনতম বেধ নির্ণয় কর। 8930×10^{-5} cm.

24. আলোক অক্ষ তলের অভিলম্বে অবস্থিত এরূপ একটি কোয়ার্ট্স্ ফলকের সাহায্যে প্রতি লিটারে 100 gm সক্রিয় দ্রাব বর্তমান এরূপ ল্যাকটোস দ্রবণের 26·7 cm দৈর্ঘ্যে যে সমবর্তন তলের ঘূর্ণনের সৃষ্টি হয় তাহা সম্পূর্ণরূপে নাকচ (annul) করিতে হইবে। ফলকের বেধ কত হইবে ?
[দেওয়া আছে ঃ ল্যাকটোসের আপেক্ষিক ঘূর্ণন = 52°·5 ; কোয়ার্ট্স্ ফলকে সংশ্লিষ্ট তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ 7660 Å এর জন্য, $\mu_L = 1{\cdot}53920$, $\mu_R = 1{\cdot}53914$]
0·0987 cm. [C. U. 1963]

25. 4% দ্রবণের একটি দৈর্ঘ্যের মধ্য দিয়া আলো পাঠাইলে 15° আলোকীয় ঘূর্ণনের সৃষ্টি হয়। 8% শক্তির ঐ জিনিষেরই দ্রবণের মধ্য দিয়া পাঠাইয়া যদি 30° আলোকীয় ঘূর্ণনের সৃষ্টি করিতে হয় তবে দ্রবণের কতটা দৈর্ঘ্যের প্রয়োজন হইবে ? same as first length.

Suggestions for further reading

1. Theory of Light—T. Preston—Macmillan Company, New York.
2. Light—R. W. Ditchburn—Blackie & Son.
3. Fundamentals of Optics—F. A. Jenkins & H. E. White —McGraw Hill Book Company.
4. Geometrical and Physical Optics—R. S. Longhurst—Longmans .
5. Principles of Optics—M. Born & E. Wolf—Pergamon Press.
6. Physical Optics—R. W. Wood—Macmillan Company, New York.
7. Applications of Interferometry—Williams—Methuen.
8. Experimental Spectoscopy—Sawyer—Prentice-Hall.
9. The Mathematical Theory of Huygens' Principle—Baker and Copson—Oxford University Press.
10. Principles of Optics—B. K. Mathur—Gopal Printing Press, Kanpur.
11. A Text Book of Optics—Part II—K. P. Ghosh & J. N. Chakravorty—Central Book Depot, Allahabad.
12. Theory of Optics—P. Drude—Longman Green & Co.
13. Multiple-beam Interferometry—S. Tolansky—Oxford University Press.
14. Studies in Optics—A. A. Michelson—University of Chicago Press.
15. Optics—Prof. A. K. Ghatak—Tata McGraw Hill.

দাম ঃ কুড়ি টাকা